

franciscus David
Ex Collegio Laudanente

(1)

ORONTII

FINÆI DELPHI-

natis, Regij Mathe-
maticarū Lutetiae

Professoris,

ARITHMETICA

Practica, in compendium per Authorem
ipsum redacta, multisq; accessionibus
locupletata: Ijs qui ad liberam quavis,
nedn Mathematicā, adspirant philoso-
phiā perutilis, admodumq; necessaria.

LVTETIAE PARISIORVM

Apud Simonem Colinæum.

1 5 4 4.

Virescit vulnere virtus.

S. X

d. 8.

N. IX. 4



20 Authoris Octostichon,
ad Lectorem.

Cum natura sagax numero, mensūq̃ creavit
Singula, ponderibus clausurit inde suis:
Disce (precor) numeros primis tractare sub annis,
Si Mathesin recta poscis adire via:
Si cupis & rerum proprias discernere causas,
Artibus humanis vel dare subsidium.
Hoc velis à brutis saltem differre, q̃ inter
Viuentes possis vel numerare. Vale.



¶ Indicem capitum horum librorum
Arithmeticae practicae, reperies
ad calcem voluminis.



AD REVERENDVM ET
 simul eruditum Patrem, Do. Antonium
 Leufredū, Vrsicampi Abbatē dignissimū:
 Orontij Finēi Delphinatis, in sequentes
 Arithmeticae libros, PRAEFATIO.



INTER EA QVAE IN RERV
universa natura (Pater obseruandissime)
non possunt absque materia subsistere, &
nihilominus extra materiam facile sunt
intelligibilia: maximè est ipsa unitas, &
qui ex eadem unitate procreatur numerus. Quoniam
numerus tam per sese, quàm in rebus materialibus in-
differenter consideratur. Cuius simplex & absoluta
uidetur esse cōtemplatio, cū naturales & ueræ ipsius
numeri disquirūtur proprietates: an uidelicet sit par aut
impar, primus uel cōpositus, perfectus itē, uel abūdans,
aut diminutus, & quæ sunt eiusmodi. In materia porro
considerari dicitur numerus, cū artificiosa operandi
ratione, humanis inseruit negotiationibus. Hinc duæ sub-
ortæ sunt Arithmeticae partes: theorica scilicet, quæ
proprias numerorū passiones & uirtutes, & accidētia
perscrutatur: & practica, quæ materiales (ut sic lo-
quar) respicit numerorū applicationes. Theorica itaq; di-
gnitatē, & quæ numeris inest ueritatē ostēdit: practica
uerò usum, ac utilitatē eorundē numerorū explicare ui-
detur. Et proinde facile colligitur, Arithmetica inter li-
berales disciplinas quæ Mathematicæ uocātur, primum
sibi uēdicare locū: siue ipsius artis diuinā simplicitatē,
sine utilitatū illius inspicias amplitudinē. Nulla siquidē
ars tam pura & utilis, tam etiā frequens & necessaria

Arithmetica duplex.

Arithmetice dignitas & utilitas

Anno scilicet

1532.

1535.

1542.

Quæ in hac continetur. Arithmetica.

Argumentū dedicatiōis huius Arith.

est, uel quæ alijs minùs subdita sit artibus: quātū Arithmetica. De qua libros quatuor dudū cōscripsimus, & sæpius auctos & emēdatos, in cōmunē studiosorū gratiā ædidi-
 didimus. Quos nō parū gratos ac utiles (ut optabamus) haec-
 tenus fuisse, uel ob id maximè suspicamur: q̄ portatili magis uolumine cōpressos, ab innumeris desyderari sæpius acceperimus. Quapropter, ut nullā officiij nostri partem omitteremus: ipsā Arithmeticā nostrā denuò castiga-
 uimus, & q̄ plurimis illustrauimus accessionibus, multis tū in melius cōmutatis, tū in cōpendiosam artis rationē (sine iactura tamē) redactis: & in Enchiridij formā tan-
 dem ædidiimus. Quæcūq; igitur ad meliorē tum integrorū, tū fractorū numerorū praxin expedire iudicauimus, ea pura & admodū facili traditione p̄strinximus: omis-
 sis regularū, uulgariumq; negotiationū inexplicabilibus labyrinthis. utpote, q̄ Mathematicis, hoc est, purioris phi-
 losophiæ discipulis, uia ad maiora potissimū desydera-
 mus aperire. Hūc porrò laborē nostrū & industriā, tibi cōsecrare nō erubuimus. q̄ præter græcarū & hebræarum literarū cognitionē (quam sexagenarius, & supra, perdiscere nō erubuisti) Mathematicis sic imbutus es di-
 sciplinis, ut possis de illis nō infæliciter iudicare. Adde, q̄ tua humanitate & clemētia, me sæpius recipere, & fo-
 uere dignatus es: & innumeris beneficijs, aduersis ma-
 ximè tēporibus (q̄bus uerus dignoscitur amicus) me tibi p̄petuò deuinctū reddidisti. Vnde sæpius desyderauī hāc tuā erga me liberalitatē, aliquo saltē recognoscere mu-
 nusculo. Quod ab ipsis non impertinēter incepimus nu-
 meris. sicut enim à numeris, ad grauiora fit progressus: sic huic exiguo munusculo, digniora tuo nomine (Deo fa-
 uente) succedent. Vale omnibus numeris absolute Pater,
 Lutetiæ Parisiorū, mense Nouēbri 1544. 

PORONTII FINAEI
 Delphinatis, Regij Mathematicarū
 Lutetiæ professoris, Arithmeticæ
 practicæ Liber primus: In quo de
 integris, hoc est, eiusdem speciei vel
 denominationis tractatur numeris.

¶ De numero, elementis, limitibus, & arte
 numerandi.

Caput I.

I



VMERVS EST, VNI- Numerus
 tatum inuicem compo- quid.
 tarū multitudo, vt duo,
 tria, quatuor, quinque, de-
 cem, viginti, &c. vnde &
 numerus numerans, seu
 mathematicus appella-
 tur. Vnitas verò est, qua Vnitas.

vnaquæque res corporea vel incorporea dicitur
 vna: vt vnus angelus, vnus homo, vnus lapis,
 vnus dies, ab vnitatem dicitur vnus. Plures au-
 tem angeli, vel homines, aut lapides, siue dies
 multitudinem efficiunt, quæ numerus nume-
 ratus, seu phisicus dicitur. Vnitas igitur, nō est Vnitatis p-
 prietates.
 numerus, sed principium & origo numeri: vt
 pote, quæ per sese multiplicata vel diuisa, in
 a. iij.

Naturalis
ordo nume-
rorum.

seipsam absque cremento resoluitur. Est insu-
per vnitas cuiuslibet numeri pars quota, ab ip-
so numero denominata. Naturalis porrò series
numeratorum est, quæ à binario continuum vni-
tatis obseruat incremētum. Quauis igitur in
numeratorum resolutione deueniatur ad mini-
mum: nunquā tamen in numerorum augmen-
tatione ad maximum licet peruenire numerū.

Nu. digit⁹.

Numerus
articulus.

Nu. com-
positus.

Elementa
numeralia.

¶ Numerorum autem (quantum ad susceptum 2
videtur spectare negotium) alius digitus, alius
articulus, alius demum cōpositus nominatur.

Digitus est, qui inter vnitatē & denarium con-
tinetur numerum, & nouem non excedit vni-
tates: vt duo, tria, quatuor, quinque, sex, septē,
octo, nouem. Articulus verò dicitur numerus,
qui ex decem vnitatibus, vel binarijs, aut ter-
narijs, alijsve decuplatis confurgit numeris:
cuiusmodi sunt decem, viginti, triginta, qua-
draginta, quinquaginta, cētum, mille, & simi-
les numeri in naturali serie articulatim distri-
buti. Compositus demū siue mixtus appella-
tur numerus, qui inter duos quosuis proximos
articulos cōprehenditur, & ex priore articulo
& aliquo digitorum resultat: veluti quinde-
cim, viginti sex, triginta septem, quinquagin-
ta octo, centum & sexaginta nouem, &c.

¶ In numerorum porrò expressione, duo ve- 3
niunt potissimè consideranda: figuræ videlicet
arithmeticae, quæ vocantur elementa, & ipso-
rum elementorum loca siue limites. Elementa
sunt decem, nouem quidem significatiua, quæ

in hunc modum figuratur ab Arithmeticis, & talem habent qualem subscripsimus valorem.

vnū. duo. tria. quatuor. qnq. sex. septē. octo. nouē.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Et vnum non significatiuum, ad solam occupationem limitum, & significatiuorum elementorum transpositionē excogitatum: quod tziphra propriè dicitur, & in hunc modum figuratur. 0.

4 ¶ Limites autem elementorum, sunt illorum sedes, à dextra versus leuam in infinitum progredientes, & decupla ratione siue potestate sese inuicē cōtinuè superātes. In quolibet igitur numero tot occupātur limites, quot in eo sunt elementa. Vnumquodque propterea elementorum significatiuorum, in primo limite suas simpliciter representat vnitates, in secundo decies, in tertio centies, in quarto millesies, in quinto decies millesies: & sic consequenter, denæ centenæ millenę quantumlibet iterata nomenclatura. Exempli gratia, binarius in primo limite duo tātū præfigurat, in secundo duas denas, hoc est, viginti, in tertio bis centum, in quarto bis mille, in quinto vigesies seu bis decies mille: & sic consequēter. Idem responderet intelligito, de cæteris elementis significatiuis. Contrahit itaq; numerus ab ipsis elementis significatiuis, vnitatū multitudinem: ab ipsis verò limitibus, eorundem elementorum denariam, centenariam, aut milenariam, pro dati numeri multitudine iteratā

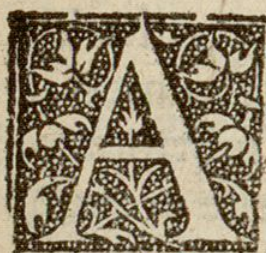
Elementorum limites in numeris.

Elementorum & limitum officiū.

nominaliter exprimitur: prima docet quo elemento, secunda verò quo limite datus exprimendus sit numerus. Vt pote, si volueris arithmetice representare bis mille nonies centum viginti quatuor: dictio bis denotat binarium elementum, mille autem illud esse locandum in quarto limite qui est millenarū: dictio quoque nonies elementum nouenarium, centum autem denotat illud ponendum esse in tertio limite qui est centenarum: porrò viginti cum duas denas significant, per binarium in loco denarum, vtpote secundo limite: quatuor autem vnitates, per quaternariū in primo limite positum exprimentur elementum. vt vides hic 2 9 2 4. Hinc patet expressionem numeri, à Numeri qualiter exprimēdi. limitibus potentia maioribus ad subtiliores, hoc est, à sinistra versus dextram esse pronuntiandam. Vt si hunc velles exprimere numerum, 8 5 3 4: nominabis in primis 8 & suum limitem, postea 5 & suum limitē, & sic de cæteris. Dices igitur ipsum numerū 8 5 3 4, continere octies mille, quinquies cētum, triginta quatuor. Si datus itaque numerus fuerit digitus, proprio designabitur elemento: Si articulus aut cōpositus fuerit, duobus ad minus exprimetur elementis. Sed articulus, in primo limite semper habebit tzipham, vt 20, 50, 100: compositus verò, elementum aliquod significatum, vt 12, 15, 26, 138. Vides igitur, q̄ Recollectio notanda. pulchrè ipsa decem elementa, vnà cum ipsorum limitum continuè decuplata ratione, ad

omnium quorūcūq; numerorū representatio-
nem sint satis. Item, qualiter expressio nume-
rorum, à limitibus potentiā grossioribus com-
modiūs absoluat, q̄ è diuerso. Hinc factum
est, vt illa continuè decuplata limitum pote-
stas, à dextra versus læuam necessariò distri-
buenda fuerit: vt singulæ videlicet vnitatum
denæ ex quolibet insurgentes limite, per solā
vnitatē in proximo versus dextram limite re-
presentētur. Sed hæc de numeratione, & eius
artificio sint satis.

¶ De integrorum numerorum additione, Cap. 2.



ADDERE IN INTEGRIS

est, duos aut plures integrorū nu-
meros in vnum componere nume-
rum: vt summarius inde resultans
numerus dignoscatur. Absoluitur

Additionis
integrorū
Regula.

autem ipsa integrorū additio, in hunc qui se-
quitur modum. Subscribantur inuicem propo-
siti & addendi eorundē integrorum numeri,
pro singulorum & limitum & elementorū or-
dine: sic vt vnitates vnitatibus, denæ denis,
centenæ centenis, & reliqua reliquis directè
respondeant. Sub quibus transuersalis quædā
subscribatur lineola, quæ summariū ab ipsis
addendis separet numerum. His præparatis,
congregētur in primis vnitates: & si resultans
inde numerus fuerit digitus, is sub vnitatibus
& interposita lineola proprio signetur elemē-
to: Si autem collectus ipse numerus fuerit

articulus, illū referuabis, & subscribes tziphrā
o: At si præfatus numerus fuerit ex digito &
articulo compositus, obseruetur rursus articu-
lus, & subnotetur digitus. Postmodum colli-
gantur denæ, & inde resultāti numero tot ad-
dātur vnitates, quot fuerint denæ in retento
nuper articulo: & consurgens inde numerus
rursus consideretur, an fuerit digitus, articu-
lus, aut cōpositus. Si fuerit digitus, is sub de-
nis proprio exprimatur elemento: Si articulus,
is referuetur, & subscribatur tziphra o: Si au-
tem ex digito & articulo cōpositus extiterit,
subnotetur digitus, & referuetur iterū articu-
lus. Deinde congregentur millenæ: idēq; di-
scursus, ac elementorum subnotatio priori si-
milis obseruetur, ex centenīs ad millenas, atq;
reliquos progrediendo limites, donec ad vlti-
mum peruentum fuerit ipsorum numerorum
2 ordinem. ¶ Memineris tamen, cū ad vltimā Documenta
perueneris additionē, ipsum articulum (si re- ta particu-
tentum forsitan habueris) in proximum limi- laria in ad-
tem læuorsum esse transferendum, & illic per ditione ser-
congruum subnotandum elementum, tot re- uanda.
presentans vnitates, quot denas habuerit idē
articulus. Item, quoties in primo, aut aliquo
intermediorum limitum ordine, tziphræ absq;
significatiuo concurrerint elemento (cū ni-
hil ex illarum additione consurgat) subnota-
bis tziphrā, quæ illum saltem designet limi-
tem: ni forsitan habueris articulum ex proxi-
ma collectione referuatum, qui loco tziphræ

tunc subnotandus erit. Facilitabit etiam plurimum additionē, si maiores numeros minoribus in primis subscripseris: & prius maiora, quàm minora inuicem composueris elementa.

Vnde pendet addi-
tionis artifi-
cium.

Pendet igitur totum additionis artificium, ex ipsa limitum decuplata potestate. vt enim limites quilibet (excepto primo) decuplus est limitis dextrorsum immediatè præcedentis: sic pro singulis cuiuslibet limitum denis, vnitas in proximè succedētem versus læuam reponitur ordinem.

Additionis
exempla.

¶ In faciliorem eorū quæ diximus intelligentiā, subscriptas additionum contemplare formulas. In quarum prima, hi numeri 2450, 1334, 423, hunc conficiunt numerū 4207. In secunda verò formula, hic numerus 126200, ex istorum numerum 95080, 23090, 8030, additione confurgit.

Numeri addendi.	2 4 5 0	9 5 0 8 0
	1 3 3 4	2 3 0 9 0
Lineola interiecta.	4 2 3	8 0 3 0
Addendorū summa.	4 2 0 7	1 2 6 2 0 0

¶ De subtractione eorundem integrorū, Cap. 3.

De quibus
numeris
intelligatur
subtractio.



VBTRAHERE AVTEM EST, datum numerum à maiori numero artificialiter auferre: vt residuus innotescat numerus. Nam æqualem ab æquali demere, superuacaneum est: & maiorem à minore, impossibile. In subtractionis ergo principio, duo tantū occurrūt

numeri : subtrahendus videlicet , & is à quo
facienda est subtractio. Vnde si plures nume- Notandum.
ros ab eodem numero , vel pluribus numeris
subducere fuerit operæpretium: vtrunq; ordi-
nem in vnum prius coaceruabis numerum.

- 2 ¶ Subtractio igitur (vt rē acu tangamus) con- Ars subtra-
traria est additioni: idcirco per contrariam ad- hendi mi-
ditionis operationem, in hunc modū facienda nore m nu-
est. Subscribatur numerus subtrahendus ei nu- merū à ma-
mero, à quo subducendus est, obseruato limi- iori nume-
tum ordine, vti proximo dictum est capite, &
sub vtroq; protracta lineola, quæ relictum ex
subtractione distingat numerum. Quibus ab-
solutis, auferantur in primis inferiores vnita-
tes à superioribus vnitatibus, postea denæ à
denis, deinde centenæ à centenis, & reliqua
subtrahendi numeri elemēta à reliquis nume-
ri superioris elementis, quousque ad vltimum
ipsius numeri subtrahendi perueneris ordinē:
subnotenturq; infra lineolam ex singulis sub-
tractionibus relictī numeri, qui semper erunt
digiti. Vbi autem nihil ex subtractione relin-
quetur, subnotetur o: excepto loco vltimo,
quem in vanum occuparet.

- 3 ¶ Quoties porrò aliquod elementum subtra- Documen-
hēdi numeri, fuerit maius superiore (quod sæ- tum, cū ele-
pius accidit) aufer ipsum elementum à 10, & menta infe-
residuum iunge ipsi elemento superiori, ac in- riora, sunt
de resultantem subscribe numerum, qui vnico maiora su-
semper exprimetur elemento: vel ipsum im- teriorib⁹.
mediatē subscribe residuum, si idem supernū

elementum fuerit o. Ratione autem ipsius de-
næ (quæ virtualiter à læuo & proximo numeri
superioris elemēto mutuata est) addenda erit
vnitas elemēto subtrahendi numeri læuorsum
immediatè succedēti, & resultans inde nume-
rus à respondententi numeri superioris elemēto
consequenter auferēdus, vel ipsa tantum vni-
tas, si o sequentem locum occupauerit, aut fue-
rit ipsius numeri subtrahēdi locus postremus.

Subtractio
nis exēplū.

¶ In exemplum esto numerus 3 4 6 5 7, à quo 4
hunc oporteat auferre numerum 2 6 5 8 4. In
primis igitur 4 dempta ex 7, relinquūt 3: quæ
subnotantur. Deinde 8 subducta ex 10, relin-
quunt 2: quæ vnà cū 5, efficiunt 7 subscriben-
da. Iungitur itaque vnitas sequenti quinnario
subtrahendi numeri, fiunt 6. quæ detracta à 6,
nihil relinquunt: ideò subscribitur o. Postea
tolluntur 6, à 10, relinquuntur 4: quæ vnà cum
superiore quaternario, faciūt 8 subscribenda.
Tandem sequenti binario iungitur vnitas, fi-
unt 3: quæ dempta à 3, nihil relinquunt, ni-
hil ergo subscribitur, cum limes sit vltimus.
Concludendum igitur, 2 6 5 8 4 subtracta à
3 4 6 5 7, relinquere hunc numerum 8 0 7 3.

Nu. à quo fit subtractio	3 4 6 5 7	In maior rem artis expressio nem, suc- cedentia
Numerus sutrahendus.	2 6 5 8 4	
Lineola interposita.		
Numerus residuus.	8 0 7 3	

examinentur subtractionis exempla.

3	7	4	8	0	0	7	9	0	0	0	0
		8	5	4	7	5	0	0	4	7	9
3	6	6	2	5	3	2	8	9	5	2	1

¶ De ipsorum integrorū multiplicatione, Cap. 4.

I



MULTIPLICARE EST, DVO^{bus} oblatis numeris, ex altero toties sumpto quot sunt vnitates in reliquo, procreatum inuenire numerum. In ipsa ergo multiplicatione, duo proponuntur numeri: multiplicandus scilicet, qui pro vnitatū alterius multitudine venit iterandus: & multiplicans, qui aliū metitur numerum, & semper aduerbialiter exprimitur. Quanuis autem duo numeri sese adinuicem multiplicantes, producant numeros inuicem æquales: facilius tamē maiore numerum per minorem, q̄ è diuerso multiplicamus.

Multiplicationis difficultio.

Nu. multiplicandus. Multiplicans.

- 2 ¶ Multiplicantur autē numeri, aut digiti per digitum: aut articuli per digitum, vel articulum: aut deniq; compositi per digitum, articulum, aut compositum numerum. Digitorum itaq; multiplicatio, in promptu semper habenda est: si reliquas volueris perficere multiplicationes. Hæc autem digitorū multiplicatio, tum vsu naturali, tum exercitio acquiritur: ut pote, quæ statim nota, vel admodū facilis est, potissimum vbi multiplicans 5 vel 6 non excedit vnitates. Quod si digitus multiplicans 5, vel 6 superauerit vnitates: in hunc modum

Quot modis fiat multiplicatio.

De mutua digitorum multiplicatione.

Regula ubi
multiplicās
digitus ma
ior est s vel
6 unitatib⁹.

alleuiabis multiplicationem. Duc vnus diffe
rentiam à denario numero, in differentiam al
terius: & productū subscribe. Deinde, subtra
he vnus differentiam ab altero: & relictū nu
merum, in denarū reponito ordinē, aut prio
ribus (si adfuerint) denis adiungas. Confurget
enim numerus ex ipsorum digitorū multipli
catione procreatus. Vt ex subscriptis exem
plis, colligere haud difficilē potes.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} 8 \times 2 \\ 7 \times 3 \\ \hline 5 \quad 6 \end{array} & \begin{array}{r} 8 \times 2 \\ 8 \times 2 \\ \hline 6 \quad 4 \end{array} & \begin{array}{r} 9 \times 1 \\ 8 \times 2 \\ \hline 7 \quad 2 \end{array} & \begin{array}{r} 7 \times 3 \\ 6 \times 4 \\ \hline 4 \quad 2 \end{array} \end{array}$$

Notādum. Poteris etiā præfatam digitorū multiplicatio
nem faciliore reddere, vbi alter fuerit par: si
per illius dimidiū multiplicaueris reliquū, &
productū duplaueris numerū. Vt si proponan
tur 9 per 8 multiplicanda, duces 9 in 4, fient
36: quæ bis sumpta, conficiunt 72. Haud aliter
facito de cæteris.

Aliā digito
rum mul
tiplicatio
p propria
tabellam.

Sed consulo, cū laboriosam volueris effugere

taliū digi
torū mul
tiplicatio
nē; vt præ
oculis ha
beas ob
iectam ta
bellam.
In cuius
alterutro
lateralium

Tabella multiplicationis digitorum numerorum.										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

digitorum ordine, si multiplicandum acceperis digitum, in reliquo verò multiplicantem: offendes ad vtriusq; concursum, numerum ex ipsorum digitorū multiplicatione productū. Vtpote, si acceperis 8 in vertice, 7 verò in ordine læuo: sese offerēt ad cōmunem angulum 56, quæ ex ductu 8 in 7 procreantur.

- 3 ¶ His præmissis, docendum est qualiter numerus compositus vel articulus, per ipsum digitū multiplicetur. Et in primis compositus. Subscribatur ergo digitus multiplicans, sub primo cōpositi & multiplicandi numeri elemēto siue limite: vnā cum lineola, sub vtroq; transversaliter interiecta. Deinde multiplicentur singula ipsius cōpositi numeri elementa, per ipsum digitum, ab vnitatibus exordiēdo: & considerētur singulatim producti ex qualibet multiplicatione numeri, an videlicet fuerint digiti, articuli, aut ex digito & articulo compositi. Si primum acciderit: subscribantur ipsi digiti, sub lineola transversali, & proprio limite. Si autē fuerint articuli: subscribatur tziphra 0, & seruetur articulus. Si demū ex digito & articulo, ijdem producti componantur numeri: subscripto digito, reseruetur iterum articulus. Quot autem fuerint denæ, ipsum articulum alterutro duorum modorum reseruatū denominantes: tot adijcianatur vnitates proximè sequenti multiplicationi, aut in eodē proximè sequenti reponantur limite, vbi tziphra eundē occupauerit limitē, vel ad vltimū

Vt multiplicā-
dus cō-
positus nu-
per digitū.

De ratione
supradictę
multiplica-
tionis.

multiplicādi numeri peruētū fuerit elemētū. Cum enim vnusquisq; limes, decuplus sit limitis dextrorsum immediatē precedentis: quotlibet decem vnitates dextri, per solam vnitatem in proximo limite versus læuā (vt in additione) representantur. Multiplicatio nanq;, additio quædam esse videtur: hoc solū excepto, quoniam in additione inuicem addendi proponuntur numeri, in ipsa autem multiplicatione simul procreantur & adduntur.

Vnde pen-
deat supra
dicta ratio
multiplicā-
di.

Ex hac itaq; numeri compositi per digitum multiplicatione, omnem (etiam quantumuis difficilem) absoluimus numerorum multiplicationem. Ea autem pendet ex prima secundi elementorum Euclidis. nam digitus multiplicans, est veluti quædam linea indiuisa: compositus autem & multiplicandus numerus, instar lineæ in quocunq; segmēta diuisæ, vtpote in vnitates, denas, centenarum, millenas, &c. Qui igitur ex ipso digito, & quolibet ordine vel elemento multiplicandi procreantur numeri: æquales sunt ei, qui ex eodem digito & toto multiplicando producitur numero.

Exemplū
multiplica-
tionis cōpo-
siti numeri
per digitū.

¶ Sit verbi gratia, hic numerus 25038, per 5 multiplicādus. Dispositis (vt prædiximus) numeris, 8 in primis ducta in 5, faciunt articulū 40: subscibitur ergo 0, & seruantur 4 articuli denæ. Deinde 3 in 5 ducta, efficiūt 15, quibus adduntur 4 reseruatam denominantia articulum, consurgunt 19: subscibitur itaq; digitus 9, & reseruatur articuli dena. In sequenti ergo

limite, reponitur 1: cū tziphra 0, ipsum occupet limitem. Postmodum 5 per 5 multiplicata, efficiunt 25: subscibitur ergo digitus 5, & referuantur 2 ipsum denominātia articulum.

Tandem 2 in 5, faciunt 10, quibus adduntur 2, consurgunt 12: quæ suis elementis & limitibus subnotātur, ipsam denam in succedentem traducendo limitem.

$$\begin{array}{r} 25038 \\ \times 5 \\ \hline 125190 \end{array}$$

Resultabunt ergo ex ipsa multiplicatione, 125190.

- 4 ¶ Si autem multiplicandus numerus fuerit articulus, cuius primi limites tziphris tantū occupantur: vtcunq; alleuiabitur ipsa multiplicatio. Nam multiplicatis per ipsum digitū residuis elementis articuli numeri (à primo significatiuo exordio sumpto) vti nunc expressimus: ædem tziphra dextrorsum veniunt anteponendæ. Vt si velles multiplicare 25000, per 7, potes multiplicare seorsum 25 per 7, producentur enim 175: quibus si anteposueris 000 ipsius multiplicandi numeri, consurgent tandem 175000. Tantus est numerus, ex præfata multiplicatione procreatus.

Multiplicatio
articuli per
digitum.

Exemplū.

- 5 ¶ Ex his facile colligitur multiplicatio compositi numeri per articulum, vel ipsius articuli per articulum: de articulo velim intelligas, vbi tziphra solas primas occupant sedes. Vtpote, si propositū fuerit multiplicare 173, per 20: multiplicabis 173 per 2, fient 346, quibus antepones articuli tziphram 0, cōsurgent

Decompositi
p articulum,
vel ipsius arti-
culi per
articulum
multiplica-
tionis.

b.ij.

3460. Hinc patet eundem numerum 173, per 200 multiplicatum, conficere 34600. Item si numerus 1730, per eundem articulum 20 offeratur multiplicandus: duces in primis seorsum 173 per 2, fient rursus 346, quibus geminas antepones tziphras, alteram quidem ex parte multiplicandi, alteram verò ex parte multiplicantis numeri: consurgent 34600. Vel si eundem numerum 1730, per 200 supradicto modo multiplicaueris: producetur tādē 346000. Haud alienū habeto indicium, de quibuscūq; similibus, similiterq; propositis numeris.

Multiplica
tio numeri
cōpositi per
cōpositum.

RELIQVVM EST, ostēdere qualiter cō- 6
positus per cōpositum numerū multiplicetur:
quæ multiplicatio omnium videtur esse diffi-
cillima. Hanc ergo multiplicationem, ex præ-
missa cōpositi numeri per digitum multiplica-
tione, haud difficilè colligere licet. Subscripto
nanq; multiplicante ipsi multiplicando nume-
ro, pro ratione limitum, & elemētorum ordi-
ne, vnà cū lineola in transuersum de more po-
sita: ducantur singula ipsius multiplicandi nu-
meri, in singula multiplicantis elementa, &
singuli subscribantur productorum numero-
rum ordines, veluti nuper demonstraui-
mus. sic tamen, vt quēadmodum numerus ex vni-
tatū multiplicatione procreatus, ab ipsis vni-
tatibus inchoatur: haud aliter qui ex denarū
multiplicatione producitur, ab ipsis denis ini-
tietur, & qui ex centenīs à cētenīs, & qui ex
millenis à millenis, & sic cōsequenter. Omnes

enim limitū digiti, excepto primo, articulum representant numerum : & articulum à denis expressum vnica præcedit tziphra o, articulū verò à centenis denominatum duæ oo, & à millenis tres ooo, & sic deinceps. Idem ergo fit, ac si per denarium, centenarium, aut mil- lenarium, &c. propositus multiplicaretur nu- merus. Quoties tamen tziphra o, intermediū aliquē numeri multiplicantis occupauerit li- mitem:illum sola tziphra responderenter occu- pabis, & ad sequentem (si occurrit) accedes multiplicationem. His autē productis nume- ris, subscribes rursum lineolam transuersalem: sub qua ipsius additionis officio, in vnum tan- dem veniunt coaceruandi numerum. Is enim erit, qui ex proposita numerorum multiplica- tione resultat.

¶ Obijciatur exēpli causa hic numerus 5423, per hunc numerū 1304 multiplicandus. Mul- tiplicatis itaque singulis elementis ipsius nu- meri 5423, per 4 vnitates multiplicantis: pro- ducentur 21692. Et quoniam sequentem nu- meri multiplicantis limitem, occupat o: sub- scribitur responderenter o, quæ secundum pro- ducti numeri itidem occupet limitē. Deinde multiplicato eodem numero 5423 per 3, hoc est, tres centenas multiplicantis, fiunt 16269, à loco centenarum versus læuam distribuenda: vtpote, quæ potestate hunc representant numerū 1626900. Tandem multiplicato præ- fato numero per 1, idem redit numerus 5423,

Exemplum
multiplica-
tionis cōpo-
siti numeri
per compo-
situm.

à millenis læuorſum ſubſcribendus: nam poteſtate hunc repreſentat numerũ, 5423000. Subſcripta demũ lineola, hi omnes producti in vnũ coaceruentur numerum, quẽ

$$\begin{array}{r} 5423 \\ 1304 \\ \hline 21692 \\ 162690 \\ 5423 \\ \hline 7071592 \end{array}$$

offendes eſſe 7071592. Tantus eſt igitur numerus, ex propoſita multiplicatione reſultans.

Alia multiplicationis exempla.

¶ Poteris in maiorem artis expreſſionem, duo ſuccedentia diſcurrere multiplicationis exempla. In quorum primo, 20507 per 4510 multiplicata, producant 92486570. In ſecundo verò, hic numerus 93810, ex multiplicatione 354, per 265 generatur.

$$\begin{array}{r} 20507 \\ 4510 \\ \hline 205070 \\ 102535 \\ 82028 \\ \hline 92486570 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 354 \\ 265 \\ \hline 1770 \\ 2124 \\ 708 \\ \hline 93810 \end{array}$$

Alius multiplicandi modus omnium facilis.

¶ His addere iuuat, alium multiplicandi modum, quo nullus reſeruatur articulus: ijs qui laborant memoriæ labilitate, admodum gratũ. Parandus eſt in primis abacus (vt rem ipſam acu tangamus) lineis inuicẽ parallelis in quadrangula diſtinctus: vnoquoq; quadrangulo, per lineolas tranſuerſales diagonaliter ſubdiuiſo. Supraſcripto poſtmodum multiplicando

numero: ipsius multiplicantis elementa dextrorsum, instar gnomonis, pro quadrangulorū ordine distribuatur. Tandem singula multiplicandi numeri, in singula multiplicantis ele-

Multiplicandus nu.	Producti numeri	3	5	4	Nu. multiplicans.	
		0	1	0		
		6	0	8		
		1	3	2		
		8	0	4		
		1	2	2		
		5	5	0		
		5	5	0		
		9	3	8	Sūma	
		1	0	0		

menta ducantur: & producti numeri, in communi locentur quadrangulo, digiti quidem infra diagonalem, articuli verò supra.

Componentur tandem singulorum numerorum ordines, sub ipsis diagonalibus lineis transuersaliter cōprehensi, à dextro & omniū infimo quadrangulo, exordio sumpto. Resultabit enim numerus, ex proposita multiplicatione generatus. Ut ex obiecto, & de industria repetito, cōspicere licet exemplo: In quo numerus 354, per 265 multiplicatus, producit rursus 93810.

De diuisione prædictorū integrorum, Cap. 5.

DIUIDERE EST, OBLATIS duobus numeris inæqualibus, maiorem ipsi minori æqualiter distribuere: vel ipsum minorem numerum, à maiori quoties fieri potest artificialiter auferre: diuisio enim, subtractio

Diuisionis definitio.

b. iij.

quædam esse videtur Diuidere nanq; numerũ æqualem per æqualem, vanum: & minorẽ per maiorem, est impossibile. Maior itaque numerus, diuidendus: minor verò, diuisor appellatur. qui autem ex diuisione procreatur, quotus non iniuria dicitur: ostendit enim quoties diuisor in ipso diuidendo contineatur numero, siue quotam partem maioris vnicuiq; singulari minoris competentem.

Nu. diuidendus.
Diuisor.

Nu. quot⁹.

Sūmariũ
diuisionis
artificiũ.

¶ Generalis itaque & omnium fidissimus diuidendi modus est talis, vt sequitur. Subscribantur ipsi diuidendo numero equidistātes lineolæ, & sub illis versus læuam diuisor collocetur numerus: sic videlicet, vt illius vltimum elementum, vltimo ipsius diuidēdi læuorsum respondeat elemento, & reliqua reliquis suo ordine. ni forsitan numerus ipsi diuisori respondens (qui est pars diuidendi) seorsum consideratus, eodem numero diuisore minor offenda-
tur: tunc enim vltimũ ipsius diuisoris elementum, sub penultimo diuidendi locandũ est elemento. Quibus paratis, cōsideretur quoties diuisor in supraposito contineatur numero (nulla eorum elementorũ habita ratione, quæ primum diuisoris antecedunt elementum) quod per vltimi elementi diuisoris numeri, cum numero vel elemento supraposito, & reliquorũ elementorum cum eo qui subinde relinquetur numero diligentem comparationẽ, vel facilẽ dignoscetur. Is porrò numerus quotus (qui semper erit digitus, & ad summum 9) inter

1

2

3

4

5

æquidistantes lineolas, super primum diuisoris elementum collocetur deinde per singula diuisoris elementa multiplicetur: & productus ex qualibet multiplicatione numerus, à supra respondēti subtrahatur numero, residuo (si adfuerit) debitè supranotato, deletis prius elementis, à quibus subtractio facta est. Hoc primo discursu peracto, renouetur diuisor, proximè relictū diuidendi præoccupando limitē: & discursus priori similis iteretur. idq; toties continuetur, quatenus primum diuisoris elementum, primo diuidendi numeri respondeat elemento. At si contingat ipsum diuisorē, maiorem forsitan esse respondentī à primo eius elemento versus læuā numero: subscribatur o, loco ipsius quoti digiti, & diuisor ipse (priore cancellato) velut antea renouetur. Quod si operatione finita, aliquid ex diuisione relinquatur: id opere prætiū est esse minus diuifore, & ab illo sub interiecta lineola posito denominari. Ex his sequitur diuisionē tanto faciliore esse, quanto diuisor paucioribus exprimetur elemētis significatiuis, aut sinistra elementa significativa dextris habuerit maiora: tūc enim digitus quotus facilius elicitur.

De residuo numero.

Notandum.

- 3 ¶ Proponatur, exempli, gratia hic numerus 12960, per 32 diuidēdus. Subscriptis itaq; parallelis, cū duo ipsius diuisoris elemēta maiore efficiant numerū, q̄ duo vltima numeri diuidendi: collocandus est diuisor sub 29, cui supra respondebunt 129. Et quoniam 3 in 12,

Diuisionis exemplū.

atq; 2 in 9 quater inueniuntur: euidentis est diuiforem sub ipsis 129 quater contineri. Scribatur ergo 4 supra 2, pro prius inuento numeri quoti digito. Postmodum auferantur ter 4 à 12, nihil relinquetur: deleantur ergo 12. Auferantur cōfequenter bis 4, hoc est 8, à 9, relinquetur vnitas: quæ supra 9 prius deletis annotetur. Renouato postea diuifore per vnicum limitem versus dextram, illi respondebunt tantummodò 16: scribatur ergo 0 loco digiti quoti, & renouetur iterum diuifor. Quo facto, illi respondebunt 160. Et quoniam 3 in 16 quinquies, & 2 in relictò numero (qui erit 10) quinquies itidē reperiuntur: patet illico diuiforem quinquies in 160 contineri.

Scribatur ergo 5 inter parallelas. & tollantur ter 5, utpote 15, ab eisdem 16: relinquetur 1. Auferantur deinde bis

	x	x		
x	z	g	g	g
	4	0	5	
3	z	z	2	
3	3			

5 à relictis 10, nihil tandem relinquetur. Cancellatis igitur diuidendi numeri relictis elementis, colligentur pro quotò & optato numero 405, ostendētia diuiforem ipsum 32, quinquies & cēties quater in proposito numero diuidendo contineri. Contemplentur in maiorem singulorum euidentiam, duo sequentia diuisionis exempla. In quorum primo 359040, diuisa per 320, producant 1122: In secūdo autē exēplo, 2750, ex diuisione 1468524, per 534 procreantur, relictis ex diuisione 24, quæ $\frac{24}{534}$ dicēda sunt, & breuius per $\frac{12}{267}$ repræsentantur.

Alia diuisionis exēpla.

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 378 \\
 389040 \\
 \hline
 1122 \\
 \hline
 3789000 \\
 3777 \\
 33
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x \\
 \neq \emptyset \\
 \neq \emptyset \neq \\
 \emptyset \emptyset \neq \\
 x \neq \emptyset \neq \neq \neq \neq
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 24 \\
 \hline
 534
 \end{array}$$

4 ¶ Alium porrò diuidendi modum, tibi demū Facilior ac
expeditior
diuidendi
modus.
excogitauimus: quo laboriosas (dum occurre-
rint) faciliores reddere poteris numerorum di-
uisiones. Scribantur ergo seorsum nouem ele-
menta significatiua, ab 1 in 9 descendendo di-
stributa. Deinde ad læuam vnitatis regionem,
diuisor ipse collocetur. hic postea dupletur: &
productus numerus, subscribatur è regione bi-
narij. Cui duplato numero, ipse diuisor adda-
tur: & inde confurgēs numerus, è regione ter-
narij constituatur. Huic rursus numero, idem
adijciatur diuisor: & qui resultabit, è læua re-
gione quaternarij collocetur. Et sic deinceps,
donec ad nouenariū peruētum sit elemētum.
Vt de numero 54, ex sequenti formula exem-
plum capere vel facilè potes: cuius adminicu-
lo, datus quiuis numerus, per ipsum numerū
54 promptissimè diuidi poterit.

¶ Esto in exemplum datus numerus 78418, Exemplū
per ipsum numerū 54 diuidendus. Subscriptis diuisionis
igitur 54, ipsis 78 vltimis numeri diuiden- per secundū
di elementis: notetur 1 super 4, inter lineas modum.

Facilior ac
expeditior
diuidendi
modus.

Exemplū
diuisionis
per secūdū
modum.

parallelas (nā 54 in 78 semel contineri, prima frōte fit manifestum) & subductis semel 54 ab ipsis 78, relinquentur 24, quę supra notētur, & deleantur 78. Postea renouetur diuisor (priorē cancellato) cui supra respondebūt 244, quę

Diuisor	54	1
Nu. ex continua diuisionis additione producti.	108	2
	162	3
	216	4
	270	5
	324	6
	378	7
	432	8
	486	9

Digiti pro quo numero sumendi

nō sunt in diuisoris formula: accipiat ergo proximē minor numerus 216, & 4 ē regiōe dextra pro quo digito inter lineolas collocādo. Et detractis 216, à 244,

relinquentur 28: quibus supra notatis, & deletis 244, renouetur iterum solito more diuisor. Cui respondebunt 281, quę non sunt in ipsa diuisoris formula: accipiat ergo proximē minor numerus 270, & ad dextrā illius 5, pro quo digito. Subtractis autem 270 ab ipsis 281, relinquentur 11: deleantur ergo 28, & notetur 1 super 8. Tandem constituto diuifore sub residuis 118, accipiat ex præfata formula proximē minor numerus, vtpote 108, & 2 ad dextrā pro quo digito: quo notato, subtrahantur 108 ab ipsis 118, relinquentur 10, quę posita super 54 efficiunt $\frac{10}{54}$. Concludēdū igitur, 78418, diuisa per 54, procreare 1452, relictis. $\frac{10}{54}$. Haud aliter facito, de ceteris quibuscunque numerorum diuisionibus.

De eorundem integrorū reductione. Cap. 6.

REDUCERE EST, NUMERUM potentia grossiorem, in subtiliorem, aut è diuerso reuocare. Grossiores potētia dicūtur numeri, qui extrinsecam denominationem sortiti sunt maiorem: Subtiliores verò, qui minorem. Vt in monetis, franci dicuntur maiores duodenis: & duodeni, turonis itidē maiores. Idē habeto iudiciū, de quibuscūq; similibus.

2 Fit autem reductio numeri potentia grossioris in subtiliorem, per multiplicationem: in hunc qui sequitur modum. Consideretur quot singularia subtilioris contineat vnum singulare grossioris, & per numerum quotum reducendus multiplicetur numerus: producet enim numerus grossioris, in subtiliorē reuocatus. Vt in monetis (verbi gratia) si proponātur 150 franci, in duodenos reducendi, multiplicentur 150 per 20, producentur 3000: tantus est francorum in duodenos reductus numerus. Quòd si eosdē 3000 duodenos, reducere iuuēt ad turonos, multiplicētur 3000 per 12: resultabunt 36000 turoni. Francus enim, continet 20 duodenos: & vnus duodenus, turonos 12. Horum exemplorum, subscriptas libet addere formulas.

Franci reducēdi.	150	Duodeni reducendi.	3000
Duodeni i. franci.	20	Turoni i. duodeni.	12
Duodeni reducti.	3000	Turoni reducti.	36000

Reductio
subtiliorū
in grossio-
ra.

Exemplū.

Reductio verò numeri subtilioris, in nume- 3
rum potentia grossiorem: officio diuisionis sic
absoluitur. prescrutādū est in primis, quot sin-
gularia subtilioris cōficiant vnū singulare gros-
sioris numeri. Nam si per quotum numerum,
subtilior & reducēdus partiatur numerus: pro-
creabitur numerus, ex ipsa diuisione proueni-
ens. Vt si præfatos 36000 turonos, vertere li-
buerit in duodenos, diuidēdi sunt ipsi 36000
turonī per 12: prodibunt 3000 duodeni. Quos
si expediat ad francos reuocare, diuidendus
est idem numerus 3000 per 20: prouenient es-
nim franci 150. Quoniam 12 turoni, efficiunt
1 duodenum: & 20 duodeni, 1 francū. Sequun-
tur prædictorū exemplorum formulæ.

Turonī reducēdi.	3 6 0 0 0	Duodeni reducēdi.	3 0 0 0
Duodeni reducti.	3 0 0 0	Franci reducti.	1 5 0
Turonī 1. duodeni.	3 0 0 0	Duodeni 1. franci.	1 5 0
	3 0 0 0		1 5 0

De residuo
post diuio-
nem.

Porrò si aliquid ex ipsa diuisione (vt plerūq; 4
fit) relinquatur: id à reducendō, aut diuisore
denominandum est numero. Vtpote, si 345
duodenos, ad francos reducere fuerit operæ
pretium: absoluta diuisione
345 per 20, fient pro quoto
numero 17 franci, relictis 5
duodenis, qui vnus franci
 $\frac{5}{20}$ conficere videntur.

Duodeni.	3 4 5
Franci.	1 7
	5 0 0
	5

Notandū.

Reductio itaq; numerorū specie plurimū in- 5
uicem distantū, per continuatā intermediorū

& proximè succedentium numerorum reductionem absoluenda est. Commodius enim reducuntur franci ad duodenos, & duodeni postmodum ad turonos: quàm franci immediatè ad turonos, aut è diuerso. Quod autem hic demonetis in exemplum reuocauimus: de ponderibus, mensuris, atq; similium rerum, vel magnitudinum inuicem reducibilibus partibus, responderet & censendum & operandum esse velim intelligas. Sed hæc satis.

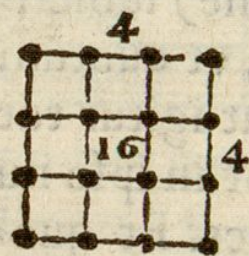
¶ De inuentione quadratæ radicis in numeris integris, Cap. 7.

QUADRATUS NUMERVS est, qui ex ductu alicuius numeri in seipsum producitur: ad similitudinẽ quadrati geometrici, quod per motũ lineæ rectæ iuxta propriam longitudinẽ abstractiuè figuratur. Radix verò quadrata, siue latus quadrati numeri, est numerus per sui ipsius multiplicationem quadratum efficiens numerum. Vt obiecta numeri 16, videtur exprimere figura: cuius latus quodlibet, siue radix est 4, area verò 16 vnitatibus contexta. Quadratam igitur radicem dati extrahere numeri, est numerum artificialiter inuenire, qui in seipsum ductus præfatum restituat numerum, si fuerit quadratus: vel quàm maximũ poterit quadratum, in eodẽ numero contẽtum. Omnis

Quadrati numeri definitio.

Radix quadrata.

Quid inuenire radicẽ quadratã.



Quadratè
multiplica
re.

itaq; numerus, alicuius numeri quadrata vide-
tur esse radix: tametsi non omnes numeri, sint
quadrati. Ducere igitur numerum in seipsum,
& quadratè multiplicare, idem sunt. Sicut tan-
dem omnis figura rectilinea, in quadratū re-
soluitur: sic omnem numerum, per extractio-
nem radices, in quadratum vertere nituntur
Arithmetici. Inuenitur autem radix quadrata
alicuius numeri, per viam diuisionis: hoc ex-
cepto, quoniam in diuisione diuisor ipse cum
diuidēdo proponitur numero, hic verò & di-
uisor & quota radix simul inuestigantur.

Ars inue-
niendi qua-
dratā obla-
ti numeri
radicem.

¶ Vt igitur inuentionis quadratæ radices arti- 2
ficiū, clariū intelligi possit: artem ipsam, cū
exemplo simul discurrere est operæpretium.
Sit igitur (vt ad rem ipsam deueniamus) da-
tus hic numerus 5308416, cuius quadratam
oporteat inuenire radicem. Huius itaque nu-
meri bina elementa, intercidentibus lineolis,
à dextris sinistrorsum progrediendo separen-
tur: nec curandū est, an læua & vltima distin-
ctio, vnicum, vel duo comprehendat elemen-
ta. Duæ postmodum (vt in diuisione) subscri-
bantur parallelæ, futurā radicem, vt quotum
in ipsa diuisione contenturæ. Erunt igitur tot
radicis elementa, siue limites, quot in ipso nu-
mero dato acciderint distinctiones. Et quo-
niā numerus vnico vel duobus elemētis ex-
pressus, radicem habet vnus duntaxat elemē-
ti, & ex læua & vltima distinctione solum
modò relinquuntur, quæ nō faciunt quadratū

Primæ ra-
dicis discus-
sus.

numerū: accipiendus est igitur numerus qua-

I					dratus proximè mi		
5		3 0		8 4		1 6	nor, vtpote 4, cu
2							ius radix est 2, scri
4							benda sub 5 intra
							parallelas. Et sub

tractis 4 ab ipsis 5, reliqua supra notetur vni-
tas. Dupletur tandē ipse radices digitus, fient
4: quę infra parallelas, sub 3, hoc est, immedia-
tē præcedenti limite collocentur. Hoc igitur
modo, primus radices digitus, ex sola nouem
digitorū in sese facta multiplicatione digno-
scitur: quam in expeditiorem omnium inuen-

tionem, obiecta per-
strinximus tabella.

	Digiti.	Qua- drati.
Semel	1	1
Bis	2	4
Ter	3	9
Quater	4	16
Quinques	5	25
Sexies	6	36
Septies	7	49
Octies	8	64
Nonies	9	81

Cōtinet enim ipsa ta-
bella singulos nume-
ros quadratos, ex no-
uem digitis quadratē
multiplicatis resultan-
tes: qui cæteris etiam
radicis poterunt in-
seruire digitis.

¶ Secundus autem ra-
dicalis digitus, in hūc
Secundus
radicis dis-
cursus.

modum consequenter inueniendus est. Diui-
dantur 13, quę duplato respondent numero,
per ipsum duplatū, vtpote per 4, prouenient
3: quę ducta in ipsa 4, faciunt 12, quibus si ad-
datur quadratum ipsorum 3, vtpote 9, confur-
gent 129, quę possunt auferri à 130. Scribātur

C.j.

ergo 3 intra parallelas sub 0, hoc est, dextro elemento proximis lineolis comprehenso. Et ducantur 3 in 4, fient 12: quæ tollantur à supra respondentibus 13, relinquetur vnitas, notanda super 3, deletis eisdem 13. Postea ducantur 3 radicis in sese, fient 9: quæ tollantur à 10, relinquetur iterum vnitas, quæ notetur super 0, ipsis 10 prius deletis. Duplentur tandem 23 inuenta radicis elementa, fient 46: quæ sub 18, ab immediatè præcedenti limite versus læuam, infra parallelas (deleto priori duplato) veniunt annotanda, vt hæc ostendit formula.

x	x	1				
8		3	0		8	4 1 6
2			3			
		4	4		6	

Tertius radice discursus notandus.

¶ Et quoniam super ipsa 46, respondent tantum 18, quæ per eadem 46 diuidi non possunt: idcirco habundaret vnitas, pro tertio radicis digito. Scribenda est igitur 0, intra parallelas, sub 4, loco digiti radicalis, quæ ipsum radicis occupet limitem (Id autem toties obseruetur, quoties duplatus numerus maior fuerit superposito) Deletis postmodum ipsis 46, duplentur rursus 230, hoc est, inuenta radicis elementa, cōsurgent 460: quæ infra parallelas de more collocentur, 0 quidem sub 1, & reliqua suo versus læuam ordine: vt præsens habet numerorum formula.

x	x	1				
8		3	0		8	4 1 6
2			3		0	
		4	4	0	6	0
					4	

Alia extra-
ctionis qua-
dratae ra-
dicis exem-
pla.

integre radici tandē superaddi. Hoc enim mo-
do collecta radix, satis erit propinqua verita-
ti. Velut ex subscriptis elicere poteris exem-
plis, in maiorem eorum quæ diximus elucida-
tionem adiunctis. In quorum primo, numeri
204315, radix integra est 452: relictis 11, quæ
 $\frac{11}{904}$ dicenda sunt, bis enim 452, efficiunt 904.
In secundo autem exemplo, numeri 291612
quadrata radix, est 540: relictis 12, quorum di-
midium (vtpote 6) positum supra radicem, fa-
cit $\frac{6}{540}$, quæ breuius per $\frac{3}{270}$ representantur.
Nunquam tamē, in nō quadratis numeris, ve-
ram habebis radicem: & data quantūvis præ-
cisa, semper tamen præcisior dabitur, vt ex se-
quentibus deprehendere vel facile licebit.

✱	✱	✱	I		✱			
✱	✱	✱	✱	I	✱	✱	✱	I
4		5		2	5		4	0
		✱	✱	✱			✱	✱
				$\frac{11}{904}$				$\frac{6}{540}$

Notandū. Procedimus autem in quadratarū radicum in-
uentione, per binas elementorum dati nume-
ri separationes, & duplationes inuentorū di-
gitorū ipsius radice: quoniam ad procreatio-
nem numeri quadrati, duo similes & æquales
concurrunt numeri, ex quorū multiplicatione
idem quadratus fit numerus. Radix enim qua-
drata in seipsam ducta, binos tales videtur re-
præsentare numeros: quasi bis sumpta, altera
per alteram multiplicetur.

4 **C**ALIVM LIBET ADIVNGERE MO:
 dum inueniendarum non quadratorum nume
 rorum radicum, longè quidem præcisiorẽ cæ
 teris: idq; per fractiones sexagenarias (de qui
 bus libro tertio) Mathematicis familiares. Da
 to itaq; numero, cuius radix quadrata vtcunq;
 præcisa defyderetur, antepone dextrorsum
 quotquot volueris tziphrarum binarios, vtpo
 te, 00, aut 0000, vel 000000. Resultantis in
 de numeri, quadratam (vti nuper docuimus)
 extrahe radicem, neglecto si abundauerit re
 siduo. Tolle postmodũ ab ipsa radice tot ele
 menta dextra, quotus est dimidius anteposi
 tarum tziphrarum numerus: & reliqua versus
 læuam occurrẽtia, pro integra seruato radice.
 Detracta consequenter elementa, multiplica
 per 60: & à producto numero, tolle rursus
 tot elementa dextra, quot sunt adiunctarum
 tziphrarũ binarij: occurrentem autem ad læ
 uam numerum, reponito in primorum minu
 torum ordinem. Ipsa rursus elementa subtra
 cta, duc in 60, & à producto numero, aufer tot
 quot prius elementa dextra: & relictũ ad læ
 uam numerum, fac secundã eiusdem integræ
 radice fractionem, ab ipsis secundis denomi
 natam. Id autem toties cõtinuetur, quousque
 solæ detrahantur tziphræ. Hoc enim modo,
 radicem integram, vnã cum minutis & secun
 dis, vel vltra (si libuerit) satis præcisam obti
 nebis. Quot igitur tziphrarum anteposueris
 binarios, tot habebis fractionum genera: &
 c.iiij.

Radices nō
 quadrato
 rum nume
 rorũ, præci
 siores inue
 nire.

Notandum.

proinde tanto præcisiorem radicem. Item si læuum subductorum elementorum fuerit tzi-phra, illud erit abijciendum: sed prima fractio tunc erit secundorum, absq; minutis.

Exemplū se-
cundi mo-
di inuenien-
darum ra-
dicum qua-
dratarum.

CEsto propositum, inuenire quadratam radicem numeri 28. huic anteponantur in exemplum quatuor tziphrae: cōsurget hic numerus 280000. Cuius radix, per antecedentem doctrinam, est 529, relictis 159 minimè curādis: vt subiecta habet formula. Tollantur ergo 29 (nā duo tziphrarum binarij antepositi sūt) relinqūetur 5, pro integra radice. Ducantur postmodum 29 in 60, fient 1740: tollantur rursus 40, & ipsa 17 reponantur in mi-

			I	
x		z	5	
3	ø	ø	4	9
z	ø	ø	ø	ø ø
5		2		9
x	ø	ø	4	
	x			

		I			
x		z	5		
3	9	6	4	9	
z	8	0	0	0	0
5		2		9	
x	0	0	4		
	x				

nutorum ordinem. Multiplicentur consequenter 40 per 60, producentur 2400: auferantur 00, relinquentur 24, quæ secunda dicentur. Et quoniã vltimò detracta elementa sunt 00, non est vltra progrediendũ. Radix ergo quadrata numeri 28, est 5 integrorum, vnà cum 17 minutis integri, & 24 secundis vnus minuti. Poterunt (si volueris) ipsa 29, in denariã fractionis rationem immediatè reuocari: sic vt 2 significant $\frac{2}{10}$ vnus integri, & ipsa 9 vnus decimæ $\frac{9}{10}$, quæ ferè $\frac{3}{10}$ conficiunt, qualem fractionem haberes per primum extrahendi modum.

Notandum.

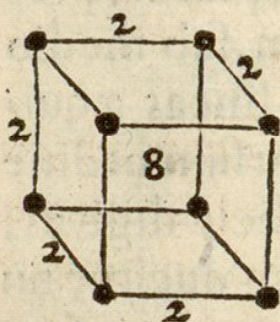
De Cubicæ radicis inuentione, Cap. 8.

I

V B V M S O L E M V S A P P E L ^{Nu. cubus.}

lare numerum, qui ex ductu ^{ali}
cuius numeri in seipsum, & rur
sum in productū generatur. Ra
dix porrò cubica, siue latus ^{Radix cus} cubi ^{bica.}
cum, est ipse numerus supradicto modo ^{mul}
tiplicatus, cubum efficiens numerum. Cubicè ^{Cubicè mul}
ergo multiplicare, est datum numerum in se ^{tiplicare.}
ipsum, & rursus in productū ducere. Et pro
inde cubicā extrahere radicē, est numerū ^{ar} cubicā ^{exs}
tificialiter colligere: qui ductus in se cubicè, ^{trahere ra}
datum efficiat numerū, si fuerit cubus, vel ma ^{dicē quid.}
ximū cubū in ipso numero dato cōprehēsum.

Imaginatur ergo numerus cubus, instar ^{Exemplum} corpo ^{numeri cu}
ris Geometrici sex quadratis ^{bi.}



perficiebus terminati, solidus:
qualem obiecta ipsius octona
rij & cubi numeri videtur repre
sentare figura, cuius latus siue
radix cubica est 2.

- 2 ¶ Vt igitur ad cubicæ radicis inuentionem ^{Summaria}
paucis accedamus: adnima ^{cubicarum}
duertendum est in ^{radicū ad}
primis, ad cubi numeri procreationem, ^{tres}
similes & inuicem æquales concurrere ^{inuentio.} nume
ros. quorum primus ductus in secundum, fa
cit quadratum: qui tandem per tertium ^{mul}
tiplicatus numerum, restituit cubū. quos ^{qui}
dem numeros, radix ipsa cubica ter sumpta re
præsentat. Quæcunque igitur per binarium,
c. iiij.

& vnicam multiplicationem in quadratis absolui-
mus numeris: per ternarium, & geminam
siue cubicam multiplicandi rationem, in cubis
respondenter venit obseruandum. Inuentio
itaq; radicis cubicæ, haud multum dissimilis
est ei, quam de quadratis nuper tradidimus nu-
meris: hoc in primis excepto. Quoniam dati
numeri elemēta, à primo versus læuam inter-
cidentibus lineolis trina separantur: & sub
dextro cuiuslibet ordinis elemento, radicales
constituuntur digiti, qui tot semper erunt,
quot & ipsorum elementorum distinctiones.
Inuentus autem & sub vltimo elementorum
ordine constitutus primus radicis digitus, cu-
bicè multiplicatur: & subtracto illius cubo à
superiori numero, ipse digitus triplatur, pro-
ductiq; numeri primū elementum, sub medio
proximi ordinis elemento, infra lineas æqui-
distantes collocatur, cæteris læuorsum ordine
distributis. Secundus deinde radicis digitus,
vnā cum prius inuēto in triplatum ducitur nu-
merum: & productus inde numerus, per ipsum
digitū (quod nō fit in quadratis) rursus mul-
tiplicatur. Facta postmodum producti subtra-
ctione, à numero supra triplatum posito: is
tandem digitus cubicè multiplicatur, & resul-
tans cubus à residuo tollitur numero. Ambo
demum reperti digiti triplantur: & consurgen-
tis numeri primū elementum, sub medio rur-
sum proximi ordinis elemēto, infra lineas pa-
rallelas constituitur, cæteris versus læuā suam

obseruantibus ordinē. Idē consequēter de ter-
tio digito cū duobus primis, quod de secūdo
cū ipso primo faciendū iussimus, venit respō-
denter obseruandum: atque toties continuan-
dum, quatenus ad primum oblatis numeri per-
uentum fuerit elementum.

- 3 ¶ Tota ergo difficultas artis, ex ipsa radica-
lium digitorum inuentione pendere videtur. Expedita
digitorum
radicalium
adinuētio.
Primum itaq; digitum, & ex singulis digitis
in sese cubicē multiplicatis procreatos nume-
ros, ex hac potes elicere tabella: sumpto ad

	Digiti.		Cubi.
Semel	1	semel,	1
Bis	2	bis,	8
Ter	3	ter,	27
Quater	4	quater,	64
Quinquies	5	quinquies,	125
Sexies	6	sexies,	216
Septies	7	septies,	343
Octies	8	octies,	512
Nonies.	9	nonies,	729

læuam digi-
to, & ad dex-
tram eius cu-
bo. Reliquos
autē digitos
ab ipso pri-
mo, hoc exa-
minabis arti-
ficio. Decu-
pla iā inuen-
tum radice

numerum, solam anteponendo tzipham: &
inde resultantem numerum duc in triplatum,
& per productum diuide numerū ipsi tripla-
to superpositū. Quotus enim ex diuisione pro-
creatus digitus, erit pro radicali sumendus:
dum modò à residuo, & vnà cum dextro ele-
mento consurgēte numero, cubus ipsius digi-
ti subtrahi possit. Secus enim eueniente, di-
gitus ipse sola vnitāte vel ad summū binario

minorandus erit. Hinc patet, quoties numerus triplato suprapositus, per decuplum inuēte radicis numerum diuidi minimè poterit, tzi phram o loco digiti radicalis esse notandam: atq; ipsam radicem, ex eadem o & prius inuētis digitis resultātem esse triplandam, & triplatum ipsum numerum sub lineis parallelis superscripto modo distribuendum.

Exēplū ex
tractionis
cubicæ ra-
dicis.

¶ Sit datus in exemplū numerus 40001688, 4
cuius radix cubica desyderetur. Separatis igitur (vti nunc diximus) elemētis, & subscriptis de more parallelis: offendentur in extremo ordine 40. Cubus autem maximus in eo contentus numero, est 27, cuius radix est 3. notentur ergo 3, sub 40: & ab illis detrahātur 27, relinquitur 13. Quibus
supranotatis: tri-
plentur 3, fient 9,
infra lineas, sub
medio proximi or-

1	3						
4	0	0	0	1	6	8	8
3							
9							

Discursus
secundi ra-
dicalis di-
giti.

dinis (scilicet 001) elemento, vt in hac vides formula, notāda. Postea, decuplentur 3, fient 30: quæ ducta in 9, efficiunt 270. Diuidantur ergo 1300, per 270: prodibunt 4, relicto satis copioso numero. Scribantur ergo 4 sub 1, & ducantur 34 in 9, fient 306: quæ rursus multiplicata per 4, reddunt 1224. His detractis ex 1300, relinquentur 76: quæ notabis super 00, deletis 13. Cubus autem ipsorum 4, est 64: quo subtracto ex residuo numero, scilicet 761, relinquentur 697, scribenda super 761.

$$\begin{array}{r}
 69 \\
 \times 3787 \\
 \hline
 40 \mid 001 \mid 688 \\
 \hline
 3 \qquad 4 \\
 \hline
 8102
 \end{array}$$

Triplentur tãdem
34, fient 102, infra
parallelas, sub 768
(vt hic vides) distri-
buẽda: deleto priũs

triplato numero. His absolutis, decuplen- Tertius ra-
dicis discus-
sus.
tur 34, fient 340: quæ ducta in 102, efficiunt
34680. diuidantur ergo 69768, per 34680,
prouenient 2: quæ locentur sub primo totiũs
numeri elemento, intra lineas parallelas. Du-
cantur postmodum 342, in 102, fient 34884:
hæc rursum per 2 multiplicentur, confurgent
69768. quæ dempta ex supra respondentibus
69768, nihil relinquunt: deletis ergo 69768,
detrahatur cubus ipsius 2 (vtpote 8) à reliqs

$$\begin{array}{r}
 88 \\
 \times 3767 \\
 \hline
 40 \mid 001 \mid 888 \\
 \hline
 3 \qquad 4 \qquad 2 \\
 \hline
 8102
 \end{array}$$

8, nihil tandẽ relin-
quetur. Concludes
igitur, præassumptũ
numerũ 40001688
esse cubũ: & cubicã
illius radicẽ, 342.

- 5 ¶ Cũ autem extracta radice, aliquis (vt ferẽ Notandum
de numeris
nõ cubis.
semper accidit) remanserit numerus: is à tri-
plata radice, vel tertia illius pars (aut tertiæ
parti propinqua) ab ipsa radice denominetur.
Quanto porrò idem residuũ maius fuerit, tan-
to plus numerus datus distabit à cubo nume-
ro, ex integra radice procreato, & magis ac-
cedet ad proximẽ succedẽtẽ cubicum. In ex- Alia inuen-
tionis cubi
cæ radicis
exempla.
emplum horũ residuorũ, sequentes numero-
rũ libuit annectere formulas. In quarũ prima,

numeri 15638 radix cubica est integrorū 25:
 relictis 13, quæ $\frac{13}{75}$ dicenda sunt, ter enim 25 ef-
 ficiunt 75. In secunda porrò formula, numeri
 8120613 cubica radix est 201: relictis 12, quo-
 rum tertia pars est 3, quibus subscribenda est
 ipsa radix in hunc modum $\frac{3}{201}$. Radix ergo cu-
 bica primi numeri, est 25 & $\frac{13}{75}$: ipsius verò se-
 cūdi numeri cubica radix, 201 vnà ferè cū $\frac{3}{201}$.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{cccc} 7 & 1 & 1 & 3 \\ x & 5 & 6 & 3 & 8 \end{array} & \begin{array}{cccc} & & & 2 \\ 8 & 1 & 2 & 0 & 6 & 1 & 3 \end{array} \\ \hline 2 & 5 \frac{13}{75} \\ \hline & 6 \end{array}$$

Non sunt tamen veræ radices: nam in nume-
ris minimè cubis (sicut & in non quadratis nu-
meris) nunquam dabilis est radix quantumuis
propinqua veritati, quin liceat inuenire præ-
cisiorẽ. Nec te prætereant, in naturali serie nu-
merorum, ab 1 vsque ad 1000000, pro decem
numeris quadratis vnicum occurrere cubum.

Ars inue-
niendi ra-
dices cubi-
cas præci-
siores.

QUIVVAT ET ALIVM TRADERE 6
 modum, quo radix non cubi numeri, præcisa
 magis extrahitur: idque rursum per sexagena-
 rias Astronomorum fractiones, quæ vniuersis
 rerum supputationibus indifferenter adcom-
 modari possunt. Anteponantur igitur dato nu-
 mero tot tziphrarũ ternarij, quot libuerit ha-
 bere fractionũ differentias, præter radicẽ inte-
 gram: vtpote 000, vel 000/000, aut 000/000/
 000, & sic quantumlibet, ternario semper ad-
 iuncto thzipharum numero. Consurgentis in-
 de numeri cubica radix extrahatur, vti nunc

præcepimus: neglecto, si contigerit, residuo. Tollantur postmodum ab ipsa radice tot elementa dextra, quot fuerint antepositarum tziphrarum ternarij: quæ autem ad læuam relinquuntur elementa, pro integra radice sumantur. Detracta consequenter elementa, ducantur in 60 : & à producto numero tot dextra subtrahantur elementa, quot dempta sunt ab ipsa radice: relictus autem ad læuam numerus, in minorum redigatur ordinem. Subtracta rursum elementa dextra, per eundem numerum 60 multiplicentur: & à producto numero, tot quot prius subducantur elementa dextra: numerus autem læuorsum derelictus, pro secundis accipiatur. Id'que deinceps cōtinuetur, quatenus detracta elementa sint omnino tziphræ: quæ rursum in vanum per sexagenarium multiplicarentur numerū. Quanto plures igitur anteposueris tziphrarum ternarios, tanto plures fractionum colligentur differentia: & radix proinde cubica tanto percisior. Memineris tamē (vt in quadratis) si detractorum ab ipsa radice elementorum sinistrū fuerit tziphra 0, illud esse reiiciendum: tūcque nulla radice procreari minuta, sed immediate secunda.

- 7 **E**sto propositum inuenire radicem cubicam numeri 37: huic (exempli gratia) duo præponantur tziphrarum ternarij, consurgent 37000000. Quorū radix cubica, per antecedentem doctrinam adinuenta, est 333: relictis

Notandum.

Exemplū secundū modū extrahendæ cubicarum radicum.

73963, quæ nullo modo curanda sunt. Tollan

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 7 & & & & \\
 & & 6 & & & 6 & \\
 x & 8 & & 9 & 3 & 9 & 9 & 3 \\
 3 & 7 & | & 8 & 8 & 8 & | & 8 & 8 & 8 \\
 \hline
 & 3 & & & 3 & & & & 3 \\
 \hline
 & & 8 & & & 8 & 8 & &
 \end{array}$$

tur ergo duo
prima elemen-
ta scilicet 33
(nam duo tzi-
phrarū antepo-
siti sunt terna-

rij) relinquētur ad læuā 3, pro radice integra. Ducantur postmodum 33 in 60, confurgent 1980. à quibus duo prima similiter detrahantur elementa, vtpote 80: nam relicta 19, erunt prima minuta, post integram radicem collocāda. Multiplicentur rursus 80 per 60, producētur 4800: sublatis ergo duabus tziphris 00, ipsa 48 in secundorum redigantur ordinem. Et quoniam elementa detracta sunt 00, non est vltra procedēdum. Radix ergo cubica numeri 37, compræhendit integra 3, minuta 19, secunda 48, quæ ferè conficiunt vnum integri tertium.

¶ De progressionē eorundem numerorum, Cap. 9.

Progreſſio
nis diffini-
tio.



ROGRESSIO EST, NUMERI
rorum secundum æquales unita-
tum differentias, aut proportio-
natas differētiarum rationes, or-
dinata successio. Quæ per æqua-

Progressio
duplex.

les progreditur unitatum differentias, arithmetica dicitur: quæ autem differentiarum proportionem observat, geometrica progressio nuncupatur. Utraque tamen ab unitate, aut

dato quouis numero quantūlibet progrediendo continuatur: nunquam enim dabitur maximus oblatae progressionis numerus: cū numeri progrediātur in infinitum. In primis igitur de arithmetica dicendum.

2. ¶ Progressio quæ arithmetica dicitur, aut omnino inter pares, aut omnino inter impares, aut partim inter pares partim verò inter impares alternatim succedētes offenditur numeros. Si à naturali numerorum ordine ab vnitate in infinitum progrediente, pares separētur numeri: consurget parium, & relinquetur imparium numerorum progressio prima, ex continuata binarij resultans additione. Vt ostendunt duo primi numerorum ordines, succedētis descriptionis. Quòd si progressio à secūdo parium vel imparium exordietur limite, vtpote à 3 aut 4, & ternario progrediatur vnitatum incremento: ea partim ex paribus, partim verò ex imparibus cōstabit numeris. quemadmodū ex tertio & quarto præfatæ descriptionis depræhenditur ordinibus. Quæ si à tertio eorundem parium vel imparium limite fuerit initiata, scilicet à 5 vel 6, & quaternaria progrediatur vnitatum successione: quæ à pari exordietur numero paribus, quæ verò ab impari imparibus cōstabitur numeris. Veluti quintus & sextus ordo, eiusdem descriptionis ostendunt. Progressio rursum à quarto parium vel imparium procedēs limite, vtpote à 7 vel 8, & quinario vnitatum progreditur augmento:

De arithmetica progressionē.

partim rursus paribus, partim verò imparibus cōstabit numeris. Quemadmodū septimus, & octauus ordo præfatæ descriptionis, aperte manifestant. Et sic deinceps quātūlibet: nunc parium, aut imparium numerorum, nunc verò parium & imparium simul alternatim iteratis progressionibus.

¶ Tabula progressionum tam parium, vel imparium, quā parium & imparium simul numerorum.

2	<	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	Impares.
		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	Pares.
3	<	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	> Pares & impares.
		4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	
4	<	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	Impares.
		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	Pares.
5	<	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	> Pares & impares.
		8	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58	
6	<	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	Impares.
		10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	Pares.

Progressio
continua.

Discontinua

Omnes autem supradictæ & similes quæcunque progressionēs, continuæ vocitantur. Est enim progressio continua, in qua eadem unitatum continuatur differentia. Progressio autem, quæ sub duabus aut pluribus comprehenditur differentiis, alternatim interculatis, discontinua dicitur. Cuiusmodi sunt omnes progressionum ordines ipsius antecedentis descriptionis, à quolibet verticalium & imparium numerorum descendendo coassumpti.

Exēpli gratia, ordo initiatus à 3, & finitus in 16, nunc vnitatis, nunc verò binarij alternatim resumpta successione progreditur. Et sic de cæteris.

- 3 ¶ Reliquum est, ostendere qualiter numeri arithmetica successione progredientes (præter traditum additionis artificium) in vnum componantur numerum. Multa enim absconsa, & penè incredibilia (vt alibi ostendemus) vtriusq; progressionis dissoluuntur adminiculo. Compone igitur extremos datæ cuiuscunque progressionis arithmeticæ numeros. etsi parè efficiant numerum, per ipsius numeri dimidiũ multiplicentur ipsorum progressionalium numerorum ordines siue limites: consurget enim eorundem numerorum summa. Si autem ex ipsa extremorũ additione, impar cõsurgat numerus, is in dimidiam limitũ seu progressionalium numerorũ ducatur multitudinem: resultabit enim eorundem numerorũ, sub data progressionē contentorum summa. Accipiantur in primæ partis exemplum, antecedentis primæ progressionis ipsorum parium extremi numeri, scilicet 2 & 22. hi simul iuncti efficiunt 24 parem numerum, cuius dimidium est 12: progressionalium autem numerorum limites sunt 11, quæ ducta in 12 efficiunt 132. Tanta est progressionis summa. In secundæ verò partis exemplum, accipiaturo ordo progressionis discontinuæ à ternario initiatus, & finiēns in 16. Igitur cùm 16 & 3 efficiant imparem
- d.j.

Progressio
nis Arith-
meticę res-
gula notā-
da.

Exēplū. 1.

Exēplū. 2.

numerum, scilicet 19, & limitum multitudo sit 10, quorum dimidium est 5: ducenda sunt 19 in 5, fient 95. Tātum reddunt ipsi numeri discontinuè progressionales simul iuncti.

De geometrica progressionē.

¶ Progressio autem geometrica, ex imparium 4 numerorum linea potissimum colligitur. Duo enim primi numeri, scilicet 1 & 3, conficiunt primum quadratum, vtpote 4: Tres verò primi numeri, videlicet 1, 3, 5, secundum quadratum constituunt numerum, vtpote 9: Quatuor autem primi numeri, vtpote 1, 3, 5, 7, tertium quadratum simul iuncti restituant, nempe 16: Et sic deinceps, vno adiuncto numero, succedens quadratus numerus generatur. Præterea secundus & tertius impar numerus, vtpote 3 & 5, conficiunt primum cubum, videlicet 8: Tres verò sequentes numeri, scilicet 7, 9, 11, secundum efficiunt cubum, vtpote 27: Quatuor deinde succedentes numeri, videlicet 13, 15, 17, 19, tertium cubum restituant numerum, vtpote 64. Et sic deinceps, vno superaddito numero, succedens cubus resultat numerus. Omnis porro quadratus numerus, est medius proportionalis inter radicem & suum cubum: cuiusmodi sunt $8/4/2$, $27/9/3$, $64/16/4$, & sic de cæteris. Adde quod in omni progressionē geometrica primus numerus post unitatem est radix, sequens quadratus, & succedens cubus. In maiorem omnium elucidationē, subscriptas numerorum libuit addere progressionē: Quarum prima sub ratione dupla, secūda

sub tripla, tertia sub quadrupla, quarta verò sub ratione quintupla progressionem geometricam obseruat.

Pro- gressio	dupla	2	4	8	16	32	64	128
	trippla	3	9	27	81	243	729	2187
	quadrupla	4	16	64	256	1024	4096	16384
	quintupla	5	25	125	625	3125	15725	78625

Cum volueris autem numeros geometrica progressionem proportionatos, in vnum colligere numerum: sic facito. Multiplica maiorem & extremum datam progressionis numerum, per numerum à quo ratio ipsius progressionis siue proportio denominatur (utpote per binarium si dupla, aut ternarium si tripla &c.) & à producto numero tolle alterum & minorem extremum numerum, reliquum tandem numerum diuide per numerum vnitatis minorem eo numero, à quo præfata ratio progressionis denominatur: prodibit enim tandem datorum numerorum progressionalium summa. Sub dupla itaque ratione proportionatis numeris, sufficit maiorem extremum duplicare numerum, & à producto auferre minorem: frustra enim reliquus per vnitatem diuideretur, quæ est dimidium binarii, à quo dupla ratio denominatur. Sub tripla autem ratione progrediētibus numeris, idem extremus & maior numerus triplandus est: & deducto à producto minore numero, reliquus per 2 venit diuidendus. Et si quadrupla fuerit progressionis ratio, præfatus numerus quadruplāndus d.ij.

Geometricæ
progressionis
regula.

est, & subducto primo numero, reliquus per 3 diuidendus. Et consequenter ita de cæteris.

Exēplum
regulæ.

Exēpli gratia, in prima supradictarū progressionū geometricarum, quæ sub ratione dupla proportionatur, duplabis 128, fiēt 256: à quibus auferes 2, relinquetur 254. Tāta est ipsorū numerorum summa. Item in secunda progressionē, quæ sub ratione tripla proportionatur, si triplaueris 2187, cōsurgent 6561: à quibus tollēda sunt 3, & relinquetur 6558, quæ diuisa per 2, restitunt 3279. Tanta est igitur eorundem progressionalium numerorum summa. Haud alienum habeto iudicium de cæteris.

**De vero supradictarum operationum
examine, Cap. 10.**

Qua ratio-
ne supradic-
ta capita
veniūt exa-
minanda.



SI IVVET DEMVM ANTE
cedētibus capitib⁹ traditas ope-
rationes examinare, & cōmissum
forsitan errorem dignoscere, id
facies per mutuam reciprocā ve
contrariarum operationum subministratiōē:
non autem (vt vulgares tradunt Arithmetici)
per nouenariam vnitatū subtractionem, quo-
libet elemento absque ratione limitis seorsum
cōsiderato: neq; per septenariam, & binatim
coniunctorum elemētorum earundem vnita-
tum (aut alio quouis modo factam) detractio-
nem. Tales nanq; examinandi rationes, sup-
ponunt id quod quæritur, vtpote, singula
fideliter absoluta fuisse: quemadmodum ex

arithmetiſcis vnde pendent regulis, vel facile colligere licet. Poſſunt autē ipſi numeri, per ipſius 0, vel 9, aut 7 ſuperfluam additionem, aut omiſſionem, tranſpoſitionemve, de induſtria vel ex errore cōmiſſam falſificari: & nihilominus eiufcemodi probandi rationes, fideles (contra rei veritatem) viderentur promittere numeros. His ergo prætermiſſis, & curioſis magis q̃ veris numerorū amatoribus de relictis probationibus: ad facillimas, omniq̃ erroris ſcrupulo carētes examinandi rationes fæliciter accedamus, & ſingula iuxta præcedentium capitum diſcurramus ordinem.

Nouenariæ
ac ſeptena-
riæ proba-
tionis re-
probatio.

2. **ADDITIONE IN PRIMIS PER SUBTRACTIONEM** ſic examinetur. Subtrahatur à numerorum addendorum ſumma quotlibet addendi numeri, vnico dempto: cui ſi reſiduus æqualis fuerit numerus, bene additum eſt: ſecus eueniente, malè. Collectus enim ex ipſa additione numerus, addendos comprehendere debet numeros: & per ſubtractionē diſgregatus, ſingulos ordine reſtituere.

Additionis
examen.

3. **IN SUBTRACTIONE**, verſa vice, per additionē examinanda eſt. Si enim addatur relictus ex ſubtractione numerus, ipſi numero ſubtrahendo: colligi debet numerus, à quo ſubtractio facta eſt. Quod ſi plus, aut minus ex additione reſultet: perperā ſubtractū eſt. Numerus enim à quo facta eſt ſubtractio, & ſubtrahendum & reſiduum continet numerū: is igitur conſurgere debet, ex additione reſidui cū ſubtrahendo

Ut proban-
da ſubtra-
ctio.

d. iij.

numero. Eorum autem quæ nunc diximus, subscriptas accipe formulas.

Mutua præ-
bationis præ-
dictarum
operationum
exempla.

Additio.					Subtractio.				
3	7	5	2	1	5	6	4	4	5
1	8	9	2	4	1	8	9	2	4
5	6	4	4	5	3	7	5	2	1

Multiplica-
tionis exam-
en.

MU L T I P L I C A T I O autem per diuisionem respondēter examinabitur. Cum enim productus ex multiplicatione numerus, toties contineat numerū multiplicandum, quot sunt vnitates in ipso multiplicante: necessum est, vt idem productus numerus per multiplican-tem diuisus, restituat præcisè multiplicandū, si debitè multiplicatio fuerit absoluta. Vbi autem quotus numerus, à multiplicando discrepauerit: iteranda venit ipsa multiplicatio.

vt proban-
da diuisio.

DI V I S I O consequenter, officio multiplic-
ationis versa vice probanda est. Nam si diuisor per quotū numerum, aut è diuerso multiplicetur, & producto numero residuum (si ad fuerit) addatur: consurget præcisè diuidendus numerus. Quod si secus acciderit, diuisio perperam facta est: & ideò rursus discurrenda. Diuisor enim à diuidēdo toties detractus est numero, quot sunt vnitates in ipso numero quoto. Non potest itaq; diuisio fidelius, quàm per ipsam multiplicationem, & è diuerso comprobari. Veluti succedētia multiplicationis & diuisionis confirmare videntur exempla: quorum alterum alterius est examen.

Multiplicatio.

$$\begin{array}{r}
 207 \\
 23 \\
 \hline
 621 \\
 414 \\
 \hline
 4761
 \end{array}$$

Diuisio.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x} \cancel{7} \\
 \cancel{4} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{x} \\
 \hline
 207 \\
 \hline
 \cancel{7} \cancel{3} \cancel{3} \cancel{3} \\
 \cancel{7} \cancel{7}
 \end{array}$$

Supradi-
ctarum p-
bationum
exempla
reciproca.

6^{ta} Q. V A D R A T A E autem radice adinuen-
tio, per quadratam radice multiplicationem
venit examinanda. Nam si datus in primis nu-
merus fuerit quadratus: inuenta radix in seip-
sam ducta, eundem quadratum (modò non er-
raueris) producet numerum. Velut ex subscri-
pto numero 54756 deprehendere potes, cuius
radix quadrata est 234: quæ in seipsam du-
cta, restituit eundem numerum 54756.

Vt exami-
nanda qua-
dratæ radi-
cis adinuē-
tio.

Quadratæ radice
inuentio.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x} \cancel{7} \\
 \cancel{x} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{x} \\
 \cancel{8} \cancel{4} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{8} \\
 \hline
 2 \quad 3 \quad 4 \\
 \hline
 \cancel{4} \cancel{4} \cancel{8}
 \end{array}$$

Probatio per radice
multiplicationem.

$$\begin{array}{r}
 234 \\
 234 \\
 \hline
 936 \\
 702 \\
 \hline
 468 \\
 \hline
 54756
 \end{array}$$

7^{ta} ¶ At si datus numerus minimè fuerit quadra-
tus, ducenda est nihilominus radix in seipsam,
sed producto numero addendū est residuum
integrum, prius q̃ videlicet ex illo fractio à
duplata radice, vel ex ipsius radice dimidio
ab eadē radice denominata conficiatur: Con-
surget enim numerus datus, ni forsitan colli-
gendo radicē ipsam peccaueris. Quēadmodū
ex sequētibz licebit deprehendere formulis.

De radice
numerorū
nō quadra-
torum.

Exemplū.

d.iiij.

In quarum prima, numeri 637 quadrata radix est 25: relictis 12, quæ vel $\frac{12}{50}$, aut $\frac{6}{25}$ dicetur. In secūda verò, ipsa radix 25 in seipsam ducta, facit 625: quibus in tertia formula adduntur relictā 12, confurgit demū idē numerus 637.

Quadratae radice inuentio. Probatio p multiplicationē: Et additionē residui.

$\begin{array}{r} \cancel{2} \quad 1 \quad 2 \text{ residuū} \\ \cancel{6} \mid \cancel{3} \quad \cancel{7} \\ \hline 2 \quad \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \\ 2 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 5 \\ 5 \quad 0 \\ \hline 6 \quad 2 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \quad 2 \quad 5 \\ \text{residuum } 1 \quad 2 \\ \hline 6 \quad 3 \quad 7 \end{array}$
--	--	--

Notādum. Si autem duceretur radix integra vnā cum ipsa fractione in seipsam, iuxta doctrinam sexti capitis succedentis libri secūdi: productus numerus habundaret $\frac{36}{625}$, hoc est, numero ex ductu fractionis in seipsam procreato.

¶ C V B I C A E demum radice inuentionem, 8 per cubicam ipsius radice multiplicationem, consequenter examinare est operæpretium. Igitur si datus numerus fuerit cubus, radix eius cubicè multiplicata, eundem (modò non erraueris) restituet numerum. Veluti si numeri 12167 cubicam radicem (quæ est 23) cubicè multiplicaueris, eundē numerum 12167 procreabis: quemadmodum subscriptæ indicant operationum formulæ.

Exemplū.

Inuētio cubicæ radice. Probatio per cubicam multiplicationē.

$\begin{array}{r} \cancel{2} \quad \cancel{3} \\ \cancel{2} \quad \cancel{3} \mid \cancel{2} \quad \cancel{6} \quad \cancel{7} \\ \hline 2 \quad \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ 2 \quad 3 \\ \hline 6 \quad 9 \\ 4 \quad 6 \\ \hline 5 \quad 2 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad 9 \\ \quad 2 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 8 \quad 7 \\ 1 \quad 0 \quad 5 \quad 8 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 1 \quad 6 \quad 7 \end{array}$
---	--	--

9 Quod si datus numerus non fuerit cubus, De radice
 tunc aliquis extracta radice relinquetur nume
 rus. Ipsa ergo radice cubicè multiplicata, pro
 ducto numero integrum ipsum addendum est
 residuum, ante q̄ scilicet ex illo fractio consti
 tuatur à triplata radice, vel ex tertia parte e
 iusdem residui ab ipsa radice denominata: re
 sultabit enim ipse numerus datus, ni forsitan
 in extrahēda radice peccaueris. Exempli gra
 tia, numeri 12179 radix cubica est 23: relictis
 12, quæ vel $\frac{12}{69}$, aut $\frac{3}{23}$ veniunt appellanda.
 Porro 23 cubicè multiplicata, efficiūt 12167:
 quibus si addātur relictā 12 integra, cōsurget
 oblatus ipse numerus 12179. Vti subscriptæ
 monstrant formulæ. Exemplū.

Cubicæ radicis inuētio. Probatio p multiplicac			tionē radicis cubicā: Et additionē residui.		
I					
4	3	2	2	3	5 2 9
x	z	x	7	9	2 3
2		3	6	9	1 5 8 7
	6		4	6	1 0 5 8
			5	2 9	residuū. 1 2
			1 2 1 7 9		

Si autem multiplicaretur radix ipsa cum fra
 ctione cubicè, vtpote 23 cum $\frac{6}{23}$: longè aber
 raret productus numerus à vera ipsius dati nu
 meri quātitate, velut ipse te docebit calculus. Notādum.

10 RELIQUVM EST, de progressionum De arith
 examine pauca subiungere. In primis itaque metica p
 si progressio fuerit arithmetica, & extremi il
 gressionis
 lius numeri simul iūcti parē fecerint numerū, examine.

diuidenda est summa progressionis, per ipsius numeri dimidium: prodibit enim numerus limitum, siue terminorum ipsius progressionis. Si autem iidem extremi numeri imparē confecerint numerum, diuidenda est eadem progressionis summa, per dimidium ipsorum limitum numerum: procreabitur enim praefatus numerus, ex ipsa extremorum additione resultans. Quod si neutrum horum acciderit, peccatum est in colligenda progressionis summa. Exemplo non videris indigere, si praedicta in memoriam reuocare non graueris.

Geometri-
ca progres-
sionis exa-
men.

GEOMETRICA verò progressio, in hunc¹¹ modum examinanda est. Ducatur in primis summa progressionis in numerum sola vnitate minorem eo, à quo ratio progressionis denominatur, & producto addatur minimus ipsius progressionis numerus, consurgens inde numerus, diuidatur per ipsum numerum à quo praefata ratio progressionis denominatur: Pro-
dibit enim tandē maximus ipsius oblatae progressionis numerus, si illius summa fuerit debite congregata. Si progressio igitur sub ratione dupla proportionetur, nulla opus erit multiplicatione: Si autē sub ratione tripla pgrediatur, multiplicatio per 2, diuisio autē per 3 venit absoluenda, & sic respōden-
ter de cæteris. Resumatur in exemplum, obiecta progressio sub ratione tripla proportionata, cuius

2	1	8	7
	7	2	9
2	4	3	
	8	1	
	2	7	
		9	
		3	
3	2	7	9

Exemplū.

minor numerus est 3, maximus verò 2187,
& omnium summa 3279. Hæc igitur summa
per 2 multiplicanda est, fiunt 6558: quibus
addantur 3, consurgent 6561. Hæc autem
diuisa per 3 (à quibus ratio triplâ denomina-
tur) reddunt pro quoto numero 2187, quan-
tus videlicet est maximus ipsius datæ progres-
sionis numerus. Hæc igitur de probationibus,

examinandisve antecedentium capitum
arithmeticis operationibus (quæ suc-

cedentibus duobus libris, poterunt

respondenter adcomodari) sint

fatis. Consulimus tamen, nō

alio vtendum esse pro-

bationis examine,

quàm singu-

larum operationū sæpius iterato

discursu, cū ipsi numeri ma-

neant ob oculos expositi:

demptis ad summū ra-

dicibus, quæ diffici-

lioris vtcūq; vi-

dētur inue-

stigatio-

nis.

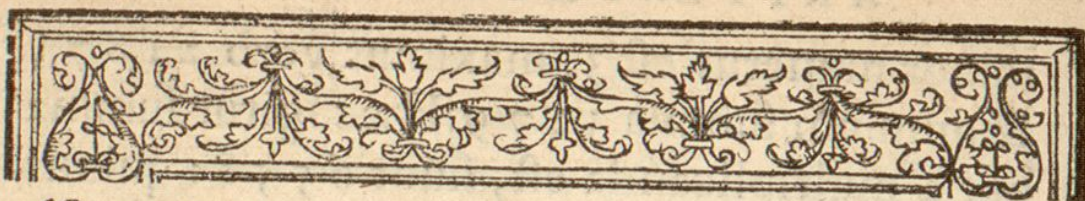


PRIMI LIBRI

Arithmetice practicæ

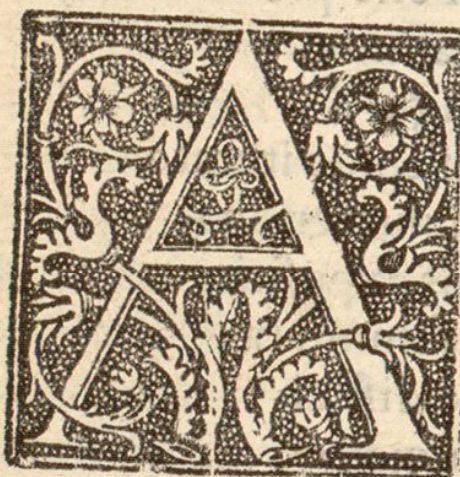
FINIS.





LIBER SECVNDVS
 Arithmeticae practicae, De vulga-
 tis integrorum fractionibus, eorun-
 demve partibus quotis: Eodem
 Orontio Finæo authore.

¶ De origine, expressione, & valore,
 fractionum, Caput I.



ABSOLUTA, QVA POI-
 tuimus facilitate, nume-
 rorum integrorum pra-
 xi, sub vniuersalibus an-
 tecedētis primi libri tra-
 dita capitibus: opere pre-
 tiū est, vt de minutis, si-
 ue quotis eorūdem inte-

grorum partibus (quas vulgares appellant fra-
 ctiones) consequenter differamus.

Quid sit
 integrum.

Integri di-
 uisio.

Quicquid igitur in rerum consistit natura, vel
 abstractum ad continuam, discretamve refer-
 tur quantitatem, & ab vnitate denominatur:
 nomen siue rationem adipiscitur integri. Om-
 ne porrò integrum, in tot partes inuicē equa-
 les descendendo diuiditur, quot sunt numeri
 ab vnitate sursum ascēdendo: vtpote in duas,

quarum quælibet vna secunda, vel dimidia pars ipsius vocatur integri: aut in tres, & quælibet vna tertia eiusdem integri dicitur. Et deinceps in quartas, quintas, sextas, septimas, & succedentes quotas partes, à reliqs numeris denominatas, quantumlibet progrediendo distribuitur. Quasquidem partes quotas, vulgares ob id solent appellare fractiones, quæ magis vulgatæ sint, vel ipsis vulgarium rerum supputationibus familiares. Est igitur fractio, pars aut partiū integri, iuxta numerum datum assignata distributio, siue repræsentatio.

Fractionis
diffinitio.

- 2 ¶ Ad ipsarum autem fractionum expressionē, duobus concurrunt numeri: vtpote, numerator talium partium indicans multitudinem, & denominator qualitatis earundem partium exprimens nomenclaturā. Numerator supra denominatorem, interposita virgula, semper collocatur: & vterque per rectum (sed in primis numerator) exprimitur. Vtpote, si volueris repræsentare duo integri tertia, facies in hunc modum $\frac{2}{3}$: tria vero quarta, sic $\frac{3}{4}$. Et si hanc volueris exprimere fractionem $\frac{5}{7}$: dices illā repræsentare quinque integri septima. Tales itaque fractiones, ad ipsum integrum immediate referuntur: & principales, simplicesque nuncupantur, vnico propterea numeratore atque denominatore contentæ.

Quibus nu-
meris ex-
primantur
fractiones.

Exemplū.

Fractiones
simplices.

- 3 ¶ Nam si aliqua prædictarum partium, vtpote $\frac{1}{2}$, vel $\frac{1}{3}$, aut $\frac{1}{4}$, rationē subeat integri, & in similes (vt ipsum integrum) subdiuidatur

De secundarijs, siue
mixtis fractionibus.

fractiones: hæ secundariæ, siue mixtæ, fractionesve fractionū veniunt appellandæ. In quarum expressione, duo concurrunt numeratores atque denominatores, quorū priores per rectū, posteriores verò per obliquū (instar integri) veniunt exprimēdi: idcirco nulla inter posteriorem numeratorem, & denominatorē ponitur virgula. Exēpli gratia, duo tertia vnius quarti integri hoc modo repræsentantur, $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$: & tria quarta vnius secūdi sic, $\frac{3}{4} \frac{1}{2}$. Quæ igitur per obliquum exprimitur, ad ipsum immediate refertur integrum. Tales porrò fractiones, veluti pestes Arithmeticæ, fugiendæ sunt: & si quas inuitus offenderis, eas ad simplicem reuocabis fractionem, & simplicem ipsam (si id patiatur) ad integra, quemadmodū infra demonstrabitur. Reliquum est, vt de valore fractionum iudicare doceamus.

Exemplū.

Fractiones mixtæ fugiendæ.

De valore fractionū.
Regula 1.

Regula 2.

¶ Simplicium itaque fractionum valorem, his 4 depræhendes regulis. In primis, quoties numerator denominatori fuerit æqualis, talis fractio vnū præcisè valet integrum: Cuiusmodi sunt $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, &c. At si numerator, denominatore sit maior, huiuscemodi fractio tot valet integra, quoties numerator integrū denominatorem compræhendit: atque tot insuper eiusdem nominis partes, quot in ipso numeratore habundauerint vnitates, denominatorem integrare minimè valentes. Velut hæc fractio $\frac{4}{3}$, vnum continet integrum, ac vnum præterea integri tertium: hæc autē $\frac{9}{4}$,

duo integra, & vnū integri quartū. Cū autē ^{Tertia regula.} numerator minor fuerit denominatore, talis fractio nunquam facit integrū: sed tot solum modò integri partes, quot in ipso numeratore sunt vnitates. Vt $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, hoc est, duo tertia, tria quarta, quatuor quinta, &c. Solis ergo fractionibus, quæ minores sunt integro (si fractiones ipsæ prorsus euitari non possint) vtendū esse velim nō ignores: ceteræ enim, ad integra quoad fieri potest reuocandæ sunt. De fractione demum, quæ alterius fractionis est fractio (ad quam, velut ad suum referenda est integrū) idem prorsus respōdenter iudicabis.

- 5 Quæ demum inter supradictas, & inuicem ^{De fractionū æqualitate & inæqualitate.} comparatas fractiones sint æquales, maiores, aut minores: ex subscriptis rursum poteris elicire regulis. Omnes in primis fractiones, quæ ^{Regula 1.} similē inter numeratores & suos denominatores videntur obseruare rationē: potestate sunt æquales, hoc est, eandem integri partem (sed aliter expressam) repræsentantes. Veluti sunt $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, in quibus rationem duplā: vel $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, in quibus sesquialterā: aut $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{15}$, in quibus triplam denominatores ad numeratores simul obseruant rationem. Quælibet enim primarū fractionū, vnum integri dimidium: sequētium verò, duo tertia: & succedentium, vnum solummodò tertium eiusdem integri repræsentat. Inter fra- ^{Secunda regula.} ctiones autem, quæ eundem habuerint nume-
ratorem, denominatores verò diuersos: quæ à

Tertia regula.

minori denominantur numero, cæteris sunt maiores. Quòd si numeratores fuerint diuersi, sed idem versauice denominator: quæ per maiorem exprimentur numeratorem, maiores erunt reliquis. Harum enim (verbi gratia) fractionem, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, prima est maior secunda, & secunda tertia, atque tertia ipsa quarta maior: Idem indicabis de his $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, & similibus quibuscunque fractionibus. Quæ demum diuersos habent numeratores atque denominatores, sunt de necessitate inuicem inæquales: vt $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. Datis porrò duabus fractionibus inæqualibus, si volueris agnoscere quænam illarum sit potestate maior, duc numeratorem vnius in denominatorem alterius: nam ea cuius numerator maiorem procreauerit numerum, maior erit reliqua. Proponatur in exemplum, præfata $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. duc igitur 2 in 5, fient 10: & 4 in 3, con-

10	12	
$\frac{2}{3}$	$\times$	$\frac{4}{5}$

furgent 12. Concludes igitur $\frac{4}{5}$ maiorem integri partem continere, quàm ipsa $\frac{2}{3}$: quoniã 12, sunt maiora 10. Idem habeto indicium de cæteris.

¶ De reductione prædictarum fractionum, Cap. 2.

Fractionum
reductio,
cur cæteris
anteponenda
capitulis.



REDUCTIO, TOTIVS NEGOTIATIONIS vulgarium fractionum videtur esse fundamentum: vtpote, sine qua cæteræ fractionum operationes, commodè tractari non possunt. Semper enim fractionum fugienda est multitudo: quod absque reductione, fieri non

facile potest. Reducere igitur est, integra in liberam fractionem, vel è diuerso: datamve fractionem, in alterius denominationem conuertere: pluresve fractiones, in vnā reuocare fractionem. Vniuersum itaq; reductionis artificium, quinque generalibus regulis perstringemus: quarum duę primę, reductionem integrorum ad fractionem simplicem, aut è diuerso, iuxta sexti capitis antecedētis libri primi traditionem, paucis absoluere docebunt.

Reductio a
nis diffinia
tio.

1 ¶ Cū igitur datum integrorum numerū, ad liberā volueris reducere fractionē, duc ipsum integrorum numerum, in propositæ fractionis denominatorē: productus enim numerus, quę situm numeratorē ostendet, super ipsum denominatorem propositum (interiecta de more virgula) collocandum. Proponantur exempli causa 4 integra, ad septima reducēda. Ducantur ergo 4 in 7, fient 28 locanda supra 7, in hunc modum $\frac{28}{7}$: Concludes itaq; 4 integra reduci ad $\frac{28}{7}$. Eodem modo, 15 integra ad $\frac{165}{11}$ reducētur: vndecies enim 15, efficiunt 165.

Prima regula, de integrorū reductiōe ad fractionem simplicē.

Exemplū.

2 ¶ Si autē è diuerso, simplicem aliquā fractionem, cuius videlicet numerator maior est denominatorē (nā de talibus solū intelligitur reductio) ad integra reducere fuerit operæ pretium, diuidatur numerator, per ipsius fractionis denominatorē: numerus enim quotus, indicabit quot integra in ipsa fractione continentur. At si aliquid ex diuisione relinquatur: id erit fractio minor integro, à reducenda

Secūda regula, de reuocāda fractione simplici ad integrā.

Exemplū. fractione denominata. Sint in exemplum $\frac{28}{7}$, ad integra reducenda. Diuidātur ergo 28 per 7, fient pro quoto numero 4: pronunciabis igitur, $\frac{28}{7}$ ad 4 integra reuocari. Quod si $\frac{29}{4}$, ad integra reducenda proponantur: diuides 29 per 4, prodibunt 7 integra, relicto $\frac{1}{4}$, hoc est, vnus integri quarto.

Tertia regula, vt simplex fractio in aliam simplicem conuertatur.

¶ Tertiò, si fractionem simplicem, in aliam 3 itidem simplicem libuerit conuertere fractionem: animaduertes in primis, non omnem fractionem in aliam quāuis indifferenter esse reducibilem, sed potentia grossiores in subtiliores, & in eam solūmodò denominationē, cuius ipsius fractionis denominator est pars quota. Reduces itaq; facilè secunda in quarta, sexta, octaua, decima, vel duodecima: similiter & tertia in sexta, nona, duodecima, vel quindecima, &c. Cū autem denominatores, solam habuerint vnitatem partem communem: nunq̃ vertes vnā fractionem in alteram, absq; relicta fractione fractionis, quæ modis omnibus fugienda est. Vtpote, tertia in quarta, vel quarta in quinta, aut quinta in sexta vel septima, nō possunt absq; fractione fractionis reuocari: idcirco tales reductiones, prorsus euitandæ sunt. Reliquum est ostendere qualiter fractio simplex, in eam fractionē simplicem, ad quā reducibilis est, conuertatur. Dictum fuit primo huius libri capite, fractiones quarū denominatores suis numeratoribus sunt proportionales, potestate esse inuicem æquales:

Tenor ac origo regule.

quærendus est itaq; numerator, ad quem denominator propositus eandem habeat rationem, quã reducendæ fractionis denominator ad suum denominatorem. Id autem absoluetur iuxta tenorem regulæ quatuor proportionum (quã infra trademus)ducendo propositum denominatorẽ in numeratorẽ reducendæ fractionis, & productum numerum per ipsius fractionis denominatorẽ diuidendo: procreabitur enim reductæ fractionis numerator, supra denominatorẽ propositũ de more collocandus. Esto propositũ in exemplum, vertere $\frac{2}{3}$ ad sexta. ducantur ergo 6 in 2, fient 12: quæ diuisa per 3, dant pro quo numero 4, scribenda super 6, in hunc modũ $\frac{4}{6}$. Concludes igitur, $\frac{2}{3}$ verti in $\frac{4}{6}$, quæ tantam integri partem representant. Haud dissimiliter, $\frac{3}{4}$ reducetur in $\frac{9}{12}$: ter enim 12 efficiunt 36, quæ diuisa per 4 reddunt 9.

¶ Poteris & alia via, talium fractionum absolute reductionẽ. Vide quotã partem efficiat minor denominator ipsius maioris, diuidẽdo eundem maiorem per minorem: & per numerum quotum, multiplica tam numeratorem, quã denominatorẽ eiusdem reducendæ fractionis. Eo namq; modo, reducendam & à minori numero denominatã, in rationẽ maioris & multiplicis denominatoris vel faciliẽ conuertes. Resumantur exempli gratia $\frac{2}{3}$, ad sexta reducenda. Cũ igitur 3 minor denominator, bis contineatur in maiori, vtpote senario:

e. ij.)

Exemplũ.

Alia eiusdẽ regulæ praxi notãda,

Exemplũ.

multiplicabis 2 per 2, fient 4: & rursum 3 per 2, fient 6 scribenda sub 4, in hunc modū $\frac{4}{6}$. Hac igitur via, $\frac{2}{3}$ vertuntur ad $\frac{4}{6}$. Similiter & ipsa $\frac{3}{4}$, ad 9 duodecima. Cū enim 4, in 12 ter cōtineantur: si ducantur 3 in 3, fient 9: & 4 per eadem 3 multiplicata, reddunt 12: scribēda sub 9, vt hic $\frac{9}{12}$. Est igitur hic reducēdi modus perfacilis, & summopere notādus.

Quarta regula, de mixtarum fractionū reductione ad fractionem simplicem.

¶ Sequitur reductio fractionis mixtæ (quæ aliterius fractionis est fractio) ad contingentem fractionem simplicem: quæ in hunc modum absoluenda est. Multiplicentur numeratores adinuicem, & reductæ fractionis procreabitur numerator: Idem fiat de ipsis denominatoribus, & ipsius reductæ fractionis denominator resultabit, sub ipso numeratore collocandus. Si plures autē duobus fuerint in data fractione numeratores & denominatores, primus ducendus est in secundum, & productus numerus in sequentem tertium, & sic deinceps, pro contingente numeratorū & denominatorum multitudine. Sint verbi gratia $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, ad simplicem reuocanda fractionē. Multiplicentur ergo 2 per 1, fient 2 pro reductæ fractionis numeratore: deinde 3 in 4, fient 12 sub ipso binario pro denominatore reponenda, in hunc modum $\frac{2}{12}$. Ergo $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ reducuntur ad $\frac{2}{12}$ integri, quæ breuius per $\frac{1}{6}$ representantur. Proponantur rursum $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$, ad simplicem reducenda fractionē. Ducantur ergo 2 in 3, fient 6, & 6 in 1, redibunt 6: tantus est numerator.

Exemplū.

Deinde 3 per 4 multiplicetur, fient 12, & rursum 12 per 6, consurgent 72: tantus est denominator, sub ipso reductæ fractionis numeratore collocandus, in hunc modum $\frac{6}{72}$. Concludes igitur $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{1}{6}$, reduci ad $\frac{6}{72}$ integri, quæ breuius exprimuntur per $\frac{1}{12}$. Qualiter autem fractiones abbrevietur, proximo dicemus capite.

5 ¶ Cum porrò duæ simplices & diuersæ denominationis fractiones, ad vnā simplicem fractionem proponuntur reducendæ: in hunc facito modum. Multiplicentur in primis denominatores adinuicem, & cõmunis insurget denominator, illius scilicet fractionis, ad quam ambæ fractiones datæ cõmuniter sunt reducibiles. Ducatur postmodum numerator vnus in alternis fractionis denominatorẽ, fient particulares vtriusq; fractionis numeratores: quos si in vnum cõposueris numerum, consurget cõmunis ipsius reductæ fractionis numerator, super ipsum denominatorem solito more collocandus. Exempli gratia, proponantur $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, ad vnā simplicem reducenda fractionem. Ducantur igitur 3 in 5, fient 15: prædictæ ergo fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, vertentur ad integri quindécima. Ducantur consequenter 2 in 5, fient 10: & 4 in 3, fient 12. quæ simul iuncta conficiunt 22, scribenda super 15, in hunc modum $\frac{22}{15}$. Concludes igitur, $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ reduci ad $\frac{22}{15}$ integri: quorũ 10 fiunt ex $\frac{2}{3}$, reliqua verò 12 ex $\frac{4}{5}$. Ipsa porrò $\frac{22}{15}$, per secundam regulam ad 1 integrum, & $\frac{7}{15}$ integri tandem reuocanda sunt.

Quinta regula, de reducendis duabus fractionibus ad vnā fractionem simplicem.

Exemplũ.

Haud dissimili via, $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$ vertentur in $\frac{41}{28}$:
quæ per eandem secundam regulam, ad 1 in-
tegrum, & $\frac{13}{28}$ integri reducentur.

$$\begin{array}{c} 10 \quad 22 \quad 12 \\ \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{15} \text{ vel } 1 \frac{7}{15} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} 21 \quad 41 \quad 20 \\ \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{41}{28} \text{ vel } 1 \frac{13}{28} \end{array}$$

Sexta regu-
la, vt plu-
res q̄ duæ
fract. ad v-
nam reuo-
centur sim-
plicem.

¶ Quòd si plures duabus atque dissimiles fra-
ctiones, ad vnam cōmunem & simplicem fra-
ctionem proponātur reducēdæ: talis reductio
adminiculo proximæ regulæ, in hunc modum
absoluenda est. Reducātur in primis duæ pri-
mæ fractiones ad vnā fractionem simplicem,
vti proxima docuimus regula: & inde collecta
fractio, cum sequenti tertia, ad vnam pariter
simplicem fractionem: atq; inde confurgens
fractio, vnā cum succedenti quarta, ad vnam
rursum fractionem simplicē reducatur: & sic
deinceps, pro datarum fractionum multitudi-
ne. Nec refert, quam datarum fractionum pri-
mam, aut secundam, seu tertiam feceris. Hac
igitur arte, fractio colligetur, quæ datas fra-
ctiones potestate repræsentabit. Offerantur
exempli causa, $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ ad vnam simplicem
reuocanda fractionem. In primis ergo, per an-
tecedētis quintæ regulæ traditionē, $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$
vertuntur ad $\frac{7}{6}$. Ipsa porrò $\frac{7}{6}$ cum $\frac{3}{4}$, effi-
ciunt $\frac{46}{24}$. Concludendum ergo $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, re-
uocari tandem ad $\frac{46}{24}$, quæ 1 valent integrum,
& $\frac{22}{24}$, siue $\frac{11}{12}$ integri. Aut (si volueris) tolle
prius à $\frac{7}{6}$ integrum, relinquetur $\frac{1}{6}$: quod
vnā cum $\frac{3}{4}$, reducetur ad præfata $\frac{22}{24}$, quæ

Exemplū.

breuius exprimuntur per $\frac{11}{12}$. Vti subscriptæ prædictarum reductionū monstrant formulæ.

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \left| \frac{28}{6} \times \frac{18}{4} \cdot \frac{46}{24} \text{ vel } 1 \frac{22}{24} \right| 1 - \frac{4}{6} \times \frac{18}{4}$$

Debent igitur integra ex duarum quarūcunq; fractionum reductione consurgentia, ab ipsis prius detrahi fractionibus, quàm ad succedentem reductionem, aut aliam quamuis operationem deueniatur.

- 7 ¶ Ex supradictis autem regulis facile colligitur, qualiter integra cū fractione simplici vel fractione fractionis, simplēve fractio cū fractione fractionis, aut duæ pluresve fractiones fractionum, & reliquæ demū tum integrorū cum simplicibus aut mixtis fractionibus, tum ipsarum simplicium aut mixtarum fractionum combinationes: ad vnā simplicem reducantur fractionē. Reductis enim integris ad fractionem simplicem per primam regulam, & fractione fractionis ad simplicem itidem reuocata fractionem per secundam: occurrentes fractiones simplices ad vnā fractionem simplicem, iuxta præcedentis quintæ aut sextæ regulæ traditionē, vel facile conuertes. Quarū reductionū exēpla tradere, esset prius dicta, atq; sufficiēter declarata, præter necessitatem refricare: de his ergo satis. Transeundum est consequēter, ad prolixarū fractionū abbreviationē, quæ nō infimā videtur obtinere partē.

Corollarium
de cæteris
integrorū
& fractionum
conmixturis,
ad vnā
fract. simp-
licem re-
ducendis.

De abbreviandis fractionibus, & partium
quotarum inuentione, Cap. 3.

Numeri in
uicē cōmu
nicantes.



VERPE AVTEM EST IN

Arithmetica, & artis plurimū im
pediens facilitatē: cū reductæ
fractiones per numeros inuicem
cōmunicantes, hoc est, alijs par-

tibus, q̄ sit vnitas, inuicem cōmensurabiles re
præsentantur. Quoties igitur ipsæ fractiones
in tales excreuerint numeros, operæpretium
est illarum numeratores atq; denominatores
(detractis prius, & ad læuam positis integris)
ad eos statim reuocare numeros, quos inuicē
primos appellant, quorum videlicet nulla est
pars quota cōmunis, præter vnitatē: tales nan
que numeri sunt omnium minimi, qui eandem
rationē habent cum eis. Et proinde reddunt
fractiones minùs onerosas, & q̄ maximas pos
sunt integri partes repræsentantes. Cōmodis
simū ergo duximus hoc loco prædocere, qua
liter eiusmodi fractiones sint abbreviandæ,
& per eosdem numeros adinuicē primos ex
primendæ: quo facilius pateat aditus, ad reli
quas fractionum operationes.

Numeri in
uicem pri
mi.

Maximam
cōmunican
tiū nume
rorum par
tem quotā
inuenire.

Quærendus est itaq; numerus, qui vtriusq; &
& numeratoris & denominatoris, sit pars quo
ta cōmunis & maxima: in hunc qui sequitur
modum. Partire denominatorem ipsius oblatæ
fractionis, per numeratorē: etsi nihil ex diui
sione relinquatur, ipse numerator quæsitus erit

108: prouenient 4, eisdem 3 pro denominato-
re subscribēda, vt hic $\frac{3}{4}$. Præfata itaq; $\frac{3^2 4}{4^3 2}$ ad
breuiorem non possunt reuocari fractionem,
quàm ad $\frac{3}{4}$: nam 3 & 4 nullam habent partē
quotam cōmunem, præter vnitatem. Sequun-
tur ipsarum diuisionum formulæ.

$$\begin{array}{c|c|c} \cancel{3} & \cancel{4} & \cancel{4} \\ \hline & 3 & \\ \hline \cancel{x} & \cancel{o} & \cancel{p} \end{array} \bigg| \begin{array}{c|c|c} \cancel{4} & \cancel{3} & \cancel{4} \\ \hline & 4 & \\ \hline \cancel{x} & \cancel{o} & \cancel{p} \end{array} \bigg| \begin{array}{c} 3 \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{numerator} \\ \text{denominator} \end{array} \bigg\} \text{abbreviatus.}$$

Corollarium
notandum.

Cū igitur numerator abbreviandæ fractio-
nis, fuerit pars quota denominatoris: tūc obla-
ta fractio ad quā breuissimos redigetur nu-
meros, vtpote, quoniam in locum numerato-
ris sola subrogabitur vnitas.

Alius ab-
breuiendi
modus, faci-
lius præce-
dente.

¶ Possunt nōnunq̃ oblatae fractiones, potissimū
quæ per numeros pariter pares, aut similes
cōmunicātes exprimuntur: absq; præfate quotę
partis maximæ & vtriq; cōmunis īquisitione,
ad breuissimos sic reuocari numeros. Accipia-
tur vtriusq; & numeratoris & denominatoris
dimidiū, & rursum vtriusq; numeri dimidiū,
aut tertia, vel alia pars quota, prout simul oc-
currēt diuisibiles: idq; toties cōtinuetur, qua-
tenus vterq; simul & eodē modo nō possit am-
plius subdiuidi. Vltimi nāq; numeri, erūt mini-
mi ad quos oblata fractio reuocari potest. Ver-
bi gratia, ppositæ fractionis $\frac{36}{48}$, vterq; nume-
rus habet dimidiū, scilicet 18, & 24, & rursum
vterq; dimidiū, vtpote 9 & 12, quorū vterq;
tertiam videtur habere partē, nempe 3 & 4,

Exemplū.

qui numeri nō possunt similem ampliùs obseruare diuisionem:proposita itaq; fractio $\frac{36}{48}$, in primis vertitur ad $\frac{18}{24}$, deinde ad $\frac{9}{12}$, tandem ad $\frac{3}{4}$, omnium fractionum sub eadem ratione cōsistentium breuissimam. Tantam igitur integri portionem reprēsentant $\frac{3}{4}$, quantam $\frac{9}{12}$, aut $\frac{18}{24}$, seu $\frac{36}{48}$:partes enim & equē multiplicia sunt inuicē proportionalia, & quæ proportionales sunt fractiones eandem integri partē (veluti primo dictum est capite)reprēsentant.

4 QUANTVM AD SECVNDVM, vtpote, De cognitiōe partiū quotarū dati cuiusvis numeri. i documētum.
quot partes quotas, & à quibus numeris denominatas, oblatus habuerit numerus:succedentia documenta notentur. Omnis in primis numerus par, habet secundam siue dimidiam partem: impar verò numerus, caret partibus quotis, ab ipso numero pari denominatis. par enim numerus, quouismodo multiplicatus: parem semper efficit numerum.

Cum aliquis numerus alium metitur numerū, 2. documētum.
qui rursus alium numerum (& sic deinceps quantūlibet)metitur, qui dati numeri est pars quota:quolibet ipsorū numerorū, est pars quota eiusdē numeri dati. Exempli gratia, 3 metiuntur 9, & ipsa 9 metiuntur 27, partē quotā numeri 54:aio itaq; 3 & 9, quemadmodū ipsa 27, partem efficere quotam eiusdē numeri 54:nempe 3 decimamoctauam, 9 autem sextam, & 27 dimidiam siue secundam. Numerus, Qualiter numerus aliū metitur numerus
alium metiri seu numerare dicitur numerum (si forsitā exciderit)cū aliquoties sumptus, rum.

eundem numerum integrè restituit : vt 5 ter sumpta, efficiunt 15, similiter & quinquies 3: idcirco 5 per ternarium, vel 3 per quinarium, ipsum numerum 15 metiri dicuntur.

3. documē-
tum.

Item, cū aliquis numerus est quota pars alterius numeri: quotus numerus eiusdem numeri pars erit quota, à priori denominata numero. Exempli gratia, 5 faciunt tertiam partem numeri 15: & 3 igitur versavice quintam. ter enim 5, vel quinquies 3: restitunt 15.

Corollaria
notanda.

¶ Ex his, succedentia deducuntur corollaria. 5. Omnis in primis numerus carens tertia parte, caret & sexta, atque nona: & quicumque numerus habet nonam, habet versavice tertiam. Rursum quilibet numerus carens quarta, caret consequenter octava: & qui habet octavam, habet etiam quartam, & dimidiam, velut habens quartam, ipsam quoque dimidiam partē obtinet. Omnis insuper numerus carens quinta parte, caret responderenter decima: & è diverso, numerus habēs decimam, habet etiam quintam, atq; dimidiam. Item, quicumque numerus par habet nonam, is habet & tertiam & sextam, atq; cēteras eiusmodi quotas partes numeri paris: vt numerus 36, cuius nona est 4, tertia 12, sexta 6, quarta 9, altera seu dimidia 18, & duodecima 3. Si autem id impari acciderit numero, habebit solūmodò tertiā: vt numerus 27, cuius nona est 3, & tertia 9. Nullus itaq; numerus habet tertiā partē, nisi quē metitur 3: aut quartam, prāter eum quem

metitur 4: neq; quintā vel sextam, nisi metiatur à 5 vel 6: & consequēter in hunc modū de septima, octaua, nona, & reliquis succedētibus partibus quotis. Quòd si numerus par diuidatur per 9, & relinquuntur ex diuisione 6: talis numerus carebit nona parte, sed habebit tertiam & sextam. Porro si idem par numerus diuidatur per 8, & superabundent 4: huiusmodi numerus carebit octaua parte, sed habebit quartam, hoc est, partem quotam ab ipso residuo denominatam, dummodò ipsum residuum sit pars ipsius diuisoris, vel ex illius resultans partibus. Omnis tandem numerus, quem non metitur aliquis digitorum (excepta vnitate, quæ communis omnium numerorum est mensura) non habet partem quotam, præter ab aliquo imparium & cōpositorum numerorum denominatā, quos sola metitur vnitas, & primos appellare solemus: cuius modi sunt 3, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, &c.

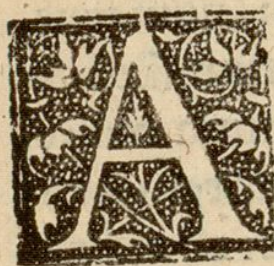
¶ Si volueris igitur agnoscere, an propositus numerus habeat partem quotā, à dato quouis numero denominatam: sic facito. Diuide numerum datum, per denominatorem propositum: & si nihil ex diuisione relinquatur, is habebit partem quotā, à proposito diuisore denominatam: secus autē eueniente, nullam talis nomenclaturæ partem obtinebit. Talis autem pars, semper est numerus quotus ex ipsa diuisione procreatus. Exemplum habes de

Regula generalis.

Exemplū. numero 54, quē offendēs habere tertiā partē scilicet 18, aut sextam vtpote 9: nunquā autem quintā vel septimā, vti subscriptæ monstrant diuisionum formulæ, in maiorē omnium expressionem adiunctæ.

$$\begin{array}{r|l|l|l} \cancel{7} & \cancel{54} & \cancel{54} & \cancel{54} \\ \hline 18 & 9 & 10 & 7 \\ \hline 33 & 8 & 55 & 7 \end{array}$$

¶ De ipsarum vulgarium fractionum additione, Cap. 4.



ADDITIONE VULGARIVM fractionum, altero duorū modorū absoluēda est. Aut enim oblata & inuicem addēdæ fractionēs eiusdem sunt denominationis, vel in eandē conuertibiles denominationem. Aut tales habent denominatores, vt vna in alterā non possit immediatē transmutari.

¶ In primis itaq; si inuicem addendæ fractionēs (vt rem ipsam acu tangamus) eiusdem fuerint nomenclaturæ, vel in eandem faciliē reducibiles denominationem: componendi tantummodò sunt earundem fractionum numeratores adinuicem, & sub inde resultante numeratore, communis denominator subscribendus. Exempli gratia, sint eiusdē nominis fragmenta $\frac{3}{8}$, & $\frac{5}{8}$, atq; $\frac{7}{8}$, in vnā summā colligenda. Componantur igitur 3 & 5 & 7, consurgent 15: quibus subscribantur 8, resultabūt

Prima additionis fractionum regula.

Primum exemplū.

¹⁵/₈. Tanta est propositarum fractionum inuicem additarum summa. Sint rursum $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{12}$, inuicem addenda. Cum igitur tertia & sexta facile vertantur in duodecima, propterea quod 3 & 6, sint partes quotę ipsius duodenarij numeri: reducantur in primis $\frac{2}{3}$ ad duodecima, fient $\frac{8}{12}$: deinde $\frac{5}{6}$ itidem ad duodecima reuocetur, prodibunt $\frac{10}{12}$, per tertiam antecedentis secundi capitis regulam. Componantur demum ipsi numeratores, utpote 7, 8, 10, adinuicem, confurgent 25: quibus subscribantur 12, in hunc modum $\frac{25}{12}$. Ergo $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{12}$, simul iuncta, conficiunt $\frac{25}{12}$. Et quoniam nulla utendum est fractione, quę integrum vel integra comprehendat: reuocanda sunt igitur præfata $\frac{15}{8}$, similiter & ipsa $\frac{25}{12}$, ad integra, per secundam eiusdem secundi capitis regulam, diuidendo numeratorem per denominatorem. Colligetur itaque ex $\frac{15}{8}$ vnum integrum, & $\frac{7}{8}$ integri: ex ipsis autem $\frac{25}{12}$, integra 2, & $\frac{1}{12}$, hoc est, vnum integri duodecimū. Quod semel dictum volumus: ne toties iterata monitione, chartam inutiliter ampliare videamur.

Secundum
exemplū.

Notandum.

2. ¶ Si contingat autem, easdem fractiones inuicem addendas talibus constare vel exprimi denominatoribus, ut nulla possit in alterius denominationem absque fractione fractionis (quę summopere fugienda est) immediate reuocari: hæ veniunt in vnā simplicem fractionem reducendæ, per quintam aut sextam regulam ipsius antecedentis secundi capitis.

Secunda ad
dendarum
fractionū
regula.

Omnis nanq; fractionum additio, est earundē fractionum in vnam simplicem fractionē reductio: at non omnis reductio, additio versa vice censenda est. Offerantur exempli gratia, $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ inuicem cōponenda. Manifestum est, nullam istarū fractionum in alicuius reliquarum denominationem posse conuerti: reducantur igitur $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ ad vnā fractionem simplicem, fient $\frac{7}{6}$, quæ 1 valent integrū, & $\frac{1}{6}$ integri. Subducto igitur integro, reducantur consequenter $\frac{1}{6}$ & $\frac{3}{5}$, ad vnā fractionem simplicem: consurgent tandem $\frac{23}{30}$. Ergo $\frac{1}{2}$, & $\frac{2}{3}$, & $\frac{3}{5}$, simul iuncta, conficiunt 1 integrum & $\frac{23}{30}$ integri: vti subscriptæ monstrant reductionum formulæ.

$$\frac{\overset{7}{\cancel{\frac{3}{2}}} \overset{4}{\cancel{\frac{2}{3}}}}{\underset{6}{\cancel{\frac{1}{2}}} \underset{3}{\cancel{\frac{2}{3}}}} \cdot \frac{7}{6}, \text{vel } 1 \text{ \& } \frac{1}{6} \left| \frac{\overset{23}{\cancel{\frac{5}{6}}} \overset{18}{\cancel{\frac{3}{5}}}}{\underset{30}{\cancel{\frac{1}{6}}} \underset{5}{\cancel{\frac{3}{5}}}} \cdot \frac{23}{30}, \text{ergo } 1 \text{ \& } \frac{23}{30}.$$

Corollarium
de reliquis
fractionū
mixturis in
uicem addendis.

¶ Quoties igitur plures & diuersæ denominationis fractiones, aut fractiones fractionum quæ mixtæ nūcupātur, tum inter sese, tū coniunctim proponētur addēdæ, vel ipsa integra cū simplicibus aut mixtis fractionibus addere fuerit operæpretium: recurrēdū erit in primis ad reductionum præcepta, secundo huius libri expressa capite: deinde per alterutram antecedentium regularum, additio complenda. Nullā enim offendes in eiusmodi fractionū additione difficultatem, si reductionis artem sedula mente notaueris. Quoniam addere in eiusmodi fractionibus, nihil aliud (vti nuper

diximus) esse videt, q̃ plures fractiones in vnā simplicem colligere vel reducere fractionem.

¶ De subtractione predictarū fractionum, Cap. 5.

I



V B T R A C T I O A V T E M Subtractio
nis fractio-
num præ-
ambula.

dictarum fractionum, quemadmodum & illarum additio, duabus absoluitur regulis. In primis enim, aut duæ fractiones propositæ eiusdem sunt denominationis, aut diuersæ, sed quarum altera in reliquæ denominationem reuocari potest: aut talibus exprimuntur denominatoribus, vt altera in alterius nomenclaturā reduci non facile possit. Nam duæ tantummodò, in subtractione fractiones occurrunt: & minor, semper à potentia maiore subtrahitur. quoniā æqualis ab æquali, frustra: maior autem à minore, nunquàm subducitur, veluti de integrorum dictū est subtractione. Quæ autem æquales, aut maiores, aut minores potentia dicantur fractiones: primo huius libri capite, sufficienter declarauimus.

- 2 ¶ Cū igitur subtrahenda & minor fractio, Prima sub-
tractionis
fractionū
vulgarum
regula. eiusdem fuerit nominis cum ea, à qua subtractio facienda est, siue id à principio, seu per reductionem tandem acciderit: auferendus est numerator ipsius minoris & subtrahendæ fractionis, à solo numeratore maioris, & residuo numero alterutrius fractionis denominator subscribendus: is enim exprimet, relictam ex præfata subtractione fractionem. Dentur in

f. j.

Exempla. exemplum $\frac{2}{5}$, à $\frac{3}{5}$ subducenda. Detrahantur itaq; 2 à 3, relinquetur 1, cui subscribantur 5, in hunc modum $\frac{1}{5}$: relinquetur igitur ex ipsa subtractione $\frac{1}{5}$. Proponantur rursus $\frac{3}{5}$, à $\frac{7}{10}$ auferenda. Reducatur in primis $\frac{3}{5}$ ad decima, per tertiam regulam secundi capitis huius libri: fient $\frac{6}{10}$. Tollantur postmodum 6, à 7: relinquetur $\frac{1}{10}$. Haud dissimiliter, si $\frac{5}{9}$ à $\frac{2}{3}$ proponantur auferenda, reduces in primis $\frac{2}{3}$ ad nona, fient $\frac{6}{9}$: à quibus si tollantur $\frac{5}{9}$, relinquetur $\frac{1}{9}$.

Secunda
eiusdē sub-
tractionis
regula.

¶ Quod si altera propositarum fractionum, nō possit in alterius reduci denominationē: utraq; ad vnā simplicem & cōmunem fractionē reducenda est, per quintam eiusdem secundi capitis regulā. Deinde minor fractio à maiori fractione, hoc est, minoris fractionis numerator à numeratore maioris auferendus: residuo sup vtriusq; cōmuni denominatore collocato.

Exempla. Vtpote, si volueris subtrahere $\frac{2}{3}$, à $\frac{4}{5}$: reduces in primis ipsa $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ ad vnā cōmunem & simplicem fractionem, vtpote, ad quindecima, ex quibus 10 fient à $\frac{2}{3}$, & reliqua 12 à $\frac{4}{5}$, velut obiecta reductionis formula monstrat. Auferes itaque 10, à 12, more integrorū: relinquentur 2, hoc est, $\frac{2}{15}$. Eodem modo $\frac{4}{5}$, subducta ex $\frac{5}{6}$, relinquent $\frac{1}{30}$: nam ipsæ fractiones reducuntur ad trigesima, quorum 24 fiunt à $\frac{4}{5}$, & reliqua 25 ab ipsis $\frac{5}{6}$: & 24

$$\begin{array}{r} 10 \quad 12 \text{ residuū.} \\ \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \quad 25 \text{ residuū.} \\ \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{30} \end{array}$$

subducta ex 25, relinquūt 1. Cuius subtractio-
nis, atq; reductionis, obiectā habes formulā.

- 4 ¶ Et proinde manifestum est, si fractio aliqua ab integro vel integris proponatur auferēda, vertendū esse prius integrum in fractionē simplicem, eiusdem cum data fractione denominationis, per primam eiusdem secundi capitis regulam: deinde absoluendā esse subtractionem, vti supradictum est. Et quoniam numerator reducti integri, idem supponitur cū subtrahendę fractionis denominatore: sufficit ipsius fractionis numeratorē à proprio subtrahere denominatore, & residuum ipsi denominatori superscribere, detracta tandem vnitāte ab ipso integrorum numero. Vtpote, si libeat auferre $\frac{5}{7}$, à tribus integris: tollantur 5 à 7, relinquētur 2, quibus subscribantur 7, in hunc modum $\frac{2}{7}$, & tollatur 1 ab ipsis 2 integris. Relinquentur ergo 2 integra, & $\frac{2}{7}$ integri.

Primum, Corollariū de subtractione fractionis ab integrorum numero.

Exemplū.

- 5 ¶ Item, si plures fractiones simplices, aut mixtę (quę fractionum fractiones appellantur) à pluribus simplicibus, aut mixtis fractionibus, vel mixtas adinuicem, integrave cum datis quibuscunq; fractionibus, à solis integris, aut simul cū oblatis fractionum cōmixturis, subtrahere fuerit operępretium: reducenda fore prius singula fractionum genera, cum ipsis integris, ad vnam fractionem simplicem, per ipsius antecedentis secundi capitis regulas, tam videlicet eorum à quibus subtractio faciēda est, quām eorū quę proponuntur subtrahēdas

Secundum corollariū, de reliquis integrorum & fractionum cōmixturis inuicem subtrahendis.

deinde subtractionem ipsam, per alterutram
duarum antecedentium regularum, fore demum
absoluendam. Vides igitur, totum fractionum
artificium, ab ipsa reductione pendere.

¶ De earundem fractionum multiplicatione, Cap. 6.



MULTIPLICATIO NON
minorem videtur obtinere partem
in fractis, quam in integris numeris:
quæ aut inter easdem solummodo
cadit fractiones, aut simul cum

Regula ge
neralis, de
fractionum
inter sese
multiplica
tione.

ipsis tractatur integris. ¶ Fractiones in pri
mis, etiam qualescunque fuerint, hoc modo in
ter sese veniunt multiplicandæ. Ducantur obla
tarum fractionum numeratores, atque denomi
natores adinuicem, tam per rectum quam per
obliquum expressi: & resultantis inde fractio
nis numerator, atque denominator producet
ur. Hanc porro multiplicationem, sic faciendam
esse velim intelligas: ut primus tam numera
tor quam denominator ducatur in sequentem, &
productus numerus in succedentem, & sic de

Primum ex
emplum.

inceps usque ad ultimum. Detur primum fra
ctio simplex, per simplicem multiplicanda fra
ctionem: utpote $\frac{4}{5}$, per $\frac{2}{3}$. Ducantur igitur
4 in 2, fient 8: & 5 in 3, fient 15. Consurgent

Secundum
exemplum.

igitur ex proposita multiplicatione, $\frac{8}{15}$. Pro
ponatur insuper fractio fractionis, per fractio
nis itidem fractionem multiplicanda: verbi gra
tia $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$, per $\frac{3}{5} \frac{1}{2}$. Ducantur ergo 2 in 1,
fient 2: & rursum 2 in 3, fient 6, quæ tandem

per 1 multiplicata non augentur. Productæ itaque fractionis numerator, erit 6. Ducantur cōsequenter 3 in 4, fient 12: & rursum 12 in 5, fient 60: & ipsa demum 60 in 2, consurgent 120. Tantus est ipsius productæ fractionis denominator, sub ipso numeratore reponendus. Producetur ergo ex ipsa multiplicatione $\frac{6}{120}$, quæ breuius per $\frac{1}{20}$ repræsentantur. Eodem modo fractio simplex, per fractionē fractionis, aut è diuerso multiplicabitur. Vtpote, si $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$, per $\frac{3}{4}$, vel è conuerso multiplicare fuerit operæpretium: ducenda sunt in primis 4 in 1, fient 4: & rursum 4 in 3, fient 12. Tantus est productæ fractionis numerator. Ducatur postmodum 5 in 3, fient 15: & rursum 15 in 4, cōsurgent 60, pro denominatore ipsi numeratori subscribenda. Ex ipsa ergo multiplicatione, resultabunt $\frac{12}{60}$: quæ ad breuiorem reducta fractionem, faciunt $\frac{1}{5}$. Haud alienū habeto iudicium, de ceteris quibuscunq; tam simplicibus quàm mixtis fractionib⁹, aut datis quibuscunq; earundem fractionum commixturis inuicem multiplicandis.

¶ In fractionum itaq; multiplicatione, producta fractio potestate minor est vtraq; & multiplicanda & multiplicante: cuius contrarium, integrorum videtur accidere multiplicationibus. Quoniam ab vnitae (quæ rationem habet integri) numeri sursum ascendendo, per continuam ipsius vnitatis multiplicationē in infinitum semper augentur: ab eadem verò

f. iij.

Tertiū exemplum.

Notandum circa fractionū multiplicationem.

vnitate in quocunq; partes suprascripto modo fracta, ipsarum partium distributio continuè descēdēdo potestate minoratur. Hinc fit, vt quemadmodū integra inuicem multiplicata, producant numerū vtroq; integrorum numero maiorem: sic in fractionum multiplicatione, fractio vtraq; minor generetur. Vt ex primo colligere licet exemplo. nam $\frac{8}{15}$ minora sunt $\frac{4}{5}$, aut $\frac{2}{3}$. Idem censeto de cæteris quibuscunque, & eodem modo productis fractionibus.

De multiplicatione fractionis per integra, regula ordine secunda.

AD EVENIENDVM EST consequenter, ad eas fractionum multiplicationes, quæ vnā cum ipsis fiunt integris: quas in quatuor differentias redigemus, & suo declarabimus ordine. In primis ergo, si data fractio per integrorum numerum proponatur multiplicanda: ducendus erit ipsius fractionis numerator, in datum integrorū numerum, & inde producto numeratori eiusdem fractionis denominator subscribendus. At si data fractio, fuerit alterius fractionis fractio: ea primū vertatur in fractionem simplicem, per quartam regulam antecēditis secundi capitis: dein absoluator, vti nunc expressimus, ipsa multiplicatio. In hac itaq; fractionis per integra multiplicatione, solus fractionis numerator pro datorū integrorum augetur multitudine: at non è diuerso. quot & astronomicis, hoc est, sexagenarijs probabis accidere fractionibus, siue minutis. Dentur in exēplum $\frac{3}{7}$, per 4 integra

Notādum.

Exempla.

multiplicanda. Ducantur igitur 3 in 4, fient 12: quibus subscribantur 7, confurgent ex ipsa multiplicatione $\frac{12}{7}$, quæ ad 1 integrum, & $\frac{5}{7}$ integri tandem reuocantur. Sint rursum $\frac{2}{3}$, per 5 integra multiplicanda. Reducantur in primis ipsa $\frac{2}{3}$ ad fractionem simplicem, ut pote ad $\frac{2}{6}$. deinde multiplicentur 2 per 5, fient 10: quibus subscribantur 6, resultabunt $\frac{10}{6}$, quæ 1 valent integrum, & $\frac{2}{3}$, hoc est, duo integri tertia.

- 3 ¶ Secundò, si data fractio, per integra cū fractione proponatur multiplicanda: ducendus erit in primis numerator ipsius datæ fractionis, in integrorum numerum, & productum ipsi denominatori superscribendum, uti nunc expressimus: Deinde fractio in fractionē multiplicanda est, per primā huius capitis regulā: Tandem ambę fractiones in vnam simplicem reducendæ sunt, aut per tertiam, aut per quintam ipsius secundi capitis regulam, detractis semper (quoties excreuerint) integris. Sint verbi gratia $\frac{2}{3}$, per 5 integra & $\frac{1}{2}$ multiplicanda. Ducantur igitur 2 in 5, fient 10, quæ $\frac{10}{3}$ dicentur: Deinde multiplicentur ipsa $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$, fient $\frac{2}{6}$, quæ breuius per $\frac{1}{3}$ repræsentantur, quod vnà cum $\frac{10}{3}$ efficit $\frac{11}{3}$: Tollatur postmodū integra ab $\frac{11}{3}$, relinquetur $\frac{2}{3}$. Ex hac itaq; multiplicatione, confurgent 3 integra, & 2 integri tertia.

- 4 ¶ Tertio, si fractio cum integris, per integra multiplicanda proponatur: ducenda sunt prius

f.iiij.

De multiplicatione fractionis, per integra cum fract. Regula 3.

Exemplū.

De multiplicatione fract. cū integris per integra. Regula 4.

Exemplū.

integra adinuicem, per quartum caput libri primi: deinde fractio per integra multiplicanda, per secundam huius capitis regulam: & à cōfurgēte fractione, subducēda sunt integra, & prioribus adiungenda. Exempli causa, sint 5 integra & $\frac{2}{3}$ integri, per 4 integra multiplicanda. Ducantur in primis 5 in 4, fient 20 integra: deinde $\frac{2}{3}$ in eadem 4 integra, consurgent $\frac{8}{3}$, à quibus 2 subtrahi possunt integra, relictis $\frac{2}{3}$. hæc autem 2 integra, vnà cū ipsis 20, conficiunt integra 22. Ex ipsa ergo multiplicatione, resultant integra 22, & 2 insuper integri tertia.

De multiplicatione fract. cū integris, per integra cum fractione, regula 5.

¶ Quartò & vltimò, si fractio cū integris per 5 integra cū fractione occurrat multiplicāda: in hunc facito modū. Multiplicētur in primis integra p integra, iuxta quarti capitis libri primi traditionem: deinde fractio multiplicāda, ducatur in integra multiplicantia, similiter & fractio multiplicans, in integra multiplicāda, per secundam huius capitis regulam: & inde generatæ fractiones (detractis prius integris) ad vnā simplicem reducantur fractionem: Tandem altera fractionū per reliquam multiplicetur, per primam huiusce capitis regulam, & inde resultans fractio, per primā regulam antecedentis quarti capitis, priori adiungatur fractioni, cum qua eiusdem semper erit nominis, quæ si creuerit ad integri valorē, tollatur integrum, & prioribus addatur integris. Consurget enim demum, integrorū vnà cum

fractione, aut sine fractione numerus, ex præfata multiplicatione productus. Offerantur **Exemplū.** exempli gratia, 5 integra & $\frac{1}{3}$, per 4 integra & $\frac{2}{7}$ multiplicanda. Ducantur ergo primum 5 integra in 4, fient integra 20: deinde $\frac{1}{3}$ in 4 integra, fient $\frac{4}{3}$, quæ 1 valent integrum, & $\frac{1}{3}$ integri: Ducantur consequenter $\frac{2}{7}$ in 5 integra, fient $\frac{10}{7}$, quæ rursus 1 valent integrum, & $\frac{3}{7}$ integri. Colligentur ergo 2 integra, ipsis 20 integris adiungenda: confurgent integra 22. Reducantur postmodum $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{7}$, ad vnā fractionem simplicem, vtpote ad $\frac{16}{21}$. Tandem multiplicetur $\frac{1}{3}$ per $\frac{2}{7}$, fient $\frac{2}{21}$:

Integra. 5 4 20 2 22, $\frac{18}{21}$.	Fractiones. $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}$, id est 1, & $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{7} \cdot \frac{10}{7}$, id est 1, & $\frac{3}{7}$ $\frac{16}{21}$ & $\frac{2}{21}$, quæ faciunt $\frac{18}{21}$	quæ vnā cū $\frac{16}{21}$, conficiunt $\frac{18}{21}$. Resultabunt itaq; ex præassumpta multiplicatione, integra 22, vnā cum $\frac{18}{21}$: Vt hæc ostendit formula.
--	--	--

- 6 ¶ Poteris autem has quatuor fractionum cum integris, & similes quascūq; multiplicationes, per ipsam primam & generalem absolvere regulam: reductis prius integris ad fractionem simplicem, eiusdem cum data fractione nominis. Tunc enim numeratores erunt inter sese multiplicandi, similiter & denominatores: vt producta ex ipsa multiplicatione fractio consurgat, ex qua rursus coalescentia detrahare
- 4 anteceditum regularum, ad primam & vniuersalem notanda reductio.

Exemplū. poteris integra. Resumantur in exēplū prae-
fata 5 integra cū $\frac{1}{3}$, per 4 integra & $\frac{2}{7}$ mul-
tiplicanda. Reducantur itaq; primū 5 inte-
gra ad tertia, fient $\frac{15}{3}$: quæ vnà cum $\frac{1}{3}$, fa-
ciunt $\frac{16}{3}$. Deinde 4 integra ad septima redu-
cta, faciunt $\frac{28}{7}$: quæ vnà cum $\frac{2}{7}$, conficiunt
 $\frac{30}{7}$. Ducantur ergo $\frac{16}{3}$ in $\frac{30}{7}$, iuxta præfatā
regulam vniuersalem, fient $\frac{480}{21}$: quæ tandem
ad integra reuocata, exhibent integra 22, res-
lictis $\frac{18}{21}$. Haud alienum habeto indicium, de
cæteris quibuscunq; integrorum, & fractionū
tam simplicium q̄ mixtarum oblatis, & inuicē
multiplicandis ordinibus, siue cōmixturis.

¶ De diuisione prædictarum fractionum, Cap. 7.



DIVISIO, QVEMADMODVM
& multiplicatio, aut inter ipsas tā-
tū accidit fractiones, aut simul
cum ipsis tractatur integris.

Regulage-
neralis, de
diuisione
fractionis p
fractionē.

¶ Si fractio, per qualemcunq; fra-
ctionem diuidenda proponatur: hanc genera-
lem obseruato regulam. Ducito numeratorem
ipsius diuidendæ fractionis, in denominatorē
diuidentis: & productum numerum, generatē
fractionis facito numeratorem. Quod si deno-
minator eiusdem fractionis diuidendæ, in ip-
sius diuidentis numeratorem ducatur: confur-
get ipsius procreatæ fractionis denomina-
tor, sub præfato numeratore collocandus.

Notādum. Cū igitur fractio maior, per minorem diui-
ditur fractionem: fractio quota demonstrat,

quoties eadem minor in ipsa maiore & diuidenda fractione contineatur. At si minor, per maiorem fractionem diuidi iubeatur: producta fractio tunc indicat, quotam partem siue partes eadem minor ipsius maioris fractionis cōpræhendit. Dentur in exemplum $\frac{2}{3}$, Exēplū 1. per $\frac{1}{2}$ diuidenda. Ducantur ergo 2 in 2, fient 4: deinde 3 in 1, fient solummodò 3, sub ipsis 4 de more notanda. Prouenient igitur ex ipsa diuisione, $\frac{4}{3}$. Et quoniam 4 continent 3 semel, & 1 præterea tertium: concludes $\frac{2}{3}$ continere semel $\frac{1}{2}$, & 1 insuper ipsius $\frac{1}{2}$ tertiū.

Quòd si versavice $\frac{1}{2}$, per $\frac{2}{3}$ supradictò modo diuitantur: fient $\frac{3}{4}$, denominatore in numeratorem, & è diuerso transmutato: quæ fractio, indicabit ipsum $\frac{1}{2}$, efficere tria quarta eorundem $\frac{2}{3}$. Sint rursum $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$, per $\frac{3}{4} \frac{1}{5}$ diuidenda. Duces igitur 2 in 1, fient 2: & hæc in 4, fient 8: quæ tandem multiplicata per 5, faciunt 40. Tātus est numerator generate fractionis. Postea, duc 3 in 4, fient 12: & hæc rursum in 3, fient 36: quæ per 1 multiplicata, non augentur. Tantus est denominator, sub eisdē 40 notandus, in hunc modum $\frac{40}{36}$. Aut (si velis) reduc vtranq; mixtam fractionem, ad fractionem simplicem: vtpote $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$ ad $\frac{2}{12}$, & ipsa $\frac{3}{4} \frac{1}{5}$ ad $\frac{3}{20}$, per quartam regulam secundi capitis huius libri. Deinde multiplica 2 per 20, fient 40: & 12 per 3, fient 36. Habes igitur vtroque modo, $\frac{40}{36}$, quæ reuocantur ad $\frac{10}{9}$: vt sequentes monstrant formulæ.

$$\frac{2}{3} \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \frac{1}{5} \bigg| \frac{2}{12} \times \frac{3}{20} \cdot \frac{40}{36}, \text{vel } \frac{10}{9}.$$

Et quoniam 10, continent 9 semel, & $\frac{1}{9}$: con-
cludes propterea, $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$ continere semel $\frac{3}{4} \frac{1}{5}$,
& nonam insuper illorum partem. Quòd si re-
spondenter diuiseris eadē $\frac{3}{4} \frac{1}{5}$, per ipsa $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$:
procreabis versavice $\frac{36}{40}$, siue $\frac{9}{10}$, denotan-
tia eadem $\frac{3}{4} \frac{1}{5}$, efficere $\frac{9}{10}$ ipsorum $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$.
Non aliter fractionem simplicem per fractio-
nem fractionis, aut è diuerso diuidere poteris:
datasve quocunq; fractiones, per quascunq;
volueris fractionum cōmixturas.

Notandum
circa fra-
ctionū diui-
sionem.

¶ Ex ipsa itaque fractionum diuisione proue-
niens fractio, diuidenda semper est maior: cuius
contrarium, ex integrorū videtur accide-
re partitione. Cū enim vnitas sit veluti me-
dium quoddam, inter numeros ex ipsius vni-
tatis multiplicatione crescendo resultātes, &
partes quotas eiusdem vnitatis fractæ, dimi-
nuēdo potestate deficientes: Fit, vt integrorū
numerus per integra diuisus, reddat numerū
ipsi vnitati, propiorē quā sit diuidendus, &
proinde minorem: Et fractio similiter per fra-
ctionem diuisa, procreat fractionem eidem
vnitati quā sit diuidenda propiorem, & po-
tentia consequenter maiorem. Quanto enim
partes integri, magis ab ipso distant integro:
tanto potentia sunt minores, tametsi à maiori
denominentur numero.

¶ C V M A V T E M integra per simplicem 2

fractionem proponentur diuidēda: sic facito. De diuisione
ne integro
rū per fra-
ctionē sim-
plicem, rea-
gula 2.
Duc fractionis denominatorē in ipsa integra,
& rursum productum numerum in ipsum de-
nominatorem: nam quotæ fractionis, ex ipsa
diuisione procreatæ numeratorem habebis.

Quòd si eiusdem fractionis denominatorem,
per ipsum numeratorē multiplicaueris: nasce-
tur eiusdem quotæ fractionis denominator.

Sint gratia exēpli 5 integra, diuidenda per Exemplū.
 $\frac{3}{4}$. Duc igitur 4 in 5, fient 20: & hæc rursum
in 4, consurgent 80. Tantus est procreatæ fra-
ctionis numerator. Duc postmodum 4 in 3,
fient 12. tantus est eiusdem quotæ fractionis
denominator, sub ipso numeratore reponēdus.
Nascentur ergo ex ipsa diuisione $\frac{80}{12}$, quæ bre-
uius per $\frac{20}{3}$ repræsentantur. Et quoniā 20 cō-
tinent 3 sexies, & $\frac{2}{3}$: concludes præfata 5
integra continere $\frac{3}{4}$ sexies, & $\frac{2}{3}$ præterea
ipforum trium quartorum.

3 ¶ Verum si è diuerso, fractionem aliquam sim-
plicem, per integra diuidere fuerit operæpre-
tium: multiplicandus est denominator ipsius
fractionis per integra, & productus numerus
sub eiusdē fractionis numeratore collocādus. De diuisione
ne fractionis
per integra,
regula 3.

Proponantur in exemplum eadē $\frac{3}{4}$, per ip-
sa 5 integra diuidenda. Duces igitur 4 in 5,
fient 20, scribenda sub 3 in hunc modum $\frac{3}{20}$.
Ergo ex ipsa diuisione, procreabuntur $\frac{3}{20}$: in-
dicantia præfata $\frac{3}{4}$, tantam partem efficere
ipforum 5 integrorum.

4 ¶ Si autem integra cum fractione, per integra

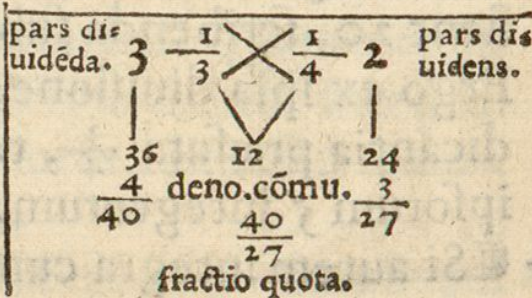
De diuisione
ne integro
rum cum
fract. p in-
tegra cum
fractione,
Regula 4.

itidem cū fractione diuidenda proponantur:
hanc accipe regulam, per quā reductio simul
atq; diuisione absoluitur. Duc vnus fractionis
denominatorem, in denominatorem alterius:
& productum numerum, cōmunem facito de-
nominatorem. Multiplica deinde ipsum com-
munem denominatorem, per integra diuiden-
da: & producto adde numerum, qui ex ductu
numeratoris diuidēdæ fractionis, in denomi-
natorem diuidentis generatur. Nā inde con-
surgens numerus: ipsius quotæ fractionis nu-
merator venit appellandus, ex parte diuiden-
da procreatus. Ducito postmodum præfatum
cōmunem denominatorē, in integra diuiden-
tia: & producto adiungito numerū, ex ductu
numeratoris ipsius fractionis diuidentis, in
denominatorem diuidēdæ procreatum. Nam
inde collectus numerus: pro quoto denomi-
natore venit accipiendus, ex reductione par-
tis diuidētis proueniens. Obijciantur exem-

Exemplū.

pli gratia, 3 integra & $\frac{1}{3}$, per 2 integra &
 $\frac{1}{4}$ diuidenda. Duc itaq; 3 in 4, fient 12, quæ
vocētur cōmunis denominator. Deinde mul-
tiplica 12 per 3 integra, fient 36: quibus adde
4, ex ductu 1 in 4 resultantia, prouenient 40.
Tantus est numerator procreatæ fractionis.

Duc consequēter ipsa
12 in 2 integra, fient
24: quibus adde 3 ex
ductu 1 in 3 proueni-
entia, resultabunt 27.



Tātus est denominator, sub præfatis 40 reponēdus. Ex hac igitur diuisione procreantur $\frac{40}{27}$, quæ valent 1 integrum & $\frac{12}{27}$. De quibus iudicabis, vt supra.

5 ¶ Sed omnes istæ posteriores & similes quotcunq; regulæ, admiculo reductionis, per primam & vniuersalē regulam absolui vel facillè possunt: imò & aliæ quæcunq; cum simplicibus fractionibus, vel fractionibus fractionum inuicem diuidēdæ cōmixturę. Reductis enim prius integris, atq; fractionum fractionibus ad fractiones simplices: cætera, iuxta tenorē ipsius primæ regulę, veniūt ad implēda. In cuius rei gratiam, proximum iterū discurrere iuuat ex-
Antecedētium trium regularū, ad primam & vniuersalē notanda reuocatio.
 emplum. Sint igitur rursum 3 integra cum $\frac{1}{3}$, per 2 integra & $\frac{1}{4}$ diuidenda. Reducantur in primis 3 integra ad tertia, fient $\frac{2}{3}$: quæ vnā cum $\frac{1}{3}$, efficiunt $\frac{10}{3}$. Reducantur consequēter 2 integra ad quarta, fient $\frac{8}{4}$: quibus si addatur $\frac{1}{4}$, resultabunt $\frac{9}{4}$. Diuidātur ergo $\frac{10}{3}$ per $\frac{9}{4}$, iuxta tenorem primæ & vniuersalis regulę: nascentur pro quota fractione $\frac{40}{27}$, quę rursum 1 integrū, & $\frac{13}{27}$ integri repræsētat. Haud aliter facito, de quibuscunq; similibus.

¶ De inueniēda radice quadrata, earundem fractionum vulgarium, Cap. 8.

I **R**ADICES AVTEM IN FRACTIONIBUS vulgaribus, semper erūt duplices. Cū enim ad ipsarū fractionum expressionē duo concurrant numeri, vtpote numerator &
Duplex radix in fractionibus accipienda.

Exemplū
in quadra-
ta fractiōe.

Exemplū
de fractio-
ne nō qua-
drata.

denominator: vtriusq; radix quadrata, per al-
terutrum duorū modorum septimi capitis li-
bri primi, seorsum accipiēda est. Quoniam ra-
dix numeratoris, erit numerator: & ipsius de-
nominatoris radix, denominator quadratę ra-
dicis eiusdē oblatae fractionis. Sit in primis
fractio, cuius vterque numerus sit quadratus:
vtpote $\frac{4}{9}$, quorum radicem iubearis habere
quadratam. Radix itaq; numeratoris, est 2:
ipsius verò denominatoris, 3. Scribe ergo 2
super 3, in hunc modum $\frac{2}{3}$: tanta est radix
quadrata ipforum $\frac{4}{9}$. Sit rursus fractio, cu-
ius neque numerator neque denominator sit
quadratus: vtpote $\frac{5}{11}$. Per primum itaq; mo-
dum præ allegati septimi capitis libri primi,
radix numeratoris erit 2 & $\frac{1}{4}$: ipsius verò de-
nominatoris, 3 & $\frac{1}{3}$. Vnde collecta, & veri-
tati admodum propinqua radix ipforum $\frac{5}{11}$,
erit $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$. Per secundum autem eiusdē
septimi capitis modum (si præcisiores opta-
ueris radicem) antepositis vtrique & nume-
ratori & denominatori tribus tziphrarum bi-
narijs: radix numeratoris erit 2236, ipsius ve-
rò denominatoris 3316, quæ simul faciunt
 $\frac{2236}{3316}$. Hæc autē per sexagenariam fractionis
rationem (vt eodem admonuimus capite) di-
stributa: reddunt tandem pro radice numera-
toris 2 integra, prima minuta 14, secunda 9,
tertia verò 36, quæ non faciunt omnino 2 &
 $\frac{1}{4}$: pro denominatoris autem radice, 3 inte-
gra, prima minuta 18, secunda 57, tertia verò

36, quæ non complent 3 & $\frac{1}{3}$.

2. **CALIVM IVVAT** annectere modum inueniendarum quadratarum radicum, in gratiam non quadratarum fractionum principaliter excogitatum. Proposita igitur quacunque fractione, cuius quadratam iubearis inuenire radicem: mutuato quencunque volueris numerum, & illum multiplica per oblatæ fractionis denominatorem, productumque futuræ radicis denominatorem facito. Ipsum deinde mutuatum numerum ducito in seipsum, & quadratum eiusdem ducito in ipsius datæ fractionis denominatorem, rursumque productum per numeratorem eiusdem fractionis multiplica to: confurgentis demum numeri quadratam extrahito radicem, per primam partem ipsius præallegati septimi capitis libri primi. nam ea erit numerator ipsius oblatæ radicis, supra denominatorem solito more notandus. Repe-
 tantur in exemplum, præfata $\frac{4}{9}$: sitque mutua-
 tus numerus 60. Duc igitur 60 in 9, fient 540:
 tantus est futuræ radicis denominator. Duc
 postmodum 60 in sese, fient 3600: quæ ducta
 in 9, reddunt 32400: & rursum per 4 multi-
 plicata, conficiunt 129600. Quorum radix
 quadrata, est 360: tantus est numerator, super
 eadem 540 in hunc modum collocandus $\frac{360}{540}$.
 Hæc autem $\frac{360}{540}$, reducuntur ad $\frac{2}{3}$: tanta est
 radix ipsorum $\frac{4}{9}$, quantam iuxta primū mo-
 dum nuper adinuenimus. Resumatur iterū,
 ipsa $\frac{5}{11}$: sitque idem mutuatus numerus 60. Si

Modus in-
 ueniendi ra-
 dicē qua-
 dratā, fra-
 ctionib⁹ pe-
 culiaris.

Exēplū. 1.

Exēplū. 2.

duxeris ergo 60 in 11, fient 660: quæ pro futurae radicis denominatore seruabis. Ducatur postmodum quadratum ipsorum 60, hoc est, numerus 3600 in eadem 11, fient 39600: quæ rursus per 5 multiplicata, reddunt 198000. Quorum radix quadrata, est propemodum 445: quæ super ipsa 660 pro numeratore locabis, in hunc modum $\frac{445}{660}$. Hæc autem $\frac{445}{660}$, reducuntur ad $\frac{89}{132}$, quæ valent $\frac{2}{3}$ & vnum ferè quartum vnius tertij: quantam videlicet nuper offendimus quadratam radicem ipsorum $\frac{5}{11}$.

Corollarium. Quanto igitur mutuatus numerus fuerit maior, tanto præcisorem radicem non quadratarum fractionum obtinebis.

Notandum. ¶ Non aliter & iudicandum, & faciendum esse existimato, de cæteris quibuscumque fractionibus: hoc solum adiuncto, quod si data fractio fuerit alterius fractionis fractio, ea prius in simplicem venit reducenda fractionem: Et si fractioni cohæreant integra, ea simul cum fractione ad vnam simplicem fractionem fore reuocanda.

¶ De cubica præmissarum fractionum radice, Cap. 9.

Primus modus extrahendi cubicam fractionis radicem.



AVD DISSIMILIVIA, I
data cuiuscumque fractionis simplicis, cubicæ sunt extrahendæ radices, altera quidem numeratoris, altera verò denominatoris ipsius oblatae fractionis: Idque per alterutrum modum, octauo capite libri primi declaratum.

Quoniam radix cubica numeratoris, erit numerator: & cubica radix denominatoris, ipsius cubicae & optatae radices erit denominator. quemadmodum proximo capite, de quadratis earundem fractionum praedictum est radicibus.

Sit in primis oblata fractio, cuius uterque numerus sit cubus: utpote, $\frac{8}{27}$. Radix itaque numeratoris est 2, & ipsius denominatoris 3, quae simul faciunt $\frac{2}{3}$: tanta est cubica radix ipsorum $\frac{8}{27}$. Esto rursus fractio, cuius neuter numerus sit cubus: utpote, $\frac{10}{29}$. Per primum itaque modum eiusdem octavi capitis libri primi, radix numeratoris est 2 & $\frac{1}{3}$, ipsius autem denominatoris 3 & $\frac{2}{9}$, quae simul faciunt $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9}$: tanta est radix cubica propinqua veritati ipsorum $\frac{10}{29}$. Per secundum porro eiusdem octavi capitis modum, si utrique & numeratori & denominatori geminos anteposueris triphrarum ternarios, & tenorem praeccepti ad vnguem observaueris: offendes radicem cubicam numeratoris esse 215, ipsius vero denominatoris 307, quae simul faciunt $\frac{215}{307}$. Haec autem per sexagenarium articulum solito more distributa, dant pro radice cuba numeratoris 2 integra, & 9 sexagesima siue minuta, quae non faciunt omnino 2 & $\frac{1}{3}$: pro ipsius vero denominatoris radice 3 integra, & minuta 4, secunda vero 12, quae non faciunt praecise 3 & $\frac{2}{9}$, per primum modum adinuenta.

2 **C**ALIVM, velut in quadratis, libet subiungere modum: quo tam cubicae, quam non cubicae

Exemplum 1.

Exemplum 2.
pro non cubis
bis fractionibus.

Alius modus
valde
notandus.

fractionis, radix præcisè admodum extrahitur. Data itaque fractione simplici, cuius radix cubica desideretur, mutuetur rursus (ut in quadraticis) aliquis numerus, per quem oblatae fractionis denominator in primis multiplicetur: nam productus numerus, erit ipsius quotæ radicis denominator. Ipse postea mutuatus numerus ducatur in sese cubicè, & inde generatus cubus per ipsius datæ fractionis denominator cubicè rursus multiplicetur, & productus tandem numerus in eiusdem fractionis numeratorem ducatur, atque resultantis inde numeri cubica radix extrahatur, per primam partem ipsius octavi capitis præallegati libri primi: nam ipsa erit numerator eiusdem optatae radicis.

- Exemplū. 1. Resumantur in exemplū, data nuper $\frac{8}{27}$: sitque mutuatus numerus 6. Duc itaque 27 in 6, fient 162: tantus erit futurae radicis denominator. Postea ducito 6 in sese cubicè, fient 216, quæ ducta in 27, efficiunt 5832, & rursus per eadem 27 multiplicata, reddunt 157464, quæ tandem multiplicata per 8, cōficiunt 1259712, quorum radix cubica est 108: tantus est eiusdem radicis numerator, super ipsa 162, in hunc modum reponendus $\frac{108}{162}$. Hæc autem $\frac{108}{162}$, reducuntur ad $\frac{2}{3}$: tanta est radix cubica ipsorum $\frac{8}{27}$, quantam videlicet per primum modum nuper offendimus. Proponantur rursus præfata $\frac{10}{29}$: sitque idem mutuatus numerus 6. In quem ducantur in primis 29, fient 174: tantus est futurae radicis denominator. Ducantur
- Exemplū. 2.

postmodum 6 in sese cubicè , fient 216 , quæ multiplicata per 29 , efficiunt 6264 , & rursum ducta in eadem 29 , reddunt 181656 , quæ ducta tãdem in 10 , conficiunt 1816560 , quorum radix cubica est 122 : tantus est ipsius cubicæ radices numerator , super eadem 174 collocandus , vt hic $\frac{122}{174}$. Hæc autem $\frac{122}{174}$, reducuntur ad $\frac{61}{87}$, quæ paulo maiora sunt $\frac{2}{3}$: Radix ergo cubica veritati proxima , ipsorum $\frac{10}{29}$, est $\frac{61}{87}$.

Quanto igitur numerus mutuatus fuerit maior : tanto præcisorem radicem cubicam , in non cubicis offendes fractionibus. Corollariũ.

Porrò vbi data fractio fuerit alterius fractionis fractio , aut cum ipsa fractione data adfuerint integra : reducenda erit in primis ipsa fractio mixta , similiter & integra cum data fractione , ad vnicam fractionem simplicẽ. Quemadmodum in cæteris prædictarum fractionum operationibus iussimus obseruandũ. Notandum.

SECUNDI LIBRI

Arithmeticæ practicæ

FINIS.



g. iij.

DEIVSDEM ORONTII,
Liber tertius Arithmetice practicae:
De fractis secundum Astronomos
numeris, siue minutis integrorum
sexagenarijs.

¶ De ratione numeri sexagenarij, ac inde dedu-
ctis integrorum fractionibus, Cap. I.

Cur nume-
rus 60. ab
Astrono-
mis elect⁹
sit,



NON MEDIOCREM I
supputationibus videtur
addere facilitatē: si per
commodiorum numero-
rum integra ipsa frangā-
tur distributiones. Cum
igitur numerus sexage-
narius, cæteris omnibus
intra centenarium cōprehensis numeris, tum
partium quotarum multitudine, tum expedita
multiplicandi atq; diuidendi facilitate (vt suo
loco fiet manifestum) alijsq; nominibus lon-
gè præstare videatur: hunc propterea inter cæ-
teros numeros elegerunt Astronomi, vtpote
quem in frangendis illorum integris, & sup-
putandis cælestium motuum atq; temporum
reuolutionibus, præuiderunt aptissimum.

¶ Præterea, cū celorum motus sit circularis, & circularibus congenitus orbibus: is non potuit cōmodiūs, quā per circuli partes, in certum aliquem redigi calculum. Elegerunt itaq; circulum Solis, cæteris tum dignitate, tum necessitate præferendum, vtpote, ad quem reliquorum syderum motus referūtur: quem circulum, appellant Zodiacum, ad proprium Solis motum, singulo anno, 365 dies naturales & 6 ferè horas complectente, descriptum.

Circulariū
siue astro-
nomicarū
fractionū
origo.

zodiacus
circulus.

2. ¶ Hunc itaque Zodiacum circulum, diuidunt in primis in 12 partes inuicem equales, 12 anni mensibus propemodum respondentes: quæ signa, hoc est, insigniores circuli partes appellantur, sub quibus discurrente Sole, hæc inferiora signanter mutari conspiciamus. Quodlibet inde signum, in 30 partes inuicem pariter æquales diuidunt, numero dierū vnius mensis ferè respondentes: quæ ipsius circuli (vt dies naturales ipsius temporis) integra dicūtur, & peculiari nomine vocitantur gradus. Vnumquēq; porrò gradum, in sexagenarias minutorum subdiuidunt distributiones. Vnde quælibet sexagesima pars ipsius gradus, vnū primum nuncupatur minutum: quælibet autem minuti pars sexagesima, vnum secundum: & quælibet sexagesima pars ipsius secundi, vnū tertium: & deinceps hoc modo, quantumlibet vltra progrediendo. Hæ autem graduum siue integrorū per sexagenarium numerum obseruatae distributiones, fractiones appellantur

12 zodiaci
signa.

Signi gra-
dus 30.

Graduum
fractiones
sexagena-
riae.

astronomicæ: quarū quæ à maiori denominantur numero potentia sunt minores, quemadmodum de vulgaribus dictū est fractionibus.

De cæteris
circulis à
Zodiaco.

¶ Hanc præterea signorum, graduum, atque fractionum sexagenariam partitionem: observant & alij quicunq; circuli, ad ipsius Zodiaci & primarij circuli imitationē. Sed ipsius Zodiaci signa, proprias habent nomenclaturas (de quibus capite secundo, libri secūdi Sphæræ nostrę siue Cosmographiæ, abundē dictum est) cæterorum verò circulorum signa, solis exprimuntur numeris.

De tēporū
aliarūve
rerum fra-
ctionib⁹ se-
xagenarijs.

¶ Haud dissimiliter, integra tēporis, hoc est, 3 dies singulos naturales, in 60 partes inuicem æquales nōnulli diuidunt Astronomi, quę dierum vocantur minuta: & minutum quodlibet, in 60 secunda: & deinceps in tertia, quarta, quinta, &c. Sed ipsi dies naturales, communiter diuiduntur in 24 horas æquales: & hora quælibet, in 60 minuta: & minutū quodlibet, in 60 secunda: & sic consequenter, sexagenaria quantūvis continuata distributione. Idem quoque fit de horis, quæ inæquales appellantur. Adde, quòd partes linearum rectarum, in circulo subtensarum (quæ chordæ, vel sinus recti nūcupantur) hanc sexagenariā fragmentorum partitionem responderenter observāt: & alia quamplurima, quæ sigillatim recensere longum esset.

Recolles-
tiones, itis
dem sexa-
genariæ.

¶ Quemadmodum præterea à circuli gradibus 4 vel integris, eiusdem circuli fractiones per

continuum diuisionē sexagenariam potestate decrescunt: sic ex eisdem gradibus sursum ascendendo, sexagenariæ nonnunquam obseruātur recollctiones, tanto quidem potestate maiores, quāto plus distant ab ipsis gradibus. Ex 60 nanque gradibus, colligitur vnum signum, duo cōmunia comprehendens signa: ex 60 verò signis vnum primū, & ex 60 primis vnum secundū, & sic deinceps quantumlibet ascendendo. Haud dissimiliter in temporis partitione, ex 60 diebus vnum primum maius colligitur: & ex 60 primis vnum secundū, & sic deinceps quantumlibet, sed raro transcenditur quartū. Id autem fit, vt sub breuissimis numeris, multæ circulationes, tēporūmne reuolutiones includantur: atque vt sexagenarij numeri supputando continuetur cōmoditas. Quemadmodum in plærisque tabulis astronomicis, cuiusmodi sunt Alphonsinæ, videmus obseruatum.

§ CAD IPSARVM autem fractionū astronomicarum expressionem deueniendo, illud in primis vniuersaliter obseruandum est: vt quæ potentia sunt maiores læuorsum, minores verò dextrorsum, congruis represententur elementis, & suo distribuātur ordine, vnaquaque fractionis differentia proprio insignita titulo. Et si duos, aut plures earundem fractionum simul oporteat exprimere ordines (vt in sequentibus continget operationibus) obseruetur earum quæ eiusdem sunt nominis debita

Documenta generalia in fractionū expressione seruanda.

respondētia: sic vt signa prioribus subscriban-
tur signis, & gradus gradibus, atq; minuta mi-
nutis, & reliqua reliquis. Quòd si forsitan ali-
qua fractionum intermediarum species, expri-
menda minus occurrerit, vtpote, minuta cum
tertijs, nullis intercidentibus secundis: locus
illius vnica, aut gemina tziphra venit occu-
pandus. Adde, quòd signa cōmunia, in maio-
ra signa colligenda sunt, & relictī gradus pau-
ciores 60, vnā cū occurrentibus gradibus suo
loco notandi prius, q̃ operationem aliquā per
sexagenariā adgrediari supputandi rationē:
Finito enim calculo, ipsa maiora, hoc est, sexa-
genaria signa, in cōmunia (quę 30 solummodò
gradibus constant) reuocare vel facilè licebit.

¶ De fractionum astronomicarū additione, Cap. 2.



DITIONEM, ATQVE
reliquis succedētes astronomica-
rum fractionū operationes, haud
dissimili via docebimus absolue-
re, quæ de integris libro primo tra-

dita est: idem scilicet de singulis obseruando
fractionum differentijs, quod illic de solis ele-
mentis faciendum admonuimus. ¶ Dispositis
itaque addendarum fractionum ordinibus, vti
proximo iussimus capite: à dextris & subtilio-
ribus additio venit initianda, & speciatim ver-
sus læuam prosequenda, singularum fractio-
num vnitates, postea denas, solito more colli-
gendo. Quoties autē alicuius fractionis denæ,

Additionis
fract. astro-
nomicarū
summaria
regula.

in plures 5 resultauerint: pro quibuscumque 6 denariis, vnitas proximè succedenti versus læuam ordini siue speciei venit adijciēda, & reliquus subscribendus numerus, qui nunquā excedat 59. Cū porro deuentū fuerit ad gradus, pro quibuscumque 30 gradibus vnum cōmune signū colligatur: vel ex 60 gradibus 1 signum maius, vbi sexagenariam operæpretium erit continuare distributionem. Etsi additione finita, collecta signa circulum exuperauerint: tollendæ sunt integræ circuli reuolutiones, quoties id fieri permittetur, ni forsitan operationis canon contrarium obseruare compellat. In horarijs porro temporum fractionibus, cū ad ipsas peruentum fuerit horas, pro quibuscumque 24 horis, vnus dies colligendus est, & reliquis addendus: à quibus quidem diebus, quemadmodum & rectarum linearū partibus siue integris, nihil erit detrahendum.

Integræ circuli reuolutiones tollendæ.

- 2 ¶ Proponantur in exemplum, tres subscripti fractionum astronomicarum ordines, à vulgaribus signis (quorū quodlibet, 30 cōplectitur gradus) vsq; ad tertia distributi: sub quibus, transversalis designetur lineola. Et cōponantur in primis ipsa tertia, instar integrorum, fient 73: à quibus tollantur 60, relinquentur 13, sub tertiorum ordine notanda. Coaceruentur postmodū secunda, & inde resultanti numero addatur 1, pro detractis nuper 60 tertijs, consurgent secunda 93: à quibus auferantur rursus 60, relinquentur 33, scribenda sub

Exemplū. additionis fract. astronomicarū.

secundorum titulo. Ratione autē ipſorum 60
secundorum , addatur conſequenter i præce-
dentibus minutis inuicem cōpoſitis , resulta-
bunt minuta 132 : à quibus poſſunt auferri bis
60, relictis 12. Quibus ſubſcriptis, congregen-
tur gradus , & producto numero addantur 2,
pro nuper detractis bis 60 minutis , conſur-
gent gradus 68 : à quibus poſſunt auferri bis
30 (quæ 2 efficiunt cōmunia ſigna) relictis 8
gradibus. Subſcribantur ergo 8 , & addantur
2 ipſis ſignis inuicem collectis, reſultabunt ſi-
gna 15 : à quibus ſubducantur 12 , integrum
efficientia cir-

culū, relinquen-
tur 5. Quibus
ſubſcriptis, cō-
ſurgēt ex præ-
fata trium or-

Signa.	Gradus.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
8	25	36	53	30
5	23	45	00	27
2	18	50	39	16
5	8	12	32	13

dinum additione ſigna 5 , gradus 8 , minuta
12, ſecunda 32, & 13 tertia.

Aliud exē-
plū, de tē-
poris fract.
inuicē ad-
dendis,

¶ In maiorem ſingulorum expreſſionem, ſub 3
ſcriptam libet addere formulam: in qua totidē
fractionū temporis proponuntur ordines , ab
ipſis diebus (quorū quilibet , 24 cōplectitur
horas) vſq; ad tertia diſtributi. Quorū additio
in hoc ſolū diſ-

crepat à p̄xima,
quoniā pro qui-
buſlibet 24 horis
vn⁹ colligit dies:
& ipſi dies tandē

Dies.	Horæ.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
27	19	50	56	28
19	16	39	41	17
15	20	00	43	9
63	8	31	20	54

reuocantur in menses. Habes igitur ex hac additione proposita, dies 63, horas 8, minuta 31, secunda 20, tertia 54.

¶ Quod si forsitan signa fuerint maiora, in 60 Notandum gradus distributa, vel ipsi dies in 60 minuta frangantur: continuanda erit additio, pro ratione sexagenarij numeri, vt in ipsis graduum & horarum obseruatur fractionibus.

¶ De Subtractione predictarum fractionum, Cap. 3.

SUBTRACTIO AVTEM fractionum astronomicarum, in hunc modum responderet ab soluenda est. Disponantur in primis vtriusque ordinis fractiones, vti proximis dictum est capitibus: sic tamen, vt subtrahendus ordo inferiorem locum obtineat. Duo enim tantum in subtractione concurrunt fractionum ordines, vtpote, is a quo facienda est subtractio, & subtrahendus: sub quo, linea recta de more producenda est. Deinde, a minima fractionum exordiendo differentia, subtrahantur singulae fractiones inferiores, a singulis superioribus & eiusdem generis fractionibus, veluti capite tertio libri primi, de integrorum dictum est subtractione: subnotatis infra lineam transversalem residuis numeris.

2 ¶ Cum porro denarum subtrahendarum fractionum, a superioribus denis auferri non poterunt: tollantur ex 60, & residuum vna cum sursum occurrentibus denis subscribatur. Ratione autem

Subtractionis fractionum astronomicarum, regula generalis.

Quando inferior fractionis a superiore non potest auferri,

De gradibus signorum communium.

numeri 60, à proximè maiori fractione potentia mutuati, iungenda est vnitas proximè maioris & subtrahendæ fractionis vnitatibus: & confurgens inde numerus, à superiori solito more tollendus. Vbi autè ad gradus perueneris, & signa fuerint cõmunia: tolles huiusmodi denas inferioris numeri à 30, & residuũ cum superiore subscribes numerum, addèsque signis ipsius ordinis subtrahendi vnitatem.

De horis dierum.

At si fractiones ipsæ fuerint non circuli, sed tēporis, & inferiores horæ à superioribus auferri non possint: hæ subducendæ sunt ex 24, & residuus horarum numerus cum superscripto infra lineam annotādus, addita tunc vnitatem ipsis diebus subtrahendis. Item, quoties in supputationibus astronomicis, maior signorum numerus (vt plerunq; fit) à minori proponetur auferendus: mutuanda erit integra reuolutio circuli, 6 maiora, vel 12 minora signa comprehendens (quæ in additione reijcitur) & facta subtrahendorũ signorum detractio,ne, residua infra lineam sunt annotanda.

De signorum subtractione, notādũ.

Exemplũ subtractionis fractionis astrono.

¶ Offerantur exempli gratia, 8 signa communia, gradus 21, minuta 12, secunda 25, tertia 37: auferenda à 6 signis itidem communibus, gradibus 15, minutis 4, secundis 30, & 49 tertijs. Tollantur itaque primũ 37 tertia, à 49 tertijs: relinquantur 12, directè subscribenda. Auferantur deinde 25 secunda, à 30 secundis: relinquantur 5, suo loco infra lineam designāda. Postea, quoniam 12 minuta non possunt

auferri ex 4 minutis : tollantur igitur ex 60, relinquentur 48, quæ vnà cū ipsis 4 efficiunt 52. Subscribantur ergo 52 : & ratione mutua- ti numeri 60, adde 1 subtrahēdis gradibus, fi- ent gradus 22. qui cū non possint auferri à 15: tollantur à 30, relinquentur 8, qui vnà cum ipsis 15 efficiunt 23. Subscribantur ergo 23: & addatur 1 subtrahēdis signis, fient 9. quæ rur- sum non possunt auferri à 6: subducantur igitur ex 12, relinquentur 3, quæ vnà cum ipsis 6 efficiunt 9, sub

Signa.	Gradus.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
6	15	4	30	49
8	21	12	25	33
9	23	52	5	12

signorū scribē da titulo. Re- linquentur igitur ex propo- sita subtractione, signa communia 9, gradus 23, minuta 52, secunda 5, & 12 tertia.

¶ Examine- tur in maiorem omnium fidē, succedens fra- ctionum temporis formula. In qua dies 67, horæ 20, minuta 39, secunda 36, tertia 54, au- feruntur à diebus 154, horis 15, minutis 30, se- cundis 48, tertijs verò 27: & relinquunt dies 86, horas 18, minuta 51, secunda 11, tertia de- niq; 33. Ad subtractionē itaq; horarū 21 (nā ex minutis, resumēda est hora 1) mutuātur horæ 24: à quibus subductis 21, remanēt 3, quæ vnà cū 15 efficiūt 18.

Dies.	Horæ.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
154	15	30	48	27
67	20	39	36	54
86	18	51	11	33

Cætera vero à, præmissa subtra- hēdi ratione nō discordant.

Aliud exē- plum, in tē- poris fracti-

De earundem fractionū multiplicatione, Cap. 4.



MULTIPLICATIO ATQVE
diuifio in his fractionibus astro-
nomicis, quemadmodum & in
integrīs numeris, præcipuas in
ſupputationibus videtur obtine-
re partes: vtpote, quoniam aſtronomici cano-
nes, ex quatuor proportionalium regula pen-
dentes, partim multiplicationis, partim verò
diuiſionis abſoluuntur officio. Duo autem, in
fractionum aſtronicarum multiplicatione
veniunt conſideranda. Primum eſt, denomi-
natio producti ex duarum quarumvis fractio-
num multiplicatione numeri: alterum eſt ipſe
diuidendi modus, quē duplici via nitetur red-
dere facilem.

Inuētio de-
nominatio-
nis produ-
ctarum fra-
ctionum.

In expeditam primi adinventionē, ſequentē
ordinanimus tabellam. In quam ſi lateraliter
ingrediaris, hoc eſt, ſi denominatorem multi-
plicandæ fractionis in vertice, multiplicantis
verò in læuo & extremo latere, aut è diuerſo
ſumpſeris: offendes ad communem vtriuſq;
angulum, ipſius productæ fractionis denomi-
nationem. Vt ſi libeat agnoſcere, qualis fra-
ctio generetur ex ductu tertiorum in quarta,
accepta quartorum denominatione ad ipſius
tabellæ verticem, ipſorum verò tertiorū de-
nominatione in ordine læuo: offendes ad com-
munem vtriuſq; angulum 7, hoc eſt ſeptima.
Concludes igitur, tertia per quarta, aut è

diuerso multiplicata, efficere septima. Haud dissimiliter, minuta ducta in secunda, redde-
re tertia: & sic de cæteris.

Tabella denominationum productarum ex multiplicatione fractionum.									
Signa	gra.	mi.	secū.	tertia	quarta	quīta	sexta	septīa	octaua.
grad.	ḡ.	ḿ	2	3	4	5	6	7	8
minu.	ḿ	2	3	4	5	6	7	8	9
secūda	2	3	4	5	6	7	8	9	iō
tertia	3	4	5	6	7	8	9	iō	iī
quarta	4	5	6	7	8	9	iō	iī	i2
quinta	5	6	7	8	9	iō	iī	i2	i3
sexta	6	7	8	9	iō	iī	i2	i3	i4
septima	7	8	9	iō	iī	i2	i3	i4	i5
octaua.	8	9	iō	iī	i2	i3	i4	i5	i6

Cū igitur fractio, per eiusdem, alteriūsue Notanda.
nominis fractionē multiplicatur: fractio pro-
ducitur, ab vtriusque denominatoribus simul
iunctis denominata. Ex graduum autem per
gradus multiplicatione, proueniunt gradus.
Idem censeto, de rectorum linearū partibus.
Cū porrò gradus, aut partes, per fractionē
aliquam multiplicantur: eiusdem nomencla-
turæ fractio producitur.

3. Q V A N T V M A D S E C V N D V M, contin-
git in primis, vnā fractionem in alteram tan-
tū, aut plures fractionū differentias, per vnā
aut plures fore multiplicandas: Et vtraq; mul-
tiplicatio duobus modis absoluitur, mediante

h. j.

Prim⁹ mo-
dus multi-
plicandi vnā
fract. per
alteram.

scilicet reductione, & absq; reductionis artifi-
cio. ¶ Si iuxta primā viam multiplicationem
exercere libuerit, & vna tantū fractio per
aliā multiplicāda proponatur: id facies mo-
re integrorum, per doctrinā quarti capitis li-
bri primi, coadiuuante sexto eiusdem libri ca-
pite, dempta producti numeri denominatio-
ne, quæ ex prima huiusce capitis parte colli-
gitur. Vt si volueris exempli gratia, multi-
plicare 50 minuta, per 40 secunda: producen-
tur 2000, quæ tertia dicentur. nā denomina-
tor primorum minutorum est 1, secundorum
verò 2: qui simul iuncti, conficiunt 3. Quod si
eadem 2000 tertia, per 60 diuiseris: ea ad 33
secunda, & 20 tertia reuocabis.

De multi-
plicatione
plurium fra-
ctionū ad
inuicē, iux-
ta pri. mo-
dum.

¶ At si plures, diuersorūmq; nominū fractio- 4
nes inuicem proponantur multiplicandæ: re-
duces in primis vtrunq; & multiplicandum &
multiplicantem fractionum ordinem, ad mi-
nimæ fractionis denominationē, quæ in vtro-
que continetur ordine: per sexagenariam vi-
delicet multiplicationem, iuxta ipsius sexti ca-
pitis libri primi traditionem. Deinde multi-
plicabis vnū resultantium numerorum, in re-
liquum, animaduertēsque producti denomina-
tionem: ipsum autem productum ex multipli-
catione numerum, per obseruatā rursum sexa-
genariam partitionē, in suas fractionum pote-
ris reuocare differentias. Proponantur in ex-
emplum, minuta 15, secunda 20: per tertia 10,
& 12 quarta multiplicāda. Duc itaq; minuta

Exemplū.

15, in 60: fient secunda 900, quæ vnà cum 20, efficiunt 920. Ducatur similiter 10 tertia, in 60: fient 600 quarta, hæc autem 12 quartis adiuncta, conficiunt 612. Multiplicentur ergo 920 secunda, per 612 quarta: producentur 563040 sexta, nam secunda ducta in quarta efficiunt sexta. Quod si eadem 563040 sexta, eatenus per 60 diuiseris, quatenus relictus ex diuisione numerus sit minor 60: colliges ex proposita fractionum multiplicatione tertia 2, quarta 36, & quinta 24. sic facito de similibus.

5 **C**ALIVM PORRO multiplicandi libet describere modum, quo easdem fractiones sexagenarias absq; reductione celerius ferè, quàm integros poteris multiplicare numeros: per tabulam videlicet proportionalem appellatã, omnibus astronomicis supputationibus indifferenter adcommodam, quam tibi seorsum perstrinximus, & simul curauimus impressam. De cuius ratione ac vsu generali, nõnulla præfari est operæpretium. Intelligenda est tabula ipsa, veluti rectangulũ quoddã triangulũ, sub trapezio a b c d, & truncato atq; sursum euerso triagulo e f g/cõprehensã: sic enim videbatur disponenda, ne bis iterarentur numeri, & sub vnica papyri charta perstringerentur. Ipsius porrò tabulæ numeri, alij laterales, alij vero areales nuncupantur. Laterales vocantur ij, qui circa illius continentur latera: quorum duo sunt ordines principales, scilicet qui in a b/

h. ij.

De ratione
ac vsu tabu
læ propor
tionalis se
orsum ima
pressæ.

Numeri laterales.

Numeri areales.

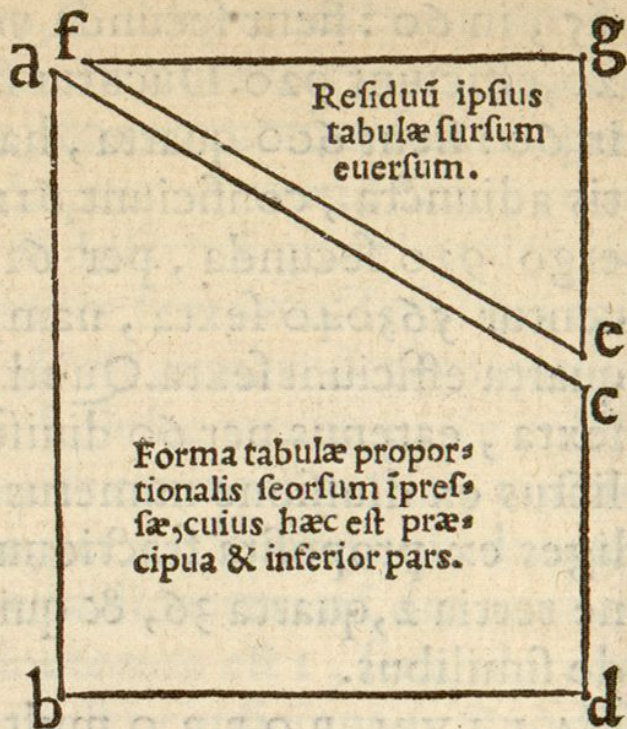
Ingressus tabulae duplex.

Qualiter una fractio, per aliam multiplicetur.

describuntur lateres, & qui partim in a c / partim vero in e f lateribus distribuuntur, nam c d / aut e g / lateribus, continet infimam partem ipsius a b.

Areales vero dicuntur numeri, qui ipsius trapezium a b c d, vel trianguli e f g / occupant aream: & ex singulorum lateralium numerorum, ab 1 usque ad 60, inuicem facta multiplicatione producuntur. Contingit itaque, tabulam cum duobus intrari numeris: idque lateraliter, aut areatim. Lateraliter intratur tabula, cum uterque introituum numerorum in ipsis lateribus, & optatus numerus in area coassumitur: Areatim vero, cum alter praedictorum numerorum in altero laterum, reliquus vero in ipsa capitur area, & questus numerus in reliquo latere colligitur. Per lateralem igitur ingressum, productum ex lateraliu[m] multiplicatione: per arealem autem, quotum ex diuisione arealis per alterum lateralium, solemus inuestigare numerum.

¶ Cum igitur fractionem aliquam sexagenariam, per aliam multiplicare fuerit operae pretium, intrabis lateraliter congruam tabulae partem, cum ipsis multiplicandarum fractionum



numeris: offendes enim ad cōmunē & arealē angulum, productum ex ipsa multiplicatione numerū, sed gemino distinctum ordine: quorū dexter, illius semper est denominationis, quā inuicē multiplicatæ fractiones producere natæ sunt: sinistri autem quælibet vnitas, 60 representat vnitates ipsius dextri, & ideò proximè maioris est denominationis ipso dextro.

Vt si proponantur exempli gratia, 15 tertia, Exēplū 1. per 10 quarta multiplicanda, intrabis lateraliter trapezium a b c d, sumptis 15 in latere a b, & 10 in latere a c: occurrent enim ad cōmunem angulū $\frac{2}{30}$, hoc est, 2 sexta & 30 septima. Nam tertia per quinta multiplicata, reddunt septima: quam denominationem retinet dexter numerus, sinister autem proximè maiorem. Ergo 15 tertia, per 10 quarta multiplicata, producant 2 sexta, & 30 septima. Item Exēplū 2. si volueris multiplicare 48 secūda, per 39 tertia, intrabis rursus lateraliter triangulum e f g, sumptis 39 in latere e f, & 48 in latere e g: sese offerent enim ad cōmunē & arealem angulum, $\frac{31}{12}$, quæ 31 quarta, & 12 quinta dicentur. Quoniam secunda ducta in tertia, vel è diuerso, efficiūt quinta: & ipsa quinta, sequuntur immediatè quartorum ordinem. Maiores Notandū. itaque propositarū fractionum numeri, in lateribus a b / & e g, minores verò, in a c / & e f lateribus coassumendi sunt: vt in præfatis obseruauimus exemplis.

7 Quoties autem plures & diuersæ fractiones,
h. iij.

Ut diuerſe fractiones, per vnā, aut plures facile multiplicentur. per eandem, aut plures ſeſe offerent multiplicandæ: ſic facito. Disponantur in primis ipſi fractionum numeri, pro denominationum reſpondentia, ordine multiplicatæ ſub ipſo multiplicando conſtituto, vnā cum ſubſcripta in tranſuerſum lineola. Poſtmodum à dextris & minoribus fractionibus exordiēdo, quælibet fractio ordinis multiplicandi ducatur in quælibet ordinis multiplicantis, per lateralem ingreſſum in congruam ipſius tabulæ partem: & collecti ad cōmunes angulos numeri, ex particularibus ſingularū fractionum multiplicationibus prodeuntes (quos virgulis inuicem colligare poteris) ſub propriæ denominationis reponantur titulis, dando ſemper dextro & areali numero eā denominationē, quam oblata fractiones inuicē multiplicatæ producunt. Singulæ demum ex particularibus fractionum multiplicationibus procreatæ fractiones, ſub interiecta rurſum lineola, in vnum colligantur fractionū ordinem: is enim indicabit productos ex ipſa multiplicatione fractionū numeros. Ut igitur integrorum multiplicatio, ex ductu pendet elementorum ſuis limitibus diſtributorum: ſic ipſa multiplicatio plurium fractionū per plures fractiones, ex particulari fractionū multiplicatione, & propriæ denominationis obſeruantia reſpondenter colligitur.

Notandū. Sint in exemplum 27 gradus, 18 minuta, & 25 ſecunda, multiplicanda per gradus 10, minuta 25, & ſecunda 13. His vt præmonitū eſt

Exēplū 1. multipli. fract. circularium.

ordinatis, ducantur in primis, per lateralē ingressum in ipsam tabulam, 25 secunda in secunda 13: fient 5 tertia, & 25 quarta, sub proprijs scribenda titulis. Ducantur consequēter 18 minuta, in ipsa 13 secunda: producētur 3 secunda, & 54 tertia. Tandem 27 gradus, per eadem 13 secunda multiplicati, conficiunt 5 minuta, & secunda 51. Secundò, ducantur rursum præfata 25 secunda, in minuta 25: producentur 10 secunda, & 25 tertia. Ducātur postmodum 18 minuta, in eadem 25 minuta: prodibunt 7 minuta, & 30 secunda. Quòd si ducantur finaliter 27 gradus, in eadem 25 minuta: prouenient gradus 11, vnà cū 15 minutis. Tertiò, ducēda sunt eadem 25 secunda, in 10 gradus: consurgent minuta 4, & secūda 10. Et 18 minuta, per ipsos 10 gradus multiplicata: reddunt 3 solum modò gradus. Si demū gra-

Sign.	gra.	mi.	secū.	ter.	quarta.
	27,	18,	25,	ordo multiplicādus	
	10,	25,	13,	ordo multiplicans.	
Producti numeri.			3	5 — 25	
		5 — 51		54	
		7	10 — 25		
		11 — 15	30		
		3	4 — 10		
	4 — 30	0	Productorū summa.		
4, 44, 32, 45, 34, 25.					

interposita lineola in vnū ordinem per secundum caput huius libri coaceruatis: prodibunt ex hac multiplicatione 4 signa maiora, gradus

h. iiij.

27, ducatur in præfatos 10 gradus: fient 4 signa maiora, vnàcū 30 gradibus. Quib⁹ omnibus debite subscriptis, & sub

Exemplū 2,
de multi-
pli. fractio-
num recti-
linearium.

44 (quæ in 9 signa cōmunia, & 14 gradus reuocantur) minuta 32, secunda 45, tertia 34, & 25 quarta. Haud aliter intelligito, & facito de cæteris. Sit rursus in maiorem artis expressiōem, propositus sinus rectus, partium 36, minutorum 39, secundorum 50: multiplicandus per sinum rectum partium 30, minutorum 22, secundorum 37. Ducenda est igitur vnæquæque species siue differētia ordinis multiplicandi, in quamlibet ordinis multiplicantis, per ingressum lateralem in præfatam tabulam proportionalē: & singuli producti numeri suis locis inscribendi, & demum in vnum componendi ordinem. Producentur itaque ex præfata sinuum multiplicatione, 18 partes collectæ siue maiores (quarum quælibet 60 partes cōprehēdit) sim-
plices ve-
rò partes

cōprehēdit) simplices ve rò partes 33, minu ta 44, se cūda 12, tertia 53, & quarta 50. Si au tem igno	Partes collectæ.	Partes.	Min.	Secū.	Tertia.	Quarta.	
		36	39	50	Sinus multiplicandus.		
		30	22	37	Sinus multiplicans.		
	Producti numeri.			24	30	50	
			22	12	3		
			14	18	20		
		13	12	18			
		19	25	0			
		18	0	30	Productorum summa.		
		18	33	44	12	53	50.

raueris quidnam vocemus sinū rectum: consule Sphērā nostrā, siue Cosmographiā, in qua passim similes sinuū rectorū, in canonū vsum, sese offerūt multiplicationes atq; diuisiones.

De ipsarū fractionū astronomicarū diuisione. Cap. 5.

I



IN DIVISIONE FRACTIONIS Consideranda in fract. astronomic. diuisione.
num, astronomicarū, velut in ipsa multiplicatione, duo veniunt cōsideranda. Primum est denominatio quotę fractionis ex particulari vnus per alteram diuisione procreata: secundum autem, ipse diuidēdi modus, quē rursus duplici via respōdēter absoluerē docebimus.

2 In expeditam primi adinventionē, subscriptam ordinauimus tabellā. In quam si lateraliter ingrediaris, cū vtrāq; & diuidēdę & diuidētis fractionis denominatione, altera ad verticē tabulę, altera verō in leuo & extremali ordine coassumpta: offēdes ad cōmunē vtriusq; angulū, ipsius quotę fractionis denominatorē.

Tabula denominationum productarum ex diuisione fractionum.

	gra.	m.	secū.	ter.	q̄rta	q̄nta	sexta	septia	octa
gra.	g	m	2	3	4	5	6	7	8
mi.	m	g	m	2	3	4	5	6	7
secū.	2	m	g	m	2	3	4	5	6
tertia	3	2	m	g	m	2	3	4	5
quarta	4	3	2	m	g	m	2	3	4
quinta	5	4	3	2	m	g	m	2	3
sexta	6	5	4	3	2	m	g	m	2
septia	7	6	5	4	3	2	m	g	m
oçtaua	8	7	6	5	4	3	2	m	g

Vt si volueris in exemplum agnoscere, qualis Exemplū.

fractio generetur ex diuisione quartorum per septima, accepta denominatione quartorū ad verticem tabulae, & septimorū in ordine leuo: sese offerent ad cōmunem vtriusq; angulū 3, hoc est tertia, generatam ex proposita diuisione fractionem denominantia.

Corollaria
notanda.

¶ Cū igitur fractio per alterius speciei fractionē diuiditur: procreatur fractio ab eo denominata numero, qui, subtracto minori denominatore à maiori, reliquitur. Vt in præassumpto exēplo, quarta per septima diuisa, generant tertia: quoniā subductis 4 à 7, relinquuntur 3. Quod si fractio per similē diuidatur fractionem, vtpote, secunda per secunda, tertia per tertia &c: fient semper gradus. Quoties autem signa per signa, vel signa cum gradibus per gradus, aut gradus ipsi per gradus diuiduntur: restitunt pariter gradus. Signa autē per gradus diuisa, generant minuta: & per minuta diuisa, secunda: & per secūda, tertia: & sic consequenter. Præterea, sicut integris solet accidere numeris: sic in his fractionibus, nullum ordinē potentia minorem, per potentia maiorem diuidere est possibile. Pendet autē huiusmodi fractionū potestas, à primo & ad læuam constituto fractionis vel integrorum numero. Quæ autem fractiones, potentia sint maiores, aut minores: primo huius libri declaratum est capite.

¶ AD SECUNDVM principale deueniens 3 do, contingit huiusmodi fractiones duobus

modis posse diuidi: vbi maximè plures, & diuersæ fuerint nomenclaturæ. In primis, per quintum caput libri primi, facta singularū speciesierum, tam diuidentium, quàm diuidendarū fractionū reductione, ad minimā denominationem, quæ in illis continetur, non obmissa productæ fractionis denominatione, quæ ex prima huius capitis parte deprehenditur.

Vt si volueris in exēplū diuidere 9 gradus, & 35 minuta, per minuta 30, & 40 secūda: vertes in primis 30 minuta, ad 1800 secunda: quæ vnā cum secundis 40, efficiunt secunda 1840. Deinde reduces 9 gradus, ad 540 minuta: quæ vnā cū 35 minutis, conficiunt minuta 575. Hæc autē nō possunt diuidi per 1840: reduces igitur ipsa 575 minuta, per sexagenariam multiplicationē ad secūda, fient 34500. quæ diuides tandē per 1840 secunda: nascuntur enim pro quoto numero, 18 gradus (nam fractio per similem diuisa fractionem, reddit gradus) relictis 1380 secūdis. quæ multiplicabis per 60, fient 82800 tertia, diuidenda rursum per eadem 1840 secunda: prouenient minuta 45, nam tertia diuisa per secunda, restitunt minuta. Habes igitur ex proposita diuisione, gradus 18, minuta 45. Haud aliter facies to, vbi plures duabus fractionibus in vtroque fuerint ordine. ¶ In his itaq; fractionū diuisionibus, numerus quotus plærūq; maior est diuifore aut diuidendo numero: & in ipsa fractionum multiplicatione, productus numerus

Prim⁹ mos
dus diuidē
di fract.
astro. per
reductio⁹
nem.

Exemplū.

Notandum
circa fract.
astro. diuis
sionem atq;
multiplica
tionem.

vtroq; & multiplicante & multiplicando numero maior. Quemadmodum sexto atq; septimo capite antecedentis secundi libri, de vulgaris praedictum est fractionibus. Debent enim sexagenariae fractiones, cum eisdem vulgaribus ex omni parte conuenire: nam minuta sunt veluti fractiones integri simplices, secunda vero, & tertia, una cum reliquis, veluti fractionum fractiones, ad suas principales (veluti primariae ad integra) referendae.

Secundus
modus di-
uidendi fra-
ctio. astro.
per tabulam
proportio-
nalem.

Qualiter v-
na vel duae
fractio. per
vnam diui-
datur fra-
ctionem.

Notandum.

AD E V E N I E N D V M E S T consequenter 4
ad diuidendi modum, qui fit absque reductione,
per sexagenariam videlicet & proportionalē
tabulam: Et in primis, qualiter vna fractio, vel
duae, per vnicam diuidantur fractionem.
Intrabis itaque areatim alterutram tabulae partem,
prout commodius acciderit, sumpto in altero la-
teralium ordine, utpote a b/ vel a c inferioris,
aut e f/ vel e g/ superioris partis eiusdem ta-
bulae, diuidentis fractionis numero: sub quo
directe progrediendo, numerum diuidendae
fractionis in eadem inuestigabis columna. Quae
si praecisum offederis: in alterutrius lateris ex-
tremo quotae fractionis reperiēs numerum, quae
illius erit denominationis, quam propositae &
inuicem diuidendae fractiones procreare sunt
natae. Quoties verò sub diuidente, ipsam di-
uidendam non inueneris fractionem: accipito
proxime minorem, & quotam (vti nunc dictum
est) elcito fractionem. Tolle postmodum ean-
dem proxime minorem fractionem, ab ipsa

diuidenda, & differentiam rursum sub eadem diuidente animaduertito, & quotæ fractionis in altero latere secundum accipito numerum: idq; deinceps continuato, quatenus præcisum tandem offendas numerū. Obtenta autē primi numeri denominatione, reliquorum denominationes suum seruant ordinem: idq; nedū in ipsa diuisione, sed in cæteris fractionū obseruatur operationibus. Pendet autē procreata fractionis denominatio, vbi duæ, vel plures fuerint in ordine diuidendo, atq; diuidente fractionum differentia: à læua, & potentia maiori fractionum vtriusque ordinis differentia. Præterea, cū vnica fractio, & in dextrū cadens numerorū ordinem, per vnicam diuidenda proponitur: tunc diuidentis fractionis numerus cōmodiūs accipitur in latere a b / vel e g, q̄ in a c / vel e f / latere: è diuerso autem, cū duæ adfuerint fractiones per eandē fractionem diuidendæ, vel vnica tantū, sed in læuum cadens numerorum ordinem.

Notandum,
de quotarū
fractionum
denomina-
tionibus.

De cōmo-
diore in ta-
bulam in-
gressu.

¶ Dentur in primis in exemplum 56 minuta, per 14 tertia diuidenda. Sumptis igitur 14 in latere a b, offendes in quarta colūna ad dextram 56: ad verticem autem ipsius columnæ, in a c / latere 4, quæ secūda dicentur. Concludes ergo, 56 minuta diuisa per 14 tertia, reddere pro quoto numero 4 secunda. Quod si iubearis diuidere 50 minuta, per 15 tertia: acceptis rursum 15 in eodem latere a b, tibi occurrent in tertia colūna pro numero proximè

Exēpla di-
uisionis vni⁹
fract. per
vnicam.

minori 45, & ad verticem 3, quæ rursus discentur secunda. Deinde subductis 45 ex 50, relinquentur 5: quæ rursus inuestigabis sub ipsis 15, in a c/ latere sumptis. offendes autem ea, in septima linea ab ipsis 15, & in ordine læuo: ad ipsius verò lineæ finem, in latere scilicet a b/20, quæ tertia veniunt appellanda. Ergo 50 minuta, diuisa per 15 tertia: reddunt pro quoto numero 3 secunda, & 20 tertia.

Exēpla diuisionis duarum fractionum per vnicā.

¶ Haud aliter, duas quascunq; inuicem succedentes fractiones, per vnicā poteris diuidere fractionem: Vtpote, si diuidere oporteat 12 gradus & 30 minuta, per minuta 15. Acceptis enim 15 in latere a c/ eiusdē tabulæ proportionalis, si ab ipsis 15 deorsum rectissimè descendas, offendes tādē ipsa 12, 30: à quibus si ad læuam recto perrexeris tramite, occurrent tibi in latere a b/50, ex ipsa diuisione proueniētia. hæc autē 50, à minutis denomināda sunt: pendet enim ipsius quotę fractionis denominatio, ab ipsis gradibus potentia maioribus, qui per minuta diuisi restituunt minuta. At si minuta 17, secunda 28, per eadē 15 minuta proponantur diuidenda: accipies 15 in latere a b, & in sequēti columna, & dextro numerorum ordine tantummodò 15, numerum vide licet diuidendo proximè minorem. Occurrentem autem ad colūnæ verticē colliges vnitatem, à gradibus quidem denominādam: diuiduntur enim minuta per minuta, quæ generāt gradus. Subductis postmodum 15, ab ipsis 17

minutis:relinquuntur 2. Quæres igitur è dextra regione eorū dē 15 lateris a b, ipsa 2 minuta & 28 secunda. occurrent autē in nona columna tātummodò $2/15$: & in a c / latere ad ipsius columnæ verticē 9, quæ minuta dicētur. Subductis rursus $2/15$, ab ipsis 2, 28, relinquūtur secunda 13. Acceptis igitur præfatis 15 minutis in latere a c, quæres sub illis 13. quæ tādē reperies in læuo (in quem cadunt) numerorū ordine: & è recta regione ipsorū 13, occurrent in a b / latere 52, quæ secūda veniūt consequēter appellanda. Habes igitur ex diuisione 17 minutorum & 28 secundorum, per minuta 15: gradum 1, minuta 9, & secunda 52.

5 Cum autem duas, trēsue succedētes fractiōnes, per duas simul fractiōnū differentias diuidere fuerit operæpretium: id facies in hunc modum. Accepto in a b / latere vtroque diuidētium fractiōnū numero, & à quolibet dextram versus recta progrediendo via, comparantur adinuicem singulorum numerorū ordines, in eadem columna siue distantia ab ipso a b / latere, è dextra regione cuiuslibet diuidentiū occurrentes, iungendo videlicet dextrum & grossiori fractiōni respondentem numerum, cum sinistro numero eius ordinis qui subtiliori fractiōnum respondet numero: quatenus diuidendas videas integrari fractiōnes. Nam capitalis eiusdem columnæ in a c / latere simul occurrens numerus, pro quo venit accipiendus numero: qui illius semper erit

Vt duæ vel tres fract. p. duas simul fractiōnes eiusdem tabulæ diuidantur officio.

denominationis, quā fractiones potētia grōs-
siores inuicem diuisæ procreare sunt natæ.

Notandum,
pro nume-
ris nō præ-
cisè repe-
ribilibus.

Quòd si diuidendas præcisè nō valeas confi-
cere fractiones: cōpones saltē proximè mino-
res, & quotū rursū de more colliges nume-
rū. Acceptis postmodū ipsarū diuidēdarū fra-
ctionū, & earundē proximè minorū differen-
tijs: querātur rursū è regione diuidētiū fra-
ctionū numeri supradictō modo cōiuncti præ-
fatas differētias cōficientes, sumatūrque de mo-
re secundus numerus quotus, ad ipsius colum-
næ verticem, & in ipso latere a c/ simul occur-
rens: similisque rursū cum differentia ipsius
differentiæ (si opus fuerit) discursus iteretur.

Documēta
particula-
ria, admo-
dum notan-
da.

Verūm si inter fractiones diuidētes species
aliqua intermittatur, vtpote, si proponantur
minuta cū tertijs vel gradus cū secundis: non
iunges numerum dextrum cū sinistro sequen-
tis, sed vnusquisque suum seruet ordinem. Itē
si prima species ordinis diuidendi, aut proxi-
mè minor ea, nō possit inueniri è regione pri-
mæ speciei ordinis diuidētis in a b/ latere co-
assumptæ, inter ipsa a b/ & a c/ latera: sumes
vtranque speciem diuidentem in latere a c, aut
partim in ipso latere a c, partim verò in reli-
qua eius parte e f, & sub illis in eadem linea
fractiones diuidendas: quotam porrò fractio-
nem in ipso a b/ latere, quemadmodum nu-
per admonuimus.

¶ Haud alienum habeto iudicium, vbi plures 6
duabus in vtroque & diuidendo & diuidente

ordine adfuerint fractionum species : maiore De genera
 nanque solum opus erit animaduertentia , & li datarum
 plurium numerorum habenda consideratio. quotcunque
 Idem enim de singulis propositarum fractionum per datas
 speciebus , adminiculo prefatae tabulae pro fractionibus
 portionalis facere est operae pretium: quod de quocunque
 singulis integrorum numerorum elementis, ca-
 pite quinto libri primi iussimus obseruandum.
 Quemadmodum ex subscriptis deprehende-
 re licebit exemplis.

¶ Proponantur in exemplum gradus 4, minu- Exempla r.
 ta 41, secunda 14, diuidenda per minuta 25, diuisionis
 secunda 34. Copertis itaque 25 & 34 in late- triu fract.
 re a b , offendentur e regione ipsorum 25, in per duas.
 vndecima videlicet columna $4/35$, & sub his
 e regione 34 , huiusmodi numeri $6/14$: qui
 suprascripto modo coniuncti, efficiunt $4/41/$
 14 , diuidendarum fractionum numeratores.
 Ad ipsius igitur columnae verticem : colliges 11
 pro quota fractione, quae minuta dicentur: gra-
 dus enim per minuta diuisi, restituant minuta.

¶ Esto rursum propositum diuidere gradus 6, Secundum
 minuta 40, secunda 25, per minuta 10, secun- exemplum
 da 20. Sumptis itaque 10 & 20, in latere a c, diuisionis
 offendentur sub ipsis 10, proximè minores nu- triu fract.
 meri, vtpote $6/20$, & sub ipsis 20 atque in ea- per duas.
 dem linea $12/40$: quae premisso modo coniun-
 cta, efficiunt gradus 6, minuta 32, secunda 40.
 In eadem ergo linea, & in ipso a b/latere, con-
 current 38 pro primo quotae fractionis nume-
 ro, quae minuta dicentur. Differentia autem

ipforum $6/40/25$, ab ipsis $6/32/40$, est minus-
torum 7, & secundorū 45. Hæc igitur rursus
quæres sub ipsis 10, & 20, in eodem a c/ latere
re coassumptis. offendes igitur sub 10, hos
numeros $7/30$, & sub 20 in eadē linea, $15/0$:
quæ sæpius expresse more coniuncta, effi-
ciunt præfata 7 minuta, & 45 secunda. Collis-
ges igitur pro secunda fractione quota, con-
currētia in a b/ latere 45 secūda. Habes igitur
ex proposita diuisione, minuta 38, secūda 45.

Exemplum
generale di-
uisionis plu-
riū fractio-
nū, per plu-
res fractio-
num diffe-
rentias.

¶ Dentur tandem gradus 42, minuta 5, secun-
da 2, tertia 9, quarta verò 45 : diuidenda per
4 gradus, 5 minuta, & 3 secunda. His ordine
distributis, geminæ subscribantur parallelæ,
quotas ex diuisione fractiones recepturæ: sub
quibus 4 gradus ordinis diuidendi in directū
ipforum 42 graduum in primis collocentur, &
5 minuta sub 5 minutis, atque 3 secunda sub
duobus secundis. Et notatis in a c/ latere, ip-
sius diuisoris numeris, vtpote $4/5/3$: acci-
pantur sub eisdem, & in eadem linea, diui-
dendi fractionum numeri ipsi diuisori supra-
positi. Qui cū præcisè non offendantur, col-
ligendi sunt numeri proximè minores: vtpote
 $0/40$ sub ipsis 4, & $0/50$ sub ipsis 5, atque
 $0/30$ sub ipsis 3. Ad quorū regionem læuam,
occurent in a b/ latere 10 gradus, pro prima
quoti numeri fractione: gradus enim diuisi
per gradus, restituant gradus. Scribantur er-
go 10 intra lineas parallelas, sub ipforum gra-
duum ordine: & subductis præfatis numeris

40/50/30, ab ipsis 42 gradibus, 5 minutis, & duobus secundis, supranotetur reliqui, vtpote gradus 1, minuta 14, & 32 secunda, deletis quorū facta est subtractio numeris. His absolutis, renouentur singuli diuisoris numeri, per vnicū ordinem versus dextrā anticipati, ponēdo gradus sub minutis, & minuta sub secundis & sic cōsequēter de cæteris: priori diuifore deleto. Et rursū sub eisdem numeris 4/5/3, in præfato latere a c/coassumptis, suprapositi & ex proxima diuisione relictī inuestigētur numeri. At quoniā sub eisdē 4, vnus gradus & 14 minuta præcisē nō occurrunt: sumendi sunt numeri proximē minores, vtpote 1/12, & in eadē linea sub ipsis 5 & 3, simul occurrentes numeri, scilicet 1/30, & 0/54. E quorū regione læua sese offerunt in a c/latere 18, quæ minuta di-

Gradus. Minuta. Secunda. Tertia. Quarta.

1	1	15	45	¶ Fractiones sub diuidentibus occurrentes, vnā cū relictis ex subtractionibus fractionum numeris.
1	1	15	45	
1	14	32	45	
1	14	32	45	¶ Fract. diuidēdæ.
42	5	2	9	
10	18	15		¶ Fractiones quotæ.
4	5	3	3	¶ Fractiones diuidēdæ.
4	5	5	5	
4		4		

centur, scribenda post 10 gradus intra parallelas. Ipsi porrò numeri sub diuisoribus reperti,
i. ij.

sæpius expresso more coniuncti conficiunt $1/13/30/54$. quæ notanda sunt super 1 gradū, 14 minuta, 32 secunda, & 9 tertia: atque ab eisdem solito more subducenda. Relinquetur igitur 1 minutum, 1 pariter secundum, vnà cū 15 tertijs, & 45 quartis. Quibus decenter supranotatis, & deletis prioribus numeris: reuouentur iterū dextram versus ipsi diuifores numeri, & sub illis in præfato latere a c/coasumptis, ijdem residui numeri sigillatim inuestigentur. Sub ipsis ergo 4 occurrent $1/0$, & sub 5 in eadem linea $1/15$, sub ipsis autem tribus $0/45$: quæ simul de more coniuncta, conficiunt præcisè ipsos nuper relictos numeros. Accipiendus est igitur in a b/latere simul occurrens numerus, vtpote 15 , & intra lineas parallelas sub titulo secundorum reponendus. Tandem suprascriptis in hunc modum collectis numeris, & illorum à præfatis residuis sigillatim facta subtractione: nihil prorsus relinquetur. Prouenient igitur ex præmissa diuisione, gradus 10 , minuta 18 , & secunda 15 .

Vt exequenda antecessoris exempli diuifio, absq; tabularia proportionali.

¶ Quod si prædictarum fractionum diuidendarum ordinem, per ipsos numeros diuifores, iuxta primū diuidendi modū, proximo numero tertio sufficienter expressum, diuidere forsitan iuuerit: vterq; ordo ad minimā fractionis speciem in primis reuocandus est, per continuam videlicet multiplicationem sexagenariam, collectis semper in vnum eiusdem nomenclaturæ numeris. Ordo itaq; diuidendus,

quatuor multiplicationibus & totidem additionibus, ad 545407785 quarta reducetur: diuisor autem, duabus tantum multiplicationibus & totidē additionibus, ad secunda 14703. Diuidenda sunt igitur, per doctrinā quinti capitis libri primi, ipsa 545407785 quarta, per eadem 14703 secunda: prodibunt enim ex ipsa diuisione, secūda 37095. Quæ rursus duabus diuisionib⁹ sexagenarijs, ad præfatos 10 gradus, & 18 minuta, atq; 15 secunda reuocabūtur. Longè itaq; expeditior esse videtur præfatus diuidendi modus, qui adminiculo ipsius tabulæ proportionalis absoluitur.

¶ Ut earundem fractionum quadrata radix extrahenda sit.
Cap. 6.

DEVENIENDVM EST CONSEQUENTER, ad quadratæ & cubicæ radicis earundem fractionū astronomicarum inuestigationem.

I Quantum igitur ad quadratā videtur spectare radicem: ea duplici, iuxta præmissam diuisionis traditionem, colligitur artificio. In primis facta singularum specierum ad munitiorem reductione: ipsa radix quadrata non aliter elicienda est, quàm septimo capite libri primi de integrorum tradidimus radicibus. Sed operæpretium est, singula ad eā reducere fractionem, quæ ab aliquo parium denominetur numero, cuiusmodi sunt quarta/
i. iij.

Prim⁹ modus extrahendi quadratæ fract. astro. radicem.

sexta, octaua, &c. nam radix ipsa, à dimidia parte ipsius numeri paris cōmodissimè denominabitur. quæ tandem via reductionis, in sistos fractionum ordines (si sexagenarium exuperauerit numerum) reuocanda est.

Exēplū pri
mi modi.

Exemplū pri
mi modi.

¶ Proponantur in exemplum, 2 signa cōmunia, 25 gradus, 37 minuta, 27 secunda, 2 tertia, & 24 quarta: quorum quadratam iubearis inuenire radicem. Duo itaq; signa cōmunia, efficiunt gradus 60: qui vnā cum 25 gradibus, conficiunt 85. Ipsi porrò 85 gradus, per 60 multiplicati, reddunt minuta 5100: quæ vnā cum 37 minutis, efficiunt minuta 5137. Quæ rursum ducta in 60, vertuntur in secunda 308227: vnā cum 27 secundis, hunc secundorum conficientia numerū 308247. Ex quibus, vnā cum ipsis duobus tertijs, eliciuntur tertia 18494822. Hæc autem in quarta reuocata, & ipsis 24 adiuncta quartis, consurgunt tandem in quarta 1109689344. Horum porrò 1109689344 quartorum radix quadrata, iuxta ipsius septimi capitis libri primi traditionem, offenditur esse 33312: vti subiecta descriptio monstrat.

$\begin{array}{ccccccc} & & x & x & & & \\ & \neq & \neq & 3 & x & & \\ \neq & \neq & 0 & 8 & 8 & 3 & \neq \\ x & x & | & 0 & 8 & | & 8 & 8 & | & 8 & 3 & | & 4 & 4 \end{array}$ Numer⁹ quatorū datus.

$\begin{array}{cccccc} 3 & 3 & & 3 & 1 & 2 \end{array}$ Radix quadrata secūdorū.

$\begin{array}{cccccc} 8 & 8 & - & 8 & 8 & - & 8 & 6 & - & 2 \end{array}$ Radices duplatæ.

$\begin{array}{cccc} 8 & / & 8 & - & 8 & / & 1 \end{array}$

Hæc autem 33312, secūda dicentur: sola enim secūda per sese multiplicata, restituent quarta.

Oportet enim nō solum ipsam radicem per sese multiplicatā, eum conficere numerū cuius est radix: sed & eiusdem radicis denominatorem per sese itidem multiplicatum, eiusdem numeri nomenclaturam simul restituere. Hæc demum 33312 secunda diuisa per 60, reddunt minuta 555: relictis secundis 12. Ex quibus 555 minutis, colliguntur 9 gradus: relictis 15 minutis. Ergo radix quadrata præassumptarum fractionū, habet 9 gradus, 15 minuta, vnā cum secundis 12.

2. **DE ANDEM QVOQVE RADICEM,** Secūdus & facilior modus extrahendarū radicū quadraticarū, in fract. astro.
 adminiculo præfatæ tabulæ proportionalis, longè facilius ac expeditius multò, licebit inuestigare. Notabis igitur, singulos areales tabulæ numeros, ipsius a c/ & e f/ capitales immediate succedentes (quos differentia gratia, punctis annotauimus) esse quadratos. Quod igitur præfato capite septimo libri primi, de singulis elementis faciendum esse docuimus. Hic de singulis fractionū speciebus, respōdenter obseruare est operæpretium. Debes autem ab ipsis gradibus (quoties occurrerint) primariā ipsius radicis deducere nomenclaturam: utpote, qui primariam circuli videntur constituere partitionē, & integra propterea vocitatur: signa enim nihil aliud sunt, quàm eorundem graduum collectiones.
Resumantur facilioris intelligentiæ gratia,
 i. iiij.

Exemplū.
secūdi mo-
di, extrahē
darū radi-
cum qua-
dratarū.

Prima radi-
cis species.

Secūda ra-
dicis spe-
cies.

præfata 2 signa communia (quæ 1 signum ma-
ius representant, ex 60 cōstans gradibus) gra-
dus insuper 25, minuta 37, secunda 27, tertia
2, & quarta demum 24. His igitur ordine di-
stributis, vnā cum subscriptis lineis paralle-
lis: vide an inter ipsos quadratos tabulæ nu-
meros, offendantur $1/25$. Occurrent autem
tibi $1/21$, proximè minores numeri, 1 signum
& 21 gradum representantes. Hos igitur su-
per $1/25$ scribito, atque ab eisdem $1/25$ sub-
ducito: relinquetur tandem gradus 4. Quibus
notatis, & deletis prioribus numeris: accipito
verticalem ipsius columnæ numerum, vtpote
9, scribendum intra lineas parallelas sub ipsis
25 gradibus. Hos demum 9 gradus duplica,
fient gradus 18: quos reponito sub eisdem 9
gradibus, infra lineas parallelas. Hac prima
radicis specie reperta, accipe 18 in ipso latere
a b, à quibus recta progrediendo via, offen-
des tandem $4/30$ proximè minores numeros:
qui vnā cum quadrato numero in eadem oc-
currente columna, scilicet $3/45$ solito more
coniuncti, efficiunt $4/33/45$. Quibus supra-
scriptis, & à residuis numeris ordine detra-
ctis: relinquentur 3 minuta, & 42 secunda,
deletis prioribus numeris sursum annotanda.
Pro secunda autem radice, sumenda sunt 15,
ad ipsius columnæ verticem, in a c / latere,
super dictos occurrentia numeros: & intra
lineas, post 9 gradus subscribenda. Quæ de-
mum duplabis, fient minuta 30, sub eisdem

annotāda parallelis. Verūm si minuta duplas Notandū,
ta crescerent in 60:pro eodē sexagenario nu-
mero, iungēdus esset vnus gradus præfatis 18
gradibus, reliquis minutis suo loco dimissis.
Quod & in cæteris duplatis fractionū nume-
ris, respōdenter velim intelligas fore obseruā-
dum. Rursum è recta regione ipforū 18 & 30, Tertia radi-
in præfato latere a b coassumptis, perquirātur cis species.
numeri in eadē columna cū suprascripto qua-
drato simul occurrētes, & sæpi⁹ expresso more
cōiuncti residuos cōficiētes fractionū nume-
ros. Offendes itaq; ad dextrā ipforū 18 graduū
 $3/36$, & sub his è regione 30 minutorum $6/0$,
& quadratū in eadem columna simul occur-
rentem $2/24$: quæ vt obiecta monstrat for-
mula, conficiunt $4/42/2/$ 3 . 36
24, hoc est, reliqua 3 minu- 6 . 0
ta, 42 secunda, 2 tertia, & 2 . 24
24 quarta. Quibus suprascri- 3 . 42 . 2 . 24
ptis, & detractis: nihil tandē relinquetur. Ac-
cipiantur igitur ad ipsius colūnx verticē, pro
tertia radice specie, 12: quæ secūda dicentur,
scribēda post 15 minuta, intra lineas pallelas.

Signa Gradus. Minuta. Secunda. Tertia. Quarta.

maiora.

3 — 4 7 — 7 — 7 4
4 . 3 . 4 7
4 . 3 3 — 4 8

x — 7 x

x . 7 8 . 3 7 . 7 7 . 7 . 7 4 Numeri dati.

9 . 15 . 12 .

Radix quadrata.

18 . 30

Radices duplatæ.

Concludes igitur, præassumptum fractionum ordinem esse quadratum: & illius radicem habere 9 gradus, 15 minuta, & 12 secunda, qualem via reductionis nuper adinuenimus. Concurrent igitur in eadem tabulae columna, ipsi radicales numeri, & producti ex singulis duplatis per eandem radicem multiplicatis, una cum ipsius radicis quadrato numero: quos alioqui tedioso admodum & prolixo discursu, colligere esset operæpretium.

De cubica prædictarum fractionum astronomicarum radice. Cap. 8.



ELIQVVM EST, VT CVBICÆ radice inuentionem/ datarum quarumque fractionum astronomicarum, paucis edoceamus: quam quā ea rarò veniat in vsum. Hęc igitur, veluti quadrata radix, duobus modis extrahitur. In primis, reductis singulis fractionum speciebus, ad minutioris fractionis denominationem: sed ad eam, cuius denominator in tres partes inuicem æquales diuidi vel facile possit, cuiusmodi sunt tertia, sexta, nona, duodecima, &c. Nam radix ipsa cubica, ab ipsius denominatoris tertia parte, in quē datus conuersus est numerus, semper venit denominanda. Facta igitur reductione, eadem radix cubica, iuxta tenorem octauæ capitis ipsius primi libri, prorsus extrahenda est.

Primus modus extrahendi cubicæ fractionum astronomicarum radicem.

Exemplum primi modi.

Offerantur exempli gratia, 27 gradus, 55

minuta, 3 secūda, 44 tertia, 21 quarta, 6 quinta, & 1 sextum: quorum omnium, cubica radix extrahēda proponatur. Hęc igitur omnia, per sexagenariā multiplicationem resolvas in sexta: consurgēt autē ex ipsa reductione, sexta 1302528459961. Quorum radix cubica, per ipsius octauī capitis libri primi traditionem supputata, habet 10921: vti subscripta monstrat formula. Hęc autem 10921,

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 7 \ 4 \ 8 \ 7 \\
 08 \ 7 \ 9 \ 9 \ 7 \ 7 \ 1 \\
 1 \mid 3 \ 0 \ 2 \mid 5 \ 2 \ 8 \mid 4 \ 5 \ 9 \mid 9 \ 6 \ 1. \text{ Nu. sextorū datus.} \\
 \hline
 1 \qquad 0 \qquad 9 \qquad 2 \qquad \text{I. Ra. cubica secūdorū.} \\
 \hline
 3 \cdot 3 \ 0 \cdot 3 \ 7 \ 7 \cdot 7 \ 7 \ 8 \qquad \text{Radices triplatae.} \\
 3 /
 \end{array}$$

secūda veniunt appellanda: sola enim secunda cubicè multiplicata, efficiunt sexta, ad quæ propositus fractionum reductus est numerus. Quòd si præfata 10921 secunda, per 60 diuidantur, prodibunt minuta 182, vnico relicto secundo. Ex ipsis autem 182 minutis, tres colligentur gradus, relictis duobus secundis. Et proinde cubica radix ipsius propositi fractionum numeri, habet 3 gradus, 2 minuta, & 1 secundum.

- 2 ¶ SI IUVET AVTEM CUBICAM IPSIUS oblati numeri radicē, officio tabulæ proportionalis tandē inuestigare: id facies, de singulis fractionum speciebus idē responderet obseruando, quod præfato capite octauo libri
- Secundus modus extrahēdi cubicam radicē, in fract. astrono.

De cubis
in tabula
contentis.

primi de singulis integrorū numerorū elemen-
tis tradidim⁹. Memineris tamē, sex tātūmodò
cubos numeros in ipsa tabula cōtineri, in infe-
riori parte ab c d/ sparsim distributos, quos ru-
bro colore maioris euidētię gratia distinxim⁹.

Exemplum
inventionis
primæ ra-
dicis, iuxta
secundum
modum.

Resumantur ergo, ad maiorem artis expres-
sionem, præfati 27 gradus, 55 minuta, 3 secun-
da, 44 tertia, 21 quarta, 6 quinta, & 1 sextum.
His solito more coordinatis, vnà cum subscri-
ptis parallelis: accipe cubum numerum pro-
ximè minorem numero dato, vtpote 0/27, so-
los 27 gradus repræsentantem. Quo suprascri-
pto, & detractò ab eisdem 27 gradibus: su-
mantur 3, in a c/ latere, ad verticē eiusdem co-
lumnæ concurrentia, pro primo radiceis nume-
ro, quæ gradus dicentur: nam gradus quadratè
vel cubicè multiplicati, reddunt semper gra-
dus. Scribe ergo 3 gradus intra parallelas:
quos postmodum triplica, fient gradus 9, sub
eisdem gradibus infra parallelas annotandi.

Secundæ ra-
dicis inqui-
sitio.

His absolutis, accipe 27 gradus in a b/ late-
re: & è dextra illorū regione, inuestiga nume-
rum relicto proximè minorē: hunc experieris
esse 54 minuta, scribēda sup 55: ad quorū ver-
ticē offendes 2, quæ minuta dicentur, collocā-
da post 3 gradus intra parallelas, pro secundo
radiceis numero. Hic autem numerus 54 (vt rē
acu tangamus) est qui generatur ex ductu 3
graduum radiceis in 9 triplatos, & multiplica-
tione producti per ipsa 2 minuta. Reliquū est
igitur, vt multiplices ipsa 2 minuta radiceis per

9 gradus triplatos, & productum numerū duas rursus in eadem 2 minuta, per lateralem videlicet ingressum in ipsam tabulam: confurgent enim secunda 36, super 3 secunda consequenter annotanda. Accipiendus est tandem numerus cubus, in eadem columna cum ipsis 54 minutis occurrēs: vtpote 0/8, hoc est, 8 tertia, ex cubico eorundem duorum minutorum ductu prouenientia, scribenda super tertia 44. Auferantur denique ipsa 54 minuta, 36 secūda, & 8 tertia, ab ipsis 55 minutis, 3 secundis, & 44 tertijs: relinquentur secunda 27, tertia 36. Quibus annotatis, & deletis prioribus numeris: triplabis ipsa 2 minuta radice, fient 6, quę sub ipsis parallelis tandē veniunt annotanda.

Rursus accipito præfatos 27 gradus in eodē latere a b, & ad dextrā ipsorū regionem perquirito numerum relicto secundorum numero equalem: is erit 27 in prima occurrens columna, quę scribes supra 27 secūda. in cuius columnę vertice, sese offeret vnitas, quę i dicitur secundum, pro tertia radice specie post 2 minuta reponendum. Est autem huiusmodi numerus 27, qui ex ductu 3 graduum radice in 9 triplatos, & producti multiplicatione per idem secundum generatur. Reliquum est igitur ducere præfatos 3 gradus, 2 minuta, & 1 secundum radice, in 6 minuta duplata, & ipsa 2 tantummodò minuta & 1 secundum, in 9 gradus triplatos, per laterale videlicet ingressum in ipsam tabulam: fient enim minuta 36,

Tertię radice adinuentione notanda.

secunda 21, tertia 6: quæ
rursum per 1 secundum
radicis multiplicata, ver-
tentur in 36 tertia, 21
quarta, & 6 quinta: ve-
lut obiecta numerorum
formula monstrat. His
iungatur cub⁹ numerus,

g.	m.	z.	3.	4.	5
3.	2.	1			
9.	6.				
	18.	12.	6		
	18.	9.			
	36.	21.	6		
			1		
			36.	21.	6

ex vno secundo radicis generatus: vtpote 1
sextum, secūda enim cubicè multiplicata, pro-
ducūt sexta. Quòd si hoc modo collectos fra-
ctionum numeros, à relictis subduxeris nu-
meris: nihil tandem relinquetur.

Grad. Min. Secū. Tertia. Quarta. Quinta. Sexta.

77 — 36 \						
77 . 36 . 77 — 6 — 1						
77 . 84 — 36 — 8						
77 . 88 . 3 . 44 . 77 . 6 . 1						Numer ⁹ da tus, cubus.
3 .	2 .	1				Radix cubica .
8	6					Radices triplatae .

Concludes igitur, præassumptum fractionum
numerus esse cubum: & illius cubicam radi-
cem habere 3 gradus, 2 minuta, & 1 secun-
dum: quantam videlicet per primum modū,
via reductionis nuper offendimus. Habes ita-
que primo intuitu ex ipsa tabula, adminiculo
primi cubi ex prima radice procreati, radicem
succedentem, vnà cum numero ex ipsa pri-
ma radice in triplum eiusdem, atque rursum

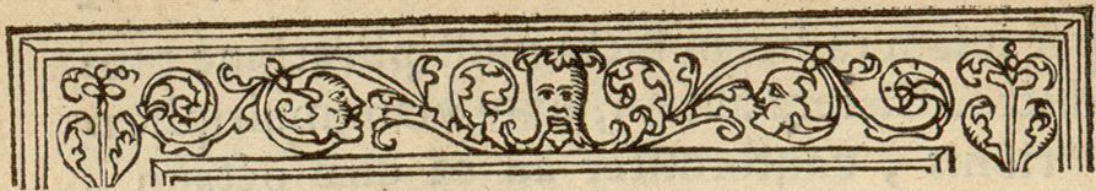
per ipsam radicem facta multiplicatione pro-
ducto. Cætera autem, iuxta viam multiplica-
tionis, conformiter ad ea quæ octauo
capite libri primi de integrorum tra-
didimus radicibus, responderenter
absoluuntur. Hæc igitur de
fractionibus astrono-
micis, sint sa-
tis.

LIBRI TERTII

Arithmeticae practicae

FINIS.





L I B E R Q U A R T V S
Eiusdem Arithmeticae practicae: De
ratione atque proportionione nume-
rorum, & praestantioribus eorundem
numerorum inuicem proportiona-
lium regulis.

*¶ De rationis atque proportionis diffinitione, &
utriusq; speciebus & differentijs. Cap. I.*



RELIQUVM EST, I
hoc libro quarto & vl-
timo, de rationibus at-
que proportionibus nu-
merorum, (& proinde
rationalium, ad nume-
rosue relatarum magni-
tudinum) deq; prestan-

tioribus eorundem numerorum inuicem pro-
portionalium regulis, cuius arithmetico/geo-
metrae / vel astronomo necessarijs, summatim
pertractare: Vt trium antecedentium libroru
capita, tum in Mathematicarum, tum in ciui-
lium reru vsum, tandem reuocare doceamus.

*Rationis
diffinitio.*

¶ Ratio igitur (vt ad rem ipsam deueniamus) 2

est duarum quantitatum eiusdem speciei ad inuicem comparatarum habitudo. De quantitatibus velim intelligas, quæ sub communẽ quotæ partis dimensionem cadunt, & cõmensurabiles, rationalésque nuncupantur: & rationem habent ad inuicem, quam numerus ad numerum. Sunt enim numeri omnes, & ad numeros relatæ quantitates, cõmensurabiles, & proinde rationales. Habitudo autem incommensurabilium & irrationalium quantitatum, quæ tum nobis, tum ipsi naturæ ignota est, & De surda irrationaliũ quãtitatum habitudine furda vocitatur: hoc est, quæ nec exprimi, nec consequenter audiri potest, ratio non venit appellanda: cùm ratio, sit propriè cõmensurabilium & rationalium quantitatum inuicẽ comparatarum, siue numerorũ habitudo.

- 3 ¶ Rationũ porrò, alia æqualitas, alia verò inæqualitas. Aequalitatis ratio, numerorum, vel Rationis subdiuisio. quãtitatũ inuicẽ æqualiũ vocitatur habitudo: inæqualitas verò, quæ inter inæquales accidit. Aequalitatis ratio, ab vnitate denominatur: inæqualitatis autẽ, ab ipsis numeris ad numeros vel vnitatẽ relatis. Hinc fit, vt æqualitatis ratio nullã admittat differentiam: inæqualitatis autem ratio, in infinitum vt ipse progrediatur numerus. Inæqualitatis præterea ratio, aut Inæqualitatis ratio duplex. maioris inæqualitatis dicitur, cùm scilicet maior quãtitas minori cõparatur: aut minoris inæqualitatis ratio nuncupatur, quoties videlicet minoris ad maiorem quantitatem fit cõparatio. Tot igitur sunt rationum species &

differentiæ maioris , quot & ipsius minoris inæqualitatis.

Quinq; ra-
tionum in
æqualitatis
species.

¶ Species autē rationū maioris inæqualitatis, 4 sunt quīq; tres quidē simplices, vtpote, multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex illis compositæ, quæ multiplex superparticularis, & multiplex superpartiēs appellātur.

Ratio mul-
tiplex.

¶ Multiplex itaq; ratio dicitur, cū maior quā-
ritas minorē pluries quā semel præcisè com-
prehendit: cuius differentiæ sunt infinitæ, nē-
pe tot, quot & ipsi numeri vnitati comparati,
vtpote, dupla, tripla, quadrupla, quintupla,
sextupla, &c.

Superpara-
ticularis ra-
tio.

¶ Superparticularis autem ra-
tio nominatur, cū maior quantitas semel cō-
tinet ipsam minorem, & quotā præterea eius-
dem minoris partē. Et quoniam tot sunt par-
tium quotarum nomina, quot & numeri: in-
finitæ igitur erunt superparticularis rationis
differentiæ, vtpote, sesquialtera veluti 3 ad 2,
sesquitertia vt 4 ad 3, sesquiquarta vt 5 ad 4,
&c. Generantur autē superparticulares nu-
meri, si linea naturalis numerorum à ternario
inchoata proponatur, & illi subscribatur eadē
linea, sed à binario initiata numero, & supe-
riores numeri inferioribus comparentur.

Numeri su-
perparticu-
lares.

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Ratio su-
perpartiēs.

¶ Superpartiēs verò dicitur ratio, quoties 5
maior quantitas minorem semel cōprehendit,
& partem ipsius minoris non quotam, sed ex
quotis illius partibus resultantē. Quæ rursus

tum ex parte numeri, tū ex parte denominationis earundem partium quotarū ipsam partem non quotā efficientium, infinitas recipit differētiās: vtpote, bipartientē tertias vt 5 ad 3, tripartiētē quartas veluti 7 ad 4, quadripartientem quintas vt 9 ad 5, &c. Procreabis autem numeros superpartiētes, si lineam impariū numerorū à quinario initiatā ordinaueris, & illi subnotaueris naturalem numerorū seriē à ternario exordientē: nam superiores inferioribus cōparati, superpartientes offendentur.

5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

6 Quodd si maior quantitas, minorem pluries quā semel cōprehendat, & partem insuper eiusdē minoris quotam: talis ratio, multiplex superparticularis appellatur. Vnaquæq; igitur differētia multiplicis, singulas recipit differētiās ipsius rationis superparticularis. Alia enim dupla sesquialtera dicitur, vt 5 ad 2: alia dupla sesquitertia, veluti 7 ad 3: & sic consequenter. Idem intelligas velim de tripla, quadrupla, & cæteris differentiis multiplicis. Si igitur inferiorē lineam superparticularium superiori coniunxeris, & productos eisdem inferioribus numeris suprascripseris: conficies omnes differētiās multiplicis superparticularis, sub ratione dupla cōprehensas.

5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et si rursus hoc modo procreatorum numerorum inferiores superioribus cōposueris, ac eisdem inferioribus resultantes comparaueris numeros: consurgent eiusdem multiplicis superparticularis differentiae, sub ratione tripla concurrentes.

7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Et sic deinceps quantumlibet, per continuam additionem inferiorū numerorū cum productis superiorib⁹: reliquas multiplicis superparticularis differentias, sub cæteris multiplicibus comprehensas ordine procreabis.

Ratio multiplex superpartiens. ¶ Si deniq; maior quantitas, minorem rursus pluries quā semel cōprehendat, & partem non quotam ipsius minoris: eiusmodi ratio, multiplex superpartiens nūcupatur. Hinc fit, ut vnaquæq; multiplicis differentia, singulas differentias ipsius rationis superpartientis indifferenter admittat. Erit enim aut dupla bipartiens tertias, ut 8 ad 3: aut dupla tripartiens quartas, ut 11 ad 4: vel quadripartiens quintas, ut 14 ad 5: & sic de cæteris. Fient autem singulae multiplicis superpartientis differentiae, sub ratione dupla cōprehensæ: si infimū superpartientiū numerorū ordinē, superiori singulatim adiunxeris, & resultātes inde numeros eisdē inferioribus cōparaueris. ut hic.

Numeri multiplices superpartientes.

8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et si hoc modo procreatis superioribus numeris, infimos iterū coniunxeris numeros, ac eisdem inferioribus numeris consurgentes inde numeros superscripseris: conficientur singulæ multiplicis superpartientis differentiæ, quæ sub tripla ratione continentur. Quarum subsequitur exemplum.

11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et in hunc modum consequenter (vt de multiplicibus superparticularibus nunc præcepimus) singulas multiplicis superpartientis differentias, sub cæteris multiplicib⁹ rationibus concurrentes responderent procreare licebit.

Si demū unicuiq³ prædictarū specierum, & Notandū.
differentiarū, siue rationū maioris inæqualitatis, hanc syllabā sub adieceris: eas in minoris inæqualitatis rationes vel facilè conuerteres.

7 **THIS PRAELIBATIS**, dicendum est consequenter de proportionē, eiusque differentiis, & illationibus. Proportio est, continens inter comparatas adinuicem quātitates rationum similitudo: Quantitates igitur, inter quas similes offenduntur rationes, proportionales appellantur. Cuiusmodi sunt hi numeri, 8 / 4 / 6 / 3 : sicut enim 8 ad 4, sic 6 ad 3, utrobique enim ratio dupla. Excessuum autem, siue differentiarum æqualitas, progressio dicitur: Et quantitates inter quas idem offenditur excessus siue differentia, progressionales
k. iij.

Harmonia. nuncupantur. de quibus, capite nono libri primi abundè dictum est. Tribus porrò datis numeris, si maximus ad minimũ eandem habuerit rationem, quam differentia ipsius maximi supra medium, ad differentiam eiusdem medijsupra minimũ: eiuscemodi rationũ similitudo, harmonia propriè venit appellãda. Qualis inter hos videtur accidere numeros, quorum differentia, sunt 2 & 1: sicut enim 6 ad 3, sic 2 ad 1. Sed de his & similibus harmonijs, latius in Musica nostra differemus.

$$\begin{array}{c} 6, 4, 3 \\ \backslash 2 \quad \backslash 1 \end{array}$$

*Continua
proportio.*

*Cõtinuè
proportionalium
cõditiones
notandæ.*

¶ Proportionum igitur, alia continua, alia verò discontinua vocitanda est. Continuum appellamus proportionem, rationum similitudinem, inter ordinatim comparatas quantitates accidentem: cùm videlicet intermediæ quantitates, antecedentis & consequentis funguntur officio. Qualem observant hi numeri, 8/4/2/1: vt enim 8 ad 4, sic 4 ad 2, atq; 2 ad 1, vbi que enim ratio dupla. Hæc igitur proportio continua, inter ea solũ reperitur, quæ eiusdem sunt speciei: & in tribus terminis, ad minus consistere videtur. Quantitatum insuper continuè proportionalium æquè multiplices, aut submultiplices, continuè itidem, ac in eadem ratione sunt proportionales: similiter & illarum differentia. Vt ex præassumptis, sub ratione dupla continuè proportionalibus, potes elicere numeros: quorũ æquè multiplices, vtpote tripli, atque illorum differentia, sub

24	12	6	3	Aequè multiplices, tripli:	eadem ratione duplicata continuè
8	4	2	1	Nūeri cōtinuè pportionales.	
	4	2	1	Differētiæ eorū dē numerorū.	

nuè itidem proportionātur. Discontinua vero proportio, est discontinuè comparatarum quantitatum, rationum similitudo: cū vide licet antecedentes, suis tantū consequentibus sub eadem ratione colligantur. Qualem obseruare cōperiuntur hi numeri, 8/4/6/3: vt enim 8 ad 4, sic 6 ad 3, sed non 4 ad 6. Reperitur autem proportio discontinua, tam inter ea quæ sunt eiusdem speciei, quàm ea quæ specie videntur esse diuersa: & in quatuor ad minus terminis necessariò constituitur. Præterea, si quantitatū discōtinuè proportionaliū antecedentes æquè multiplicentur, similiter & consequentes: consurgent quantitates, discontinuè itidem proportionales. Idem habeto iudicium, de simili modo sumptis, tam antecedentium, quàm etiam consequentium æquè multiplicibus: sed tunc eadem quæ inter datas quantitates obseruatur rationum similitudo. Vti subscriptæ præassumptorum numerorum ostendunt formulæ.

24	8	18	6	Multiplices diuersi.	24	12	18	9	æquè multiplices.
8	4	6	3	Numeri dati.	8	4	6	3	numeri dati.

6 **LEX CONTINVA DEMVM, AVT** Ex eadem discontinua quatuor quantitatū (eiusdem speciei velim intelligas) proportionē: variè subinferūtur proportionēs, pro diuersa videlicet
k.iiij.

antecedentium & consequentium adinuicem facta cōparatione subsequētes: tanta est ipsorum quatuor proportionaliū vis, atq; vbertas.

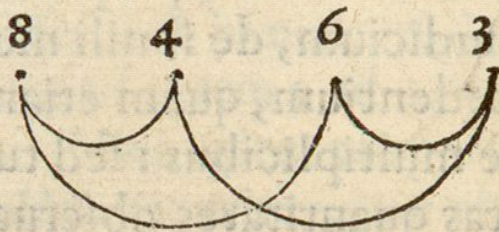
Conuersa
proportio.

¶ In primis, nascitur conuersa proportio: cū videlicet rationes maioris inæqualitatis, in rationes minoris, aut è diuerso, per conuersam terminorum adinuicem factam cōparationem transmutamus. Vtpote, si fuerit vt 8 ad 4, sic 6 ad 3: erit & è conuerso, vt 4 ad 8, sic 3 ad 6: consequētes enim numeri, in antecedentium conuertuntur officium, & è diuerso.

Permutata
proportio.

¶ Secundò, elicitur proportio, quæ permutata siue reciproca nuncupatur. Dicuntur autem permutari rationes, cū prima tertiæ, & secūda quartæ cōparatur: sic enim consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, & antecedens secundæ consequens ipsius primæ. Vt datis rursum numeris 8 / 4 / 6 / 3, sub ratione

dupla discōtinuè proportionatis: erit permutatim vt 8 ad 6, sic 4 ad 3:

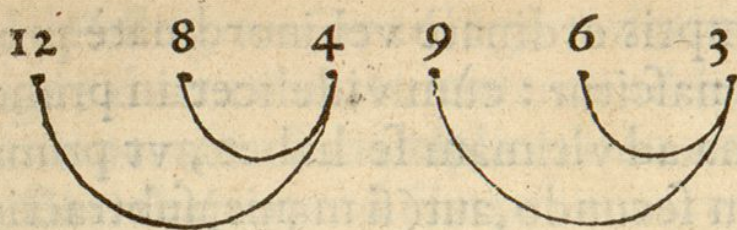


vtrobique enim offenditur ratio sesquialtera.

Proportio
cōposita.

¶ Subinfertur & alia proportio, quæ à terminorum cōpositione, cōposita dicitur: in qua videlicet antecedentis cum consequēte ad ipsum consequens fit comparatio. quæ à diuisis ad coniuncta nominatur assumptio. Vtpote, si fuerit vt 8 ad 4, sic 6 ad 3, & subinferamus: ergo erit vt 12 ad 4, sic 9 ad 3. si componantur enim 8 & 4, fiunt 12: & 6 cum 3, faciunt 9.

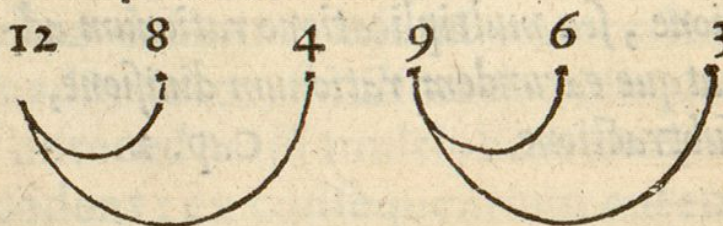
12 8 4 9 6 3 habēt au-
tem 12 ad
4 eādem
rationē,
quā 9 ad 3.



¶ Huic cōtraria est diuīsa proportio. Est enim ^{Diuisa p^o}
cōparatio differentiae cuiuslibet antecedentis ^{portio.}
supra suum consequens, ad ipsum cōsequens.
Exempli gratia, si 12 ad 4 eādem habeant ra-
tionem, quam 9 ad 3, & subinferamus: ergo 8
ad 4, se habent vt 6 ad 3. excedunt enim 12
ipsa 4, per 8: & 9 ipsa 3, per 6.

¶ Colligitur & euerfa siue reflexa proportio, ^{Euerfa p^o}
quæ cōuersio rationis dicitur. Fit autem, cū ^{portio.}
antecedentia suis cōparātur differentijs, qui-
bus sua excedunt consequentia. Vt si rursus
12 ad 4 eandem habeant rationem, quam 9

12 8 4 9 6 3 ad 3: erit
vt 12 ad
8, sic 9 ad
6. diffe-

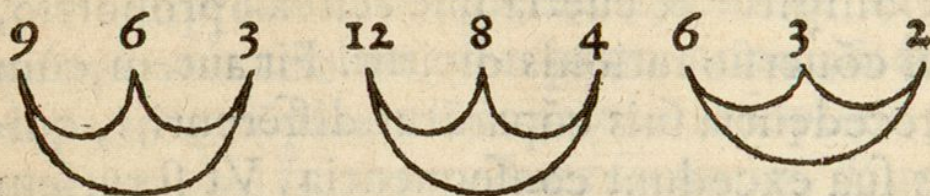


runt enim 12 & 4, per 8: atque 9 à 3, per 6.

In conuerfa igitur atque permutata propor- ^{Notandū.}
tione, tam antecedentes, quàm etiam conse-
quentes termini, permanent substantialiter ij-
dem: in composita autem, & diuīsa, atq; euer-
fa proportione minimè, sed alterantur, tametsi
nihil assumatur extrinsecum.

¶ His addunt æquam proportionem, quæ ex ^{Aequa p^o}
duobus quantitatibus ordinibus, æquali multi- ^{portio.}
tutine distributis, & sub eisdem rationibus

binatim sumptis ordinatè vel inordinatè proportionatis nascitur : cùm videlicet in primo ordine prima ad vltimam se habet , vt prima ad vltimã in secundo, aut (si mauis) subtractis intermedijs, extremæ quantitates sub eadem ratione proportionales existunt. Vtpote, si 9 ad 6 eandem habeant rationem , quam 12 ad 8, atque 6 ad 3, quam 8 ad 4, & subinferamus: ergo erit vt 9 ad 3, sic 12 ad 4. Vel sic, si fuerit vt 8 ad 4, sic 6 ad 3, atque vt 3 ad 2, sic 12 ad 8: erit rursum vt 12 ad 4, sic 6 ad 2. vt obiectæ numerorum indicant formulæ.



De additione , seu multiplicatione rationum adinuicem: atque earundem rationum diuisione, uel subtractione.
Cap. 2.

POST RATIONVM, ATQVE I
proportionum præmissam traditionem, cōsentaneū esse videtur, vt de productione rationis , ex duabus quibuscumque rationibus inuicem adiunctis & subtractis, seu multiplicatis & diuisis generatæ , pertractemus : Id enim haud parum ijs videtur conducere , qui circa harmonias , aliásq; secretiores Mathematicarum versantur excogitationes.

Idē est igitur (ne te lōgiori detineamus am- Notandū.
 bage) duas rationes inuicem addere, quod &
 vnam per alterā multiplicare: ac vnam ex alte-
 ra subtrahere, quod illarum maiorem diuidere
 per reliquam: cū additio per multiplicatio-
 nem, subtractio autem per ipsam diuisionem
 in rationibus absoluitur.

2 ¶ Quantum igitur ad rationum spectat cōpo- Vt duæ ra-
 tiones, i v-
 nam ratio-
 nem cōpo-
 nantur.
 sitionem, duo sese offerunt inuestiganda. pri-
 mū est, productę seu confurgentis inde ratio-
 nis denominator: secundum autem, numeros
 colligere sub eadem generata ratione consti-
 tutos. Primū igitur (vt paucis expediamus) Regulæ ge-
 nerales.
 sic absolues. Duc vnus rationis denominato-
 rem, in denominatorē alterius: fiet enim gene-
 ratę, seu compositę rationis denominator. Se-
 cundum porrò, in hunc modū obtinebis. Mul-
 tiplica datarum rationū antecedentes nume-
 ros adinuicem, similiter & cōsequentes: Nam
 ex antecedentiū multiplicatione, nascetur an-
 tecedens: ex consequentium autem multipli-
 catione, consequens eiusdem rationis, quę ex
 ipsis duabus inuicem compositis generatur.

Hęc autē velim intelligas, vbi ambę ratio- Notandū.
 nes datę, simul maioris, aut simul minoris fue-
 rint inæqualitatis. Nam si vna maioris, altera
 verò minoris inæqualitatis extiterit: tunc ea
 ratio quę à maiori denominatur quātitate, per
 reliquam diuidēda est: vt infra, de subtractio-
 ne rationum exprimetur.

3 ¶ Demus in exēplum triplam rationem, inter

Exēplū in
multiplici-
bus. hos numeros $9/3$, & duplam inter istos $4/2$, consistentem. Duc igitur 3 denominatorem triplæ, in 2 ipsius duplæ rationis denominato-
rem: fient 6. aio itaq; ex tripla & dupla ratio-
ne, confici sextuplam. Quod ex ipsis confirma-
tur numeris. Si ducantur enim 9 in 4, fient 36:
& 3 in 2, fient 6. Atqui 36 ad
6 rationem habet sextuplam,
qualē ex ipsis collegimus de-
nominatoribus.

Tripla.	9—3
Dupla.	4—2
Sextupla.	36—6

Exēplū in
superparti-
cularibus. ¶ Dentur rursus in exemplum duæ rationes
superparticulares: vtpote, sesquialtera quā ha-
bent 3 ad 2, & sesquitertia quæ est inter 4 &
3. Duces igitur $1\frac{1}{2}$ sesquialteræ rationis de-
nominatorem, in $1\frac{1}{3}$ denominatorem sesqui-
tertiæ, per doctrinam sexti capitis libri primi:
fient 2, à quibus dupla ratio denominatur.
Pronunciabis igitur, ex sesquialtera & sesqui-
tertia, generi duplam. Idem quoq; ex ipsis da-
tis colligitur numeris. Si multiplicaueris enim
antecedentes adinuicē, vt
pote 3 in 4, fient 12: & cō-
sequentes $2/3$ pariter adinu-
uicem, prodibunt 6. Atqui

Sesquialtera.	3—2
Sesquitertia.	4—3
Dupla.	12—6

Corollarium
notandum. 12 ad 6 rationem habent duplā. Cū igitur
cōsonātia quæ diapēte vocatur, in sesquialtera
ratione cōsistat, diatessaron autē in ratione ses-
quitertia: euidenter relinquitur, cur præfatæ cō-
sonātię diapason efficiāt, quā duplā appellāt.
¶ Addamus & exemplum in superpartiētibus
rationibus: sitq; bipartiens tertias, addenda

tripartienti quartas, hoc est, ratio quam ob-
 seruant 5 ad 3, ei quæ est 7 ad 4. Denomina-
 tor bipartiētis tertias est $1\frac{2}{3}$, ipsius verò tri-
 partientis quartas $1\frac{3}{4}$: quæ inuicē multiplica-
 ta, reddunt 2 & $\frac{11}{12}$, à quibus dupla vndecupar-
 tiens duodecimas nominatur. Ergo ex bipar-
 tiente tertias, & tripartiente quartas, confici-
 tur ratio dupla vndecupartiens duodecimas.
 Hanc quoq; rationem, constituunt & ipsi dati
 numeri. Nam si antecedentes 5 & 7 inuicem

Exēplum in
 superpara-
 tientibus.

Bipartiens tertias.	5—3
Tripartiēs quartas.	7—4
Dupla vndecupar- tiens duodecimas.	35—12

multiplicaueris, prodi-
 bunt 35: ex consequen-
 tium autē multiplica-
 tione, vtpote 3 in 4, fi-

unt 12. Cōtinēt autē 35, ipsa 12 bis, vnā cū $\frac{11}{12}$.

¶ Reliquum est, vnicum exemplum exhibere,
 vbi altera rationū maioris, altera verò mino-
 ris est inæqualitatis. Sit igitur subdupla, com-
 ponēda cum sesqualtera: vtpote ratio quā ha-
 bet 1 ad 2, cū ratione 3 ad 2. Subdupla ratio à
 binario denominatur, nēpe ab eodē numero
 quo & ipsa dupla: sesqualtera autē ab $1\frac{1}{2}$, quæ
 minora sunt 2. Diuidantur ergo 2 per $1\frac{1}{2}$,
 prodibunt $1\frac{1}{3}$: confurget igitur ex proposi-
 tis rationib⁹, ratio subsesquitertia. nā diuidē-
 da, minoris est inæqualitatis: & procreata ra-
 tio, sequitur in hac parte rationē ipsam diui-

Exēplū vbi
 vna ratio
 est maio-
 ris, altera
 vero mino-
 ris inæqua-
 litatis.

Subdupla.	1—2
Sesqualtera.	3—2
Subsesquitertia.	3—4

dēdam. Si per ipsos autē nu-
 meros hoc idem experiri iu-
 uet: scribe $1/2$ super $3/2$, &
 duc 1 in 3, fient 3, ad dextrā

subnotanda: postea 2, in 2, fient 4, subnotanda
læuorsum. habent autem 3 ad 4, præfatam ra-
tionem subsesquiterciam.

Qualiter
plures dua-
bus rationi-
bus, inuicē
cōponātur.

Exemplū.

¶ Vbi deniq; plures duabus rationibus, inuicē 4
cōponendę proponentur: resultantem ex dua-
bus primis compones cum ipsa tertia, & inde
procreatam rationem cum succedenti quarta,
& sic deinceps quantum libet. Proponantur in
exemplū hi numeri $4/3/2/3/1$. Ex rationibus
igitur 4 ad 3, & 3 ad 2, fit dupla: quæ diuisa
per sequētem subsesqualteram 2 ad 3, restituit
sesquiterciam: hæc autem ducta in triplam 3
ad 1, conficit demum quadruplam, quam ha-
bent 4 ad 1.

Corollaria
notanda.

¶ Ex duabus itaq; rationibus maioris inæqua-
litis inuicem compositis, ratio itidem maio-
ris inæqualitatis, & vtraque maior generatur.
Ex duabus consequenter minoris inæqualita-
tis rationibus, minoris inæqualitatis ratio, &
vtraq; minor producit. Ex vna porrò maio-
ris, & altera minoris inæqualitatis ratione: fit
ratio talis, qualis est ea quæ à maiori denomi-
natur numero. Ratio autem æqualitatis, cū ma-
ioris inæqualitatis ratione, eādem maioris in-
æqualitatis rationem producit. Idē respōden-
ter facit, cum ratione minoris inæqualitatis.
Sola igitur æqualitatis ratio in seipsam ducta,
rationem producit æqualitatis.

De subtra-
ctione siue
diuisione
rationum.

¶ CVM AVTEM RATIONEM A RA-
tione subtrahere fuerit operæpretium, & re-
lictam inde cognoscere rationem: id facies

(vt prædiximus) per viam diuisionis. Non omnem autẽ rationem, à qualibet indifferenter subtrahendã esse velim intelligas: sed minorẽ tantũ à maiori, siue vtraq; maioris, vel vtraque minoris, aut vna maioris & altera minoris fuerit inæqualitatis. Maiorem appellamus rationem, quæ à maiori: minorem autem, quæ à minori quantitate seu numero denominatur.

6 ¶ Absoluitur itaq; præfata subtractio, siue diuisio rationum, duobus modis: quemadmodũ ^{Regulæ generales.} de earundem rationum compositione, nuper expressimus. In primis diuidẽdo maioris rationis denominatorem, per denominatorẽ ipsius minoris: generabitur enim relictæ, seu procreatæ rationis denominator. Secũdò, per numeros sub datis rationibus constitutos: in hunc qui sequitur modum. Constituantur ipsi numeri maioris & diuidẽdę rationis, supra numeros ipsi⁹ minoris. Deinde multiplicetur antecedens diuidendæ rationis, per consequentem numerum ipsius diuidentis: fiet enim ipsius relictæ, seu procreatæ rationis antecedẽs. Et per multiplicationem consequentis eiusdẽ rationis diuidendæ, per consequentem ipsius diuidentis: nascetur consequens eiusdem relictæ, siue procreatæ rationis. Conuenit igitur hic diuidendi modus, cum diuisione fractionũ vulgarium: quasi prædictarum rationum antecedentes numeri diuidendam imitentur fractionem, consequentes verò reliquam.

7 ¶ Demus in primis exemplũ in multiplicibus:

Exemplum
in multipli-
cibus.

sitq; ratio dupla, ex tripla subducēda. Diui-
des itaq; 3 denominatorē triplæ, per 2 ipsius
duplæ rationis denominatorem: fient $1 \frac{1}{2}$, à
quib⁹ sesquialtera ratio denominatur. Procrea-
bitur igitur ex hac diuisione, sesquialtera. Sint
rursum numeri in tripla ratione constituti, 9/
3: & in dupla, 4/2. Mul-
tiplicentur ergo 9 per 2,
fient 18: & 3 in 4, fient
12. Habent autem 18, ad
12 rationem sesquialteram: qualem ex ipsis
collegimus denominatoribus.

Tripla.	9	3
Dupla.	4	2
Sesquialtera.	18	12

Exemplum
in superpar-
ticularib⁹.

¶ Rursum exponatur superparticularis, à su-
perparticulari similiter auferenda: vtpote, ses-
quitertia, à sesquialtera. Diuides igitur $1 \frac{1}{2}$
sesquialteræ denominatorem, per $1 \frac{1}{3}$ deno-
minatorem sesquitertiæ, per doctrinam septi-
mi capitis antecedentis libri secundi: fient
 $1 \frac{1}{8}$; vnde sesquioctaua ratio denominatur.
Relinquitur igitur ex proposita subtractione,
ratio sesquioctaua. Proponātur consequenter
numeri sub eisdē rationibus constituti: vtpo-
te, 3 ad 2 in sesquialtera,
& 4 ad 3 in ratione ses-
quitertia. Duces igitur 3
in 3, fient 9: & 4 in 2,
fient 8. Atqui 9, ad 8 promissam à denomina-
toribus sesquioctauam rationem obseruant.

Sesquialtera.	3	2
Sesquitertia.	4	3
Sesquioctaua.	9	8

Exemplum
in super-
partienti-
bus.

¶ Addamus & in superpartientibus vnicum
exēplum: sitq; bipartiens tertias, à tripartien-
te quartas auferenda. Diuides itaq; $1 \frac{3}{4}$, per

$1\frac{2}{3}$: nascetur $1\frac{1}{10}$, à quibus sesquiigesima ratio denominatur. Hanc etiam præstabunt numeri, sub præfatis rationibus colligati: cuius modi sunt 7 ad 4, & 5 ad 3. Nam si multiplica-

Triparties quartas.	7	×	4
Bipartiens tertias.	5	×	3
Sesquiigesima.	21—20		

ueris 7 per 3, fiet 21: & 5 per 4, prodibunt 20. Et manifestum est, 21 ad 20 sesquioctauam

obseruare rationem. Ex subtractione itaq; bipartientis tertias, à tripartiente quartas, relinquitur sesquiigesima. Haud alienum habeto iudicium, de quibuscunque similibus & similiter propositis rationum subductionibus.

¶ Ex diuisione igitur rationis maioris inæqualitatis, per rationem maioris, cum dissimiles fuerint: nascetur ratio itidem maioris inæqualitatis, vtraque minor. Idem censeto responder, de dissimilibus minoris inæqualitatis rationibus: fiet enim ratio minoris inæqualitatis, vtraque pariter minor. At si ambæ rationes fuerint simul aut maioris, aut minoris inæqualitatis, & similes adinuicem, hoc est, si data ratio per seipsam diuidatur: prodibit ratio æqualitatis. Si demum vna maioris, & altera minoris inæqualitatis extiterit: procreabitur ratio, pendens in hac parte ab ipsa ratione diuidenda, quæ per maiorem videlicet exprimitur numerum.

§ ¶ Quod si rationem subtrahendam, alteri sus- Notandum,
prescripseris, & præmissam obseruaueris mul-
tiplicandi rationē: conuersa ratio producetur,
l.j.

nam primus numerus, minor erit secundo. Et isto modo procreata ratio, erit sola differentiae ratio, qua minor superatur ab ipsa maiore: quoniam maiorem à minori subducere, vel minorem per maiorem diuidere rationem, est impossibile. Hoc autem, ex subscriptis praemissorum exemplorum numeris, deprehendere vel facile licebit: quorum haec sunt formulæ.

Dupla.	$4 \backslash / 2$	Sesquitertia.	4×3	Biparties tertias.	5×3
Tripla.	$9 \wedge 3$	Sesquialtera.	3×2	Triparties quartas.	7×4
Subsesquialtera.	12—18	Subsesqui octaua.	8—9	Subsesqui uigesima.	20—21

¶ Qualiter duobus numeris datis, tertius, aut medius proportionalis inueniatur, Cap. 3.



RAESTAT CONSEQUENTER, ad proportionales descendere regulas, quibus vniuersæ ferè tum mathematicæ, tum ciuiles pertractantur negotiationes. A minimo

itaque terminorum continuè proportionalium exordièdo numero: si duobus numeris datis, tertium oporteat in eadè ratione subiungere proportionalè, sic facito. Multiplicetur is numerus qui futurus est secundus in seipsum, & productus inde numerus diuidatur per primum: nascetur enim ipse tertius & proportionalis numerus.

Duobus numeris datis, inuenire tertium proportionalem.

Exemplum.

Proponantur in exemplum hi numeri, 27 & 9: sitque operepretium inuenire numerum tertium, ad quem 9, eandem obseruent rationem, quam 27 ad 9. Multiplicabis ergo 9 per sese, fient 81: quem diuides

per 27, prodibunt 3. Tantus est ipse tertius & proportionalis numerus: nā 27 ad 9 eandē habent rationem, quam 9 ad 3, vtpote triplam.

Quod si multiplicentur 27 per seipsa, fient ^{Notandum.} 729: quę diuisa per 9, dant pro quoto numero 81. Erit itaque numerus 81, primus trium proportionalium numerorū, eisdē numeris datis anteponeendus: nam 81 ad 27 eandē rationem obseruant, quam idem numerus 27 ad 9.

2 ¶ Cum autem duobus oblatis numeris, medium proportionalem operepretium fuerit inuenire numerum: colliges illum hac arte. Multiplicabis ipsos datos numeros adinuicem: & producti numeri quadratam supputabis radicem: nam ea erit numerus medius, ad quem primus eandem habebit rationem, quam ipse medius ad vltimū. ^{Duobus oblati numeris, medium proportionale supputare.} Dentur in exemplum hi ^{Exemplum.} duo numeri 27 / 3, inter quos oporteat medium constituere proportionalem. Duces igitur 27 in 3, fient 81: quorum radix quadrata est 9. Tantus est ipse medius, & proportionalis numerus: habent enim 27 ad 9 eandem rationem, quam ipsa 9 ad 3.

3 ¶ Pēdet autē eiusmodi operādi ratio, ex prima parte vigesimę propositionis septimi libri ^{Predictorū ratio mathematica.} elementorū: quę sic habet. Si tres numeri continuē proportionales fuerint, qui sub extremis inuicē multiplicatis gignitur numer⁹, equalis est ei qui à medio in seipsū ducto procreatur. Hinc fit, vt is qui ex medio procreatur numero si per primū diuidatur, nascatur tertius: aut

si idē numerus diuidatur per tertiū, generetur ipse primus. Haud dissimiliter, eius numeri qui sub extremis inuicē multiplicatis resultat quadrata radix, ipsum medium proportionalē exprimit numerum. Cū enim duo numeri inuicem multiplicantur, si productus inde numerus per alterum eorum diuidatur: procreatur de necessitate reliquus. Quod & in sequēti quatuor proportionalium numerorum regula, haud dissimiliter obseruatur.

¶ De aurea quatuor proportionalium numerorum regula, qua tribus datis, quartus innotescit, numerus: deque illius usu multiplici.

Caput 4.

De potestate 4 numerorum proportionalium.



LANTA EST VIS, ADEOQUE I
indissolubilis fraternitas ipsorum
quatuor numerorū inuicem proportionalium, & tam variæ ex illis emergūt rationum proportionēs: ut omnia ferè cum ciuilia, tum mathematica negotia eorundem numerorum proportionalium tractentur ac dissoluantur officio. Huius itaque regulæ scopus, est datis quatuor numeris inuicē proportionalibus, si quispiam illorum ignoretur, ipsum trium cognitorum adminiculo reddere notum.

Finis regulæ 4. proportionalium numerorū.

Origo eiusdem regulæ.

¶ Ostensum est itaque decimanona propositione septimi elementorum Euclidis, si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo & quarto fit numerus, æquus est ei qui

ex secūdo & tertio. Hinc fit, vt ignoto altero extremorum, multiplicādi sint intermediij numeri adinuicem, & productus inde numerus, per notum extremum diuidendus: vel altero intermediorum ignoto, vnus extremorum ducatur in reliquum, & productus inde numerus per notum intermedium diuidatur: vt ipse medius, vel extremus, & ignotus procreetur numerus. Cū enim quispiam numerus per alium multiplicatur: fit numerus, qui diuisus per alterum multiplicantium, producit de necessitate reliquum. Multiplicantur ergo extremi numeri, in suffragium intermediorum: quia tantum producant numerum, quantum & ipsi intermediij: atque è diuerso.

Hypothesis notanda.

Debent nihilominus ipsi numeri, in vsum practicum eo modo reuocari, vt ignotus & optatus numerus quartum possideat ordinem: ac ipse primus, re & nomine conueniat cū ipso tertio, secundus autem cum acquisito quarto. Id enim requirunt proponendæ, ac per ipsam proportionaliū regulā dissoluēdæ quæstiones.

Conditio regulæ animaduertenda.

3. ¶ Dentur in huiusce regulæ generalem expressionem, hi numeri 15/10/12/8, sub ratione sesquialtera proportionati: sicut videlicet 15 ad 10, sic 12 ad 8. Et supponatur in primis ignotus numerus quartus, vtpote 8. Multiplicabis igitur 12 per 10, fient 120: quæ diuisa per 15, reddunt 8, quantus est ipse quartus & proportionalis numerus. ¶ At si primus desideretur numerus, scilicet 15: illum rediges in quartum

Exemplum generale ipsius regulæ.

Quādo numerus quartus ignoratur.

Cū primus numerus ignoratur.

limitē. Cū enim sit vt 15 ad 10, sic 12 ad 8: erit à conuerſa ratione, per corollariū quartæ propoſitionis quinti elemētorū Euclidis, vt 8 ad 12, ſic 10 ad 15. Ducātur ergo 10 in 12, fiet rurſum 120: quæ diuiſa per 8, reddunt ipſa 15.

Quādo ſe-
cundus nu-
ignoratur.

Dum ter-
tius igno-
ratur nu-
merus.

Documen-
ta ſpecialia
in praxi re-
gulæ ſer-
uanda.

¶ Supponatur conſequenter ignorari ſecū-
dus numerus, vtpote 10. Antepones igitur, duos
vltimos numeros ipſi primo, ſecundāme rationē
ipſi primæ: in hunc modū, 12/8/15. Cū
enim ſit vt, 15 ad 10, ſic 12 ad 8: erit igitur vt
12 ad 8, ſic 15 ad 10. Multiplicabis ergo 15 per
8, conſurgent iterum 120: quæ diuides per 12,
prodibunt 10. ¶ Quod ſi tertius forſitan igno-
tus fuerit numerus, vtpote 12: conuerſes rura-
ſum antecedentes numeros in conſequentes,
& è diuerſo. Erit igitur vt 10 ad 15, ſic 8 ad 12.
Multiplicētur itaq; 8 per 15, conſurget præfa-
tus numerus 120: qui ſi diuidatur per 10, reſti-
tuet pro quoto numero 12. Haud aliter intel-
ligēdū ac faciēdū velim intelligas, de quibuſ-
cūq; ſimilibus, ac ſimiliter propoſitis numeris.
¶ Vbi autē abſoluta diuiſione ipſius producti 4
per primū & diuiſorem numerū, aliquis remā-
ſerit numerus ipſo diuiſore minor: is in ſubti-
liorem reſoluendus eſt numerum, pro ratione
ac qualitate ſiue ſpecie vnus ſingularis eius-
dem primi aut tertij numeri, atque productus
inde numerus per ipſum primū iterū diuiden-
dus: idq; toties cōtinuandū, quatenus ex ipſa
diuiſione nihil tandē relinquatur. ¶ Præterea,
ſi primus triū numerorū ſolis integris, tertius

verò fractis cōstitit numeris, aut è diuerso: debes prius, quàm per ipsam opereris regulã, alterũ prædictorũ numerorũ in alterius reuocare denominationẽ. Oportet enim primũ numerũ, cũ ipso tertio re ac nomine seu qualitate conuenire. Quẽadmodũ ex succedẽtibus exẽplis particularibus videbis sæpius obseruatũ.

¶ Excipimus tamen fractiones astronomicas, ^{Exceptio notanda.} sexagenaria ratione distributas: quę per tabulam proportionalem, sub varijs speciebus (vti proximo libro docuimus) absque resolutione tractari vel facilẽ possunt.

¶ Cũ autẽ periculũ facere libuerit, an optatũ ^{Vt probanda regulę veritas.} per ipsã regulã cōsecutus fueris numerũ: id ex præallegata decimanona septimi elemẽtorum Euclidis, absoluerẽ vel facilẽ licebit. Si multiplicaueris enim primũ numerũ in ipsum quartum, idẽ procreabitur numerus, qui ex ductu secũdi in terciũ generatur, si debitẽ supputaueris: Si autẽ præfati numeri fuerint inæquales, peccatũ est, & calculus propterea reiterãdus.

¶ *Exẽpla, seu quęstiones particulares, usum regulę clarificantes.*

I ¶ Vt autem ipsius regulę in explicabilis commoditas, & semper admirãda clarescat amplitudo, & in quarumcunq; rerum propositarũ, sub rationem atq; proportionem cadentium, ad commodetur vsus: ciuiles aliquot, atque mathematicas iuuat superaddere quęstiones, ac ipsas in aliarum exemplum per eandem proportionalium dissoluere regulam.

l.iiij.

De agnos-
cēdo pre-
tio rei emē-
de, quę sub
mensuram
cadit.

¶ In primis igitur, si quis emerit (verbi gratia) quatuor vlnas pāni pretio 15 librarū, & optauerit scire, quanti ementur vlnæ 25 eiusdem panni: proponūtur tunc numeri quatuor inuicē proportionales, quorū quartus & ignotus est numerus pretij eiusdē rei emēdæ, ad quem necessum est 25 eandē habere rationem, quam ipsa 4 ad 15. Multiplicentur ergo 25 per 15, fient 375: quæ diuidenda sunt per 4, prodibūt franci 93, reliētis tribus francis, qui non possunt diuidi per 4. resoluātur itaque in solidos, siue duodenos turonenses, per sextum caput libri primi, resultabunt duodeni 36: quos rursum diuidere oportet per ipsa 4, producentur 9. Optatus itaque numerus quartus, continebit francos 93, & duodenos 9: Tanti igitur ementur, ipsæ 25 vlnæ eiusdē panni propositi.

De eodem
pretio dis-
gnoscedo
in rebus pō-
dere distri-
butis.

¶ Secundò, si libræ 100 olei oliuarum valeant 2 frācos 7 & $\frac{1}{4}$, & iuuet agnoscere quāti ementur eiusdem olei libræ 2350: resolues in primis francos 7 & $\frac{1}{4}$, ad duodenos turonēses, fient duodeni 125. Deinde iuxta regulæ tenorem multiplicabis 2350, per 125, cōsurgēt 293750: quæ diuides per 100, prouenient duodeni 2937, reliētis 50, qui non possunt diuidi per 100. hos itaque reliētos 50 duodenos, resolues in turonos, iuxta traditionem ipsius sexti capituli antecēdētis libri primi, fient turoni 600: quos diuides per 100, nascentur 6. Erit igitur numerus pretij desideratus, duodenorū 2937, & turonorum 6: quæ reducuntur ad libras

turonenses. 146, & duodenos 17, vnà cū eisdē 6 turonis. Tanti ergo ementur, ipsæ 2350 libræ olei supradicti.

- 3 ¶ Tertiò, si pānus sericus emptus fuerit frācis 180, & volueris scire quāti oporteat ipsum vendere, vt lucreris francos 16 pro quolibet centenario francorū numero: subsumendi sunt tunc quatuor proportionales numeri, iuxta ipsius quæstionis propositionem. Tu enim vis 100, verti in 116: dicit igitur, si 100 dent 116, quantum dabunt 180? Multiplicabis itaq; 180, per 116, fient 20880: quæ diuisa per 100, dant pro quoto numero francos 208, & duodenos 16. Tantundem igitur vendas oportet ipsum pannum sericum, si ad propositam lucri volueris deuenire rationem.

De lucro rei emptæ, sub data ratione constituendo.

¶ Quodd si eandem summam 208 frācorum & 16 duodenorum, diuideris per numerum vlnarum eiusdem panni: nascetur pretium cuiuslibet vlnæ, ad præfatam lucri rationem seorsum distribuendæ. Vt supposito quodd idem pānus contineat vlnas 40: diuides 208 francos & 16 duodenos per 40, prouenient franci 5, duodecim 4, vnà cum 8 turonis pro qualibet vlna. Haud aliter facito de quibuscunque similibus, & similiter propositis quæstionibus.

Notandum.

- 4 ¶ Quartò, si è diuerso quæstio forsitan proponatur, vtpote, est pannus sericus venundatus pretio 208 francorum, & duodenorum 16, & lucratum est ad rationem 16 pro 100, & quæ ratur quanti fuerit emptus idem pannus: cū

Ex venditione & lucro dato, pretiū emptionis elicere.

116 prouenerint ex 100, propones in hunc modum numeros ipsos proportionales. Si 116 franci, proueniant ex 100: ex quo francorum numero, prodierunt franci 208, vnà cum 16 duodenis? Deinde multiplicabis 208 francos & 16 duodenos per 100, consurgent franci 20880: quos diuides per 116, nascentur franci 180. Tanti fuerat emptus idē pannus sericus.

Hinc si præfatos 180 francos per numerum vlnarum eiusdē panni diuiseris: singulare pretium cuiuslibet vlnæ seorsum obtinebis.

Ex pretio
emtionis
& vendi-
tionis, lucri
rationem
pro cētena
colligere.

¶ Quintò, potest & ipsa quæstio in hunc pro-
poni modū. Est pannus (verbi gratia) sericus,
emptus pretio 180 frācorum: si is venundetur
francis 208, vnà cum 16 duodenis, ad quam
rationem pro cētena lucrū ipsum perducetur.
Proponantur sic tres primi numeri proportio-
nales. Si 180 franci summę principalis, dēt frā-
cos 208 vnà cum 16 duodenis principalis & lu-
cri, quantū principalis & lucri dabūt 100. Duc
igitur frācos 208 cū 16 duodenis in 100, pro-
ducētur frāci 20880: quos diuide per 180, fiēt
pro quoto numero 116: à quibus tolle 100, re-
linquentur 16. Ipsum ergo lucrum, erit ad ra-
tionem 16, pro centenario frācorum numero.

Vt propor-
tionada pa-
nis ponde-
ra, pro ra-
tione pretij
frumētarij.

¶ Sextò, cū medimnus tritici, vānit (exem-
pli gratia) duodenis 34, & confectus ex illo
panis 6 denariorum turoneñ. obseruat pondus
12 vnciarum: si idem medimnus tritici, venerit
ad pretium 28 duodenorum, quæritur quot
vnciarū formāduS erit idē panis 6 denariorū?

In hac & similibus quæstionibus, locandus est numerus secundi valoris siue pretij in primo ordine, datus verò ponderis numerus in secundo, primi denique valoris siue pretij numerus in tertio: quæstionem ipsam, in hunc qui sequitur modum proponendo. quot vnciæ prodibunt ex 28, si 12 vnciæ proueniant ex 34. hoc autem ideò fit, quoniam minuto pretio frumenti augmentatur pondus ipsius panis: & è conuerso. Duc itaque 34 in 12, fient 408: quæ diuide per 28, prodibunt 14 & $\frac{4}{7}$. Totidem vnciarum formandus est panis, vbi medimnus tritici descenderit ad pretium 28 duodenorū. Haud dissimilem operandi rationem obseruabis, in minuendo pōdere ipsius panis, vbi pretium eiusdem mensuræ frumentariæ fuerit augmentatum.

- 7 ¶ Septimò, descendendum est ad eas quæstiones, quæ per liberam numerorū soluuntur positionem, hoc est, per subsumptionem duorum numerorum proportionalium, cum proposito numero tertio. Si quis igitur optauerit scire, à quo numero deducta tertia parte relinquuntur 50: is in hunc modum dignoscetur. Supponatur aliquis numerus habēs tertiam partem, vtpote 15, cuius tertia pars est 5, & residuum (eadem tertia parte dempta) est 10. Dic igitur, si 10 relinquantur ex 15, ex quo numero relinquentur 50? Multiplicentur itaq; 50 per 15, fient 750: quæ diuisa per 10, dāt pro quoto numero 75. Tantus est numerus, à quo dēpta

Data parte
quota, &
residuo,
quæsitum
inuenire
numerum.

tertia parte (quæ est 25) relinquuntur 50.

Ex quotarū
summa, nu-
merum cu-
ius sūt quo-
tæ ptes col-
ligere.

¶ Octauò, esto numerus, cuius $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ cū $\frac{1}{4}$ si- 8
mul iuncta, conficiunt 60: quæritur quātus est
ipse numerus? Supponatur aliquis numerus ha-
bens $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, qualis est numerus 12, cuius
dimidium est 6, tertium verò 4, & quartum 3,
quæ simul iuncta conficiunt 13: & in hūc mo-
dum quæstio proponatur. Si 13 dent 12, quem
numerus dabunt 60? Multiplicentur ergo 60
per 12, fient 720: quæ diuide per 13, producen-
tur 55, vnà cum $\frac{5}{13}$. Tantus est numerus opta-
tus. Nam dimidium ipsorum $55\frac{5}{13}$, est $27\frac{2}{13}$,
tertium verò $18\frac{6}{13}$, & quartū $13\frac{11}{13}$: quæ simul
iuncta, conficiunt 60.

Pro ratione
expositarū
pecuniarū
lucris partē
in societa-
tibus pro-
portionare

¶ Nonò, ostendendum est, qualiter ipsa regula 9
societatum quæstiones non minus facile dis-
soluat. Supponantur itaque tres homines inui-
cem conuenisse, quorum primus exposuerit
francos 350, secundus 400, tertius verò 450:
Et facta rerum emptarum venditione, super-
lucrati sint 1000 francos. Quæritur quanta de-
bet esse pars lucris competens vnicuique, pro
ratione pecuniæ expositæ? In hac & similibus
quæstionibus, adgregatum ex summis particu-
laribus se habet ad totum lucrum, vt quælibet
summa particularis ad partem lucris propor-
tionalem. Componantur igitur 350/400/450,
fient 1200: quæ facies primum & diuisorem
numerus, secundum verò 1000, tertium autē
numerus quamlibet summam particularem.
Duc igitur 1000 in 350, postea in 400, tādē

in 450:& productos inde numeros diuide per 1200. Offendes enim competere ipsi primo, francos 291, duodenos 13, & turonos 4:secundo autem, francos 333, duodenos 6, & turonos 8:tertio deniq; francos 375 præcisè:quæ simul iuncta, conficiunt præfatos 1000 frâcos ipsius lucri propositi.

- 10 ¶ Decimò, exponatur summa 150 francorum, distribuenda tribus hominibus: ea tamen ratione, vt primus sit habiturus dimidiam partem, secundus tertiam, tertius verò quartam. De summa denariorum diuersis diuersimodè distribuenda.

Quæritur, quanta erit vnaquæq; prædictarum partium? Inueniatur rursus numerus habens dimidiam, & tertiam, & quartam partem: vt pote 12, cuius $\frac{1}{2}$ est 6, tertium 4, & quartum 3: quæ simul iuncta, cōficiūt 13. Deinde ac si primus exposuerit 6, secundus 4, & tertius 3: sic proponito quæstionem. Si 13 dent 6: vel 4, aut 3, quantum dabunt 150? Et factis iuxta regulæ tenorem multiplicationibus, atque diuisionibus: offendes partem ipsius primi esse francorum 69, & $\frac{3}{13}$, secundi 46 & $\frac{2}{13}$, tertij verò 34 vnâ cum $\frac{8}{13}$: quæ simul iuncta, conficiunt præfatos 150 francos.

- 11 ¶ Vndecimò, sint rursus tres homines, sub hac couditione conuenientes, vt primus exposuerit francos 350 per menses 12, secundus francos 400, per mēses 10, tertius verò francos 450, per menses 8: & lucrati sint francos 1000. Quæritur quātum debetur vnicuiq; pro ratione temporis & ipsius expositæ pecuniæ. De proportionado lucro, pro tēporis & pecuniæ diuersitate.

Multiplicetur quælibet sūma pecunię per suū
tempus: vtpote, 350 per 12, fiēt 4200: deinde
400 per 10, confurgēt 4000: tandē 450 per 8,
producētur 3600. Hęc autē simul iuncta, cōfi
ciūt 11800, ex ipsis pecuniarū summis, & datis
tēporib⁹ resultātia. Hūc itaq; numerū 11800,
fac primū proportionalē, & 1000 frācos lucri
secundū: in tertio autē ordine ponito singulos
numeros ex summa qualibet frācorum & suo
tempore resultātes, & quęstio ipsa in hūc pro
ponatur modū. Si 11800 dēt 1000, quātū da
būt 4200, dein 4000, tandē 3600? Et factis vt
ipsa postulat regula, & proximo exēplo nono
traditū est, multiplicationib⁹, atq; diuisionib⁹:
offendes deberi primò frācos $355 \frac{5}{9}$, secū
dò frācos $338 \frac{8}{9}$, tertio verò frācos 305, &
 $\frac{5}{9}$ vnius frāci, Hęc autē omnia simul iuncta,
cōficiūt præfatos 1000 frācos lucri propositi.

De mathe
maticis
quæstioni
bus.

¶ Duodecimò (vt ad mathematica descenda
mus exempla.) Si planeta, proprio motu, per
transeat de circulo Zodiaco in tribus diebus
5 gradus (qualiū totus circulus est 360) quot
similes gradus perābulabit in diebus 60? Mul
tiplicabis igitur 60 per 5, fient 300: quæ diui
des per 3, prodibunt 100. Tot igitur gradus
idem planeta pertransibit intra dies 60. Haud
alienū habeto iudicium de quibuscunq; simili
bus, & similiter propositis quęstionib⁹ mathe

maticis. Omnes siquidē geometrici vel astro
nomici canones, huius regulę absoluuntur be
neficio. Semper enim occurrūt duo triangula

Nota de ca
nonib⁹ geo
metricis &
astronomi
cis.

similia, hoc est, æquiangula, habētīāq; circum
 æquales angulos latera, & proinde 4 inuicem
 proportionalia: quorū tria supponuntur nota,
 & illorū adminiculo quartū innotescit. Vt ex
 ea parte geometrię colligitur, quæ lōgitudinū
 dimensiones per radij visualis obseruationem
 cum instrumētis ostendit. Idē similiter & in
 sinuum rectorū, hoc est, rectorū in circuli qua-
 drante subtenfarū videtur accidere demōstra-
 tionibus. Nā sæpius 4 sese offerūt sinus recti,
 inuicē proportionales: quorū tres itidem notī
 supponūtur, ipsum quartū iuxta regulæ teno-
 rem manifestantes. Innumeræ itaq; ac penē
 incredibiles, cum ciuiles, tum mathematicæ
 quæstiones, per eandem 4 proportionaliū nu-
 merorum regulam indifferenter dissoluentur:
 dummodò eorūdem 4 proportionaliū nume-
 rorū ordinē debitè noueris obseruare, aut illos
 (si expediat) cōgruē supponere. Quēadmodū
 ex præcedentibus abundē clarescit exemplis.

*Qualiter eadē obseruetur regula, in proportionandis
 tabularum astronomicarū numeris, siue numerorum
 differentijs, per ipsam tabulam proportionalem.*

¶ CIVVAT DEMVM VIRES HVIVS RE-
 gulæ, in proportionandis tabularum astrono-
 micarum numeris siue differentijs, sexagena-
 ria ratione distributis, per ipsam tabulam pro-
 portionalem seorsum impressam demonstrare:
 qua opitulante, numerus quartus proportio-
 nalis mira facilitate colligitur.

Duplex ta-
bularū in-
gressus. Cōtingit itaq; eiusmodi tabulas, quēadmodū
& ipsam tabulam proportionalem, lateraliter
vel areatim ingredi:& neutro plerunque con-
gressu,propositi offenduntur numeri. Quid au-
tem sit lateraliter,vel areatim intrare tabulā,
numero 5, quarti capitis, anteceditis libri ter-
tij diffinitum est.

Regula ge-
neralis, pro
ingressu la-
terali.

¶ Cū igitur lateraliter intratur tabula, & 13
præcisi non occurrunt laterales numeri, quæ-
renda est pars proportionalis differentia arealium
numeratorum, inter quos optatus cadit nu-
merus, iuxta rationem minutorum partibus
integrīs adiacentium, ad minuta 60: tūcque
primus numerus est 60, secūduſ prædictorum
minutorum numerus, tertius verò ipsa nume-
rorum arealium differentia, quorum vnus re-
spōdet partibus integris proximè minoribus,
alter verò proxime maioribus ipsius numeri
dati. Hæc igitur pars proportionalis, per so-
lum ingressum laterale in ipsam tabulam pro-
portionalem, cum ipsa differentia & minutis
datis, illico manifestatur: absoluendo scilicet
multiplicationem secundi numeri in tertium,
vel è diuerso, iuxta doctrinam numeri 6 eius-
dem quarti capitis ipsius libri tertij, absq; di-
uisione producti per 60: vtpote, quæ per ipsius
tabulæ constructionem suppletur.

Exemplū. ¶ Sit exempli gratia, arealis differentia secun- 14
dorum 24: de qua sumenda sit pars proportio-
nalis in ea ratione, qua se habent 60 minuta
ad minuta 55. Sumptis itaq; 55 in latere a b,

& ipsis 24 in latere a c: offendes ad communem angulum 22/0, hoc est, secūda 22. Tu enim ducis minuta in secunda, & fiunt tertia: quæ diuisa per minuta: reddunt secunda. Se habent igitur 22 secūda, ad minuta 55: veluti secunda 24, ad minuta 60.

¶ Esto rursum arealis differentia secundorum 20, tertiorū 30: de qua sit operepretiū habere partem proportionalem in ea ratione, quam obseruant minuta 35, ad minuta 60. Sumptis ergo 35 in latere a b, atque 20 & 30 in ipso latere a c: occurrent ad communem angulū, sub 20 quidem secunda 11, tertia 40: sub ipsis autē 30, tertia 17, quarta 30.

Quæ debito, & sæpius expresso more coniuncta, efficiunt secūda 11, tertia 57, & quarta 30. Tāta est pars

Secunda. Tertia. Quarta.

11	—	40
		17—30
11 /		57 / 30

proportionalis, siue quartus numerus optatus. Cæteras porrò introituum numerorum differētiās, ex eodē capite quarto præcedētis libri tertij (in quo de eiusmodi numerorū agitur multiplicatione) colligendas remittimus.

15 ¶ CVM PORRÒ areatim intratur aliqua tabula, & præcisi in area nō sese offerūt numeri: accipitur tunc pars proportionalis numeri 60 (qui est differētia duorū lateraliū numerorum immediatè succedētium, & minuta vnus gradus, aut vnus minuti secunda repræsentat) in ea quidē ratione, qua se habet differētia ipsius oblatis numeri & numeri proximè minoris, ad

Aliud exēplum.

Regula generalis p ingressu a reali.

m.j.

differentiam eiusdem proximè minoris atque proximè maioris numeri arealis, inter quos propositus coincidit numerus. Primus itaque numerus, est ipsa maior differentia: secundus, differentia minor (quæ est pars ipsius maioris) tertius verò, ipse numerus 60. Ea ergo pars proportionalis, siue numerus quartus, per solū arealem ingressum in eandem tabulā proportionalē, cum duobus primis numeris obtinetur: diuidendo scilicet numerū secundum per primum, absque eiusdem secundi multiplicatione per tertium, vtpote, quæ sub ipsius tabulæ constructionem comprehenditur.

Exēplum.

¶ Esto verbi gratia arealis differentia maior mi 16 nutorum 45, minor autem minutorum 12: sitque propositum accipere partem proportionalem de 60 minutis lateralibus, in ea quidem ratione, qua se habent ipsa 12 ad 45. Acceptis igitur 45 in latere a b, ipsius tabulæ proportionalis: perquirito 12 inter areales numeros, è dextra quidem regione ipsorum 45. Quibus tandē in hunc modum sese offerētibus 12.0: occurrent tibi ad verticem columnæ 16, quæ minuta dicentur, eandem habentia rationem ad 60, quam 12 ad 45. ¶ Sit rursus operę pretium, accipere partem proportionalem de præfatis 60 minutis, in ea ratione, qua se habent 15 minuta & 24 secunda, ad minuta 28. Sūptis itaq;, iuxta doctrinā numeri 4, quinti capitis antecedentis libri tertij, 28 in latere a c, eiusdē tabulæ proportionalis: sub ipsis 28

Aliud exēplum.

rectissimè descendēdo, offēdes tādē 15.12
præcisè. à quibus si læuorsum directè pro-
grediendo, in latus perueneris a b: occurrent
illic minuta 33, quæ eādē rationem obser-
uant ad 60, quam minuta 15 & 12 secunda, ad
ipsa 28 minuta.

¶ Quod si plures in diuisione concurrerint fra-
ctionum species, vel ipsæ diuidendæ fractio-
nes in area tabulæ præcisè non reperiātur: ob-
seruabis ea documenta ad huiuscemodi fra-
ctionum diuisionem spectantia, quæ præfato
numero 4, ipsius quarti capitis præcedētis li-
bri tertij, sigillatim annotauimus. Notandum.

*Qualiter duobus numeris inæqualibus datis, duo
intermedij reperiantur numeri, sub eadem ratione cō-
tinuè proportionales,* Cap. 5.



VIVSCE QVATVOR NV-
merorum continuè proportiona-
lium adinventionem, in gratiam
nostræ circularis quadraturæ, pri-
mum excogitauimus, & nostro
mathematico triumpho cōscripsimus: quam
hoc in loco repetere, ac summatim perstrin-
gere, non duximus importunum. vtpote, sine
qua figurarum tam planarum quàm etiam so-
lidarum augmentationes atq; diminutiones,
sub quauis ratione data propositas, earundē
que figurarū perutiles trāsmutationes, facere
est impossibile: quēadmodū ex nostra Geome-
triæ praxi, deprehendere vel faciliè poteris.

m.ij.

Propositæ
regulæ mi-
randa vti-
litas.

Regulae
summa.

¶ Oblatis igitur duobus quibuscūq; numeris ² inæqualibus, inter quos operæpretiū sit duos medios inuenire numeros, sub eadem ratione continuè proportionales: secūdum in primis, hac arte colligito numerū. Duc vnū datorum numerorū in reliquum, & productum inde numerorum duc rursū in eum prædictorum numerorum quem vis efficere primum, consurgētis inde numeri cubicam extrahito radicē: nam ea erit optatus numerus secundus. Quòd si præfatum numerum ex eorundē oblatorum numerorum multiplicatione procreatum, in reliquum numerum, hoc est, vltimum multiplicaueris, & producti cubicam itidem acciperis radicem: ea erit tertius numerus proportionalis. Erit igitur vt primus numerus ad secundum: sic idem secundus ad ipsum tertium, atque idem tertius ad numerum quartum.

Notandum.

Verū vbi ex supradictis multiplicationibus procreati numeri non fuerint cubi, veras illorū radices inuenire est impossibile: eas tamen, per secundam partem octauī capitis antecedentis libri primi, adeò præcisas obtinere licebit, vt à veris & furdīs radicibus (etiam in quemcūque reuocentur vsū) differre nullo modo videantur.

Exēplum.

¶ Dentur in exēplum hi duo numeri, 81, 3: inter quos expediat duos inuenire numeros, sub eadem ratione continuè proportionales. Multiplicabis igitur 81 per 3, fient 243: quæ rursū duces in 81, consurgent 19683. quorum

radix cubica est 27: tantus est secundus numerus proportionalis. Quod si multiplicaueris eundem numerum 243 per 3, fient 729: quorū radix cubica est 9. tantus est numerus tertius: nā ipsi numeri $81/27/9/3$, sub ratione tripla cōtinuē proportionantur. Poteris & obtēto secundo numero, inuenire tertium: vel ipso tertio supputato colligere secundum, per antecedentis primi capitis traditionem. Si enim multiplicaueris 27 per 3, fient 81: quorum radix quadrata est 9. Aut si duxeris 81 in 9, producētur 729: quorū radix quadrata est 27. Haud aliter facito, de quibuscunque similibus.

Notādum.

4 ¶ Sed demus exemplum, vbi producti numeri nō sunt cubi: sūtq; ipsi oblati numeri 60, 24. Multiplicabis ergo 60 per 24, fient 1440: quę rursum duces in 60, consurgent 86400. quorū radix cubica, est 44, & circiter $\frac{12}{60}$, quę faciunt $\frac{1}{5}$. tantus est secūdus & proportionalis numerus. Quod si eundem numerū 1440 multiplicaueris per 24, producentur 34560: quorū radix cubica est 32, vnā ferē cum $\frac{34}{60}$, quę reducūtur ad $\frac{17}{30}$. tātus est ipse numer⁹ tertius.

Aliud exēplum.

¶ Ex his autem 4 numeris, continuē proportionibus, variæ ac non inutiles eliciuntur proportionū diuersitates: Quas tum ex supradictis numero 6, antecedentis primi capitis huius libri, & ex libro quinto elementorū Euclidis (in quo de proportionibus vniuersaliter pertractatur) tū ex ipso nostro mathematico triumpho colligēdas, data remittamus opera.

Notādum.

De regula sex quantitatum inuicem proportionalium, eiusque differentijs, & usu multiplici, cap. 6.

Ptolemeus.



DEMONSTRAVIT PTOLEMEUS

mæus, capite duodecimo libri primi suæ magnæ cōstructionis (quā vocant Almagestum) & nos similiter ex nostræ circularis quadraturæ collegimus demonstratione: dables esse videlicet sex quantitates sic adinuicē proportionatas, vt ratio primæ ad secundā cōponatur ex rationibus tertiæ inquā ad sequentē quartā, & ipsius quintæ ad sextam. Hinc orta est illa sex quantitātū proportionaliū regula, qua nulla præstantior inuenitur ad cēlestium motuū, aliarūmq; rerū secretarū inuestigationē: & proinde quæ ad ipsius magnæ constructionis intelligētiam, adeò videatur esse necessaria. In cuius regulæ fundamētū, subscriptos, & q̄ minimos potuim⁹ in datis rationibus, tibi selegimus numeros: vtpote 1/2/3/4/6/9, iuxta ipsius regulę tenorem inuicē proportionatos. Ratio enim 1 ad 2, quę est subdupla: cōstat ex ratione 3 ad 4, quæ est subsesquitercia, & subsesqualtera ratione ipsorū 6 ad 9. Vti subiecta cōpositionis earūdem rationū indicat formula, iuxta precedentis secundi capitis traditionem conscripta: fit enim

Subsesquitercia.	3 — 4
Subsesqualtera.	6 — 9
Subdupla, vt 1 ad 2.	18 — 36.

ratio 18 ad 36, quę eadē est rationi ipsius 1 ad 2.

De origine ac vtilitate regulæ 6 quantitātū.

Exemplares numeri iuxta regulam inuicē proportionati.

17 rationū cōpositiones, ex prima subortæ.

¶ Ex hac autē primaria & veluti radicali eiusdē rationis cōpositione,

17 suboriuntur rationum compositiones, siue compositionum ordines, inter eosdem sex numeros 1, 2, 3, 4, 6, 9, pender acciðentes: qui vnà cum ipso primo & radicali, sunt numero 18. Quos omnes sub hac succedenti perstrinximus tabulæ contextura.

TABVLA 18 MODORVM,						
quibus inter præfatos 6 numeros, ratio duorum primorum, constat ex rationibus reliquorum quatuor.						
	Ordo numerorum.					
Modi compositionū possibiles.	Primus.	Secundus.	Tertius.	Quartus.	Quintus.	Sextus.
Primus modus.	1	2	3	4	6	9
Secundus.	1	2	3	9	6	4
Tertius.	1	3	2	4	6	9
Quartus.	1	3	2	9	6	4
Quintus.	1	6	2	9	3	4
Sextus.	1	6	2	4	3	9
Septimus.	2	4	1	3	9	6
Octauus.	2	4	1	6	9	3
Nonus.	2	9	1	3	4	6
Decimus.	2	9	1	6	4	3
Vndecimus.	3	4	1	2	9	6
Duodecimus.	3	4	1	6	9	2
Decimustertius.	3	9	1	2	4	6
Decimusquart⁹.	3	9	1	6	4	2
Decimusquint⁹.	4	6	2	1	3	9
Decimussextus.	4	6	2	9	3	1
Decimusseptim⁹.	6	9	1	2	4	3
Decimusoctau⁹.	6	9	1	3	4	2

In prima itaq; & leua ipsius tabulæ colūna, primi locatur numeri, ad numeros secundæ columnæ sigillatim comparandi: quorum ratio, constat ex ratione numerorū tertiæ columnæ ad numeros quartæ, & ratione numerorū succedentis quintæ colūnæ ad numeros ipsius sextæ. Hinc facile liquet, qui numeri inter eosdē 6 proportionales, ipsi primi aut secundī, quīve tertiū & quartī, seu quintī demū & sextī fungantur officio.

Summaria
tabulæ di-
lucidatio.

Cæteræ autem rationes inter eosdẽ acciden-
tes numeros (quæ sunt tâtũmodò sex, vtpote
primi ad quartũ vel sextũ, secundi ad tertium
vel quintum, atq; tertij ad eundem quintum,
& ipsius tandẽ quarti ad sextũ) ex cæterorum
numerosũ rationibus nullo modo cõponũtur.

Præfata 18
rationum
cõpositio-
nes, suo or-
dine exem-
plariter di-
lucidatæ.

¶ Horum autem 18 modorum formulas, siue 3
rationum compositiones, inter eosdem 6 nu-
meros, iuxta tenorem ipsius antecedentis se-
cundi capitis accidentes, in maiorem omniũ
expressionẽ, superaddere: illõsque suo ordine
distribuere, non duximus incommodum.

¶ Primus & radicalis
modus: in quo ratio
primi numeri ad secũ-
dum, componitur ex
ratione tertij ad quar-
tum, & ratione quinti
ad sextum.

Subsesquitertia.	3 — 4
Subsesqualtera.	6 — 9
Subdupla, vt 1 ad 2.	18 — 36

¶ Tertius modus: in
quo ratio primi nume-
ri ad tertium, constat
ex ratione secundi ad
quartum, & ratione
quinti ad ipsum sextũ.

Subdupla.	2 — 4
Subsesqualtera.	6 — 9
Subtripla, vt 1 ad 3.	12 — 36

¶ Secundus compo-
sitionis modus: in quo
ratio eiusdẽ primi nu-
meri ad secundũ, con-
stat ex ratione tertij
ad sextũ, atq; ratione
quinti ad quartum.

Subtripla.	3 — 9
Sesqualtera.	6 — 4
Subdupla, vt 1 ad 2.	18 — 36

¶ Quartus modus: in
quo ratio eiusdẽ primi
numeri ad tertiũ, cõfi-
citur ex ratione secũ-
di ad sextũ, & ratione
ipsius quĩti ad quartũ.

Subquadrupla ses- qualtera.	2 — 9
Sesqualtera.	6 — 4
Subtripla, vt 1 ad 3.	12 — 36

¶ Quintus modus: in quo ratio ipsius primi numeri ad quintū, cōponitur ex ratione secundi ad sextum, atq; ipsi⁹ tertij ad quartū.

Subquadrupla sesquialtera.	2 — 9
Subsesquitercia.	3 — 4
Subsextupla, vt 1 ad 6.	6 — 36

¶ Septimus modus: in quo ratio secundi numeri ad quartū, resultat ex binis rationib⁹, ipsius quidē primi ad tertium, & sexti ad quintum numerum.

Subtripla.	1 — 3
Sesquialtera.	9 — 6
Subdupla, vt 2 ad 4.	9 — 18

¶ Nonus modus: in quo ratio præfati numeri secūdi ad sextū, constat ex rationibus primi ad tertium, & quarti ad ipsum numerum quintum.

Subtripla.	1 — 3
Subsesquialtera.	4 — 6
Subquadrupla sesquialtera, vt 2 ad 9.	4 — 18

¶ Sext⁹ modus: in quo ratio eiusdē primi numeri ad ipsum quintū, constat ex rationibus secūdi ad quartum, & tertij ad ipsum sextū.

Subdupla.	2 — 4
Subtripla.	3 — 9
Subsextupla, vt 1 ad 6.	6 — 36

¶ Octauus modus: in quo ratio eiusdem secūdi numeri ad ipsum quartum, cōficitur ex ratione primi ad quintum, atque sexti ad ipsum tertium.

Subsextupla.	1 — 6
Tripla.	9 — 3
Subdupla, vt 2 ad 4.	9 — 18

¶ Decimus modus: in quo ratio eiusdem secūdi numeri ad ipsum sextū, conficitur ex ratione primi ad quintū, atq; ratione quarti numeri ad ipsum tertū.

Subsextupla.	1 — 6
Sesquitercia.	4 — 3
Subquadrupla sesquialtera, vt 2 ad 9.	4 — 18

¶ Undecimus modus: in quo ratio tertij numeri ad quartum, constat ex rationibus primi quidē ad secundū, & sexti ad ipsum numerum quintum.

Subdupla.	1—2
Sesquialtera.	9—6
Subsesquialtera, vt 3 ad 4	9—12

¶ Decimustertius: in quo ratio præfati numeri tertij ad sextum, componitur ex ratione primi ad secundū, & ipsius quarti ad numerum quintum.

Subdupla.	1—2
Subsesquialtera.	4—6
Subtripla, vt 3 ad 9	4—12

¶ Decimusquintus: in quo ratio quarti numeri ad quintum, cōficitur ex rationibus secundi numeri ad primū, & tertij ad ipsum numerum sextum.

Dupla.	2—1
Subtripla.	3—9
Subsesquialtera, vt 4 ad 6.	6—9

¶ Duodecimus modus: in quo ratio eiusdem tertij numeri ad ipsum quartū, resultat ex rationib⁹ primi ad quintum, & ipsius sexti ad secundum numerum.

Subsextupla.	1—6
Quadrupla sesquialtera.	9—2
Subsesquialtera, vt 3 ad 4.	9—12

¶ Decimusquartus: in quo eadē ratio numeri tertij ad ipsum sextū, cōstat ex rationib⁹ primi in quā numeri ad quintum, & quarti ad secundum numerum.

Subsextupla.	1—6
Dupla.	4—2
Subtripla, vt 3 ad 9.	4—12

¶ Decimussextus: in quo eadē ratio numeri quarti ad ipsū quintum, constat ex ratione secundi ad sextum, & ipsius tertij ad primum numerum.

Subquadrupla sesquialt.	2—9
Tripla.	3—1
Subsesquialtera, vt 4 ad 6.	6—9

¶ Decimusseptimus: vbi ratio quinti numeri ad sextum, componitur ex ratione primi ad secundum, & quarti numeri ad ipsū tertium.

¶ Decimus octauus & vltimus, in quo præfata ratio quinti ad numerū sextū, cōstat ex rationibus primi inq̃ ad tertiū, & quarti ad secundum numerum.

Subdupla.	1—2	Subtripla.	1—3
Sesquitertia.	4—3	Dupla.	4—2
Subsesquialtera. vt 6 ad 9.	4—6	Subsesquialtera, vt 6 ad 9.	4—6

¶ Hinc facilè patet, qualiter hic senarius ordo numerorū, in quaternariū vtiliter redigatur. Ex ipsis enim quatuor vltimis numeris, duo cōficiūtur numeri, cū duobus primis sub eadē ratione proportionales: vnde singuli sex quantitatū canones, in quatuor proportionaliū numerorū regulā, vel facilè tandē conuertūtur.

Corollariū
notandum.

¶ RELIQVVM est, ostendere qualiter oblati sex numeris, sic inuicem colligatis, vt ratio duorum quorumvis constet ex rationibus cæterorum quatuor: si quispiam illorum ignoretur, is reliquorum adminiculo dignoscatur.

Regula, siue praxis earundem 6 quantitatum.

In primis igitur, vbi sextus numerus ignorabitur, multiplicabis secundum in tertium, & productum diuides per primum: quotum rursum ex diuisione numerorū duces in quintū, productūque diuides per quartum: habebis enim præfatum numerum sextum. Resumantur exempli gratia, præassumpti sex numeri 1/2/3/4/6/9, iuxta primū & radicalē modum distributi: sitq; numerus 9 ignotus. Duc igitur

Vbi sextus ignoratur numerus.

2 in 3, fient 6: quæ diuide per 1, redibūt 6. hæc
rursum ducito in 6 (quintum videlicet nume-
rum) confurgent 36: quæ diuisa per 4, dabunt
pro quoto & optato numero 9.

Dum quinqu-
tus ignotus
est nume-
rus.

¶ Secundò, vbi quintus ignorabitur numerus,
duc primum in quartum, & productū diuide
per tertium: quod ex hac autē diuisione pro-
creatur duc rursum in numerum sextum, &
productum diuide per secundum: & eundem
quintum obtinebis numerum. Exempli causa,
ignoretur numerus 6. Duc itaq; 1 in 4, redi-
bunt 4: que diuide per 3, prouenient $1 \frac{1}{3}$.
Hæc rursum multiplica per 9, confurgent 12:
quæ diuisa per 2, generant 6, quantus est ipse
numerus quintus.

Dum ipse
quartus op-
tatur nu-
merus.

¶ Tertio, vbi quartus numerus incognitus fue-
rit: ducendus est secundus in tertium, & pro-
ductum diuidendum per primum. quotus in-
de numerus, per quintum multiplicandus est:
& is qui resultabit, diuidendus per ipsum nu-
merū sextū. Vtpote, si numerus 4 ignoretur,
multiplicabis 2 in 3, fient 6: quæ diuides per
1, redibūt 6. Hæc per 6 numeri quinti rursum
multiplicabis, confurgent 36: quæ si diuidātur
per 9, dabunt pro quoto & optato numero 4.

Vbi tertius
numerus
ignoratur.

¶ Quarto, si tertius numerus desideretur, hūc
sic curabis inuentum. Duc primum numerum
in quartum, productūq; diuide per secundū:
prouenientem autē ex ipsa diuisione, duc rur-
sum in sextum, & procreatum inde numerum
diuide per quintū. Ignoretur enim numerus

3. Duces igitur 1 in 4, redibunt 4: quæ diuides per 2, proueniēt 2. hæc iterū multiplicabis per 9, cōsurgent 18: quæ diuides tandē per 6, prodibunt 3, quātus est ipse numerus tertius.

¶ Quintò, vbi secundū operepretiū fuerit habere numerū, sic facito. Duc primū in quartū, & productum inde numerum diuide per tertium: quotū rursus numerū ducito in sextum, productūq; diuidito per ipsum quintū. Nā inter præassumptos numeros, secundus est 2.

Vbi secundus ignotus est numerus.

Duc igitur 1 in 4, fient solummodò 4: quæ diuide per 3, nascentur $1 \frac{1}{3}$. Hæc rursus ducito in 9, resultabūt 12: quæ diuisa per 6, generabūt ipsum optatū numerū secundū, vtpote 2.

¶ Sextò & vltimo, si primus ignotus fuerit numerus, is in hunc modū supputetur. Ducatur secundus in tertium, & productus inde numerus per quartum diuidatur: quotus autem ex ipsa diuisione per quintum rursus multiplicetur, productūq; numerus diuidatur per ipsum sextum. relinquetur enim primus. In primum numerum subrogauimus vnitatem: quæ supponatur ignota, & in hūc modū colligatur. Multiplicentur 2 in 3, fient 6: quæ diuisa per 4, dāt $1 \frac{1}{2}$. Hæc rursus multiplicata per 6, producunt 9: quæ per 9, hoc est, sextum diuisa numerum, restitunt 1.

Quādo primus numerus desideratur.

¶ Haud dissimiliter, datū quēuis horū sex numerorū, iuxta quauis reliquarum 18 rationū compositionem distributorum, curabis inuentum: necnon & oblatorum quorumcunq; sex

Corollarium.

numerosum ignotum, similibus rationū com-
mixturis siue proportionibus inuicem colli-
gatorum.

Conclusio. **¶** H AEC sunt, candide ac studiose lector, quæ
de absoluta numerosum tam integrorum,
quàm vulgari & astronomica ratione
partium distributorū praxi, in alias
rum disciplinarū introductio-
nem, & communē studio-
rum omnium utilis-
tatem, nobis con-
scribenda & æ-
dēda vide-
bantur.



¶ *Quarti & vltimi libri Arithmeticæ pra-
cticæ, ex Orontij Finæi Delphina-
tis Regij Mathematicarum
Lutetiæ professoris
traditione,*

F I N I S.



Virefcit vulnere virtus.

INDEX SUMMARIVS CAPITVM,
singulis huiusce Arithmeticae practicae li-
bris contentorum.

PRIMI LIBRI CAPITA.

1. De numero elemētis, limitibus, & arte numerādi. Fo. 3.
2. De integrorum numerorum additione. fo. 5.
3. De subtractione eorundem integrorum. fo. 6.
4. De ipsorum integrorum multiplicatione. fo. 8.
5. De diuisione prædictorum integrorum. fo. 12.
6. De eorundem integrorum reductione. fo. 15.
7. De inuentione quadratae radice in numeris
integrīs. fo. 16.
8. De cubicae radice inuentione. fo. 20.
9. De progressionē eorundem numerorum. fo. 23.
10. De vero supradictarum operationum exanime. fo. 26.

LIBRI SECUNDI CAPITA.

1. De origine, expressione, & valore fractionum. fo. 30.
2. De reductione prædictarum fractionum. fo. 32.
3. De abbreviandis fractionibus & partium quota-
rum inuentione. fo. 36.
4. De ipsarum vulgarium fractionum additione. fo. 39.
5. De subtractione prædictarum fractionum. fo. 41.
6. De earundem fractionum multiplicatione. fo. 42.
7. De diuisione prædictarum fractionum. fo. 45.
8. De inuenienda radice quadrata earundem
fractionum vulgarium. fo. 48.
9. De cubica præmissarum fractionum radice. fo. 49.

LIBRI TERTII CAPITA.

1. De ratione numeri sexagenarij, ac inde deductis
integrorum fractionibus. fo. 51.
2. De fractionum astronomicarum additione. fo. 53.
3. De subtractione prædictarum fractionum. fo. 55.
4. De earundem fractionum multiplicatione. fo. 56.
5. De ipsarum fractionū astronomicarū diuisione. fo. 61.
6. Vt earundem fractionum quadrata radix extra-
henda sit. fo. 67.
7. De cubica prædictarum fractionum astronomi-
carum radice. fo. 69.

QUARTI LIBRI CAPITA.

1. De rationis atque proportionis diffinitione, & vtriusque speciebus & differentiis. fo. 72.
2. De additione, seu multiplicatione rationum adinuicem: atque earundem rationum diuisione, vel subtractione. fo. 77.
3. Qualiter duobus numeris datis, tertius, aut medius proportionalis inueniatur. fo. 81.
4. De aurea quatuor proportionalium numerorum regula, qua tribus datis quartus innotescit numerus: de quo illius usu multiplici. fo. 82.
5. Qualiter duobus inæqualibus numeris datis, duo inter medij reperiantur numeri, sub eadem ratione continue proportionales. fo. 90.
6. De regula sex quantitatum inuicem proportionalium, eiusque differentiis & usu multiplici. fo. 91.

F I N I S.



*Erratula, in aliquibus tantum exemplaribus,
artis impressoriæ labilitate commissa.*

Fo. 26, pagina 2, linea prima: legendum, & subducto primo numero.

Fo. 32, pag. 2, li. 5, & 6: legendum, fractionum $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ &c.

Fo. 69, pa. 2, li. 12: legendum. Cap. 7.

Cætera peruia sunt.

