



1



Mn 1760

1 1

Encreur T. crillimely



Entretien des racines

Soit n le nombre entier dont on veut extraire la racine carrée,
 a un nombre approché de cette racine se choisissant qui
 est à trouver, on écrit $n - a^2$, on trouve

$$n = a^2 + r \quad n = a^2 + 2an + n^2, \quad r = 2an + n^2$$

et par suite

$$(1) \quad n = \frac{r}{2a} + \frac{1}{2} \frac{n^2}{a}$$

P. l'opérateur

$$(2) \quad n = \frac{r}{2a}$$

L'erreur commise en prenant n est trop considérable
 et l'erreur commise est en signe positif à

$$\frac{1}{2} \frac{n^2}{a}$$

soit inférieure à

$$\frac{n}{2}, \quad \frac{1}{10} \frac{n}{2}, \quad \frac{1}{100} \frac{n}{2}, \dots$$

Selon que l'on veut avoir une racine à une, deux, trois chiffres décimaux, etc. On se donne
 une racine à une, deux, trois chiffres décimaux, on prend le nombre
 2, 2, 4 chiffres décimaux, on prend le nombre

2

Comptes sur des ~~placards~~ un ~~don~~ trois chiffres ~~exacts~~ de $n = \frac{r}{2a}$,
 et l'un des ~~comptes~~ ~~un~~ ~~petit~~ ~~nombre~~ ~~de~~ ~~unités~~ de ~~un~~ ~~chiffre~~
 de n .

Exemple. Soit donné l'extrait le même de

$$n = 1207801$$

on trouve

1207801	1099
2078	
10701	
80000	

Après avoir tiré le ~~un~~ ~~premier~~ ~~chiffre~~ de la ~~compte~~, on aura
 $a \approx 1000$, $r = 207800$, $\frac{r}{2a} = \frac{2078}{2 \times 10} = 103,9$. Or le ~~deux~~
~~insite~~ de n sur ~~la~~ ~~divisibilité~~ $n = 99$. On aura par suite

$$a = \frac{n}{2a} - 1,9.$$

Reste l'un des ~~comptes~~ sera ~~un~~ ~~petit~~ ~~nombre~~ ~~de~~ ~~unités~~ ~~de~~ ~~un~~ ~~chiffre~~,
 par conséquent ~~un~~ ~~petit~~ ~~nombre~~ ~~de~~ ~~unités~~ de l'ordre du ~~second~~ ~~chiffre~~ de n .

Alors de ~~pu~~ ~~pu~~ ~~pu~~

$$n = \frac{r}{2a},$$

Cum ~~on~~ ~~soit~~ ~~supposé~~

$$a^2 = n - r$$

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{n - r}$$

supervalue

$$x = \frac{ar}{2(n-r)}$$

on a trois pages

$$x = \frac{ar}{2n}$$

Substituer il importe d'observer que $\frac{ar}{2(n-r)} = \frac{r}{2a}$

Simple

$$\frac{ar}{2n}$$

De la quantité

$$\frac{ar}{2} \left(\frac{1}{n-r} - \frac{1}{n} \right) = \frac{ar^2}{2n(n-r)} = \frac{r^2}{2an}$$

Donc on, en prenant au même

$$\frac{r}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{a}{n} \right) = \frac{r(n-a^2)}{2an} = \frac{r^2}{2an}$$

D'autre part

$$r = 2ax + n^2 < 2n(a + x)$$

$$r^2 < 4n^2(a + x)^2 = 4n^2$$

$$\frac{r^2}{2n} < 2n^2$$

Donc

Comme on ne peut s'appuyer attendu un nombre de l'ordre de 1000
chiffre 250, il s'ensuit que le produit

$$0,1281 \cdot n$$

représente toujours 10 unités de l'ordre de 1000 chiffre 250.

Aussi la formule

$$\frac{2n^2}{2a}$$

Dans laquelle on peut substituer à n une valeur approchée $\frac{an}{2n}$
donne le moyen de calculer avec une approximation toujours plus
grande l'erreur commise. D'ailleurs comme on a une approximation
d'autant plus grande que la quantité à déterminer
plus de chiffres exacts.

No 3^{te} Extracten 2^o volume

n	10	2, 15227766
r	1	
$\frac{r}{2n}$	0, 05	
$2z \frac{ar}{2n}$	15	
$2a + 2$	6, 1500	
$2an + 2z$	0, 9225	
r	775	
a	2, 1500	
ar	244125	
$2z \frac{ar}{2n}$	122	
$2a - 2z$	6, 21220000	
$2an + 2r$	7700884	
r	49116	
a	2, 16220000	
ar	1552146152	
n	7766	

On peut dire aussi que la somme
la multiplication plus facile en inversant le multiplicateur.
Alors les lignes qui indiquent le produit de même ordre,
au lieu de se croiser, sont même jointes directement parallèles.
Exemple. Par multiplication 49116 par 21622 on opérera
comme il suit

$$\begin{array}{r} 2479 \\ - 29116 \\ \hline 22612 \end{array}$$

$$1550146152$$

Nos avons par exemple commodité, écrit le rapport de Darius
Chenier et nos de chiffres de multipliant

Lemma

§

1^o Multiplier 49116 par $21622 = 22\bar{h}22$. ~~Par la méthode de multiplication de la multiplication normale~~ On a évidemment

$$22\bar{h}22 = 20000 + 200 + 22$$

$$22\bar{h}22 = 2(1011) + 2(10000) + h(100)$$

On a d'ailleurs

$$49116 \times 1011 = 50696276; \text{ donc}$$

$$\begin{aligned} 22\bar{h}22 &= 2(49696276) + 2(491160000) + h(4911600) \\ &= 99392552 + 1472480000 + 19658600 \end{aligned}$$

Par la même méthode de 49116 par 1011 , car il y a plus commode c'est de décomposer la multiplication et d'opérer comme il suit

$$\begin{array}{r} 49116 \\ 1011 \\ \hline 49696276 \end{array}$$

On peut effectuer de la même manière la multiplication de 49116 par $22\bar{h}22$ en remplaçant la multiplication. Si l'on pose

$$22\bar{h}22 \times 49116 = 2B + 2C + hD$$

on trouve

	49116	entier	49116
	$22\bar{h}22$		$22\bar{h}22$
B	49696276	B	49696276
2D	99392552	C	491160000
2C	1472480000	D	4911600
hD	19658600		
	1993146152		
		$B+C+2D = 50995076 = S$	
		$2S+C = 1993146152$	

$$A + 2D + 2C + hD + S = A + C + 2S, \quad S = B + C + 2D$$

Modèle d'écriture de l'écriture

Dans la multiplication on croise ou joint
les chiffres de la même colonne, multiplies deux après
deux sans avoir placé la multiplication, dans la
multiplication, on ajoute le chiffre d'un nombre à celui
entre deux chiffres un plein vide, on peut aussi
dans une première ligne ^{horizontale} la somme des produits de
chiffres superposés les uns aux autres, puis dans
la seconde ligne la somme des produits encroisés de
chiffres compris dans deux colonnes verticales consécutives,
puis dans une troisième ligne horizontale la somme des
produits encroisés de chiffres placés dans deux
colonnes verticales placées à deux rangs de distance l'une de
l'autre qui suivent à deux rangs de distance, etc.

Example

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{rcccccc}
 k & 9 & 1 & 1 & 6 \\
 0 & 1 & 6 & 2 & 2
 \end{array} \\
 \hline
 1209060212 \\
 01550814 \\
 271928 \\
 1124 \\
 26 \\
 \hline
 1550146152
 \end{array}$$

En dritter positiv + negativ.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{rcccccc}
 5 & 7 & 1 & 2 & \bar{4} \\
 0 & 2 & \bar{4} & 2 & 2
 \end{array} \\
 \hline
 1502040408 \\
 07060604 \\
 170214 \\
 1670 \\
 02 \\
 \hline
 156524278 \\
 1550246152
 \end{array}$$

2. Example. Curve Da $h = 0,1416$

$$\begin{array}{r}
 01416 \\
 \hline
 901460126 \\
 6030412 \\
 240248 \\
 612 \\
 26 \\
 \hline
 946965086
 \end{array}$$

On pourra parer le nombre en tranches de plusieurs chiffres par exemple en tranches de deux chiffres. Alors l'opération s'effectuant toujours est effectuée comme ci suit

0 14 16

901960296
 840448
 96

986969096

Quatre plus rapidement

$\pi \approx 3,14159265 = 3,14285714$

~~562981410
 214285714~~

~~3,14159265 $\equiv 0$ (undig)
 56285714~~

A	3141282509269000	≈ 0
B	31415926900000	≈ 0
C	31415926900000	≈ 0
D	311015251242690	≈ 0
E	314159269	≈ 0

$S = B + C + 2D + 2E$ 32069400672260000

$A + C + 2D$ 98696000971181760

$A + C + E + 2D$ 286960002491180960

98696000809040299 = π^2

$$\pi = 514159265 \equiv 0 \pmod{9} \equiv 2 \pmod{11} \quad 7$$

$$52069405672260320$$

A	5141282509265000	$\equiv 0 \pmod{9}$
B	514159265000000	$\equiv 0 \pmod{9}$
C	51415957915926500	$\equiv 0 \pmod{9}$
D	511015271222650	$\equiv 0 \pmod{9}$
E	514159265	$\equiv 0 \pmod{9}$

$$S = B + C + 2D + 2E \quad 52069405672260320 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$\pi^2 = A + C + E + 2S \quad 98696040825240225$$

$$98696040825240225 \equiv 0 \pmod{9}$$

Cette règle donne comment de tout le multiplicateur
de multiplication et celle qui enge le nombre d'écriture
Après avoir ramené les multiplicateurs sont à l'aide
de deux espèces de chiffres et savoir de six une
d'autre de quatre. Après la multiplication renverse,
~~on obtient les chiffres pour avoir le nombre du produit~~
~~pour avoir~~ obtenu dans le produit les unités
de cet ordre quelconque il suffira de placer les unités
des ~~multiplicateurs~~ ^{unités} de cet ordre dans le
multiplicande le chiffre des unités du multiplicateur,

puis d'ajouter le produit partiel qu'on obtiendra
 en multipliant le ~~nombre~~ ~~par~~ ~~le~~ ~~nombre~~ ~~et~~ ~~deux~~ ~~à~~ ~~deux~~
 une ~~ou~~ ~~un~~ ~~multiplier~~ ~~se~~ ~~tenant~~ en réduisant le
 multiplicateur et le multiplicande aux parties supérieures
 et multipliant ~~de~~ ~~la~~ ~~partie~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chaque~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
 du multiplicande ainsi réduit par le chiffre correspondant
^{supérieur}
 du ~~multiplie~~ ~~de~~ ~~la~~ ~~partie~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chaque~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
 Le somme obtenue, comme on veut s'en assurer, ne
 diffère pas essentiellement de celle que fournit la
 règle suivante :

~~Dans le multiplicande~~ ~~réduire~~ ~~de~~ ~~la~~ ~~partie~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chaque~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~
~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chiffre~~ ~~du~~ ~~multiplie~~

Ajouté dans le multiplicande réduit tout le
 chiffre supérieur ~~de~~ ~~la~~ ~~partie~~ ~~de~~ ~~chaque~~ ~~chaque~~
 tenant ^{sous} ~~supérieur~~ à l'un des chiffres 2, 3, 4, 5,

~~Th, 5~~ Du multiplicateur en prenant avec la ligne - celle qui
~~correspond aux chiffres 2, 3, 5~~ Double le nombre et
ajoute à cette somme Double le chiffre du multiplicande
reduit qui ~~est~~ ^{est} ~~le chiffre~~ ^{le chiffre} 2, 3, 5
Du multiplicateur, en prenant ~~avec la ligne~~ - celle
qui ~~est~~ ^{est} ~~le chiffre~~ ^{le chiffre} Double le nombre et
ajoute à la somme Double le chiffre du multiplicande qui est
~~correspond aux chiffres 1, 3, 5~~ Double le nombre et
ajoute à la somme Double le chiffre du multiplicateur. Enfin
Double le nombre et ajoute à la somme
Double le chiffre du multiplicande réduit qui est
~~le chiffre~~ ^{le chiffre} 1, 3, 5 Du multiplicateur,
en prenant avec la ligne - le chiffre ~~supérieur~~ ^{qui correspond à} 1, 3, 5.
La dernière somme obtenue sera représentée par
dans le produit les unités de chaque colonne
des produits partiels, les unités le nombre de produit
partiel propre à exprimer ~~représentent~~ ^{représentent} les unités du
produit partiel ~~représentent~~ ^{représentent} le même ordre
que le ~~dernier~~ ^{premier} chiffre premier chiffre du
multiplicande réduit.

Carra De

$$\pi = 2, 1k1fg26f = 2, 1k2\bar{h}\bar{1}\bar{2}\bar{5}\bar{f}.$$

Puis obtenu par le ~~carre~~^{carre} d'ordre la carne D.ⁿ
il siffra de sejourer 16 Jours dans la carne du
nombre.

$$314159265 = 3142 \overline{61} \overline{005}.$$

Pour trouver l'annee dernier c'est la somme des
produits partiels qui representent les ventes de
gros et de petits d'acier le chiffre des ventes
and the second chapter
of the multiplication removed the chapter of the

Imultiplandi auti q' il sut

7 5 0 1 4 2 4 1 0
 0 1 4 1 9 2 6 9
 7 5 0 1 4 2 4 1 0

plus l'on termine les travaux relatifs au Mouvement de
l'année suivante

~~2nd 2nd 2nd~~

1^{re} somme $6 - 9 + 1 = -2$,
 2^e somme $-8 + 2 + 1 - 4 = -9$
 3^e somme $-18 + 9 - 9 + 1 - 9 = -22$

Table - 8
 Table - 18

Donc les unités du 8^e ordre dans le produit sont négatives
 et nombre égal à 22, elles pourront d'un autre enregistrement
 par le chiffre 2 placé sous les unités du 8^e ordre du
 multiplicande avec une retenue de 2 report égal à 2 qui se
 place sous le chiffre précédent mais dans une ligne plus élevée
 ainsi qu'il suit

2	1	4	1	9	2	6	9
2	2						

En opérant de la même manière on pourra obtenir successi-
 vement les produits unitaires de tous les ordres dépendant,
~~et en continuant de diviser les unités en la suite les termes~~
~~autres des mêmes ordres les lignes horizontales~~
 Si toutes les unités sont exp. stées en premier lieu par
 un seul chiffre positif ou négatif, il suffirait d'en venir
 à la suite les uns des autres dans une même ligne
 colonnes horizontales, pour obtenir une expression du produit
 cherché. Mais si dans le produit les unités d'un certain
 ordre ne sont pas toutes d'un même ordre de produits ou
 d'un même ordre en premier par un seul chiffre, on pourra
 les diviser en deux séries distinctes ou écrire séparément les

Questi l'incanto

16

$$(214199269)^2 = 98696049789240229$$

at

$$\pi^2 = (3,14159265)^2 = 9,8696044 \dots$$

Il est évident que cette méthode pour le calcul de n
est inutile avec seulement $2n$ vent gyrier, nous
peut en effet regarder comme un compte sur la quantité
qui de 8 ou 9 figures a plus de 1000 chiffres de chiffre.
Il est donc inutile de calculer les huit derniers, et l'on
peut réduire l'opération à celle qui se trouve dans la

21222928
92697289202
21869602278

qu'indique le tableau suivant

$2, 14159269$

 21202522
 $9, 657289202$

 $9, 869604078 \dots$

Alors pour obtenir les ~~montes~~ le produit par lequel 20
qui représente le ~~est~~ ~~millions~~ ~~montes~~ ~~de~~ ~~de~~
se ~~ordr~~ dans le produit, il suffit de placer le ~~mont~~
chiffre ~~de~~ ~~montes~~ 0 de ~~multiplicateur~~ ~~remonte~~ ~~and~~ ~~Mont~~ ~~de~~

8^e chiffre décimal de multiplicande.

ce jeudi 8 février 1838.

Exemple de multiplication

multiplicateur	5	6	2	4	7	7	1	0	7	5	8	6	0	1	0	6	2	6	0	9	9
multiplicande	0	1	6	2	2	7	7	6	6	0	1	6	8	0	7	9	0	0	1	9	9
reporte	1	1	2	1	0	0	2	5	1	6	0	9	8	9	4	5	9	1	4	1	9
produit	1	7	7	4	7	0	8	8	8	6	5	4	0	7	0	6	7	4	0	9	0

On a calculé ici seulement les 21 premiers chiffres du produit. Le multiplicateur transformé de

1 4 4 2 5 2 5 1 4 2 4 1 4 0 1 4 4 0 4 4 0 1.

On écrit le multiplicateur renversé sur une bande de papier, et on le promeut au-dessus du multiplicande on obtient comme il a été dit ci-dessus les deux produits partiels dont la somme fournit les 22 premiers chiffres du produit.

Voici le tableau de la formation de ces produits partiels
 Soit a la somme des chiffres du multiplicande placés sous les chiffres 4, 5, 4, 5 du multiplicateur, et puis avec les signes + ou - suivant qu'un chiffre supérieur soit positif ou négatif.
 Soit b le double a augmenté de la somme des chiffres du multiplicande placés sous les chiffres 2, 0, 2, 0 du multiplicateur et placés puis avec les signes +

ou - suivant qu'on change les chiffres supérieurs soit positifs ou négatifs 41
 Enfin soit c le double de b augmenté de la somme des chiffres de
 multiplieants, pluss les chiffres négatifs du multiplieant et
 puis encore avec les signes + ou les signes -, suivant qu'ils sont
 qu'on change les chiffres supérieurs soit positifs ou négatifs.

Obtenir le résultat

$$a=0, b=0, c=0$$

$$a=2, b=2a=-6, c=2b+1=-12+1=-11=\overline{11}$$

$$a=-2-1=-3, b=2a=-6, c=2b+6=-12+6=-6=\overline{10}$$

$$a=-1-6=-7, b=-14+2=-12, c=-22+2=-20=\overline{20}$$

$$a=2-6-2=-6, b=-10+1=-9, c=-18+2+2=-14=\overline{15}$$

$$a=1-2-2=-3, b=-6+2+6=2, c=-6+1+7=2,$$

$$a=6-2-7=-3, b=-6-2-1+2=-7, c=-16-2+6+7=-5=\overline{6}$$

$$a=2-7-7=-12, b=-24-1-6+2=-29, c=-58+2-1+2+6=-49=\overline{48}$$

$$a=2+2-7-6=-9, b=-16-6-2+7=-17, c=-24+1-6+2+6=-21=\overline{21}$$

$$a=1+7-6-6=-4, b=-8-2-2-2+7=-5, c=-16+6-2+7=-5=\overline{5}$$

$$a=-2+6+7-6=5, b=8-1-2-7+6=4, c=8+2-2+7+1=16$$

$$a=-1+2+6-1=6, b=12-6-7-7+6=-2, c=-4-2+2-7+6+6=0$$

$$a=-2+6+2+6-1=11, b=-16-2-7-6=-31, c=-62-1+7-7+6+8=-49=\overline{49}$$

$$a=-1-2+7-6-8=-10, b=20-2-6-6+1=7, c=-66-6+7-6+2=-69=\overline{69}$$

$$a=-6-2+7+1-8-2=-10, b=-22-7-6+6=-29, c=-58+2-2+6-6+1+7=-49=\overline{49}$$

$$a=2-2-7+6+6-2-7=-4, b=-8-7-1+8=-8, c=-16+1-2+6+6+9=4$$

$$a=-2+1-2-7+6+8-7-9=-10, b=-26-6-1-6+2=-36, c=-72+6-7-1+8+2=-63=\overline{63}$$

$$\begin{aligned}
 a &= -1 + 6 - 7 - 6 + 0 - 9 - 0 = -17, & b &= -34 + 0 - 6 - 6 - 8 + 7 = -49, & c &= -88 + 0 + 2 - 7 + 1 - 6 + 0 - 0 = \overline{89} \\
 a &= -0 - 6 + 2 - 7 - 6 + 1 + 7 - 0 - 0 = -18, & b &= -26 + 1 - 0 - 0 + 9 = -17, & c &= -74 + 1 + 2 - 6 + 6 - 3 + 7 + 1 = \overline{71} \\
 a &= 0 - 1 - 2 + 2 - 6 + 6 + 9 - 0 - 1 = 7, & b &= 14 + 6 - 1 - 0 - 7 + 0 = 12, & c &= 24 + 6 + 7 - 6 + 8 - 0 + 9 + 9 = 54 \\
 a &= 1 - 6 - 2 + 7 - 6 - 1 + 8 + 0 - 1 = -6, & b &= -12 + 2 - 6 - 7 - 9 + 0 = -29, & c &= -98 + 2 + 7 + 0 - 7 + 0 + 9 = \overline{47} \\
 a &= 6 - 2 - 6 + 0 + 0 - 9 - 9 = -14, & b &= -28 + 2 - 8 - 9 - 0 + 1 = -44, & c &= -90 - 0 + 2 + 6 - 1 + 7 - 9 + 0 = \overline{89}
 \end{aligned}$$

Dans le tableau de la formation des valeurs primitives de c

$$c = -89 = \overline{89}$$

le multiplicateur obtenu est ~~additionné~~ ~~additionné~~ à
 valeurs antérieures du multiplicande ainsi qu'il suit

~~1204 4 3 4 3 2 2 1 0 4 7 4 2 4 2 8 2 4 2 4~~
~~0 1 6 2 2 7 7 6 6 0 1 6 8 0 7 9 0 0 1 9 9~~

1	0	4	4	0	4	1	0	4	7	4	2	4	1	0	2	9	2	4	4	1
0	1	6	2	2	7	7	6	6	0	1	6	8	0	7	9	0	0	1	9	9
																			$\overline{89}$	$\overline{89}$

et l'on trouve alors comme on l'a dit

$$\begin{aligned}
 a &= 6 - 2 - 7 + 7 - 0 - 6 + 0 + 0 - 9 - 0 \\
 &= 6 - 2 - 6 + 0 + 0 - 9 - 9 = -14, & 2a &= -28 \\
 b &= 2a + 2 - 8 - 9 - 0 + 1 = -44, & 2b &= -88 \\
 c &= 2b - 0 + 2 + 6 - 1 + 7 + 9 + 0 = -89 = \overline{89}
 \end{aligned}$$

Lorsque on écrit le d'un futur avec un chiffre
 des parties et rejetés, alors dans la formation de chaque
 somme on doit prendre avec ^{chaque chiffre} les chiffres de
 multiples, les uns avec le signe + ou avec le signe -,
 suivant qu'il est placé sur un chiffre affecté de
 même signe ou d'un signe contraire. Alors aussi,
 dans le cas où le d'un futur étant ajouté, le
 produit venant égal au carré de chacun d'eux,
 les ~~sommes~~ ^{valeurs} ~~des~~ ^{de} chaque on peut obtenir la
 somme du produit partiel qui exprime le carré
 d'un ordre donné, c'est à dire, la somme du
 produit partiel de cet ordre, en ajoutant d'une
 manière plus simple. Alors on effectue le multiple de
 rejetés et le multiplicateur réduit étant compris
 des mêmes chiffres, si le nombre des ~~chiffres~~ ^{chiffres} ~~est~~ ^{est} ~~plus~~ ^{supérieur}
~~des~~ ^{des} ~~chiffres~~ ^{chiffres} ~~de~~ ^{de} ~~ce~~ ^{ce} ~~chiffre~~ ^{chiffre} ~~est~~ ^{est} ~~plus~~ ^{supérieur}
 et si c'est le cas, il faut ~~comparer~~ ^{comparer} ~~les~~ ^{les} ~~chiffres~~ ^{chiffres} ~~et~~ ^{et} ~~le~~ ^{le} ~~plus~~ ^{plus} ~~grand~~ ^{grand}
 les ~~chiffres~~ ^{chiffres} ~~et~~ ^{et} ~~le~~ ^{le} ~~plus~~ ^{plus} ~~grand~~ ^{grand} on obtiendra le même résultat

la même somme soit ajoutée intérieurement à l'un
des chiffres de l'ordre de l'écriture réduite,
du multiplicande, de la même manière qu'on
ajoute intérieurement à l'un des chiffres de
l'ordre de l'écriture réduite de l'ordre de l'écriture
réduite, par exemple de ce qui se trouve
à droite de l'ordre de l'écriture réduite qui se
trouve, et ajoutant le carré de ce dernier chiffre
au double de la somme trouvée. Si le nombre
de chiffres du multiplicande réduit devient pair,
il faudrait évidemment se contenter de doubler
après avoir fait abstraction de la dernière moitié
des chiffres du multiplicande réduit, l'addition
du double de la somme trouvée.

Exemple proposé par M^{re} le Dr. Anteau

James Leavelle De

$$2787120499789 = 102151209400121.$$

1	0	2	1	5	1	2	0	5	4	0	0	1	2	1
2	1	2	1	1	2	1								
3	4	5	3	4	6	5	3	6	8	1	4	6	4	1
5	5	2	0	2	1	2	2	6	8	1	4	6	4	1
1	0	4	2	2	6	7	8	9	0	7	3	4	2	
9	5	7	8	7	7	8	5	6	2	1	0	4		

Confession.

$$\begin{array}{r}
 10215 \quad 12246 \quad 00121 \\
 \hline
 9578526901524297160000014641 \\
 2418606040005012952 \\
 5621546 \\
 \hline
 9578778562104552521226814641
 \end{array}$$

2-2 *Trielena casidone leonide Dumet cum lutea*
perken saroni

D. 2 perken Savani

$A_2 = 10 \overline{270000000000}$

1294600000

C 2 00121

at Leavenworth Decatur Vertue 18

$$A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB + BC) + 2AC.$$

Grass & Vetches Little yucca & cactus

$A = 10000000000000$

Rs 2 1000000 6

C = C

On ca wa

$$a = 10\bar{2}1\bar{5}, \quad b = 12046, \quad c = 1\bar{2}1\bar{1}$$

$$a^2 = 10 \overline{25} \overline{5}^2 = 10 \overline{426} \overline{000000} + 219^2$$

$$\begin{array}{r} 210^2 = 44100 \\ + 18860 \\ \hline = 62960 \end{array}$$

$$a^2 = 10\overline{h26}000000 + h9069 = 9978069$$

$$b^2 + 12046^2 = 12000^2 + 46^2 + 2 \times 46 \times 12000$$

$$122 - 46 = 77$$

$$\begin{array}{r} 129^2 = 16609 \\ + 20 \\ \hline = 15129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26^2 = 2606 \\ + 480 \\ \hline = 2116 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 77^2 = 4949 \\ + 980 \\ \hline = 5929 \end{array}$$

$$2 \times 46 \times 120 = 120^2 + 46^2 - 77^2 = 11016$$

$$\begin{array}{r} 6^2 = 15129216 \\ + \quad 11101600 \\ \hline = 15242976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} C^2 = 121^2 = 10601 \\ + \quad 2000 \\ + \quad 200 \\ \hline = 10801 \end{array}$$

Exer

$$2ac = a^2 + c^2 - (a-c)^2$$

$$\begin{array}{r} a-c = 10708^2 = 100010064 \\ + \quad 2001600 \\ + \quad 160000 \\ \hline = 98168464 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100010064 \\ 20016 \\ 16 \\ \hline 98168464 \end{array}$$

Don

$$\begin{aligned} 2ac &= 99985065 + 16644 - 98168464 \\ &= 5601845 \end{aligned}$$

Examen Nat. (exercice de la semaine de)

$$2ab^2 + c^2$$

$$2ab + 2bc$$

$$2ac$$

on peut aussi

$$4^2 + 12^2 = c^2$$

$$2 \cdot 4 \cdot 12 = 2bc$$

$$2 \cdot 4 \cdot c$$

on obtient la conclusion suivante:

Ramen par 9, par 11, etc. . .

19

Il est important d'avoir une méthode pour déterminer
facilement le nombre qui diviseraient exactement dans la
cas même où l'on ne jugerait pas convenable de calculer
tous les chiffres du produit.

Soient

$a, b, c, \dots$

les chiffres du multiplicande, soit que a représente
le nombre de l'ordre le plus élevé, b les unités de
l'ordre immédiatement inférieur. Soient de même

$A, B, C, \dots$

les deux chiffres du multiplicateur ou plutôt les unités
de deux ordres. Si l'on commence la multiplication par
l'ordance la première sera obtenue sera

aA

la seconde

$aB + bA$

la troisième

$aC + bB + cA$

etc. . .

de d'ailleurs, on emploie indifféremment de lettres positives ou négatives, et si l'on
prend les valeurs numériques ^{elles} les plus petites possibles abstraction faite
du signe, les valeurs approchées ^{de chaque terme} $a, b, c, \dots$ ^{1^{re}}
sont des quantités positives ou négatives, qui pourront être
représentées par un seul chiffre; et les valeurs approchées
successives du produit demandé, seront

$$aA, (a+b)A + bB, (a+b+c)A + (a+b)B + cC, \text{ etc. } \dots$$

étant divisées par le diviseur adopté, donneront successivement
pour les mêmes ~~produits~~ ^{restes} ~~restes~~ ^{produits}

$$aD, bD + aP, cD + bP + aV, \text{ etc. } \dots ;$$

Donc
il est évident que les 1^{re}, 2^e, 3^e, ... valeurs approchées
du produit cherché formeront de restes égaux à ceux qu'on
obtiendrait en divisant, par le diviseur adopté, les sommes
~~pour~~ les sommes propres à représenter le nombre

celui-ci le plus élevé, en l'ordre suivant
dans le produit formé non plus avec les ^{les facteurs} ~~multiplieurs~~
Donnés, mais avec ceux ^{qui auront pour chiffres} ~~qui auront pour chiffres~~
pour chiffres

$$a, b, c, \dots \text{ et } d, e, f, \dots$$

au lieu de $a, b, c, \dots \text{ et } A, B, C, \dots$

Ainsi la suite des multiples d'un nombre
 quelconque pour laquelle $2, 4, 6, \dots$ former
 une suite simple d'entiers à priori
 la suite de la suite pour d'une quelconque
 valeurs approchées du produit de la suite
 l'ensemble des termes

$2, 7, 9, 11, 13, 17, 19.$

Exemple Chercher la suite de $2, 14, 19, 26, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81, 88, 95, 102, 109, 116, 123, 130, 137, 144, 151, 158, 165, 172, 179, 186, 193, 200, 207, 214, 221, 228, 235, 242, 249, 256, 263, 270, 277, 284, 291, 298, 305, 312, 319, 326, 333, 340, 347, 354, 361, 368, 375, 382, 389, 396, 403, 410, 417, 424, 431, 438, 445, 452, 459, 466, 473, 480, 487, 494, 501, 508, 515, 522, 529, 536, 543, 550, 557, 564, 571, 578, 585, 592, 599, 606, 613, 620, 627, 634, 641, 648, 655, 662, 669, 676, 683, 690, 697, 704, 711, 718, 725, 732, 739, 746, 753, 760, 767, 774, 781, 788, 795, 802, 809, 816, 823, 830, 837, 844, 851, 858, 865, 872, 879, 886, 893, 900, 907, 914, 921, 928, 935, 942, 949, 956, 963, 970, 977, 984, 991, 998, 1005, 1012, 1019, 1026, 1033, 1040, 1047, 1054, 1061, 1068, 1075, 1082, 1089, 1096, 1103, 1110, 1117, 1124, 1131, 1138, 1145, 1152, 1159, 1166, 1173, 1180, 1187, 1194, 1201, 1208, 1215, 1222, 1229, 1236, 1243, 1250, 1257, 1264, 1271, 1278, 1285, 1292, 1299, 1306, 1313, 1320, 1327, 1334, 1341, 1348, 1355, 1362, 1369, 1376, 1383, 1390, 1397, 1404, 1411, 1418, 1425, 1432, 1439, 1446, 1453, 1460, 1467, 1474, 1481, 1488, 1495, 1502, 1509, 1516, 1523, 1530, 1537, 1544, 1551, 1558, 1565, 1572, 1579, 1586, 1593, 1600, 1607, 1614, 1621, 1628, 1635, 1642, 1649, 1656, 1663, 1670, 1677, 1684, 1691, 1698, 1705, 1712, 1719, 1726, 1733, 1740, 1747, 1754, 1761, 1768, 1775, 1782, 1789, 1796, 1803, 1810, 1817, 1824, 1831, 1838, 1845, 1852, 1859, 1866, 1873, 1880, 1887, 1894, 1901, 1908, 1915, 1922, 1929, 1936, 1943, 1950, 1957, 1964, 1971, 1978, 1985, 1992, 1999, 2006, 2013, 2020, 2027, 2034, 2041, 2048, 2055, 2062, 2069, 2076, 2083, 2090, 2097, 2104, 2111, 2118, 2125, 2132, 2139, 2146, 2153, 2160, 2167, 2174, 2181, 2188, 2195, 2202, 2209, 2216, 2223, 2230, 2237, 2244, 2251, 2258, 2265, 2272, 2279, 2286, 2293, 2300, 2307, 2314, 2321, 2328, 2335, 2342, 2349, 2356, 2363, 2370, 2377, 2384, 2391, 2398, 2405, 2412, 2419, 2426, 2433, 2440, 2447, 2454, 2461, 2468, 2475, 2482, 2489, 2496, 2503, 2510, 2517, 2524, 2531, 2538, 2545, 2552, 2559, 2566, 2573, 2580, 2587, 2594, 2601, 2608, 2615, 2622, 2629, 2636, 2643, 2650, 2657, 2664, 2671, 2678, 2685, 2692, 2699, 2706, 2713, 2720, 2727, 2734, 2741, 2748, 2755, 2762, 2769, 2776, 2783, 2790, 2797, 2804, 2811, 2818, 2825, 2832, 2839, 2846, 2853, 2860, 2867, 2874, 2881, 2888, 2895, 2902, 2909, 2916, 2923, 2930, 2937, 2944, 2951, 2958, 2965, 2972, 2979, 2986, 2993, 3000, 3007, 3014, 3021, 3028, 3035, 3042, 3049, 3056, 3063, 3070, 3077, 3084, 3091, 3098, 3105, 3112, 3119, 3126, 3133, 3140, 3147, 3154, 3161, 3168, 3175, 3182, 3189, 3196, 3203, 3210, 3217, 3224, 3231, 3238, 3245, 3252, 3259, 3266, 3273, 3280, 3287, 3294, 3301, 3308, 3315, 3322, 3329, 3336, 3343, 3350, 3357, 3364, 3371, 3378, 3385, 3392, 3399, 3406, 3413, 3420, 3427, 3434, 3441, 3448, 3455, 3462, 3469, 3476, 3483, 3490, 3497, 3504, 3511, 3518, 3525, 3532, 3539, 3546, 3553, 3560, 3567, 3574, 3581, 3588, 3595, 3602, 3609, 3616, 3623, 3630, 3637, 3644, 3651, 3658, 3665, 3672, 3679, 3686, 3693, 3700, 3707, 3714, 3721, 3728, 3735, 3742, 3749, 3756, 3763, 3770, 3777, 3784, 3791, 3798, 3805, 3812, 3819, 3826, 3833, 3840, 3847, 3854, 3861, 3868, 3875, 3882, 3889, 3896, 3903, 3910, 3917, 3924, 3931, 3938, 3945, 3952, 3959, 3966, 3973, 3980, 3987, 3994, 4001, 4008, 4015, 4022, 4029, 4036, 4043, 4050, 4057, 4064, 4071, 4078, 4085, 4092, 4099, 4106, 4113, 4120, 4127, 4134, 4141, 4148, 4155, 4162, 4169, 4176, 4183, 4190, 4197, 4204, 4211, 4218, 4225, 4232, 4239, 4246, 4253, 4260, 4267, 4274, 4281, 4288, 4295, 4302, 4309, 4316, 4323, 4330, 4337, 4344, 4351, 4358, 4365, 4372, 4379, 4386, 4393, 4400, 4407, 4414, 4421, 4428, 4435, 4442, 4449, 4456, 4463, 4470, 4477, 4484, 4491, 4498, 4505, 4512, 4519, 4526, 4533, 4540, 4547, 4554, 4561, 4568, 4575, 4582, 4589, 4596, 4603, 4610, 4617, 4624, 4631, 4638, 4645, 4652, 4659, 4666, 4673, 4680, 4687, 4694, 4701, 4708, 4715, 4722, 4729, 4736, 4743, 4750, 4757, 4764, 4771, 4778, 4785, 4792, 4799, 4806, 4813, 4820, 4827, 4834, 4841, 4848, 4855, 4862, 4869, 4876, 4883, 4890, 4897, 4904, 4911, 4918, 4925, 4932, 4939, 4946, 4953, 4960, 4967, 4974, 4981, 4988, 4995, 5002, 5009, 5016, 5023, 5030, 5037, 5044, 5051, 5058, 5065, 5072, 5079, 5086, 5093, 5100, 5107, 5114, 5121, 5128, 5135, 5142, 5149, 5156, 5163, 5170, 5177, 5184, 5191, 5198, 5205, 5212, 5219, 5226, 5233, 5240, 5247, 5254, 5261, 5268, 5275, 5282, 5289, 5296, 5303, 5310, 5317, 5324, 5331, 5338, 5345, 5352, 5359, 5366, 5373, 5380, 5387, 5394, 5401, 5408, 5415, 5422, 5429, 5436, 5443, 5450, 5457, 5464, 5471, 5478, 5485, 5492, 5499, 5506, 5513, 5520, 5527, 5534, 5541, 5548, 5555, 5562, 5569, 5576, 5583, 5590, 5597, 5604, 5611, 5618, 5625, 5632, 5639, 5646, 5653, 5660, 5667, 5674, 5681, 5688, 5695, 5702, 5709, 5716, 5723, 5730, 5737, 5744, 5751, 5758, 5765, 5772, 5779, 5786, 5793, 5800, 5807, 5814, 5821, 5828, 5835, 5842, 5849, 5856, 5863, 5870, 5877, 5884, 5891, 5898, 5905, 5912, 5919, 5926, 5933, 5940, 5947, 5954, 5961, 5968, 5975, 5982, 5989, 5996, 6003, 6010, 6017, 6024, 6031, 6038, 6045, 6052, 6059, 6066, 6073, 6080, 6087, 6094, 6101, 6108, 6115, 6122, 6129, 6136, 6143, 6150, 6157, 6164, 6171, 6178, 6185, 6192, 6199, 6206, 6213, 6220, 6227, 6234, 6241, 6248, 6255, 6262, 6269, 6276, 6283, 6290, 6297, 6304, 6311, 6318, 6325, 6332, 6339, 6346, 6353, 6360, 6367, 6374, 6381, 6388, 6395, 6402, 6409, 6416, 6423, 6430, 6437, 6444, 6451, 6458, 6465, 6472, 6479, 6486, 6493, 6500, 6507, 6514, 6521, 6528, 6535, 6542, 6549, 6556, 6563, 6570, 6577, 6584, 6591, 6598, 6605, 6612, 6619, 6626, 6633, 6640, 6647, 6654, 6661, 6668, 6675, 6682, 6689, 6696, 6703, 6710, 6717, 6724, 6731, 6738, 6745, 6752, 6759, 6766, 6773, 6780, 6787, 6794, 6801, 6808, 6815, 6822, 6829, 6836, 6843, 6850, 6857, 6864, 6871, 6878, 6885, 6892, 6899, 6906, 6913, 6920, 6927, 6934, 6941, 6948, 6955, 6962, 6969, 6976, 6983, 6990, 6997, 7004, 7011, 7018, 7025, 7032, 7039, 7046, 7053, 7060, 7067, 7074, 7081, 7088, 7095, 7102, 7109, 7116, 7123, 7130, 7137, 7144, 7151, 7158, 7165, 7172, 7179, 7186, 7193, 7200, 7207, 7214, 7221, 7228, 7235, 7242, 7249, 7256, 7263, 7270, 7277, 7284, 7291, 7298, 7305, 7312, 7319, 7326, 7333, 7340, 7347, 7354, 7361, 7368, 7375, 7382, 7389, 7396, 7403, 7410, 7417, 7424, 7431, 7438, 7445, 7452, 7459, 7466, 7473, 7480, 7487, 7494, 7501, 7508, 7515, 7522, 7529, 7536, 7543, 7550, 7557, 7564, 7571, 7578, 7585, 7592, 7599, 7606, 7613, 7620, 7627, 7634, 7641, 7648, 7655, 7662, 7669, 7676, 7683, 7690, 7697, 7704, 7711, 7718, 7725, 7732, 7739, 7746, 7753, 7760, 7767, 7774, 7781, 7788, 7795, 7802, 7809, 7816, 7823, 7830, 7837, 7844, 7851, 7858, 7865, 7872, 7879, 7886, 7893, 7900, 7907, 7914, 7921, 7928, 7935, 7942, 7949, 7956, 7963, 7970, 7977, 7984, 7991, 7998, 8005, 8012, 8019, 8026, 8033, 8040, 8047, 8054, 8061, 8068, 8075, 8082, 8089, 8096, 8103, 8110, 8117, 8124, 8131, 8138, 8145, 8152, 8159, 8166, 8173, 8180, 8187, 8194, 8201, 8208, 8215, 8222, 8229, 8236, 8243, 8250, 8257, 8264, 8271, 8278, 8285, 8292, 8299, 8306, 8313, 8320, 8327, 8334, 8341, 8348, 8355, 8362, 8369, 8376, 8383, 8390, 8397, 8404, 8411, 8418, 8425, 8432, 8439, 8446, 8453, 8460, 8467, 8474, 8481, 8488, 8495, 8502, 8509, 8516, 8523, 8530, 8537, 8544, 8551, 8558, 8565, 8572, 8579, 8586, 8593, 8600, 8607, 8614, 8621, 8628, 8635, 8642, 8649, 8656, 8663, 8670, 8677, 8684, 8691, 8698, 8705, 8712, 8719, 8726, 8733, 8740, 8747, 8754, 8761, 8768, 8775, 8782, 8789, 8796, 8803, 8810, 8817, 8824, 8831, 8838, 8845, 8852, 8859, 8866, 8873, 8880, 8887, 8894, 8901, 8908, 8915, 8922, 8929, 8936, 8943, 8950, 8957, 8964, 8971, 8978, 8985, 8992, 8999, 9006, 9013, 9020, 9027, 9034, 9041, 9048, 9055, 9062, 9069, 9076, 9083, 9090, 9097, 9104, 9111, 9118, 9125, 9132, 9139, 9146, 9153, 9160, 9167, 9174, 9181, 9188, 9195, 9202, 9209, 9216, 9223, 9230, 9237, 9244, 9251, 9258, 9265, 9272, 9279, 9286, 9293, 9300, 9307, 9314, 9321, 9328, 9335, 9342, 9349, 9356, 9363, 9370, 9377, 9384, 9391, 9398, 9405, 9412, 9419, 9426, 9433, 9440, 9447, 9454, 9461, 9468, 9475, 9482, 9489, 9496, 9503, 9510, 9517, 9524, 9531, 9538, 9545, 9552, 9559, 9566, 9573, 9580, 9587, 9594, 9601, 9608, 9615, 9622, 9629, 9636, 9643, 9650, 9657, 9664, 9671, 9678, 9685, 9692, 9699, 9706, 9713, 9720, 9727, 9734, 9741, 9748, 9755, 9762, 9769, 9776, 9783, 9790, 9797, 9804, 9811, 9818, 9825, 9832, 9839, 9846, 9853, 9860, 9867, 9874, 9881, 9888, 9895, 9902, 9909, 9916, 9923, 9930, 9937, 9944, 9951, 9958, 9965, 9972, 9979, 9986, 9993, 10000, 10007, 10014, 10021, 10028, 10035, 10042, 10049, 10056, 10063, 10070, 10077, 10084, 10091, 10098, 10105, 10112, 10119, 10126, 10133, 10140, 10147, 10154, 10161, 10168, 10175, 10182, 10189, 10196, 10203, 10210, 10217, 10224, 10231, 10238, 10245, 10252, 10259, 10266, 10273, 10280, 10287, 10294, 10301, 10308, 10315, 10322, 10329, 10336, 10343, 10350, 10357, 10364, 10371, 10378, 10385, 10392, 10399, 10406, 10413, 10420, 10427, 10434, 10441, 10448, 10455, 10462, 10469, 10476, 10483, 10490, 10497, 10504, 10511, 10518, 10525, 10532, 10539, 10546, 10553, 10560, 10567, 10574, 10581, 10588, 10595, 10602, 10609, 10616, 10623, 10630, 10637, 10644, 10651, 10658, 10665, 10672, 10679, 10686, 10693, 10700, 10707, 10714, 10721, 10728, 10735, 10742, 10749, 10756, 10763, 10770, 10777, 10784, 10791, 10798, 10805, 10812, 10819, 10826, 10833, 10840, 10847, 10854, 10861, 10868, 10875, 10882, 10889, 10896, 10903, 10910, 10917, 10924, 10931, 10938, 10945, 10952, 10959, 10966, 10973, 10980, 10987, 10994, 11001, 11008, 11015, 11022, 11029, 11036, 11043, 11050, 11057, 11064, 11071, 11078, 11085, 11092, 11099, 11106, 11113, 11120, 11127, 11134, 11141, 11148, 11155, 11162, 11169, 11176, 11183, 11190, 11197, 11204, 11211, 11218, 11225, 11232, 11239, 11246, 11253, 11260, 11267, 11274, 11281, 11288, 11295, 11302, 11309, 11316, 11323, 11330, 11337, 11344, 11351, 11358, 11365, 11372, 11379, 11386, 11393, 11400, 11407, 11414, 11421, 11428, 11435, 11442, 11449, 11456, 11463, 11470, 11477, 11484, 11491, 11498, 11505, 11512, 11519, 11526, 11533, 11540, 11547, 11554, 11561, 11568, 11575, 11582, 11589, 11596, 11603, 11610, 11617, 11624, 11631, 11638, 11645, 11652, 11659, 11666, 11673, 11680, 11687, 11694, 11701, 11708, 11715, 11722, 11729, 11736, 11743, 11750, 11757, 11764, 11771, 11778, 11785, 11792, 11799, 11806, 11813, 11820, 11827, 11834, 11841, 11848, 11855, 11862, 11869, 11876, 11883, 11890, 11897, 11904, 11911, 11918, 11925, 11932, 11939, 11946, 11953, 11960, 11967, 11974, 11981, 11988, 11995, 12002, 12009, 12016, 12023, 12030, 12037, 12044, 12051, 12058, 12065, 12072, 12079, 12086, 12093, 12100, 12107, 12114, 12121, 12128, 12135, 12142, 12149, 12156, 12163, 12170, 12177, 12184, 12191, 12198, 12205, 12212, 12219, 12226, 12233, 12240, 12247, 12254, 12261, 12268, 12275, 12282, 12289, 12296, 12303, 12310, 12317, 12324, 12331, 12338, 12345, 12352, 12359, 12366, 12373, 12380, 12387, 12394, 12401, 12408, 12415, 12422, 12429, 12436, 12443, 12450, 12457, 12464, 12471, 12478, 12485, 12492, 12499, 12506, 12513, 12520, 12527, 12534, 12541, 12548, 12555, 12562, 12569, 12576, 12583, 12590, 12597, 12604, 12611, 12618, 12625, 12632, 12639, 12646, 12653, 12660, 12667, 12674, 12681, 12688, 12695, 12702, 12709, 12716, 12723, 12730, 12737, 12744, 12751, 12758, 12765, 12772, 12779, 12786, 12793, 12800, 12807, 12814, 12821, 12828, 12835, 12842, 12849, 12856, 12863, 12870, 12877, 12884, 12891, 12898, 12905, 12912, 12919, 12926, 12933, 12940, 12947, 12954, 12961, 12968, 12975, 12982, 12989, 12996, 13003, 13010, 13017, 13024, 13031, 13038, 13045, 13052, 13059, 13066, 13073, 13080, 13087, 13094, 13101, 13108, 13115, 13122, 13129, 13136, 13143, 13150, 13157, 13164, 13171, 13178, 13185, 13192, 13199, 13206, 13213, 13220, 13227, 13234, 13241, 13248, 13255, 13262, 13269, 13276, 13283, 13290, 13297, 13304, 13311, 13318, 13325, 13332, 13339, 13346, 13353, 13360, 13367, 13374, 13381, 13388, 13395, 13402, 13409, 13416, 13423, 13430, 13437, 13444, 13451, 13458, 13465, 13472, 13479, 13486, 13493, 13500, 13507, 13514, 13521, 13528, 13535, 13542, 13549, 13556, 13563, 13570, 13577, 13584, 13591, 13598, 13605, 13612, 13619, 13626, 13633, 13640, 13647, 13654, 13661, 13668, 13675, 13682, 13689, 13696, 13703, 13710, 13717, 13724, 13731,$

Le produit qu'on veut s'obtenir avec une suite de valeurs approchées successives

9	9,8696	9,86960000	etc...
9,6	9,86962	9,86960286	
9,85	9,869608	9,869602785	
9,870	9,86960000	9,8696027852	

On peut vérifier l'exactitude du calcul qui fournit une quelconque de ces valeurs approchées, en observant que si l'on prend 9 pour diviseur, les valeurs de la suite des 9 les quatre

17

[Faint, illegible handwriting throughout the page, likely bleed-through from the reverse side. The text is mirrored and difficult to decipher.]

Exemple de multiplication

18

On peut poser la multiplication augete par la même façon
a, b, c, d

a, b, c, d sont des nombres qui ne dépassent pas un chiffre
chiffre qui sera et l'unité. On peut même supprimer les chiffres
parties, si l'on adopte les chiffres négatifs.

Exemple Si le multiplicateur est

2049

on aura

$$2049 = 101 + 2248 = 101 + 2200 + 40 + 8$$

$$= 101 + 2 \times 1100 + 4 \times 10 + 8 \times 1$$

Supposons le multiplicande soit 4578. On trouve

$$11 \times 4578 = 49258$$

$$101 \times 4578 = 451078$$

Après cela, pour trouver le produit 2049 x 4578 il faudra

	4578
	2049
quadruple	404578
quadruple	45780
double	9025800
	462078
pour ajouter	126897
sans total	0484792
	10790722

On a donc

$$22kg = 225T = 11T = 11T + 2(110) + 4(10) \\ + 2200 \\ + 40$$

Chaque multiplication par 22kg s'effectue en ajoutant au quadruple du produit par 10 et au double du produit par 110 le produit par 11T. On trouve par le produit de 4978 par 22kg et les quatre lettres sont

$$\begin{array}{r} 22kg \\ 4978 \\ \hline 49780 \\ 502580 \\ 499018 \\ \hline 82 \end{array}$$

Exercice de la multiplication et de la division
chiffres

Lorsqu'on veut savoir quel produit partiel
on peut les ranger comme il suit

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 28 \text{ } 26 \\ 60 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$4 \times 7 = 28, \quad 4 \times 9 = 36$$

$$7 \times 9 = 63$$

produit total

$$\begin{array}{r} 16 \\ 28 \text{ } 26 \\ 60 \\ \hline 2 \text{ } 5 \text{ } 26 \end{array}$$

produit total

$$\begin{array}{r} 2 \text{ } 5 \text{ } 26 \\ \hline 2626 \end{array}$$

Pour faciliter l'écriture du produit qu'on doit écrire
sur une même ligne on peut faire globes la multiplication
aussi quand on multiplie aussi qu'il suit

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \\ 28 \text{ } 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \\ 28 \text{ } 26 \\ 60 \\ \hline 2 \text{ } 5 \text{ } 26 \\ \hline 2626 \end{array}$$

ou encore comme il suit

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \\ 28 \text{ } 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h} \\ 4 \text{ g} \\ \hline 16 \\ 28 \text{ } 26 \\ 60 \\ \hline 2 \text{ } 5 \text{ } 26 \\ \hline 2626 \end{array}$$

On voit ici le progrès de l'opération pendant laquelle on multiplie les
 gllets sur les multiplieurs.

Dans ces deux écritures les uns des facteurs sont égaux
 entre eux, le produit total peut s'obtenir sans qu'il y ait
 besoin de calculer séparément tous les produits partiels.

Exemple.

$\begin{array}{r} 77 \\ 49 \\ \hline 28 \\ 2860 \\ 60 \\ \hline 2670 \\ \hline 2770 \end{array}$	on a ici 2	$\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ +6 \\ \hline =16 \end{array}$	ou ce qui vaut au même	$\begin{array}{r} 2+8+6 = 2+14 = 16 \\ 8+6+2 = 14+2 = 16 \end{array}$
produit total		$\begin{array}{r} 8 \\ +6 \\ +2 \\ \hline =17 \end{array}$		

On peut donc opérer comme il suit

$$\begin{array}{r} 77 \\ 49 \\ \hline 2860 \\ \hline 2670 \\ \hline 2770 \end{array}$$

7 7 7
4 9 6

20

28	2	8	
2860	2	+8	+6
286042	+8	+6	+0
6042	+6	+0	+4
42	=26	+4	+2
	+14	=16	=9
122	=16	+7	+14
260092	=20	=20	=9
089092			

Pour trouver le somme 2, 16, 20, 23, 9, 2 on peut
opérer simplement comme il suit

7 7 7
4 9 6

286042

2 + (8 + 6)

2 + (8 + 6) + (0 + 4)

= 2 + 14

= 16 + 7

= 16

= 20

122

260092

(0 + 4) + 2

(8 + 6) + (0 + 4) + 2

= 7 + 2

= 14 + 9

= 9

= 20

produit total 089092

Si tous les chiffres du multiplicateur n'étaient pas égaux
on peut de même partager le multiplicateur en tranches égales
opérer avec chaque tranche de la même manière.

Exemple

$$\begin{array}{r}
 12 \quad 12 \\
 2 \quad 11 \\
 \hline
 0026 \\
 00260122 \\
 0122 \\
 \hline
 276922
 \end{array}$$

ici le facteur est
porteur à traverser 2
deux chiffres, le
multiplicateur offre
deux tranches égales

ou autrement

$$\begin{array}{r}
 12 \quad 12 \\
 2 \quad 11 \\
 \hline
 00260122 \\
 \hline
 00276922 \\
 \hline
 276922
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 00 + 26 + 01 &= 27 \\
 26 + 01 + 22 &= 69
 \end{aligned}$$

les tranches de milieu 27 et
69 résultent de l'addition des
2 premières ou des deux dernières
tranches

Parallèlement à l'analyse précédente des facteurs

$$\begin{array}{r}
 12 \quad 12 \quad 12 \\
 2 \quad 09 \quad 11 \\
 \hline
 002600600122 \\
 \hline
 002627299222 \\
 \hline
 2698299222
 \end{array}$$

ou encore

$$\begin{aligned}
 00 + 26 + 00 &= 26 \\
 26 + 60 + 01 &= 87 \\
 22 + 01 + 60 &= 83 \\
 92 + 00 + 26 &= 118
 \end{aligned}$$

Quatrième Proposition

$$(a-b)(A-B) = aA + bB - (aB + bA), \text{ ou } a$$

$$aB + bA = aA + bB + (a-b)(A-B)$$

$$= aA + bB - (b-a)(A-B),$$

et par suite on peut remplacer les ^{a la} produits de ~~deux~~ ^{deux} termes par ~~un~~ ^{un} terme par deux autres ~~substituer~~ ^{substituer} la somme des produits verticaux de ces mêmes termes plus ou moins les ~~produits~~ ^{produits} de la différence entre les termes de deux termes de la première ~~tranche~~ ^{tranche} par la différence entre les termes de la seconde. Le terme produit doit être retranché si la différence est dans le même sens et ~~ajouté~~ ^{ajouté} si elle est de signe opposé.

Exemple

h h	h h	h h
6 2	6 2	6 1
2h	2h 0 8	2h 0 8
2h 0 8		
0 8	2 6 2 8	2 6 2 8
2 6 2 8	2 7 2 8	2 7 2 8
2 7 2 8		+ 20
		2 9 2 8

Dans ce cas on aura

$$61 \times h 8 = 62 \times h h + 20$$

attendu que

$$6 \times 8 + h \times 1 = 6 \times h + 8 \times 1 - 20$$

$$= 2h + 8 + 20$$

$$= 2h + 8 + (8-h)(6-1)$$

Parallèlement à l'axe des $g8g8$

$$\begin{array}{r} g8g8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g6oh \\ g6ohg6oh \\ g6oh \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g6g6ohoh \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g7g7ohoh \\ \hline \end{array}$$

$$g8g8$$

$$g6ohg6oh$$

$$g6g6ohoh$$

$$g7g7ohoh$$

$$g6+oh+g6=196$$

$$oh+g6+oh=10h$$

et parallèlement à l'axe des

$$g8g6$$

$$g6ohg216$$

$$g6g21216$$

$$g7g21216$$

$$g7g20816$$

$$g6+oh+g2=192$$

$$oh+g2+16=112$$

soit $(g8-g6)^2$ ou la constante

La formule $(a-b)(A-B) = aA + bB - (aB + bA)$,

lorsque $a = b$, $A = B$, devient

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

et d'où

$$2ab = a^2 + b^2 - (a-b)^2$$

Autres exemples

$$\begin{array}{r}
 9890 \\
 \hline
 960486kg \\
 \hline
 964699kg \\
 \hline
 978999kg \\
 0025 \\
 \hline
 978999kg \\
 \hline
 \end{array}$$

$$04 + 86 = 90$$

$$90 + 96 = 186, \quad 90 + 49 = 139$$

$$98 - 90 = 8 \quad 8^2 = 64$$

vérification

$$9890 = 10107, \quad 9890^2 = 102100000 + 107^2$$

$$107^2 = 11449$$

$$\begin{array}{r}
 102101449 \\
 = 97871449 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ici il est plus simple d'arriver 107 que 110. Substituer avant

$$110^2 = 12100 - 660 = 11440$$

$$98 - 90 = 8, \quad 98 - 28 = 70$$

$$98^2 = 2 \times 4800 + 2^2 = 9604$$

$$90^2 = 2800 + 0^2 = 2800$$

$$98 - 90 = 8, \quad 98 - 28 = 70$$

$$8^2 = 2000 + 8^2 = 2024$$

$$\begin{array}{r}
 9890 \\
 \hline
 960486kg \\
 \hline
 9628410g \\
 \hline
 9728410g \\
 2024 \\
 \hline
 9708160g \\
 \hline
 \end{array}$$

On trouve généralement

$$\begin{aligned} n^2 &= (n-10)^2 + 20(n-9) = (n-20)^2 + 40(n-10) \\ &= (n-50)^2 + 100(n-29) = (n-100)^2 + 200(n-90) \end{aligned}$$

par conséquent

$$n^2 = 2(n-9) \times 10 + (n-10)^2$$

$$n^2 = 4(n-10) \times 10 + (n-20)^2$$

$$n^2 = (n-29) \times 100 + (n-90)^2 = 2(n-90) \times 100 + (100-n)^2$$

Ces formules donnent le moyen de trouver le carré
des nombres inférieurs à 9, lorsqu'on connaît certains
nombres inférieurs à 9. En effet, il suffit d'appliquer
la formule

$$n^2 = 2(n-9) \times 10 + (n-10)^2 \quad \text{entre les limites } n=9, n=19$$

$$n^2 = 4(n-10) \times 10 + (n-20)^2 \quad \text{entre } \dots n=19, n=29$$

$$n^2 = (n-29) \times 100 + (n-90)^2 \quad \text{entre } \dots n=29, n=79$$

$$n^2 = 2(n-90) \times 100 + (100-n)^2 \quad \text{entre } \dots n=79, n=100$$

Le système de formules précédent est semblable à la première,
elle s'en déduit lorsqu'on remplace n par $\frac{n}{10}$;
et en continuant de même on obtiendrait des formules relatives
aux carrés des nombres supérieurs à 100. Ces formules
du système de formules devraient paraître
pour la détermination des carrés des nombres les plus faibles.

Etant donné un nombre entier quelconque, on se veut
trouver le carré d'un système d'axes d'intersection en

~~from 2002 to 2002 from 2002 to 2002~~

~~Debtades ingruunt quales sunt deſerta, videntur quales~~
~~ſolentur. Et deſerta praeſentia in unum in quibus~~

Dans ce nombre un tremble composé de la racine
chiffre + des et reliés par une spirale formée

the same manner as the same is written

maintenir ; et dans le nombre j'en ai

f, on 10, on 2f, on 90 under

unite. Del'ndre represente par la somme d'entre de
cette tranche, disant que la tranche sera comprise
entre les limites

10 to 19, on 19 to 29, on 29 to 79, on 79 to 111

preis multipliziert Breite obtain per

20, on 40, on 100 on 200

l'année 1888 par 20 Dans le premier cas, par 40
Dans le second, par 100 Dans le troisième, et par 200
Dans le 4^e. Le produit représentera dans le cas

chambes des unités de l'ordre exprimé par la dernière chiffre
de la tranche, et il suffira de joindre ~~à~~ ^à ce produit ~~un~~ ^{un} et
pour trouver la courbe angulaire il suffira d'ajouter à
un nombre ~~choix~~ ^{choix} exprimé par ce produit considéré
comme représentant des unités de cet ordre, la courbe de la
différence entre la suite obtenue et le nombre retranché

$$22024020219222$$

C'est à dire, ~~entre~~ ^{entre} autre terme la courbe de la
différence entre le nombre donné et

$$10 \text{ ou } 20 \text{ ou } 50 \text{ ou } 100$$

unités de l'ordre représenté par la dernière chiffre de la
tranche choisie comme.

Exemple

$$14312^2 = 20(14312 - 9000)9000 + 20(14312 - 10000)^2 + 2(14312 - 10000)^2$$

$$14312^2 = 20(14312 - 9000)9000 + (14312 - 10000)^2$$

$$= 20 \times 9312000 + 4312^2$$

$$16312^2 = 40 \times (16312 - 10000)1000 + (16312 - 20000)^2$$

$$= 40 \times 6312000 + 5688^2$$

$$44312^2 = 100 \times (44312 - 25000)1000 + (44312 - 50000)^2$$

$$= 100 \times 19312000 + 5688^2$$

$$85312^2 = 200 \times (85312 - 90000)1000 + (85312 - 100000)^2$$

$$= 200 \times 55312^2 + 14688^2$$

En supposant ~~le nombre~~ plus petit que l'opération est plus
indignée, on finira par trouver l'élevation au-dessus d'un
nombre quelconque, à elle-même multipliée inférieure à 20, ou à 25.

Exemple

nombre

complément

64.. 50	314159265	1	64159265	314159265	85840725
24 20	145840725	4	242262940	624218520	17168420
18.. 10	14159265	2	18218520	1256627060	342262940
50	4159265	1	1659265		
1000	840725	2	681470		
20	159265	4	227060		
50	40725	1	15275		
100	9265	2	8520		
50	725	1	425		
20	225	4	540		
50	25	1	40		
	15		225		

58696042785240225

On peut aussi continuer l'opération jusqu'à ce qu'on arrive
à un nombre inférieur à 10. Comme le produit dans le
tableau suivant

50	214159265	100	26,41...	26,41...
20	145840705	40	08,54..	24,22...
10	14159265	20	009,15..	16,21...
50	4159265	100	16,59..	
100	840705	200	24,07..	
20	159265	40	05,92..	
50	40705	100	15,72..	
100	9265	200	042,65	
50	705	100	048,5	
20	205	40	12,5	
50	25	100	10	
10	15	20	10	
	5			

Autre Tableau

28	80	21419268	64199268	1	10 ³	64199268
10	20	188440728	88440728	4	10 ⁴	242262940
9	10	14199268	99199268	2	10 ⁷	18218520
28	80	21419268	1699268	10	10 ⁷	1699268
80	100	840728	240728	2	10 ⁶	684470
40	20	189268	89268	4	10 ⁸	227060
28	80	40728	18728	4	10 ⁸	18278
80	100	9268	4268	2	10 ⁴	8920
28	80	728	488	1	10 ³	488
10	20	228	128	4	10 ²	540
28	80	28	10	1	10 ²	10
8	10	18	10	2	10 ⁴	20
		8				28

Effectuated unit

$\begin{matrix} & 81419926f \\ = & 819200019 \} \\ - & 201090790 \end{matrix}$

Sous le chiffre 8, 2^o en ajoutant ~~est~~ au double de la
 première somme ainsi formée, le chiffre placé sous le 8
 multipliant placé sous le chiffre 4, 3^o en ajoutant au
 double de la 2^e somme le chiffre du multiplicand placé sous
 le chiffre 2, 4^o en ajoutant au double de la 3^e somme le
 chiffre du multiplicand placé sous le chiffre 1.

Lorsque les multiplicateurs relatifs d'une suite
que $p, 1, 2, 4, 8$, ayant le même ou trois nombres
ont deux ou en relation par d'autres nombres que
l'un

$$2 = 2 + 1, \quad 5 = 4 + 1, \quad 6 = 4 + 2, \quad 7 = 4 + 2 + 1, \quad 8 = 8 + 1$$

^{alors}
 Pour ~~éviter~~ ^{éviter} tout sujet d'opposition qui pourrait
 naître d, s, e, & trait à lui seul les plus de deux
 autres chiffres savoir 1 et 2, ou 1 et 4, ou 2 et 4, ou
 1 et 9, et quel que soit le trait les plus de trois chiffres
 1, 2 et 4. Pour exprimer cette opposition on peut
 représenter ~~les~~ ^{les} ~~chiffres~~ ^{chiffres} ~~de~~ ^{de} ~~la~~ ^{la} ~~manière~~ ^{manière}

adulte par 12, 2, 8, 7, go solo qu'un cliffe
par surmonté d'un accent cois et tona son grave
occidentale aura l'aveur du cliffe majais qui



C'est manifestement, qu'avec l'anneau de

0 2 4 6 8

au-dessus de

1 3 5 7 9

Déjà on remarque l'anneau qui est entre 6
trist = lui seul le plus d'un 2 et d'un 4, on
pourra aussi substituer un caractère 6 le suivant
4

Composé d'un 2 et d'un 4 versé ensemble. Cela fait
le nombre

0, 1419268

l'anneau enroulé par

2, 04048244

et enroulant l'anneau versé au-dessus l'anneau
d'un multiple de quelconque, il faudrait trouver
d'autres lois la circonférence d'un multiple de
représentant le diamètre.

Cependant pour trouver le diamètre qui en
peut servir pour l'anneau suspendu à l'autre ou

0, 79584

le diamètre sera

1, 94764

Antennaria

4 4 2 4 4 0 4 0 2

1, 9 8 7 6 8
2 3 6 7 2 6 6 7 6
3 4 7 6 1 0 2 9 6
6, 2 4 4 4 4

Par un $\frac{1}{2}$ de cette multiplication on obtiendra que la dernière d'annee
deproduite par elle ~~est~~ de insérée dans l'equation est celle
qu'on obtient quand on place on amène la multiplication
au-dessus du multiplicand dans la position suivante

$\begin{matrix} \hat{A} & 2 & 2 & \hat{A} & \hat{A} & 0 & \hat{A} & 0 & 2 \\ 1, & 9 & 8 & 7 & 6 & 4 & & & \end{matrix}$

76

Alors ce petit enfant

sur le chapitre 8 ... nombre 7

$$4 \dots 1 + 9 + 6 = 16$$

$$2 \dots - 9 + 8 = 17$$

$$1+7+6+8 = 22$$

Table 14

$16 + 14 = 30$ Double 60

$17 + 60 = 77$ Double 154

$$22 + 48 = 176$$

Wth Or il M. dani. ~~grosset~~ ~~stalla~~ ~~que~~ ~~pau~~

amener le multiplicateur dans cette position, il a fallu
 faire passer successivement

au-dessus du chiffre 8 du multiplicateur le quatre-vingt-neuf

le multiplicateur 214192

la somme $2+1+4+1=8$

le cinq-vingt-neuf

$8+9=17$

le dix-neuf

$17+9=26$

le sept-vingt-neuf

$26+2=28$

le huit-vingt-neuf

$28+6=34$

le quatre-vingt-neuf

$34+9=43$

Après, si l'on remplace le chiffre du multiplicateur

21419268

par les successifs du premier, du deux-vingt-neuf, du
 trois-vingt-neuf, du quatre-vingt-neuf, ... chiffres ainsi qu'il
 suit

$21419268 \quad 21419268 \quad 21419268 \quad \dots$

et si l'on veut le plus de multiplicateurs possibles on

$21419268 \quad 21419268 \quad 21419268$

Il en est ainsi des multiplicateurs, et dans la position inverse
 simple multiplicateurs d'un, mais ceux qui servent pour l'un
 et même l'autre, ce nouveau multiplicateur nous dans
 la même position occupent pour le premier, former
 une même producte prouvant qu'il existe un système de
 toutes les sommes de producte partielles successivement
 calculées, c'est-à-dire, à

$$0 + 28 + 27 + 66 + 71 + 120 + 162 + 169 + 176 = 892,$$

ainsi qu'on le voit ici

...	06	21	25	22	14	9	8	4	0
	1	9	46	7	6	8			
	06	279	200	161	84	72			
ou	2	2	1					8	
	0	7	0	6	4	7			0
		6	9	0	1	4	2		2

Cette on peut vérifier immédiatement chaque produit
 d'une producte partiel, en calculant chaque somme
 d'une manière totalement différente, ainsi qu'on
 aura l'expliquer

Supposons qu'il s'agit de Descendre le nombre 176
qui revient à la position suivante. Dans l'opération on
utilise le multiplicateur

$$\begin{array}{r} 4 \ 2 \ 2 \ 8 \ 1 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2 \\ 1 \ 9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 4 \\ \hline 1 \ 7 \ 6 \end{array}$$

On pourra employer ~~la même~~ indifféremment l'un ou
l'autre des méthodes suivantes

~~1^{re} méthode~~
~~1 ... 1 + 9 + 8 = 18, Double 36~~
~~2 ... 36 + 7 = 43, Double 86~~
~~4 ... 86 + 6 = 92, Double 184~~
~~8 ... 184 + 8 = 192, Double 384~~

1^{re} méthode

~~1 ... 1 + 9 + 8 = 18, Double 36~~

~~2 ... 36 + 7 = 43, Double 86~~

Simple chiffre 4 ... 7, Double 14

4 ... 14 + (1 + 9 + 8) = 22, Double 44

2 ... 44 + (9 + 8) = 61, Double 122

1 ... 122 + (1 + 7 + 6 + 8) = 144

2^e méthode

1 ... 1 + 7 + 6 + 8 = 22, Double 44

2 ... 44 + (9 + 8) = 61, Double 122

4 ... 122 + (1 + 9 + 8) = 144, Double 288

8 ... 288 + 7 = 295, Double 590

Si l'on rat les tentatives d'application le premier pour g à la
vérification de l'équation 176, on pourra observer comme il suit

$$1+7+6+8 \equiv 12 \equiv 5 \pmod{9} \quad \text{reste } 2$$

$$2+9+8 \equiv 10 \equiv 1 \pmod{9} \quad \text{reste } 8$$

$$8+1+9+6 \equiv 12 \equiv 0 \pmod{9} \quad \text{reste } 6$$

$$6+7+1+7+6 \equiv 27 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$6+7 \equiv 13 \equiv -176 \equiv -5$$

ou en d'autres termes

$$6+7+1+7+6 \equiv 0 \pmod{9}$$

Par la même raison l'équation 177 est fautive
et si l'on suppose qu'elle est vraie on doit avoir

$$8(6+7) \equiv 176 \equiv 1+7+6$$

Mais il est clair que

$$8(6+7) \equiv -(6+7)$$

attendant que $8 \equiv -1 \pmod{9}$. Donc la dernière équation
est fautive.

$$6+7+1+7+6 \equiv 0 \pmod{9}$$

Extraction des racines carrées.

Soit n le nombre dont on veut extraire la racine,
à l'essai on suppose $\sqrt{n}$ égal à a et x

$$\sqrt{n} = a + x$$

$$n = a^2 + x^2$$

on conclut

$$x^2 = n - a^2$$

$$x = \frac{n - a^2}{2a}$$

Si n est un carré parfait, on trouve $x = 0$, et la racine est a .

Si n n'est pas un carré parfait, on trouve $x > 0$, et la racine est $a + x$.

Si n est négatif, on trouve $x < 0$, et la racine est $a + x$.

$$x = \frac{n - a^2}{2a}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{n} + \frac{x}{a^2}, \quad \frac{x}{a^2} = \frac{1}{a} - \frac{a}{n}$$

$$x = \frac{1}{a} - \frac{a}{n}$$

Soit a la racine la plus voisine de $\sqrt{n}$.

$$\frac{1}{a} - \frac{a}{n} = \frac{1}{a} \left(\frac{n}{a} - a \right)$$

So

$$\frac{1}{a} - \frac{a}{n} = \frac{1}{a} \left(\frac{n}{a} - a \right) = \frac{1}{a} \left(\frac{n - a^2}{a} \right) = \frac{n - a^2}{a^2}$$

Donc

$$n = \frac{av}{u} + \frac{n^2}{2a} \left\{ \left(\frac{2an}{a+n} \right)^2 - 1 \right\}.$$

~~Soit la fonction en lettres~~ Or $\frac{2an}{a+n} = 1 + \frac{a}{a+n} = 2 - \frac{n}{a+n}$
 Soit en outre 1 et 2. Donc

$$n = \frac{av}{u}$$

Soit en outre

$$2av \text{ et } (k-1) \frac{n^2}{2a} = \frac{3}{2} \frac{n}{a} n.$$

Donc l'équation connue, simplifiée et réduite s'écrit

$$\frac{3}{2} \frac{n}{a} n.$$

On écrit comme suit en observant que

$$n - \frac{av}{u} = \left(\frac{v}{2a} - \frac{av}{u} \right) - \frac{n^2}{2a}$$

Or

$$\frac{v}{2a} - \frac{av}{u} = \frac{n^2}{2an}, \text{ et comme } v = 2an + n^2 \left(2an + 2n^2 \right) < 2an\sqrt{n}$$

on a aussi

$$n^2 < 4n^2$$

$$\frac{v^2}{2an} < 2 \frac{n^2}{a}$$

Donc

$$\frac{v}{2a} - \frac{av}{u} < 2 \frac{n^2}{a} \text{ et } n = \frac{v}{2a} - \frac{n^2}{2a} < \frac{av}{u} + \left(2 - \frac{1}{2} \right) \frac{n^2}{2a}$$

$$\frac{v}{2a} < \frac{av}{u} + 2 \frac{n^2}{a} < \frac{av}{2u} + \frac{3}{2} \frac{n^2}{a}.$$

$$\frac{an}{n^2} = \frac{an}{n} = \frac{n}{2} a$$

Example

$$\begin{array}{r} n \\ a^2 \\ n \\ \frac{n}{a} \\ \frac{an}{n^2} = x \\ \frac{2a}{2a^2} \end{array} \begin{array}{r} 2,00 \\ 1,96 \\ 4 \\ 1 \\ 1,4 \\ 14 \\ 2,8 \\ 292 \end{array}$$

$$1,4442125 \quad 6207009 \quad 5048801688724$$

$$x = 0,014 \quad \frac{x}{a} = 0,007 \quad \frac{x^2}{a} = 0,00014 \quad \frac{2x^2}{2a} = 0,00021 \dots$$

$$\begin{array}{r} n^2 \\ n \\ \frac{n}{a} \\ a \end{array} \begin{array}{r} 196 \\ 604 \\ 191 \\ 1,414 \\ 212 \\ 192014 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{an}{n^2} = n \\ 2a+n \end{array} \begin{array}{r} 212914 \\ 2125 \end{array}$$

$$\frac{x}{a} = 0,00015 \quad \frac{2x}{2a} = 0,00022 \quad \frac{2x^2}{2a} = 0,000000046$$

$$46+14=$$

$$\begin{array}{r} 2a+n \\ 2an+n^2 \end{array} \begin{array}{r} 2,8282125 \\ 1155552122 \\ 44428836909 \end{array}$$

$$= 2,8282024$$

numero chifra = 6

$$\begin{array}{r} n \\ \frac{n}{a} \\ a \end{array} \begin{array}{r} 17641775 \\ 441044075 \\ 1,4142125 \\ 22227474 \\ 401426423 \\ 620700900 \end{array}$$

$$\frac{x}{a} = 0,00000000046$$

$$\frac{2x}{2a} = 0,0000000066$$

$$\frac{2x^2}{2a} = 0,000000000000000000$$

$$\begin{array}{r} 2a+n \\ 2an+n^2 \end{array} \begin{array}{r} 6207009 \\ 282822706207009 \end{array}$$

numero chifra = 14 ou 15

$$6207009 \quad 2,82842706207009 = 2,82842404222204$$

$$\begin{array}{r} 15958546541757762904 \\ 22208244174645406401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17641775 \\ 122801676438519 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5570041910962975 \\ 1,41421256207009 = 0,40420242222204 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15424451912589216 \\ 570525548637407944 \\ 504880168872418244 \end{array}$$

le numero chifra sera 2

$$\begin{array}{r}
 4 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0 \ 2 \ 4 \ 8 \ 2 \ 4, 2 \equiv 0 \pmod{g} \\
 6 \ 2 \ 7 \ 7 \ 0 \ 9 \equiv 0 \pmod{g} \\
 \hline
 \begin{array}{cccccccccccccccc}
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 5 & 3 & 9 & 0 & 4 & 2 & 4 & 0 & 5 & 9 & 1 & 2 & 5 & 7 & 7 & 6 & 2 & 5 & 0 & 8 \\
 2 & 2 & 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 4 & 1 & 1 & 7 & 4 & 6 & 4 & 5 & 8 & 9 & 6 & 4 & 0 & 1
 \end{array} \\
 \hline
 1 \ 7 \ 6 \ 4 \ 1 \ 7 \ 7 \ 2 \ 5 \ 7 \ 1 \ 9 \ 8 \ 9 \ 2 \ 2 \ 5 \ 6 \ 1 \ 4 \ 8 \ 1 \equiv 0 \pmod{g}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 4 \ 2 \ 0 \ 2 \ 4 \ 0 \ 4 \ 0 \\
 0 \ 5 \ 7 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1 \ 9 \ 1 \ 0 \ 9 \ 6 \ 2 \ 9 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 \begin{array}{cccccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & & & & & & \\
 1 & 2 & 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 1 & 9 & 1 & 2 & 2 & 8 & 9 & 8 & 1 & 6 & & & & & \\
 2 & 7 & 0 & 5 & 2 & 5 & 5 & 4 & 8 & 6 & 3 & 7 & 4 & 0 & 7 & 9 & 8 & 4 & & & & \\
 \hline
 5 & 0 & 4 & 8 & 8 & 0 & 1 & 6 & 8 & 8 & 7 & 2 & 4 & 1 & 8 & 2 & 4 & 4 & & & & \\
 \hline
 & \equiv 0 \pmod{g} \equiv 1 \pmod{g}
 \end{array}
 \end{array}$$

1^{re} vérification

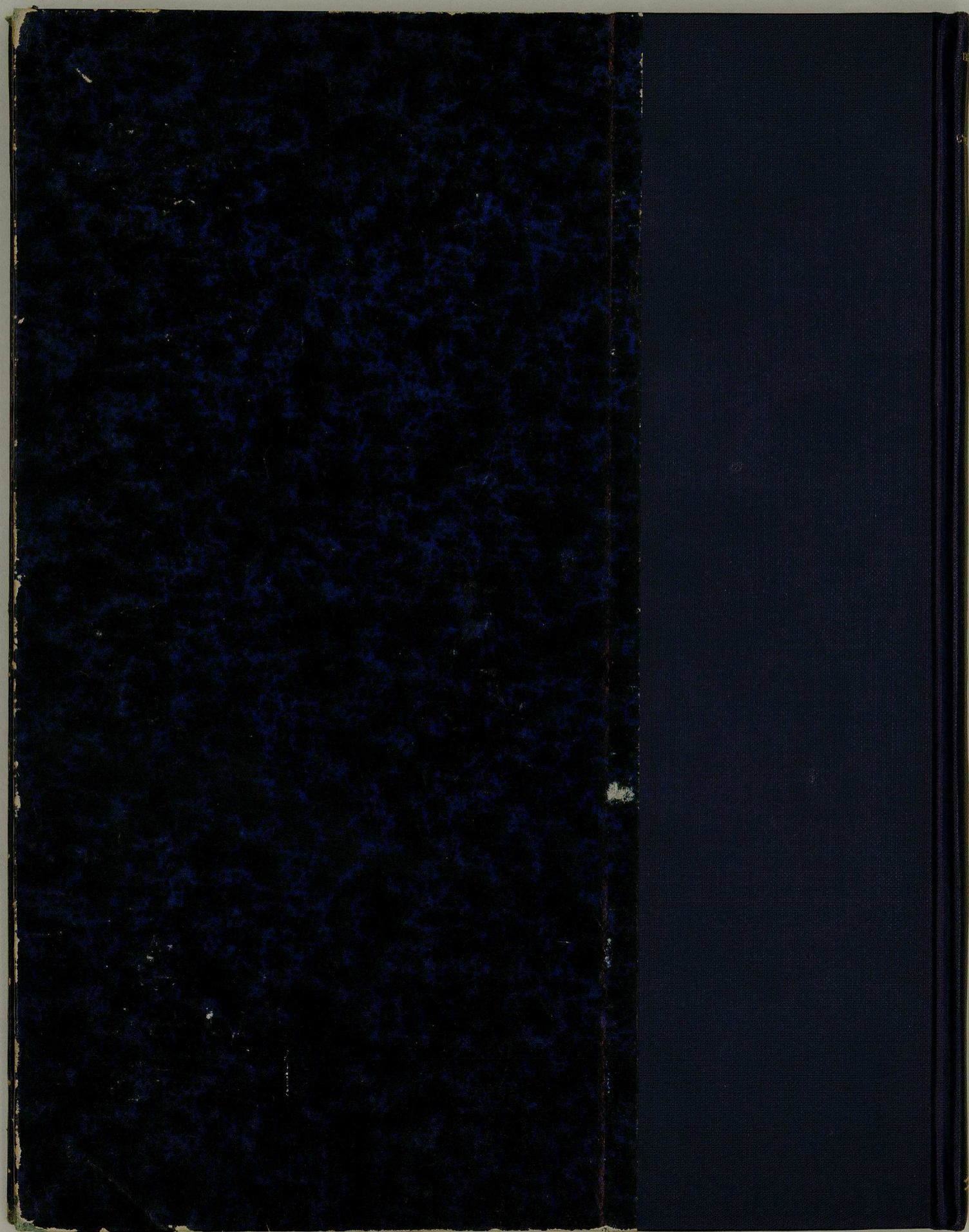
$$\begin{array}{r}
 \text{multiplicateur} \quad 4 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 4 \ 2 \ 0 \ 2 \ 4 \ 0 \ 4 \ 0 \quad \text{remains} \\
 \text{diviseur} \quad 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 4 \ 2 \ 0 \ 2 \ 2 \ 4 \ 2 \ 1 \ 5 \ 4 \ 1 \quad \text{remains} \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 1 \ 9 \ 1 \ 0 \ 9 \ 6 \ 2 \ 9 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 5 \ 2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 5 \ 8 \ 0 \ 7 \ 6 \equiv 0 \pmod{g}
 \end{array}$$

2^e vérification

$$\begin{array}{r}
 5^1, 5^1, 5^1, 5^1, 4^2, 4^2, 2^2, 2^2, 2^1, 1^6, 1^2, 1^2, 1^2, 6^1, 5^1 \\
 5 \ 2 \ 7 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1 \ 9 \ 1 \ 0 \ 9 \ 6 \ 2 \ 9 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 5^1 \ 5^1 \ 5^1 \ 5^1 \ 6^1 \ 2^1 \ 4^1 \ 2^1 \ 4^1 \ 2^1 \ 0^1 \ 7^1 \ 2^1 \ 0^1 \ 0^1 \quad 1^8 \ 0^8
 \end{array}$$







BIBLIOTHÈQUE

DE

L'UNIVERSITÉ

CAUCHY - EXERCICES D'ARITHMÉTIQUE

II