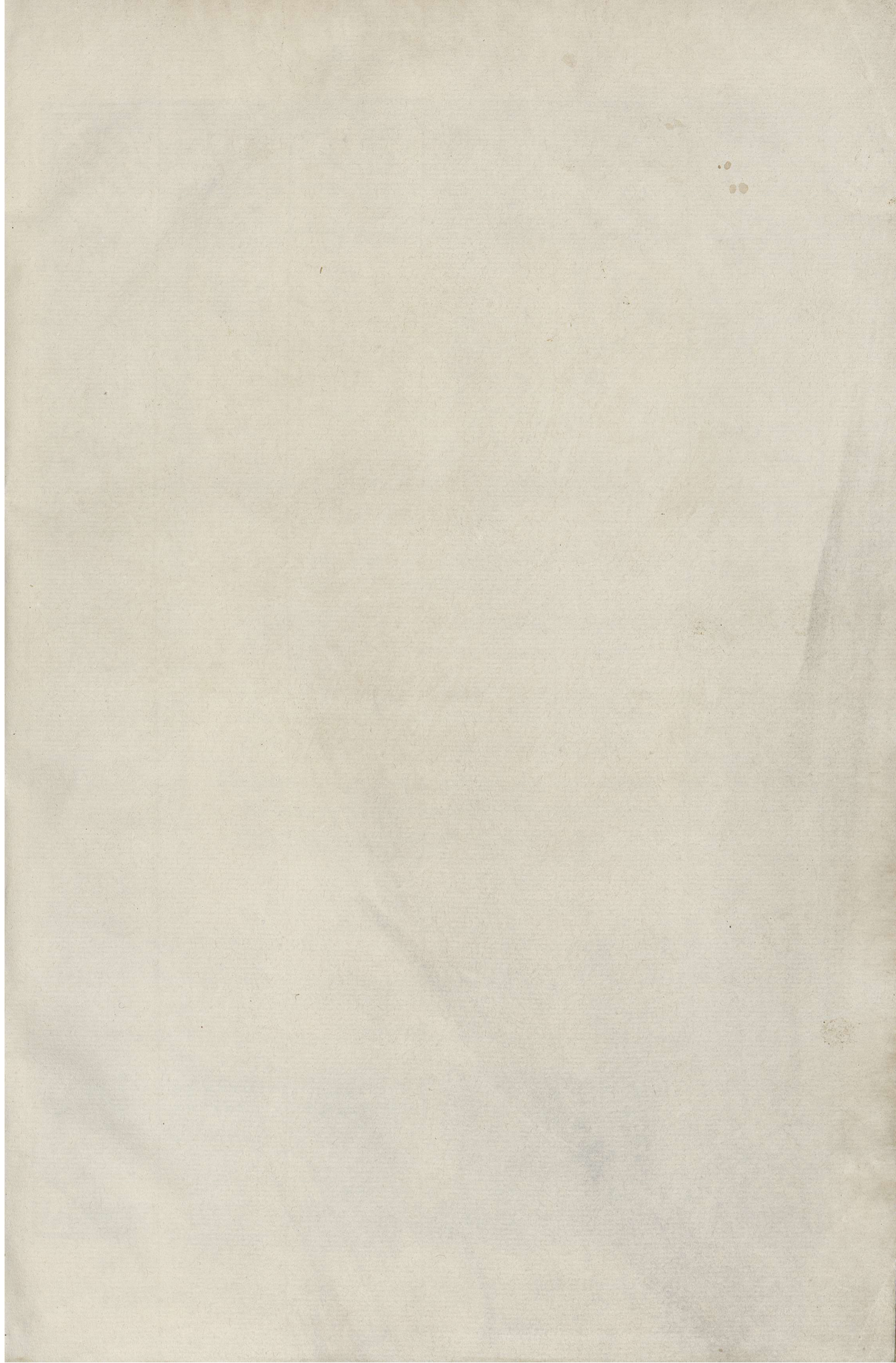
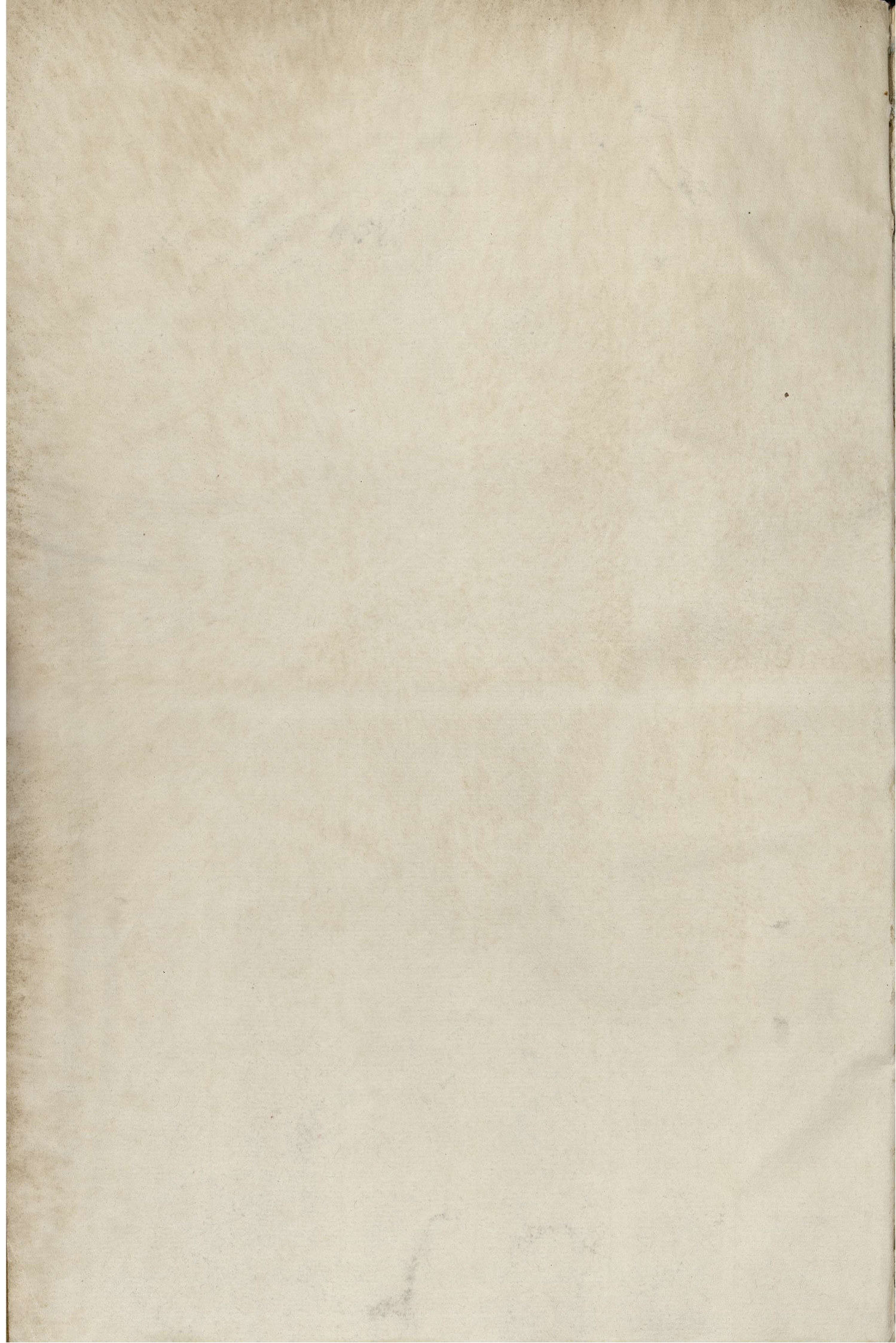


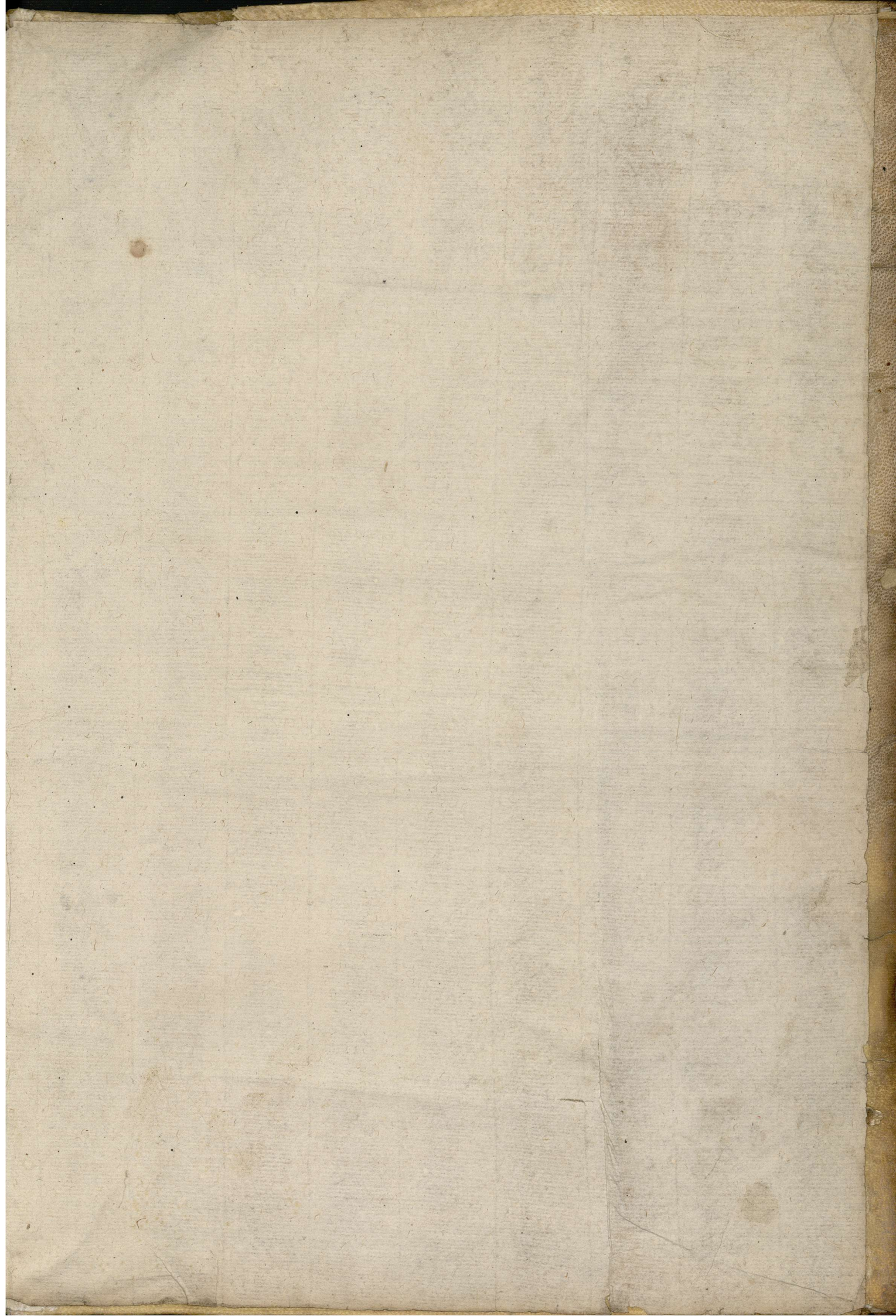


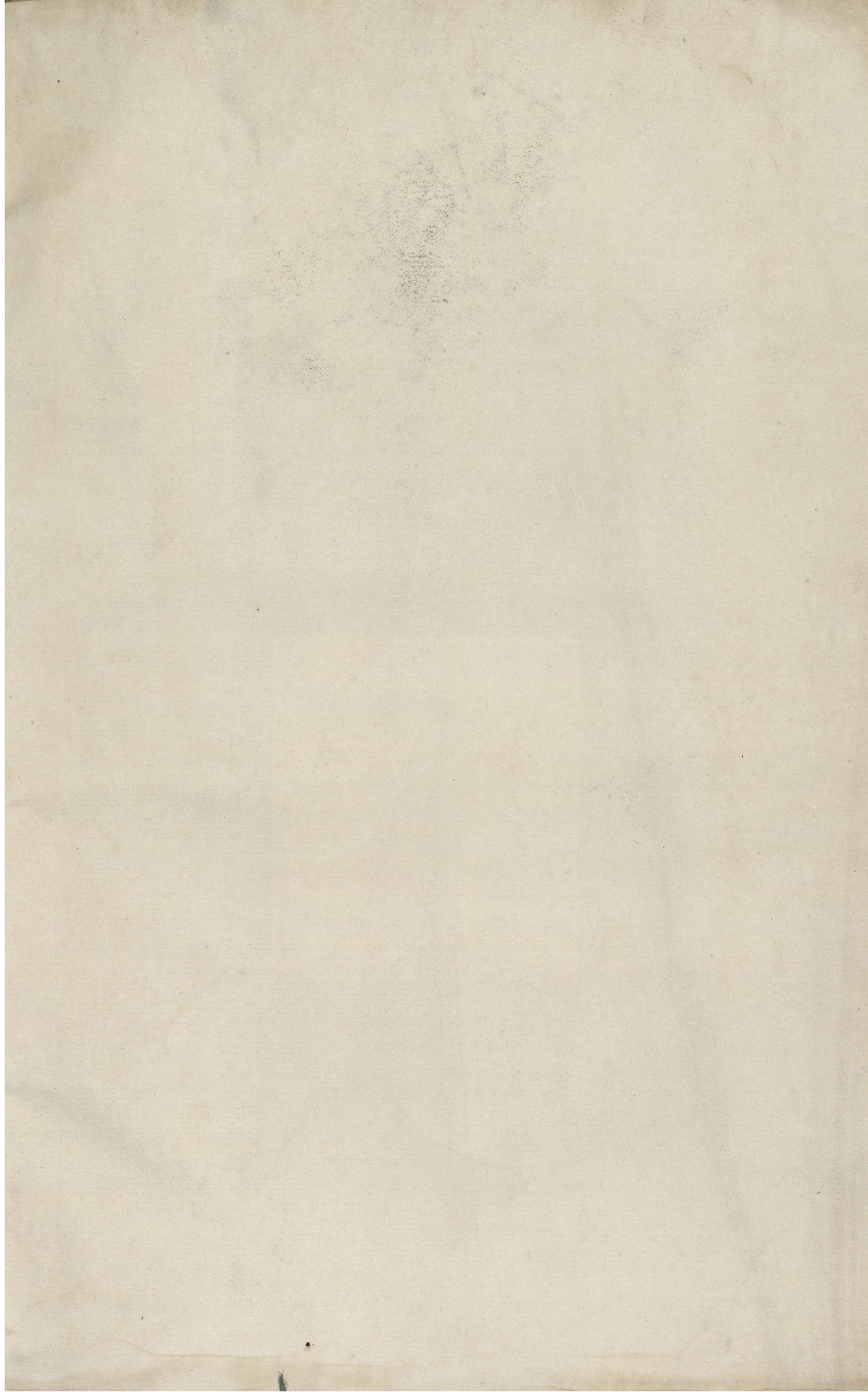
R XVI b 45 in. fol.

Désinfecté novembre 2000











UNIVERSITÉS DE PARIS
BIBLIOTHÈQUE DE LA SORBONNE
13, RUE DE LA SORBONNE - 75287 PARIS CEDEX 05
TEL : 01 40 46 30 27 - FAX : 01 40 46 30 44

Inv. :

SIGB bibl. :

SIGB ex. :

SU ppn :

SU epn :

Cote : RXVIB 45 in-fol

1156681623





ORONTII



FINAEI DELPHINATIS,
REGII MATHEMATI-
CARVM LVETIAE
PROFESSORIS,

Quadratura Circuli, tandem inuen-
ta & clarissimè demonstrata.

De circuli mensura, & ratione circūferentiæ ad
diametrum, Demonstrationes duæ.

De multangularū omniū & regulariū figurarū
descriptione, Liber hætenus desideratus.

De inuenienda longitudinis locorum differētia,
aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato
quouis tempore, Liber admodum singularis.

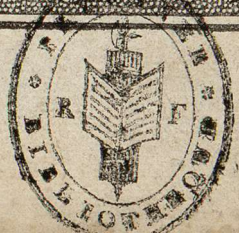
Planisphærium geographicum, quo tum longi-
tudinis atq; latitudinis differētiæ, tum directæ
locorum deprehenduntur elongationes.

 
LVETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinaum.

Collegii Paris. I 5 4 4. Societ. Paris.

Cum priuilegio Regis.

virescit uulnere uirtus.



 SUMMA PRIVILEGII,
à Rege per Authorem impetrati.

Regia cautum est sanctione, ne quispiam
hoc opus, & alia Orontij Finæi Mathe-
maticarum professoris opera, in ipso priuilegij
diplomate sigillatim enarrata, intra decēnium
à prima singulorum operum æditione suppu-
tandum, absque manifesto opificis consensu,
imprimat: aut alibi impressa, sub Regis ditione
venditet & distrahat. Idque sub graui multa, in
eodē priuilegij diplomate luculēter expressa.

Concessum fuit priuilegium, & maiori
sigillo Regio munitum, Lutetiæ
Parisiiorū, Anno Christi 1543,

Mense Febru. Ipsum au-

tem priuilegium

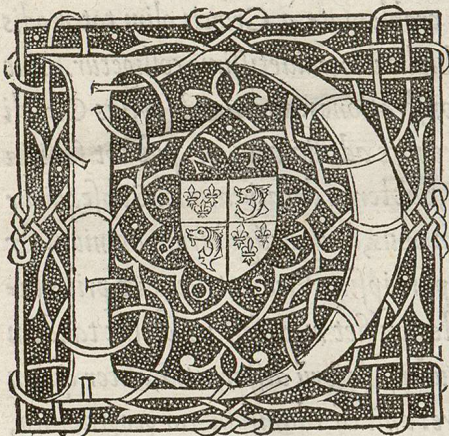
subscribat

Guiotus.

(::)



Christianissimo Gallorū Regi,
FRANCISCO, EIVS NOMI-
nis primo, Orontius Finæus Delphinus, S. D.



IVINA PROVIDENTIA
factum esse puto, FRANCISCE Rex
Christianissime, ut quæ præclara sunt & dif-
ficilia, quanto magis ab ipsis desiderantur &
perquiruntur hominibus: tanto tardius à pau-
cis plurimum inveniuntur, & in sua diffe-
rantur tempora, illisque destinantur inuento-
ribus, quos solus Deus ad hæc novit esse dele-
ctos. Cum ob multa, tum ut igneus & planè
cælestis ille diuini splendoris vigor, mentibus
nostris insitus, magis atque magis elucescat: & ad perscrutanda latentium rerum
arcana acriori nos urgeat stimulo, in illorumque assidua contemplatione & inda-
gatione fixam oblectet intelligentiam. Quod si tam in diuinis & naturalibus, quàm
mechanicis & ciuilibus rebus, locum habere compertum est: in ijs artibus, quæ solæ
Mathematicæ, hoc est, disciplinæ nūcupari meruerūt, vsu maximè venire (opinor)
negabit nemo. Quamquam enim ipsæ Mathematicæ, medium inter intellectilia
sensiliaque locum obtinentes, cæteris artibus tum fide & ordine, tum certitudine ac
integritate (præter summam quæ illis inest vtilitatem) longè præstare viden-
tur: rariores nihilominus semper habuere professores, & insigniora theoremata, ma-
iori cum difficultate, longiorique temporis successu adinuenta atque demonstrata.
Quemadmodum in ea disciplina, quæ Geometria vocitatur, de Circuli licet intueri
quadratura. Quæ tametsi ab omnibus philosophis sciētia cōtineri fuerit existimata,
& tāto tempore à tam doctis perquisita viris: hætenus tamen videtur fuisse desi-
derata, facta interim non modica rerum Mathematicarum accessione: multa enim
scitu dignissima, quæ prius erant absconsa, prodire nota. Cum igitur præfatam
Circuli quadraturam, extra artem non esse intelligerem, & illius inuentionē ad me
non sine diuino numine iure quodam deuolui: qui & patre philosopho ac Mathema-
tico insigni Francisco Finæo sum natus, & ad has disciplinas natura factus (quas

à mutis, quod aiūt, magistris acceptas, octo & viginti annos Lutetiæ publicè docendo, interpretando, scriptis & nouis inuentionibus exornādo illustraui) pretium operæ facturum me putauī, si nodū hunc dissoluere, & Galliam tuam sub tuo fœlici nomine, hoc rarissimo munere donarem. Quod (ni me fallit ipsa veritas, & Mathematicarum inexpugnabilis certitudo) à diuina tandē impetraui clemētia. Ipsam nanq̃ Circuli quadraturā, via hactenus à nemine tentata, & methodo inaudita, clarissimè demonstraui, atq̃ non vni tantūmodo Circulo æquale quadratū, sed tribus Circulis tria simul æqualia quadrata, vel è diuerso, figurare docui: totūmq̃ inuentionis ac demōstrationis artificii, quinq̃ problematibus, & vnica, eāq̃ simplicissima, conclusi figuræ contextura. Ex ipso autem primo problemate, à Græcis olim tot modis inuestigata, sed nōdū planè demōstrata Cubi duplicatio, euidentissimè colligitur. Huic porrò Circuli tetragonismo, duas adiunxi demōstrationes: alteram de ipsius Circuli dimensione, alterā verò de ratione circumferentiæ ad diametrum: quæ tot fœlicia ingenia, vt Circulo æquale darent quadratum, hactenus defatigarunt. Subsequitur deinde absolutum, & à nemine antea tentatum opus, de multāgularum omnium & regularium figurarum descriptione: quo bona pars ipsius Geometriæ, quæ prius latebat, & supramodum vtilis videbatur, in posterum fiet manifesta. Accessit tandem liber admodū eximius, de inuenienda longitudinis locorū differentia, aliter quā per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore: vnā cū Planisphærio geographico, recens itidem excogitato. Quem librū anno superiore, gallicè conscriptum, vnā cum Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudia, & Pedemontanæ regionis Corographia, tuæ obtuli maiestati. Hæc igitur insignia totiēsq̃ desiderata Mathematicum opera tria, sub tuo fœlici nomine & auspicio, in publicum tandē prodire sum passus: Quæ tibi Mathematicarum, ac reliquarum bonarū artium raro Mecænati, tēq̃ maximo Principi (nempe Regū Christianissimo, potētissimo, ac omni virtutū genere animiq̃ dextertate prædito) candidè deuoueo, & protegenda cōmitto. An verò palmā hanc prætermultorū spem, reportaturus sim: cuius æquo lectori, & in Mathematicis non infœliciter versato, censendum relinquo. Cuperem tamen de multis, hīc te vnicum habere iudicem: si per humanitatem tuam, & publicas occupationes, quibus hoc importuno tempore (in quo Mars suis comitatus Furijs, longè latēq̃ fremit) valde distringeris, me ipsum interpretem audire graue nō esset: qui & de rebus omnibus rectè iudicare, & illas æqui bonique consulere abundè nosti. Reliquum est, clementissime Rex, vt tui Orontij sic tandem meminisse pergas: vt eum in instaurandis, & (te auspice) docēdis Mathematicis, annos meliores consumpsisse non pœniteat. Vale.

Lutetiæ Parisiorum, Mense Iulio, 1544.



AD CHRISTIANISSIMUM GALLORVM REGEM

Franciscum, De Orontio Fineo insigni Mathematico,

Antonius Mizaldus, Monsluccianus.

M Vsarum Franciscæ parens, Rex maxime, cuius
 Auspicijs docti stantque, caduntque viri.
 Næ tua maiestas magnis decorata trophæis,
 Nouit ἀλὲν tempus habere patrem.
 Nouit prudenter quod tempus operata recludit:
 Ædit & in lucem quæ latuere prius.
 Nouit ad hæc, homines non omneis omnia posse:
 Et posita in raris munera rara locis.
 Euclidem hinc celebrat Megara, Aegyptus Ptolemæum:
 Tollit Aristotelem hinc Stragira clara suum.
 Hinc tua Finæum doctissima Gallia iactat:
 Quem mare, quem Cælum, quem tibi terra canit.
 Hic etenim reperit, quod scibile dixerat olim,
 Sed nondum scitum magnus Aristoteles.
 Huic nunquam potuit quadrari circulus vnus.
 O ter magnum hominem, tres simul ecce quadrat.
 Rursum quadratis æquales tramite eodem
 Demonstrat ternos (res celebranda) κύνες.
 Nec satis hoc, omnis generis πολυγωνία pingit
 In circo: nùm summi hoc opus artificis?
 Tantùm de eclipsi distantia nota locorum
 Priscis: huic alio panditur ingenio.
 Victa gemis, superata doles, nec cornua tollis,
 Vt quondam, raris Græcia nota Sophis.
 Das Gallis inuita manus, ac porrigis herbam:
 Quid facias? sunt hæc fata ferenda tibi.
 Ferte Mathematici violas, & balsama, nardos
 Spargite: materies digna fauore venit.
 Ecce seges vobis multo sudore parata,
 Quam quondam vestri tam cupiere patres.
 Gallia donec erit, donec victricia Mundus
 Lilia odorabit, lilia suspiciet,
 Rex Franciscæ, tibi tanto pro munere grates
 Soluet: nam res est congrua, causa iubet.
 Per te respirant, florētque Mathemata, per te
 Totius mundi Machina vasta patet.
 Per te Finæus Pylijs dignissimus annis,
 Perficit inuentis optima quæque suis.
 Te duce Gallorum nomen super æthera tollit:
 Te celebrat, cuius fama perennis erit.
 Regia, crede mihi, res est succurrere doctis:
 Quas illi dederis, semper habebis opes.

Aristoteles in Ca-
 teg. cap. πρὸς τὴν,
 lib. 2. prio. ca. 25.
 Ethic. 1. cap. 8.
 Physic. 1. cap. 2.

Ad amplissimum Lotharingæ Cardinalem,
studioſa Mathematicarum iuuentus.

Nunc Mathematica qui colunt amantque,
Quorum lumina pulvis eruditus
Moratur, ratioque metiendi,
Gratias & agunt habentque miras
Pro tuis in Orontium, sacrâque
Mathesin meritis Pater, senatus
Splendor pontificalis, atque Gallo
Regi proximus, intimusque Achates.
Ex te pendet Orontius secundum
Cæli numina, Gallicumque Regem.
Ille quicquid habet, tibi fatetur
Se debere, tuo dari favore
Hæc stipendia, quæ sibi meretur.
Ergo respicies virum, ferendam
(Vt soles) ad opem. noui libelli,
Quos vulgat, deus! & laboriosi,
Et quales vetus expetebat ætas,
Suis ingenijs tamen negatos,
Sat suadent tibi Cardinalis ample,
Propugnator & huic patronus vt sis
Aduersus rabiem calumniantum.
Hoc debes quoque munus eruditus.

Λοδοβικῷ Δεσποινῇ Βιλλανθοῦαντῷ πρὸς τὸ λαμπροτάτῳ τε,
καὶ φωτῷ τῷ ἀνδρὸς Ὀροντίου βασιλεὺς τῷ
μαθημάτων διδασκάλῳ.

Οὕτως θαυμάζω ἐν θεῷ ὁρόντιος ἀντὶς
Νικᾷ Αστρολόγῳ, καὶ μαθηματικῷ.
Ὀυρανόθεν μὲν γὰρ παρέπεμψεν Φοῖβος Ἀπόλλων,
Αὐτόν, καὶ ἐν πλόκαμος Καλλιόπη ἔτεκεν.
Γάντεσι Ζαθέαι ἐφίλου τοῖς σῆδεσι Μῦσαι,
Καὶ ἔτρεφον σφετέροις ἡμάτα πάντα λόμοις.
Τῶν ἄστρον διδασχὰς ἀτρεκέως, καὶ παντὸς οὐλύμπου
Μουσῶν μήτηρ ὧ πόρεν οὐρανίη.
Τέρεται τῷ ἀνδρὶ ἐν δαίμων ὧ Γάλλια τόσῳ,
οἷσιν γὰρ λαμπρὸν τοῦνομ' ἐπ' ἄστρον σέο.
Χαίρετε ὧ Κέλδοι πολὺ, ὑμᾶς γὰρ μακαρίζω,
Θεωσιῶδες ῥέζω, ἡμιθέες τ' ἀνέρες.

70 Ludovicus Fienensis Villanonauus, De Orontiana
Circuli quadratura.

Quod nunquam potuere Sophi molimine toto,
Diuinusque Plato, & magnus Aristoteles:
Hoc præstat mira diuinus Orontius arte,
Nam solus circlos arte quadrare potest.
Quare omnes veteres vincet, quicunque fuere:
Et meritò princeps ille Mathesis erit.

¶ In laudem Orontij Finæi, Delphinatis, Mathematici
Regij, Ludouici Fontanier
Epigramma.

Te tua verba probant diuino munere plenum
Quadrator cycli, nec tua scripta negant.
Illud at imprimis, matura quod edidit ætas,
Numinis instar habens, quo tria summa facis.
Tripliciter trinum sola quod imagine condit,
Quo toties vnum sub tribus obijcitur.
Est etenim trinum spectes si fortè supremum
Numen, in ambobus res tribus vna subest.
Materiam spectas, trinus quadratur in vno
Circulus, haudque potest vnus abesse tribus.
Additur eximiè huic arti dimensio cycli
Cum sectore suo, certior Archimedis.
Te facit & mirum intentata repertio, Cyclo
Appingis quicquid linea recta feret.
Omnibus his addis, nullus quod præstitit ante:
Haudque vno præstas tramite, sed duplici.
Scilicet vt citra defectum luminis almæ
Phœbes demonstres, quid loca dissideant.
Rursus opus trinum videas, si lumine mentis
Artificem lustres, qui tribus vnus inest.
Ternio quartus adest, tutorem si inspicis illum
Franciscum regem, qui hæc tria solus habet.
Quadrator cycli, tu felix auspice tanto,
Verbis & scriptis, & Lare dexterior.

¶ Idem Ludouicus, ad inuidum.

Luide, Finæi nomen cur rodas Oronti,
Cum nil tale queas edere, quale parit?
Te satis expugnant, nec non tua tela retundunt,
Grammata, quæ Regis munere digna facit.
Rodere more tuo, genuino dente Mathesin
Finæi poteris, reddere tale nihil.

70 Franciscus Bouffetus, Diuionensis, de Orontio Finæo
Delphinatæ, omnium Mathematicorum
huius ætatis facili principe,
Contra Zoilos.

Finæus superos mente petit Deos,
Totus fermè animo persimilis suo:
Axem ad sydereum quæ sit iter bene
Nonit doctus Orontius.

O Finæe, quater, multò etiam amplius
Felix: non tibi mors præpediet ferrox,
Aut si quicquam aliud morte ferocius,
Rectas ad superos vias.

Nosti quæ sit iter, quæque homines Polos
Accessere pij. quod sator omnium
Demonstrare bonis omnibus, vt tibi,
Dignatur famulis suis.

Nosti inquàm, melius sed reliquis tamen
Cunctis Astronomis, atque profundius:
Fretus mirificis in rationibus,
Dignus munere lauræ.

Ecquid iam superest inuide, nunc nisi vt
Cernici triplicem funiculum pares?
Cum tam conspicuum nomen Orontij
Clarum sit super aëra?

Aut quæ linide fit te haud rapiat tremor,
Aut honor quatiat? spiritus & calor
Sese intrò rapiant, cordis ad intima,
Conculcèntque animam tuam?

Non tutum est hominem quemlibet, ac minus
Conturbare Deos: quos ve volunt ij
Charos esse sibi. disce periculis
Maiorum, inuide, viuere.

Ne tu fulminibus fortè Gigantium
Instar dispereas, trusus ad inferos:
Et cogaris ibi grande aliquod manu
Saxum voluere Sisyphi.

Nève heu Caucasæa rupe sub aspera
Vincto immane iecur vultur edat tibi:
Incusèsq; Iouem more Promethei,
Nec detur requies tibi.

Cum sit cælitibus noster Orontius
Dilectusque Ioni, propter amabilem
Splendorem ingenij: disce hominem bonis
Mecum extollere laudibus.

71 In inuidum, Michaëlis Lochiani Epigramma.

Mæonidem simul ac risit, spectante corona,
Zoilus, vt liuor non nisi summa petit:
Nec mora præcipitem celsa de rupe dederunt,
Vt caperet factis præmia digna suis.
Supplicio grauiore quidem tu dignus haberis,
Communi studio qui malus inuideas.
Quod vocat in lucem tenebris Finæus ab imis,
Ingenij mira dexteritate iuuans.
Diuite quem Musa felix natura beaui,
Cui linguæ veneres delitiæque dedit.
Qui doctos inter tantum caput extulit omnes,
Sol quantum stellis clariùs ipse micat.
Quodque Latina suo debent vexilla Camillo,
Hoc se Finæo nostra Matheſis ait.
Atqui (sat scio) te virtus aliena remordet
Florida, quam nequeas liuidus ipse sequi.
Cogeris inuitus fannas, & ponere nasum,
Hoc opus & lætis plaufibus excipere.
Nil aliud latres, aliò te ferre necesse est.
Hic nihil est quod agant spicula, cede, tua.

INDEX

INDEX PROBLEMATVM, & propositionũ, atq; corollariorum, succedentibus libris siue operibus Orontianis contentorum.

Libri de Circuli quadratura, Problemata.

1. ¶ Datis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum describitur: binas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinuè proportionales inuenire. Facie 3.
2. ¶ Dato circulo, æquale quadratum: aliisque duobus circulis, duo simul æqualia quadrata alterum alteri describere. Datò ve quadrato, circulum æquale: aliisq; duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri simul delineare. Fa. 11.
3. ¶ Prædictorũ quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportionēs, in vniuersum colligere: Triaque interiora & minora quadrata, tribus ipsis circulis, qui in tribus primis & maioribus quadratis describuntur, ordinatim fore proportionalia, demonstrare. Fa. 14.
4. ¶ De rationum compositione, pauca subnotare: Atq; circulum tertium & minimum, ad secundum quadratum eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum ipsius maximi quadrati dimidium, ad ipsum primum & maximum circulum, consequenter ostendere. Fa. 16.
5. ¶ Quòd tria interiora & minora quadrata, ipsis tribus circulis qui in tribus primis & minoribus quadratis describuntur, singulatim & ordine coequentur: tandem efficere manifestum. Fa. 20.

Corollarium.

¶ Dato igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facile describetur: Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium ac mensurarum numero comprehensus. Fa. 23.

Secundæ partis eiusdem libri, De area circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum, Propositiones.

1. ¶ Quòd circulus sit æqualis triangulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiusdem circuli est æquale, demonstrare. Fa. 26.

Corollarium 1.

¶ Quod igitur sub circuli diametro & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum est ipsi circulo. Fa. 31.

INDEX.

Corollarium 2.

¶ Area consequenter cuiuslibet regularis poligoni, æquatur rectangulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio consurgit ambitu. Fa. 32.

¶ Reliqua propositio.

2. ¶ Circunferentiam circuli, ad eius diametrum rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua. Fa. 33.

Corollarium 1.

¶ Non habet igitur circunferentia circuli, ad diametrum rationem tripla superdecupartiente septuagesimas primas (vt asserit Archimedes) maiorem. Fa. 38.

Corollarium 2.

¶ Ratio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diametrum: quam tripla sesquioctaua. Fa. 38.

Corollarium 3.

¶ Præcisior est adhuc ratio tripla superbiparties quindecimas (vt 3 & $\frac{2}{15}$ ad 1) ipsa ratione tripla sesquiseptima. Fa. 39.

Corollarium 4.

Area itaque circuli ad circumscriptum quadratum, rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inscriptum autem quadratum, quam 11 ad 7, Fa. 40.

¶ Libri de absoluta multangularum omnium & regularium figurarum descriptione, Problemata.

1. Datam quamuis lineam rectam præfinitam, in quocunque partes inuicem æquales diuidere, illiusque partem quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire. Fa. 42.

2. ¶ Dato triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus, quæ per ipsum describitur isosceles, simul reddere notum. Fa. 44.

3. ¶ Angulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulum datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui. Fa. 52.

4. ¶ In dato circulo polygonum æquilaterum & æquiangulum à dato quouis numero denominatum, consequenter describere. Fa. 53.

Corollarium 1.

¶ Circunferentia itaque dati cuiuscunque circuli, in quocunque partes inuicem æquales vel facile diuidetur: quod hætenus fuerat desideratum. Fa. 58

INDEX.

Corollarium 2.

¶ Angulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem æquales consequenter diuisibilis erit. Fa. 59.

Corollarium 3.

¶ Ratio insuper anguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, sit pendenter manifesta. Fa. 60.

Corollarium 4.

¶ Anguli rursum cuiuslibet æquilateri & æquianguli poligoni, à primo vel impariter pari numero denominati: ad illius isoscelis angulum, cum quo ipsum describitur polygonum, ratio tandem dignoscetur. Fa. 62.

¶ Reliqua problemata.

5. ¶ Super data linea recta terminata, polygonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere. Facie. 64.
6. ¶ Circa datum circulum, polygonum quoduis æquilaterum & æquiangulum delineare. Fa. 65.
7. ¶ In dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere. Fa. 68.
8. ¶ Circa datum quoduis polygonum æquilaterum & æquiangulum, circulum tandem figurare. Fa. 70.

¶ Libri de inuenienda longitudine locorum, aliter quàm per Lunæ defectus, Problemata.

1. ¶ De longitudine atque latitudine locorum, & earum comparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædam in primis elucidare præambula. Fa. 75.
2. ¶ Quòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentiarum longitudinales referantur: quæ insuper ad ipsius longitudinalis differentiarum requirantur inuentionem, consequenter edocere. Fa. 77.
3. ¶ Quota diei cuiuslibet naturalis hora atque ipsius horæ minuto, Luna ad electum & radicalem perducatur Meridianum calculare: tuncq; verum ipsius Lunæ locum in Zodiaco simul deprehendere. Fa. 79.
4. ¶ Quota rursum oblatis cuiuslibet diei naturalis hora, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruentura sit Meridianum: & quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vñà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare. Fac. 83.
5. ¶ Qualiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunq; loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire. Fa. 87.

INDICIS RESIDVVM.

✿ **Secundæ partis eiusdem libri, vbi de Geographico
agitur Planisphærio, Problemata.**

1. ☞ **Planisphærij geographici, ex vulgati Astrolabij seu Planisphærij astronomici contextura, summatim elicere compositionem.** Fa. 93.
2. ☞ **Angulum positionis, quæ facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorum alter est radicalis) cū ipsius loci radicalis Meridiano, in primis obseruare.** Fa. 97.
3. ☞ **Dato positionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locū & radicalem (ad cuius latitudinem ipsum fabricatum est instrumentum) comprehēso: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodem instrumento promptissimè colligere.** Fa. 100.
4. ☞ **Cognita longitudine atq; latitudine tã radicalis, q̃ alterius cuiuscunq; loci: arcum viatorium eisdē locis interceptū, vnā cum positionis angulo, sub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis cōprehēso, versa vice reddere notū.** Fa. 103.
5. ☞ **Planisphæriū ipsum geographicū, in ampliorē magisq; vniuersalē redigere cōtexturam: idēque pluribus radicalium locorum coaptare latitudinibus.** Fa. 104.

☞ **Indicis finis.**

✿ **AD DIONYSIAM CANDIDAM,**

*Lutetianam, Orontij Finæi vxorem, de eodem
Orontio, Hub. Sussannæus.*

O Cui Pieriæ genialem Candida, lectum
Strauerunt, vitæ signāne fausta notas?
Es docto coniuncta viro, pulchrāque beata
Prole: tibi formæ cedit honore Venus.

Optatis Fortuna tuis respondet. ad astra
Aurato curru te bona fama vehit.

Commoda multa quidem: tamen est è pluribus vnum,
Quod verum iungit perpetuūque decus,

Contigerit tibi quodd tali nupsisse marito:

Cui cedunt quot sunt, quōtque fuere sōphi.

Nemo Mathematicas exactius addocet arteis,
Expolit, inuentis amplificatque nouis.

In quadrum redigi monstrat feliciter orbes,
Tentatum multis hactenus illud opus.

Tentarunt multi, nullus perfecit: ad istam
Fata referuabant talia dona diem.

Monstrat ad hæc, loca quid distent, vt scribier vno
Circum multiplex angulus orbe queat.

Præmia virtutum tecum communicat æquæ:
Hæredes nati laudis & huius erunt.

Olli certatim Musæ famulantur ouantes:

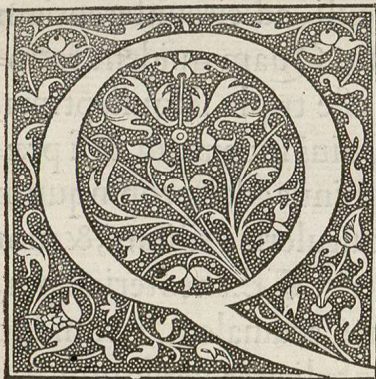
Quarum se studijs præbet Apollo ducem.

Ergo præstanti Diuorum munere gaude,
Felix tam raro Candida, nupta viro.

Orontij Finçi Delphinatis Re GII MATHEMATICARVM

Lutetiæ professoris: Circuli quadratura, tandem
adinuenta & demonstrata, in qua tribus circulis,
tria quadrata simul describuntur æqualia.

Præfatio.



QVOTIES ARISTOTELES SVB
scientiam atq; cognitionem aliquid pos-
se cadere, necdum tamen scitum ac co-
gnitum esse pronunciat: circuli quadra-
turam, in peculiare citat exemplū. Quā-
vis enim prisci aliquot Philosophi, ac
Mathematici, vt circulo æquale quadra-
tum inuenirent, plurimum insudarunt:
nemo tamen ipsius Aristotelis tempore,
hanc quæstionem planè dissoluerat. Nam idem Aristoteles, præfa-
tam circuli quadraturam scibilem esse, at nondum scitam siue de-
monstratam, pluribus in locis affirmare videtur: vnde quampluri-
mos, ad hanc rursus inquirēdam excitauit. ¶ Inter priscos autem
philosophos, qui eandem circuli quadraturam subtilioribus inda-
garunt inuentionibus (vt cæteros omittam) fuit Hippocrates
Chius. Is enim per meniscos siue lunulas, super quadrati ac hexa-
goni circulo inscripti lateribus delineatas, circulum quadrare mo-
liebatur: verūm quanquam illius excogitatio fuerit artificiosa, sua
nihilominus intētiōe, ob falsam promiscuāme lunularū assum-
ptionem, frustratus est. Fuit & alius Hippocrates, qui eandem cir-
culi quadraturam, per circuli sectiones elicere conabatur: & rectam
demum inuenire lineam, quæ circumferentiæ partē haberet æqua-
lem. Antiphon autem, putabat per Isoscelia triangula super qua-
drati circulo inscripti lateribus, dein hexagoni, postea sedecagoni,

A.j.

Aristoteles.

*Hippocrates
Chius.*

*Alius Hippo-
crates.*

Brisso philosophus.

Archimedes Syracusanus.

Nicolaus Cusanus, Cardinalis.

Boëtius. Campanus.

Authoris argumentum.

& sic consequenter descripta, aream demum consequi posse circulare, ex qua prodiret quadratum ipsi circulo æquale: præsupponens magnitudinem ad vltimam posse deuenire partitionem, contra propriam ipsius magnitudinis naturam. Nec defuit Brisso quidam philosophus, qui descripto tam circa, quàm intra circulum quadrato: medium inter hæc duo quadrata, circulo existimauit æquale. ¶ Qui verò ipso Aristotele posteriores extitere: ab Archimede Syracusano acutissimo mathematico, hac in parte superati sunt. Nam is demonstrauit in primis, areã circuli triangulo rectangulo adamussin æquari: cuius vnũ latus eorũ quæ ad rectũ sunt angulum semidiametro, reliquum verò circumferentiæ eiusdem coæquaretur circuli. Quæ demonstratio, innumeros excitauit ad disquirendam rectam lineam, quæ circumferentiæ ipsius circuli foret æqualis: per diametri videlicet ipsius circuli, ad circumferentiam contingentem habitudinem, siue rationem. Quam quidem rationem, idem Archimedes paulò minorẽ esse tripla sesquiseptima, acutissimis demonstrauit inductionibus. Cuius inuentum, & si præcisionem minimè attigerit: veritati nihilominus adeò propinquum esse videtur, vt magnam rebus humanis contulerit vtilitatẽ, & mortales ipsos perpetuò sibi deuinctos reddiderit. ¶ Ex neotericis porò, vnicum habemus Nicolaum Cusanum Cardinalem, virum suo tempore rarum, & in mathematicis non infæliciter versatum: Qui diuersis & artificiosis adinventionibus, conatus est peripheriæ circuli dare rectam æqualem, ac ipsum respondenter quadrare circulum. Quod tametsi non fuerit assequutus: in multis tamen veritatem ipsam adeò prope videtur attigisse (ne illum debita laude fraudemus) vt quamplurima antea subobscura, longè clariora reddiderit: & quẽ multo facilius erat cauillari, quàm imitari. ¶ Si qui demum præter hos inter recentiores comperiantur, qui eandem circuli quadraturam fuerint adgressi: aut ab Archimede demonstratam circumferentiæ ad diametrum rationem videntur supposuisse (veluti Boëtius, & Campanus) aut nudis & infirmis, & proinde suspectis id tentarunt adinventionibus. Quos ideo silentio prætereundos merito existimauimus.

¶ EGO IGITUR (VT REDEAM VNDE SVM digressus) tum verbis Aristotelicis, tum supradictorum philosophorum prouocatus exemplo, & qui sub tanto rege, ac in tanta

Vniuersitate, tantòq; tempore Mathematicarum interpres deputatus sum: iniquam rem, ac meo officio indignam me facturum existimaui, si id quæstionis genus intactum prætermitterem, & ni pro mea virili parte, ac dexteritate animi, aliquam (quæ cæteros hac in parte leuaret) excogitarẽ adinventionem, qua circulus quadrari vel faciliè posset: idque prætermiſſa ratione circumferentiæ ad circuli diametrum, quam puto eſſe ſurdam, hoc eſt, hominibus ignotam, & proinde ſub aliqua numerorum expreſſione nuſquam fore reperibilem. ¶ Poſt varias itaque, ac ſubtiles, aut (ſi mauis) laborioſas, partimq; ſuppreſſas, partim verò æditas inueſtigaciones: cùm ex duarum linearum rectarum adinventione, quæ inter duas rectas lineas propoſitas, ſub continua eiùſdem rationis proportionẽ conſtituuntur, atque ex ipſa rationum compoſitione, multa & ſanè quàm difficilia comprehendere, ſuboririue, ac demonſtrari ſæpius animaduertẽ: Tentaui demum, earundem quatuor rectarum linearum continuè proportionalium adminiculo, ac ipſa rationum compoſitione mediante, hãc quæ ſequitur, de Circuli quadratura contexere, ac tandem elucidare demonſtrationem. Quæ an pro mea ſucceſſerit animi ſententia: cuius equo, ac in Mathematicis vtcunq; verſato lectori, relinquimus diiudicandum: ipſis autem inuidis, ac maleuolis noſtri nominis obtrectatoribus, perpetuum inuidiæ tormentum exoptamus.

Origo tetragonismi per authorem adinuenti.

Problema primum.



Atis duorum quadratorũ lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum deſcribitur: binas medias lineas rectas, ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire.

- ¶ Ad conſtruendam, confirmandamque circuli quadraturam, à nobis tandem, & (ni me fallat animus) feliciter excogitatam: neceſſum eſt in primis, oblatiſ duorum quadratorum lateribus, quorum alterum dato fuerit circunſcriptum circulo, reliquum verò in eodem circulo deſcriptum, binas medias lineas rectas, in eadem

Ad tetragonismi conſtructionem neceſſaria.

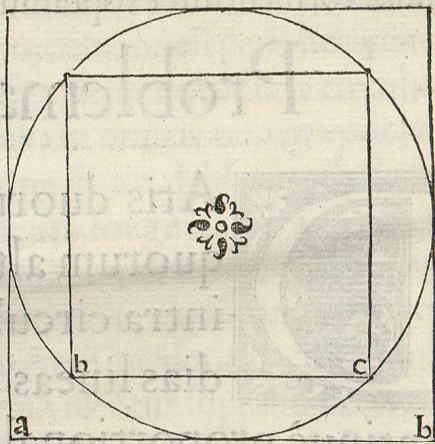
Georgius Val
la Placentinus.

Notandum.

Constructio
problematis.

ratione cōtinuè proportionales reddere notas. Qua ratione autem mathematica, id problema dissoluatur: ex nemine valuimus planè deprehendere. Quauis enim pleriq; Græci philosophi ac Mathematici, vt illud explicarēt problema, quod Cubi duplicatio dicitur, diuersis & subtilibus admodum inuestigationibus (quas omnes Georgius Valla Placentinus, capite secundo libri quarti suæ Geometriæ citat, & summatim interpretatur) ostēdere conati sint, quāliter inter duas quasuis inæquales lineas rectas, duæ mediæ lineæ rectæ sub eadem ratione cōtinuè proportionales obtineantur: nullam tamen illorum offendimus inuentionem, quæ alicuius instrumenti mechanici non vteretur adminiculo, & proinde quæ aperta suspitione, vel inexplicabili difficultate careret. Ne igitur infirmis adniteremur fundamentis, & mathematicam simul atque suscepti negotij violaremus integritatem: nouum ac fidissimum modum inuestigandi eiusmodi lineas proportionales, tibi demum excogitauimus, sed huic nostro tetragonismo specialiter inferuiētem. Habent enim ipsa quadratorum circulo dato circumscriptorum latera, peculiarem quandam rationis felicitatem: quam aliarū inæqualium linearum, prorsus non admittit natura.

¶ Sit igitur latus quadrati circulo dato circumscripti ab , eius verò quadrati quod in eodem circulo descriptum est bc : inter quæ latera, sit operæpretium inuenire duas medias lineas rectas, sub eadē ratione continuè proportionales. Constituantur in primis ipsa ab & bc latera, ad rectum angulum qui sub abc : & centro b , interuallo autem ba , circulus describatur $ade f$, per tertium postulātū geometricum. Vtraque postmodum ab & bc , in continuū directūmq; producat: donec ad puncta e & f , in circumferentiam ipsius applicentur circuli. Erunt igitur ae & df , eiusdem circuli dimetientes, in eius centro b , ad rectos sese inuicem dirimentes angulos. A puncto deinde a , per punctum c , recta ducatur linea bcg , attingens ipsius circuli $ade f$ circumferentiam in puncto g . Diuidatur consequenter recta cf bifariam, per



decimam primi elementorum: & dimidiæ parti ipsius $c f$, æqualis
fecetur $c h$, per tertiam ipsius primi elementorum. Postmodum
à puncto e , per punctum h , recta linea ducatur $e h$: quæ producta
ad partes h , necessariò diuidet rectam $c f$, atque ipsius circuli qua-
drantem $a f$. Connexa enim $f g$ /recta: clarum est angulum $c f g$,
maiolem esse angulo $c g f$ (subtendit enim maiorem arcum) & la-
tus propterea $c g$, ipso latere $c f$ /maius, per decimam nonā eiusdem
primi elementorum. Et dimidium consequenter ipsius $c g$, dimi-
dio eiusdem $c f$ /maius erit, per quindecimam quinti eorundem ele-
mentorum. Diuidatur ergo $c g$ /bifariam in puncto i , per ipsam de-
cimam primi elementorum: & cōnectatur $f i$ /linea recta. Cū igitur
 $c h$, dimidio ipsius $c f$ /secta sit æqualis: maior est itaq; $c i$, eadem
 $c h$. Et $c f$ /rursus, eadem $c i$ /maior: quoniam angulus $c i f$, maior
est angulo $c f i$. Recta igitur $e h$ /producta, cadet inter punctum c ,
& lineam rectam $f i$: & proinde secabit eandem $c f$ /in pūcto k , præ-
fatum verò circuli quadrantem $a f$ /in puncto l . Connexa deinde
 $a l$ /recta: per punctum c , ipsi $e l$ /parallela ducatur $m n$, per trigesi-
mam primam primi elementorum, quæ secet eandē $a l$ /in puncto
 m , semidiametrum verò $b e$ /in puncto n . Secetur postmodum à
semidiametro $b d$, ipsi $b k$ /æqualis, per tertiam ipsius primi: sitque
 $b r$. Et connectatur recta $m r$, quæ secet dimetientem $a e$ /in puncto
 o : atque recta $a r$, quæ producta attingat ipsius circuli circunferen-
tiam in puncto s . Tandem connectantur $e s$, & $n r$ /lineæ rectæ: &
reliqua, vt in figura.

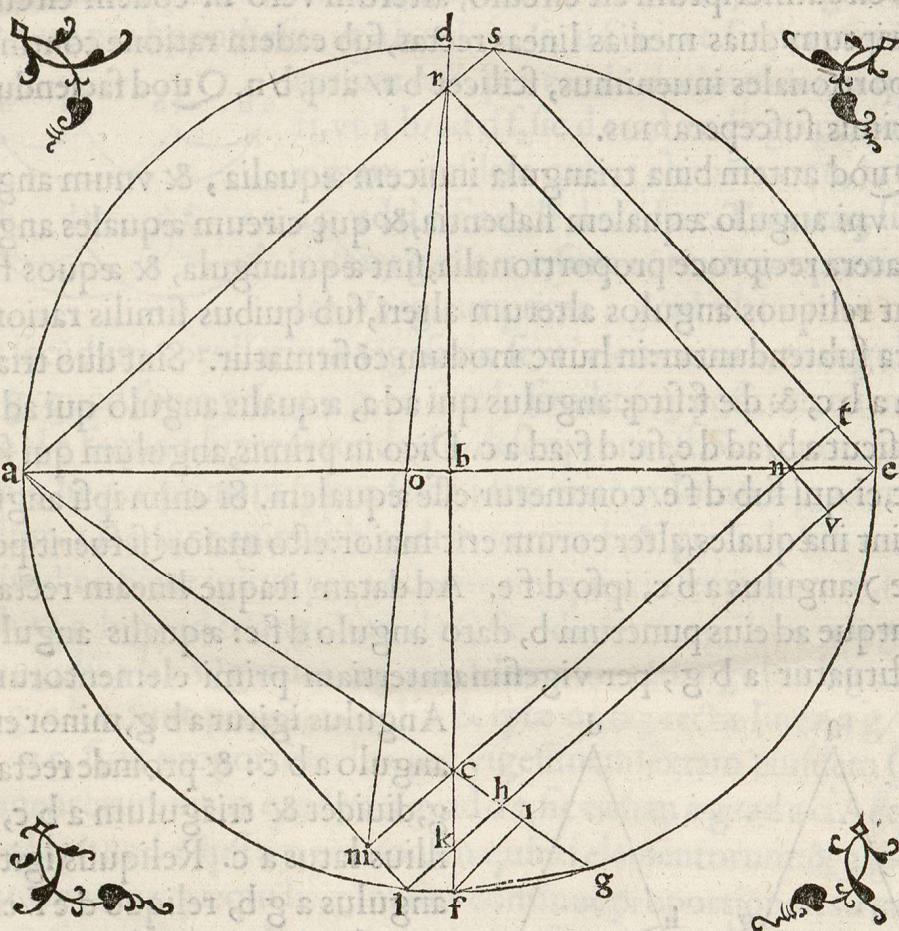
- 3 ¶ His in hunc modum constructis: rectus erit in primis vterq; &
qui ad l , & qui ad s /continetur angulus, per trigesimam primam
tertij elementorum, nam vterque consistit in semicirculo. Rectus
similiter erit angulus $a m n$: nempe æqualis interiori & opposito
ad easdem partes qui ad l , per vigesimam nonam primi ipsorum
elementorum. Insuper, quoniam $a b$ /ipsi $b e$ /est æqualis, atque $b r$ /ipsi
 $b k$, & qui circa b /verticem consistunt anguli inuicem æqua-
les, nempe recti: Triangula igitur $a b r$ & $e b k$, habent duo latera
duobus lateribus æqualia alterum alteri, & angulum angulo sub
æquis lateribus contento æqualem. Basis itaque $a r$, basi $e k$:
& reliquus angulus $b a r$ /reliquo angulo $b e k$, atque reliquus
 $a r b$ /reliquo $b k e$, per quartam primi elementorum est æqua-
lis. Recta ergo linea $a e$, incidens in $a s$ & $l e$ /rectas, efficit alternos

*Quæ ex præ-
missa constru-
ctione, subse-
quatur ostens-
iones.*

angulos inuicem æquales: similiter & ipsa $r k$. Parallela est itaque $a s$ / ipsi $l e$, per vigesimam septimam ipsius primi elementorum: & ipsi consequenter $m n$ / itidem parallela, per trigessimam eiusdem primi elementorum. In parallelas autem $a s$ / & $l e$, recta incidens $a l$, efficit interiores & ad easdem partes angulos $a l e$ / & $l a r$ / binis rectis æquales, per vigesimam nonam ipsius primi elementorū. Atqui rectus est angulus $a l e$: rectus est igitur & angulus $l a r$. Haud dissimiliter ostendetur, angulus $l e s$ / esse rectus. Et proinde $a l$, ipsi $e s$ / parallela est, per vigesimam octauam eiusdem primi elementorum. Rectangulum est igitur, atq; parallelogrammum, ipsum $a l e s$ / quadrilaterum. Cæterū quoniam $a r$, ipsi $m n$ / est parallela: angulus igitur $a r m$, alterno $r m n$ / est æqualis: similiter & angulus $a n m$, alterno $n a r$, per ipsam vigesimam nonam primi elementorū. Anguli præterea, qui circa o / verticē, sub $a o r$ / & $m o n$ / continentur, sunt per decimam quintam eiusdem primi inuicem æquales. Aequiangularia sunt itaque $a o r$ / & $m o n$ / triangu- & quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartā sexti prædictorum elementorum. Sicut igitur $a o$ / ad $o r$, sic $n o$ / ad $o m$. Similis ergo rationis sunt $a o$ / & $o n$, atque ipsa $r o$ / & $o m$ / latera. Præterea cum sit ut $a o$ / ad $o r$, sic $n o$ / ad $o m$: & qui sub $a o m$ / & $n o r$ / continentur anguli inuicē æquales, per decimam quintam primi elementorū: Triangula igitur $a o m$ / & $n o r$, habēt vnū angulum vni angulo æqualem, & quæ circū æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum est itaque, per decimam quintam sexti elementorum, triangulum $a o m$, ipsi triangulo $n o r$: ac eidem consequenter æquilaterum, & æquiangulū. Qui ad bases igitur $a l$ / & $n r$ continentur anguli, æquales sunt alter alteri, sub quibus videlicet equalia, similisve rationis latera subtenduntur. Quæadmodū enim in æquiāgulis triangulis, latera quæ æqualibus subtenduntur angulis, similis coguntur esse rationis, per ipsam quartā sexti elementorū: haud aliter in proportionalium laterum (& potissimū æqualibus) triangulis, anguli qui sub eiusdem rationis lateribus subtenduntur, æquales sunt ad inuicem: etiam vbi triangula non fuerint inuicem æqualia. Angulus itaque $a m o$, ipsi $o r n$: atque reliquus $m a o$, reliquo angulo $o n r$ / est æqualis. In rectas ergo lineas $a m$ / & $n r$, rectæ incidentes lineæ $a n$ / & $m r$, efficiunt alternos angulos inuicem

Lemma siue
assumptum
necessarium.

æquales: parallela est igitur nr ipsi am , atq; ipsi es itidē parallela, per vigesimamseptimam, & trigesimam primi elementorum. Parallelogrammum est itaque ipsum $amnr$ quadrilaterū: aio quod & rectangulum. Anguli enim qui ad a & m puncta continentur, recti sunt: & qui ex opposito igitur cōsistunt anguli arn & mnr , sunt recti, per trigesimamquartam ipsius primi elementorum. Vtrunq; igitur $ales$, & $amnr$, ac ipsum consequenter $etnv$ quadrilaterum, parallelogrammum est atque rectangulum. Et proinde triangula arn & rnc , rectangula sunt: & qui ad r & n puncta cōsistunt anguli, recti. Quod imprimis oportuit demonstrasse.



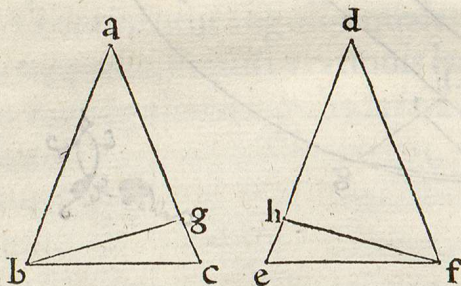
- 4 **¶** His præostensis, aio br & bn lineas rectas, inter ipsa ab & bc supradictorum quadratorum latera, fore medio loco sub eadem ratione continuè proportionales. Cū enim triangulum arn , sit (vti nuper ostensum est) rectangulum, & ab angulo recto qui ad r ,
A.iiij.

Ex præmissis
demonstratio-
nibus collecta
problematis
resolutio.

in basin $a n$, demissa perpendicularis $b r$: est igitur ipsa $b r$, media proportionalis inter ipsius basis segmenta $a b$ & $b n$, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur $a b$, ad $b r$: sic eadem $b r$, ad $b n$. Rursum, quoniam triangulum $r n c$ itidem rectangulum est, & ab angulo recto qui ad n , in basin $n c$, perpendicularis demittitur $b n$: est igitur eadem $b n$, media proportionalis inter ipsius basis segmenta $r b$ & $b c$, per idem corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut ergo $b r$, ad $b n$: sic eadem $b n$, ad $b c$. Atqui præostensum est, ut $a b$ ad $b r$, sic eadem $b r$ ad $b n$: & sicut igitur, per vndecimam quinti elementorum, $a b$ ad $b r$, sic ipsa $b n$ ad $b c$. Datis ergo binis quadratorum lateribus $a b$ & $b c$, quorum alterum dato circumscriptum est circulo, alterum verò in eodem circulo descriptum: duas medias lineas rectas, sub eadem ratione continuè proportionales inuenimus, scilicet $b r$ atq; $b n$. Quod faciendum in primis susceperamus.

*Lēmatīs siue
assumpti con-
firmatio.*

¶ Quod autem bina triangula inuicem æqualia, & vnum angulum vni angulo æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia, sint æquiangula, & æquos habeant reliquos angulos alterum alteri, sub quibus similis rationis latera subtenduntur: in hunc modum cōfirmatur. Sint duo triangula $a b c$, & $d e f$: sitq; angulus qui ad a , æqualis angulo qui ad d , atq; sicut $a b$ ad $d e$, sic $d f$ ad $a c$. Dico in primis, angulum qui sub $a b c$, ei qui sub $d e f$ continetur esse æqualem. Si enim ipsi anguli fuerint inæquales, alter eorum erit maior: esto maior (si fuerit possibile) angulus $a b c$, ipso $d e f$. Ad datam itaque lineam rectam $a b$, atque ad eius punctum b , dato angulo $d e f$: æqualis angulus constituatur $a b g$, per vigesimam tertiam primi elementorum.

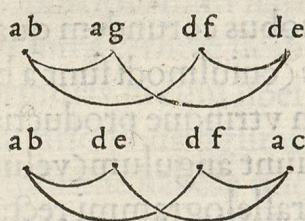


Angulus igitur $a b g$, minor erit angulo $a b c$: & proinde recta $b g$, diuidet & triangulum $a b c$, & illius latus $a c$. Reliquus igitur angulus $a g b$, reliquo $d e f$ erit æqualis. Aequiangula erunt itaque ipsa $a b g$ & $d e f$ triangu-

& quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia, atq; similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti elementorum. Similis ergo rationis erunt rursum

a b/ & d f, necnō a g/ & d e/ latera. sunt autem ipsa d e/ & a c/ latera, similis itidem rationis, per hypothesin: ipsa igitur a c/ & a g/ latera, similis quoque rationis erunt. At per ipsam hypothesin, est vt a b/ ad d e, sic d f/ ad a c: erit ergo consequēter, vt a b/ ad d e, sic eadem d f/ ad a g. Et sicut igitur per vndecimam quinti elementorum d f/ ad a c, sic eadem d f/ ad a g. Aequalis erit itaque, per nonam ipsius quinti, a c/ ipsi a g, maior minori, siue totum suæ parti: quod per nonam communē sentētiā est impossibile. ¶ Vel sic. Cū a b g/ & d e f/ triangula, ostensa sint æquiangula, & angulus qui ad a, an-

*Idem aliter
concludere.*



gulo qui ad d/ sit æqualis: erit igitur per quartam sexti elementorum, vt a b/ ad a g, sic d f/ ad d e. Et permutatim quoque, per decimam sextam quinti elementorum, erit vt a b/ ad d f, sic a g/ ad d e. Est autē per hypothesin, vt a b/ ad d e, sic d f/ ad a c. Et permutatim rursum erit, per eandē decimam sextā quinti, vt a b/ ad d f, sic d e/ ad a c. Ergo per vndecimam eiusdem quinti elementorum, erit vt a g/ ad d e, sic eadē d e/ ad a c. Tres itaq; lineæ rectæ a g/ d e/ a c, sunt cōtinuē proportionales. Vt igitur prima a g/ ad vltimam a c, sic per secūdum corollarium vigesimæ sexti elementorū, triangulum a b g/ quod super prima a g, ad simile similiterq; positum triangulum d e f/ quod super secunda d e/ descriptum est. Sicut porrō a g/ ad a c, sic per primam ipsius sexti, idem triangulum a b g, ad triangulum a b c: sunt enim sub eodem vertice b, & proinde sub eadem altitudine. Sicut igitur per vndecimam quinti elementorum, triangulum a b g/ ad triangulum d e f, sic idem triangulum a b g/ ad triangulū a b c. Quatuor ergo rectilinea siue triangula a b g/ d e f/ a b g/ a b c, sunt proportionalia: & ipsæ quoq; rectæ lineæ a g/ d e/ a g/ a c, sunt proportionales, per vigesimam sextam eiusdem sexti elementorum: sicut quidem a g/ ad d e, sic eadem a g/ ad a c. Aequalis est igitur d e/ ipsi a c, per nonam quinti elementorum: & a g/ cōsequenter vtriq; æqualis, cū sint continuē proportionales. Itaque a c/ ipsi a g est æqualis, maior minori, siue totum suæ parti: quod rursum per nonam communem sentētiā est impossibile. Non est igitur angulus a b c, maior angulo d f e. Similiter ostendetur, quod neque minor. Constituto enim angulo d f h, ipsi a b c/ æquali, per ipsam vigesimam tertiam primi: idem subsequetur inconueniens,

immutato solummodò triangulorum & laterum ordine: nam $d e /$ ipsi $d h /$ concludetur rursus æqualis. Idem itaq; angulus $a b c$, ipsi angulo $d f e /$ æqualis est: & reliquus demū angulus $a c b$, reliquo $d e f /$ itidem æqualis. Triangula igitur $a b c /$ & $d e f$, sunt æquiangula, & inuicem æqualia: quapropter & æquilatera, & quæ sub æqualibus angulis subtenduntur latera inuicem æqualia, & è conuerso. Quod igitur ex probata triangulorum $a o m /$ & $n o r /$ hypothesis, nuper assumpsimus: est omnibus modis necessarium.

Corollarium.

Mechanica, & expedita prædictarum linearum adinuentio.

SI has itaq; binas lineas rectas, inter ipsorum quadratorum latera continuè proportionales, mechanico promptissimòq; reperire volueris artificio: fabricetur gnomon ex dura quapiam & electa materia, ipsi $r e m /$ similis. Et cōstitutis duobus eorundem quadratorum lateribus, superscripto modo datis (cuiusmodi sunt $a b /$ & $b c$) ad angulum rectum, atq; in directum vtrinque productis, versus eas partes in quibus ad rectum cōueniunt angulum (veluti sunt $b d /$ & $b e$) linea diagonalis $e n$, ipsius parallelogrammi rectanguli $e t n v$, in directum ipsius $b e$, hoc est, longioris productæ ad amussim collocetur, cogaturq; interius gnomonis latus venire in punctum c , ipsius minoris lateris limitem, immoto semper $e n /$ diagonio, ab ipsius $b e /$ rectitudine. Nam reliquum & interius ipsius gnomonis latus, secundam lineam proportionalem tibi secabit ex minore producta: interior autē eiusdem gnomonis angulus qui ad n , ipsam tertiam earūdem quatuor linearū proportionalium simul limitabit. Quemadmodum ex præmissa potes elicere descriptione.

Notandum.

De cæteris lineis rectis, alijs à propositis quadratorum lateribus.

QVanquam porrò superscripta linearum proportionalium adinuentio, ac ipsius inuentionis demonstratio, non ipsis tantummodò propositorum quadratorum lateribus inferuiat, sed simul sit vniuersalis datis quibuscunque lineis rectis inæqualibus, inter quas sit operæpretium duas medias lineas rectas sub eadem ratione continuè proportionales inuenire: Principium nihilominus ipsius cōstructionis, eatenus solum militare videtur, quatenus minor datarum linearum, dimidio ipsius maioris fuerit maior, aut

eiufdem maioris præciſe dimidium. Vbi enim minor datarum linearum, dimidio eiufdem maioris minor extiterit: non diuidetur c f/ bifariam, nec dimidio ipſius c f/ æqualis conſtituetur c h. Sed alia ratione diſquirendum erit punctum h, per quod traducenda eſt ipſa e h l: reliquis prorſus, veluti ſupradictum eſt, obſeruatis. Is porro modus inueniendi punctum h, toties variabitur: quoties eadem minor linea, inter duas partes quotas ipſius maioris (ſiue illi æqualis b f) à numero pariter pari denominatas, à puncto b/ verſus f/ limitata ceciderit, vel eiſdem partibus quotis fuerit æqualis. Quæ conſtructionum diſcrimina, hîc ſigillatim enarrare ſuperuacaneû, ac inutile duximus: cûm latus quadrati circulo inſcripti, ſit ſemper maius dimidio lateris eiufdem quadrati, quod eidem circûſcribitur circulo. Aquorum laterum, & duarum intermediarû continuè proportionalium harmonia: ipſa conſtructio noſtri tetragonifmi (vt infra cernere licebit) principaliter deſumitur. Eas itaq; variandi formulas, in eum libellum de induſtria reſeruamus, quem de tranſmutationibus figurarum conſcripſimus. Quod ideò te latere noluiſmus: ne habeas quo inuentum noſtrum (alioqui ſuſcepto ſatiſfaciens negotio) iniuſtè cauillari poſſis.

Problema ſecundum.



Dato circulo, æquale quadratû: aliîſque duobus circulis, duo ſimul æqualia quadrata alterum alteri deſcribere. Datove quadrato, circulum æqualem: aliîſque duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri ſimul delineare.

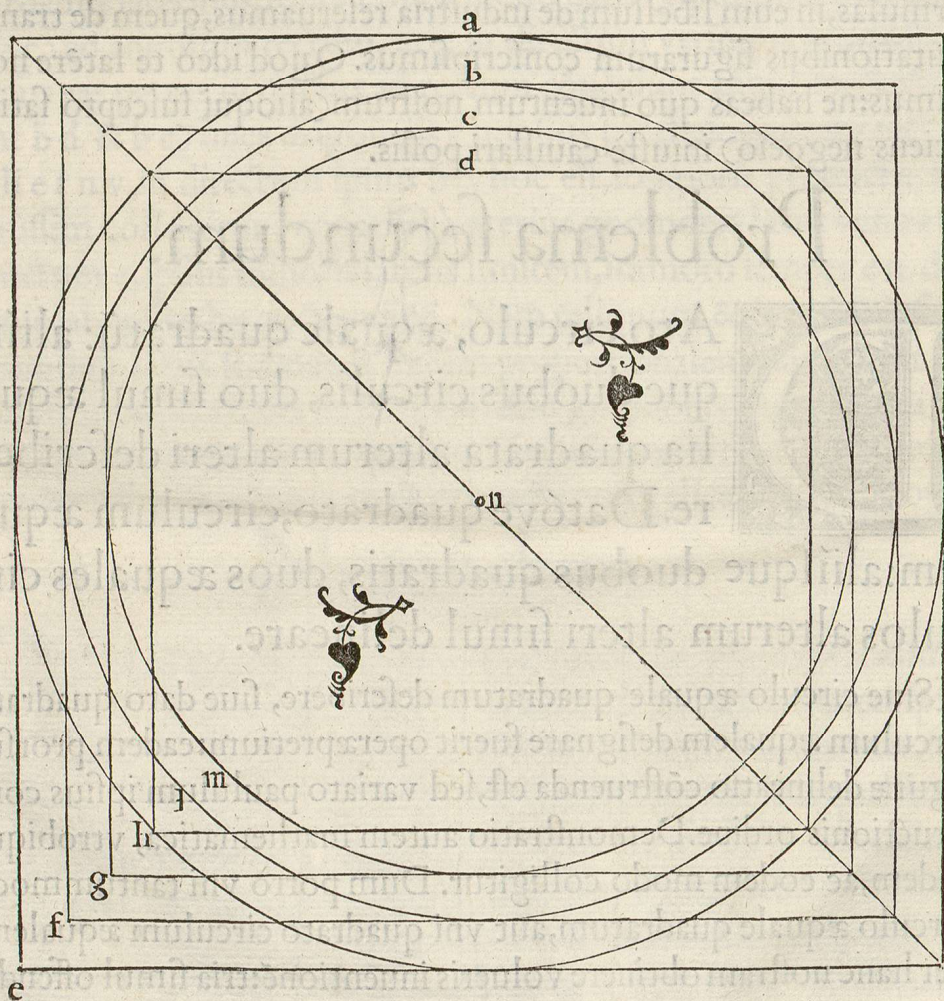
- I ¶ Siue circulo æquale quadratum deſcribere, ſiue dato quadrato circulum æqualem deſignare fuerit operæpretium: eadem prorſus figuræ delineatio cõſtruenda eſt, ſed variato paululum ipſius conſtructionis ordine. Demonſtratio autem mathematica, vtrobique eadem, ac eodem modo colligitur. Dum porro vni tantummodò circulo æquale quadratum, aut vni quadrato circulum æqualem, per hanc noſtram obtinere volueris inuentionẽ: tria ſimul offendes

*De mirabili
huiusce tetra-
gonifmi tum
facilitate, tû
amplitudine.*

quadrata tribus circulis æqualia, tresve circulos tribus quadratis
respondenter æquales: quasi trinitas in vnitate, vel vnititas in ipsa tri-
nitate, sub hoc nostro comprehēdatur inuento. Neque hīc cogni-
tam supponimus circumferentiæ rationem ad ipsum diametrū, siue
curvæ in rectam lineam conuersionem, quæ tot fælicissima hæcte-
nus cōtorfit ingenia: Sed per viam proportionum à nemine tenta-
tam, nodum ipsum dissoluere fæliciter (vt spero) sum adgressus.

Constructio
problematis,
dum circulus
quadrands
proponitur.

¶ Sit igitur in primis datus circulus a h, cui oporteat æquum de-
signare quadratum. Circa eundem itaq; circulum a h, quadratum
describatur a e, per septimam quarti elementorum: intra verò eun-
dem circulum a h, aliud describatur quadratum d h, per sextam
eiusdem quarti elementorum. Inter ipsa postmodum horum duo-
rum quadratorum latera, utpote a/ & d, binæ rectæ linæ sub ea-
dem ratione continuè proportionales inueniantur, per anteceden-
tis primi problematis traditionē: sintq; b/ & c, ut quemadmodum



latus a/ad lineam b, sic eadem b/ ad c, atque c/ linea ad latus d. Ex ipsis consequenter lineis rectis b/ & c, quadrata describantur b f/ & c g, per quadragesimam sextam primi eorundem elementorum: sintq; ipsorum quadratorum b f/ & c g/ latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e/ & d h/ lateribus æquè distàtia siue parallela. In ipsis rursus quadratis b f/ & c g, singuli describantur circuli b l/ & c m, per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli, erunt tum inuicem, tum ipsi a h/ circulo concentrici atq; paralleli, ob ipsam quadratorum siue laterum hxpotesin.

- 3 ¶ Quòd si datum in primis fuerit quadratum d h, cui æqualem oporteat describere circulum: eadem figure resultabit contextura, sed retrogrado & paululum variato descriptionis ordine, in hunc qui sequitur modum. Circa datum quadratum d h, describatur a h/ circulus, per nonam quarti elementorum: atq; circa ipsum a h/ circulum, quadratum describatur a e, per septimam eiusdem quarti. Postmodum inter eorundem quadratorum latera, quæ sint rursus a/ & d, binæ reperiantur lineæ rectæ sub eadem continuata ratione medio loco proportionales, per ipsius antecedentis primi problematis traditionem: quæ sint rursus b, & c. Ex quibus lineis rectis, describantur quadrata b f/ & c g, per ipsam penultimam primi elementorum. In ipso demum quadrato b f, circulus b l/ describatur: & in ipso pariter quadrato c g, circulus describatur c m, per octauam quarti eorundem elementorum.

cū dato quadrato, circulus æqualis describendus est.

- 4 ¶ His altero duorum modorum cōstructis, aio quadratum b f, æquari in primis ipsi dato circulo a h: necnon & quadratū c g, circulo b l: atq; d h/ quadratū, ipsi c m/ circulo simul coæquari. Quemadmodum ex succedentibus problematibus, manifestum faciemus. Cū igitur circulus proponitur, cui æquale quadratum desideratur: is erit trium circulorum in ipsa descriptione concurrentium primus, atque maximus. Quoties autem quadratum offeretur, cui æqualem volueris dare circulum: ipsum erit quatuor quadratorum in eadem figuræ descriptione simul occurrentium vltimum, atque omnium minimum. Quemadmodum ex ipsa potes elicere figura: quæ & si vtriq; & quadraturæ circuli & ipsius quadrati circulatoræ (vt ita loquar) indifferenter inseruiat, & præpostero, aut (si maius) gemino cōstruatur ordine: ipsa nihilominus figura, & proinde via demonstrationis, ex omni parte manet eadem.

Descripta quadrata, quibus circulis sint æqualia, & de illorum ordine.

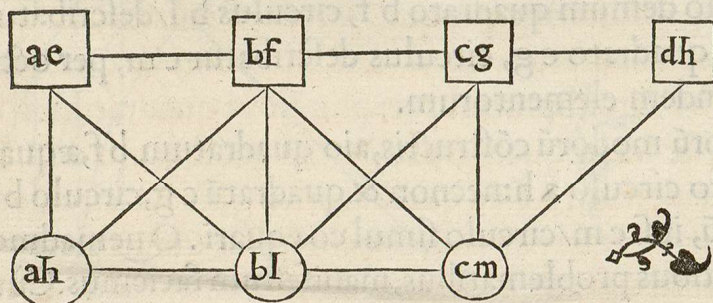
Problema tertium,



Rædictorum quadratorum atque circulorum inuicem accidentes proportionales, in vniuersum colligere: Triaque interiora & minora quadrata, tribus ipsis circulis, qui in tribus primis. & maioribus quadratis describuntur, ordinatim esse proportionalia demonstrare.

*Primæ partis
ipsius proble-
matis demon-
stratio.*

¶ Proponantur ordine, in faciliorem singulorum elucidationem, quatuor ipsa quadrata $a e, b f, c g, d h$: & sub vnoquoque trium antecedentium quadratorum, descriptus in eo circulus, vtpote, sub $a e$ /quadrato circulus $a h$, & sub quadrato $b f$ /circulus $b l$, atq; sub quadrato $c g$ /circulus $c m$. Vt in subscripta licet intueri formula.



tinuè itidem erunt proportionalia, sicut quidem quadratum $a e$ /ad quadratū $b f$, sic idem $b f$ /

ad $c g$, & idem $c g$ /ad quadratum $d h$. Si enim quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterq; descripta (cuiusmodi sunt ipsa quadrata) erunt adinuicem proportionalia, per vigesimam secundam sexti elementorum. Tres præterea circuli $a h, b l, c m$, qui in ipsis tribus prioribus describuntur quadratis: erunt itidem continuè proportionales. Nam eorundem circulorum dimetientes, sunt per constructionem ipsorum quadratorum latera: & circuli sese inuicem habent, sicut quæ ex illorum dimetientibus fiunt quadrata, per secundam duodecimi eorundem elementorum. Sicut igitur quadratum $a e$ /ad quadratū $b f$, sic $a h$ /

circulus/ad circulum b l: sicut præterea quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/circulus/ad circulum c m. Et proinde erit, vt a h/circulus ad circulum b l, sic idē circulus b l/ad circulum c m, per vndecimam quinti ipsorū elementorum. Item cū sit vt quadratū a e/ad quadratū b f, sic a h/circulus ad circulum b l: & permutatim quoq; erit, per decimam sextā eiusdem quinti elementorū, vt quadratum a e/ad circulum a h, sic quadratū b f/ad ipsum b l/circulum. Rursum, cū sit vt quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/circulus/ad circulum c m: erit etiam permutatim, per eādem decimam sextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ad circulum b l, sic quadratum c g/ad eūdem circulum c m. Haud aliter ostēdetur quadratum a e/ad circulum b l/se habere, vt quadratum b f/ad circulum c m: atq; vt quadratum c g/ad circulum a h, sic quadratum d h/ad circulum b l. Quæ omnia in primis ostendere oportebat.

2 ¶ Secunda verò pars huiusce problematis, in hunc modum fit manifesta. Cū sit per ea quæ nunc ostensa sunt, vt quadratum a e/ad quadratum b f, sic idem quadratum b f/ad quadratum c g: sicut præterea idem quadratum a e/ad quadratum b f, sic a h/circulus/ad circulum b l. Est igitur per vndecimam ipsius quinti elementorum, vt quadratum b f/ad quadratum c g, sic a h/circulus/ad circulum b l: & permutatim quoque, per decimam sextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ad circulum a h, sic quadratum c g/ad eundem b l/circulum. Insuper, cū sit vt quadratum b f/ad quadratum c g, sic idem quadratum c g/ad quadratum d h: sicut rursum idem quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/circulus/ad circulum c m. Erit itaque per vndecimam ipsius quinti elementorum, vt quadratum c g/ad quadratum d h, sic b l/circulus ad circulum c m: & permutatim quoque, per ipsam decimam sextam quinti elementorum, vt quadratum c g/ad circulum b l, sic quadratum d h, ad eundem circulum c m. Præostensum est autem, vt quadratum c g/ad circulum b l, sic quadratum b f/ad circulum a h: & sicut igitur, per eandem vndecimam quinti elementorū, quadratum b f/ad circulum a h, sic quadratum d h/ad eundem circulum c m. Proportionalia itaque sunt adinuicem, vt quadratum b f/ad circulum a h: sic quadratum c g/ad circulum b l, atq; d h/ quadratum/ad eūdem circulum c m. ¶ Item cū sit vt quadratum b f/ad circulum a h, sic quadratū d h, ad circulum c m: erit quoq; permutatim,

secundæ partis ostensio.

Quæ rursum inuicem proportionalia.

b. ij.

per ipsam decimam sextam quinti elementorum, ut quadratum $b f$ ad quadratum $d h$, sic circulus $a h$, ad circulum $c m$: & à conuersa demum ratione, per corollarium quartæ eiusdem quinti elementorum, erit ut quadratum $d h$ ad quadratum $b f$, sic $c m$ / circulus, ad circulum $a h$. Quæ simul oportuit demonstrasse.

Problema quartum.



DE rationū compositione, pauca subnotare. Atq; circulum tertium & minimum, ad secundum quadratū eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum, ipsius maximi quadrati dimidium, ad ipsum primum & maximum circulum: consequenter ostendere.

De ui, ac potestate compositionis rationum.

Ratio qualiter ex duabus componatur rationibus.

Quam vim habeant ipsæ rationum compositiones, ex magna Ptolemæi cōstructione (quā vocant Almagestum) colligere haud difficile est: Vniuersam nanq; cælestium motuum contemplationem, ex rationum videtur elicere compositionibus. Is enim multis modis demonstrauit, dabiles fore sex quantitates in hunc modum proportionatas: ut ratio duarum, constet ex binis rationibus reliquarum quatuor. hinc orta est illa sex quantitatum regula, ab ipso Ptolemæo subtiliter excogitata. Ex ijs autem quæ super decima quinti, & quinta sexti elementorum diffinitione conscripsimus, satis super satis fit manifestum: omnium duarum quarumuis oblatarum magnitudinū rationem, cōstare ex ratione alterutrius earū, ad quamlibet eiusdem generis interpositam magnitudinem, & ratione ipsius intermediæ ad reliquam. Omnis porrò ratio, per eandem quintam diffinitionē sexti elementorū, ex duabus rationibus constare dicitur: quando rationum denominatrices quātitates inuicē multiplicatæ, aut diuisæ, aliquā efficiunt rationis quantitatē, à qua videlicet procreata ratio denominatur. Multiplicatur autem datarū rationū quantitates adinuicē: quando ambæ rationes datæ, aut simul maioris, aut simul minoris inæqualitatis existunt. Altera verò per reliquam diuiditur: cū vna maioris, & altera minoris est

inæqualitatis. tunc enim maior rationis quantitas, per minorem diuiditur rationis quantitatē, vt constans ex ipsis rationibus datis ratio generetur. Veluti præfata diffinitione quinta sexti elemētorū, & secūdo capite libri quarti nostræ Arithmeticæ practicæ, luculenter expressimus. Sicut igitur ex eisdem numeris, æquales semper gi- gnuntur numeri: haud dissimiliter ex eisdem rationum quantitati- bus, eadem rationes de necessitate procreātur. Et proinde rationes quæ ex eisdem constant rationum quantitatibus, vel quæ easdem efficiunt rationum quantitates: eadem sunt adinuicem. Præterea, cū eadem sint species maioris, quæ ipsius minoris inæqualitatis: fit vt omnis ratio ab eadem quantitate denominetur, qua & eius conuersa. Dupla enim, atq; subdupla ratio, ab eodem (verbi gratia) denominantur numero, vtpote à binario: quemadmodum vtraque & sesquialtera, & subsesquialtera ratio, ab vno integro & eiusdem integri dimidio. Haud aliter de cæteris, etiam surdis quātitatū rationibus, velim intelligas. Sola igitur æqualitatis ratio, ex dua- bus similibus rationibus componitur, quarum vna est maioris, & altera minoris inæqualitatis. Ex duabus autē rationibus maioris inæqualitatis, ratio itidē maioris inæqualitatis generatur: quemad- modum ex binis minoris inæqualitatis rationibus, minoris quoque inæqualitatis ratio componitur. Ex vna porrò maioris, & altera minoris inæqualitatis ratione (cū dissimiles fuerint) ea inæqua- litatis ratio generatur, quæ à maiori fuerit denominata quantitate. Ex binis verò æqualitatis rationibus, sola ratio componitur æqua- litatis. Nam æqualitatis ratio, ab vnitatem denominatur: vnitas au- tem, per vnitatem multiplicata vel diuisa, semper generat vnita- tem. Sola igitur ratio æqualitatis in seipsam ducta, rationem pro- ducit æqualitatis. Ex vna demum æqualitatis, & altera maioris inæ- qualitatis ratione, confurgit eadem ratio maioris inæqualitatis: si- cut eadem æqualitatis ratio, cum minoris inæqualitatis ratione, eā- dem quoque minoris inæqualitatis rationem componit. Quo- niam ratio æqualitatis, ab vnitatem denominata: nullam ipsarum ra- tionum immutat. Omnis ergo ratio (vt his finem imponamus) per seipsam diuisa, rationem producit æqualitatis.

Eadem ratio- nes, ex quibus procreantur rationibus.

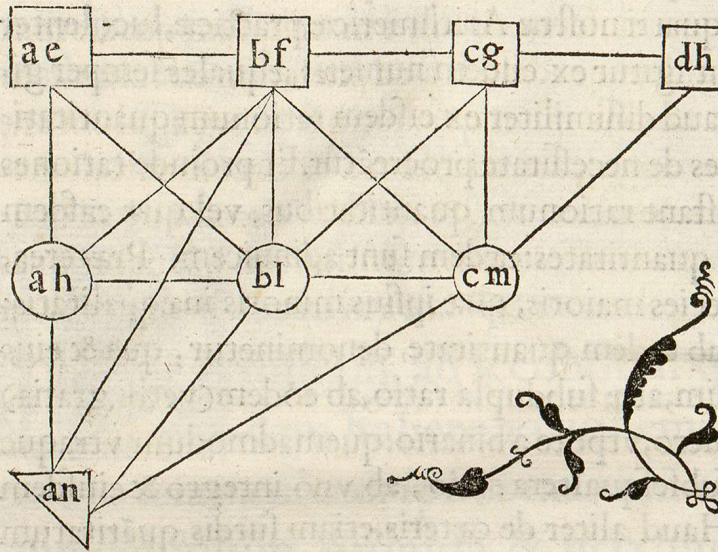
Quod omnis ratio ab eadē quātitate de- nominatur, qua eius con- uersa.

Ex quibus ra- tionibus tum æqualitatis, tum maioris, atq; minoris inæqualitatis ratio genere- tur.

2 ¶ His in hunc modū expositis: resumatur antecedentium quadra- torum & circulorum ordinata, atque proximo problemate obie- cta distributio. Cui superaddatur tandē triangulum rectangulum

In secūdæ par- tis ostēsiōe, præcūlæ de- monstratiōes.

& isosceles a n, ipsius quadrati a e/ dimidium, sub ipso quidem a h/
circulo collocatum: velut ex subscripta licet intueri formula.



Cum igitur quadratū d h, eiusdē quadrati a e/ sit dimidiū (describitur enim in eo circulo, cui quadratum a e/ circūscribitur) equum est igitur a n/ triangulum, ipsi quadrato d h. nam quæ eiusdē sunt dimidium, equalia sunt adinuicē,

per septimam communem sententiam. Quadratum igitur b f, eandem habet rationem ad triangulum a n, quam ad quadratum d h: & è conuerso, per septimam quinti elementorum. Vt autem quadratum b f/ ad quadratum d h: sic circulus a h/ ad circulum c m/ se habere, proximo demonstratus est problemate. Quadratum igitur b f, ad triangulum a n/ eandem habet rationem, quam circulus a h/ ad circulum c m/: & è conuerso. Præterea, quoniam idem quadratum d h, triangulo a n/ est æquale: habet igitur quadratum d h/ ad circulum c m/ eandem rationem, quam ipsum triangulum a n/ ad eundem circulum c m/, per eandem septimam quinti elementorum. Sed quam rationem habet quadratum d h/ ad circulum c m/, eam obseruat (vti præostensum est) quadratum b f/ ad circulum a h/: & triangulum igitur a n/ ad circulum c m/ eandem rationem habet, per vndecimam ipsius quinti elementorum, quam b f/ quadratum, ad ipsum a h/ circulum. Et quoniam omnis ratio ab eadem quantitate denominatur, qua & eius cōuersa: eadem igitur erit quantitas rationis circuli a h/ ad quadratum b f, quæ ipsius trianguli a n/ ad eundem circulum c m/: & proinde quæ ipsius circuli c m/ ad idem quadratum d h. ¶ His præostensis: dico triangulum a n/ ad circulum a h/ eandem habere rationem, quam c m/ circulus, ad quadratum b f. Ratio enim circuli a h/ ad quadratum b f (qualiscunque

secundæ partis ipsius problematis elucidatio.

illa fuerit) ab eadē quantitate denominatur, qua & eius conuerſa: ſcilicet ipſius quadrati b f, ad eundē circulum a h. Sed ratio circuli a h, ad quadratum b f: conſtat ex ratione ipſius circuli a h/ ad circulum c m, & ratione eiufdem circuli c m/ad ipſum quadratum b f. Ratio autem eiufdem quadrati b f, ad præfatum circulum a h: conſtat ſimiliter ex ratione ipſius quadrati b f/ ad triangulum a n, & ratione eiufdem trianguli a n/ad ipſum a h/ circulum. Rationes igitur circuli a h/ad circulum c m, & eiufdem circuli c m/ad quadratum b f, eandem efficiunt rationis quantitatem: quam rationes quadrati b f/ad triangulum a n, & ipſius a n/trianguli/ad circulum a h. Rationes porro, quæ eaſdem efficiunt rationum quantitates: eadem ſunt adinuicem. Ergo rationes circuli a h/ad circulum c m, & ipſius circuli c m/ad quadratum b f: eadem ſunt rationibus ipſius quadrati b f/ad triangulum a n, & eiufdem trianguli a n/ad circulum a h. Atqui ratio circuli a h, ad circulū c m: eadem eſt (vt nuper innotuit) quæ quadrati b f/ad ipſum triangulum a n. Reliqua igitur ratio ipſius trianguli a n, ad circulum a h: eadem eſt rationi circuli c m, ad ipſum quadratum b f. Si enim ab eiſdem rationibus, eadem rationes auferantur: quæ relinquuntur, eadē ſunt adinuicē.

- 4 ¶ Idem rurſum hoc modo confirmatur. Quoniam ipſa ratio trianguli a n, ad circulum a h: conſtat ex ratione eiufdem trianguli a n/ ad circulum c m, & ratione ipſius circuli c m/ ad eundem circulum a h. Ratio autem ipſius circuli c m, ad quadratum b f: conſtat ſimiliter ex ratione ipſius circuli c m/ ad circulū a h, & ratione eiufdē circuli a h/ad quadratum b f. Circuli porro a h/ad quadratum b f, eadem præoſtenſa eſt rationis quātitas: quæ trianguli a n/ad circulum c m. & quantitas rationis eiufdē circuli c m/ad circulum a h, vtriq; communis eſt. Præfatæ igitur rationes trianguli a n/ad circulum a h, & ipſius circuli c m/ad quadratum b f, ex eiſdem conſtant rationum quantitatis: & vtraque minoris eſt inæqualitatis. Quæ autem ex eiſdem rationum quantitatis cōficiuntur rationes, & ſimul maioris, aut ſimul minoris ſunt inæqualitatis: eadem ſunt adinuicem. Ratio igitur trianguli a n, ad circulū a h: eadem eſt rurſum rationi circuli c m/ad quadratum b f.
- 5 ¶ Adde quòd eadem rationes trianguli a n/ ad circulum a h, & circuli c m/ad quadratum b f: cum rationibus ipſius a h/circuli/ad eundem circulū c m, & quadrati b f/ ad quadratum d h (quæ eadem ſunt adinuicem)

*Alia eiufdem
ſecundæ par-
tis oſtenſio.*

*Eandem rurſum
ſum partem
ſecundam ali-
ter cōcludere.*

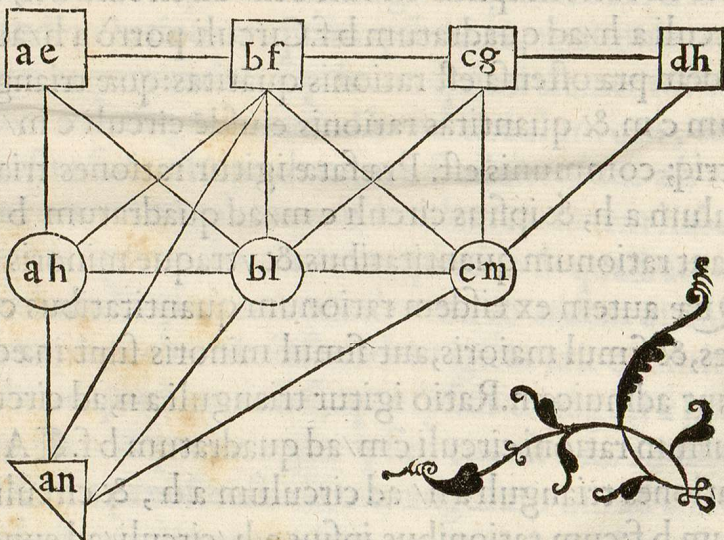
conficiunt rursus easdem rationum quantitates : ipsius inquam trianguli $a n$ /ad circulum $c m$, & eiusdem circuli $c m$ /ad quadratum $d h$. Eadem præterea rationes trianguli $a n$ /ad circulum $a h$, & circuli $c m$ /ad quadratum $b f$: ex eisdem iterum componuntur rationum quantitatibus. ipsa videlicet ratio trianguli $a n$ /ad circulum $a h$, ex rationibus ipsius $a n$ /trianguli/ad quadratum $b f$, & eiusdem quadrati $b f$ /ad eundem $a h$ /circulum : ratio autem ipsius circuli $c m$ /ad quadratum $b f$, ex rationibus eiusdem circuli $c m$ /ad quadratum $d h$, & ipsius quadrati $d h$ /ad idem quadratum $b f$. Quarum rationum quantitates, præostensæ sunt eadem altera alteri. Rationes itaque trianguli $a n$ /ad circulum $a h$, & circuli $c m$ /ad quadratum $b f$: omnibus modis sunt eadem . Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Problema quintum.



Vòd tria interiora & minora quadrata, ipsis tribus circulis qui in tribus primis & maioribus quadratis describuntur, singulatim & ordine coæquenter, tandem efficere manifestum.

¶ Obijciatur rursus prædictorū quadratorū $a e$, $b f$, $c g$, $d h$, atq; circulorum $a h$, $b l$, $c m$, vnà cum ipso $a n$ /triangulo, ordinata distributio : vt in proximo dictum est problemate, & in obiecta continetur formula. Aio itaque



primū, quadratum $b f$ æquari circulo $a h$. Ratio nanq; trianguli $a n$ ad quadratū $b f$, eadem est rationi eiusdem trianguli $a n$ ad circulū $a h$: In primis enim non potest esse maior. Nam si ratio trianguli $a n$ ad quadratum $b f$, esset maior ratione eiusdem trianguli $a n$ ad circulum $a h$: ipsum quadratum $b f$, minus foret ipso $a h$ /circulo. Ad quam enim magnitudinem, eadē magnitudo maiorem rationem habet: illa minor est, per decimam quinti elementorum. Vt autem $a n$ /triangulum ad quadratum $b f$, sic $c m$ /circulum ad circulum $a h$: atq; vt idem triangulum $a n$, ad eundē circulum $a h$, sic præfatum circulum $c m$ ad ipsum quadratū $b f$ /se habere, proximo ostensum est problemate. Circulus itaque $c m$ ad circulum $a h$, maiorem quoque rationem habebit: quàm ad quadratum $b f$. Minor erit propterea circulus $a h$, ipso quadrato $b f$, per ipsam decimam quinti elementorum. Patuit autem quòd & maior: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur ratio trianguli $a n$ ad quadratum $b f$, maior ratione eiusdem $a n$ /trianguli ad circulum $a h$. Similiter ostendetur, quòd neque minor. Nam si triangulum $a n$ ad quadratum $b f$ /minore rationem haberet, quàm ad circulum $a h$: ipse circulus $a h$, minor foret eodem quadrato $b f$, per eandem decimam quinti elementorum. Ostensum est autē, vt triangulum $a n$ ad quadratum $b f$, sic $c m$ /circulus, ad circulum $a h$: atque vt idem triangulum $a n$ ad ipsum circulum $a h$, sic idem circulus $c m$ ad quadratum $b f$. Circulus itaque $c m$, maiorem quoq; rationem habebit ad quadratum $b f$: quàm ad circulum $a h$. Et proinde quadratum $b f$, minus erit $a h$ /circulo, per sepius allegatā decimam quinti elementorum. Ostensum est autē, quòd & maius: quæ rursum impossibilia sunt. Non habet igitur triangulum $a n$, ad quadratū $b f$ /minorem rationem: quàm ad circulum $a h$. Atqui demonstratum est, quòd neq; maiorem. Triangulum igitur $a n$ /eandem rationem habet ad quadratū $b f$, quam ad circulū $a h$. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem: ipsæ sunt inuicem æquales, per nonam quinti eorundem elementorum. Aequum est igitur quadratum $b f$, ipsi $a h$ /circulo. ¶ Quod rursum in hunc modum confirmatur. Cum enim rationes quadrati $b f$ /ad triangulum $a n$, & ipsius trianguli $a n$, ad circulum $a h$ /similes sint adinuicem, vti nuper ostensum est, & vna maioris, altera verò minoris sit inæqualitatis: Conficiunt igitur, per ea quæ proximo deducta sunt.

Quòd quadratum $b f$, æquatur circulo $a h$.

Idem aliter concludere.

*Idem rursus
aliter subin-
ferre.*

problemate, æqualitatis rationem. Quadratū itaq; b f, ad circulum a h/rationem habet æqualitatis: Et proinde ipsum quadratum b f, æquum est eidem a h/circulo. ¶ Idem rursus licebit aliter concludere. quoniam ratio trianguli a n, ad circulum a h, eadē est rationi eiusdem trianguli a n/ad quadratum b f: ac eidem rationi trianguli a n/ad quadratum b f, ratio quadrati d h/ad ipsum quadratum b f, similiter eadē. Eadē propterea est ratio quadrati d h/ad quadratum b f, quæ trianguli a n/ad circulū a h, per vndecimā quinti elementorū. Sed ratio quadrati d h/ad triangulum a n, constat ex ratione ipsius quadrati d h/ad quadratū b f, & ratione eiusdē quadrati b f/ad ipsum a n/ triangulū: Ratio autē quadrati b f/ad circulum a h, constat similiter ex ratione ipsius quadrati b f/ad triangulum a n, & ratione eiusdē trianguli a n/ad eūdem a h/circulum. Ergo ratio quadrati b f/ad circulū a h, ex eisdē componitur rationibus: quibus ipsa ratio quadrati d h, ad triangulū a n. Rationes porrò, quæ ex eisdem conficiuntur rationibus: eadē sunt adinuicē. Igitur ratio quadrati b f, ad circulum a h: eadem est rationi quadrati d h, ad triangulum a n. Sed quadratum d h, triangulo a n/æquale præostēsum est:

*Qz quadratū
c g/circulo b l,
& quadratū
d h, circulo c
m, simul adæ-
quantur.*

*Quod trian-
gulū a n, cir-
culo c m/est
æquale.*

quadratū ergo b f, æquū est ipsi a h circulo. ¶ At quoniam ostēsum est tertio problemate, quadratū b f/ ad circulum a h/ eandem habere rationem, quā c g/ quadratum/ ad circulum b l, necnon & quam d h/ quadratum/ ad circulū c m: nūc autē patuit quadratum b f, æquari circulo a h. Quadratum igitur c g/ circulo b l, atq; d h/ quadratum circulo c m/ simul coæquari necessum est. Præterea, quoniam eidem quadrato d h, æquum est ipsum a n/ triangulum: æquum est igitur idem triangulum a n/ eidem circulo c m, per primam cōmunem sententiam. Dato igitur circulo a h, æquale quadratum b f: aliisq; duobus circulis b l/ & c m, duo simul æqualia quadrata c g/ & d h/ alterum alteri descripsimus. Datove quadrato d h, æqualis circulus c m: aliisq; duobus quadratis c g/ & b f, duo æquales circuli b l/ & a h alter alteri simul delineati sunt. Quod secundo, & principali problemate faciendum susceperamus.

Notandum.

¶ Vno igitur figuræ cōtextu, dato circulo, tres simul quadrantur circuli: datove quadrato, tribus quadratis tres circuli simul describuntur æquales. Eisdem insuper argumentis & mathematicis inductionibus, ipsorum quadratorum circulatorum: quibus & eorundem circulorum quadratura demonstratur. Et quod magis admirabitur

aliquando posteritas, per ipsasmet figuræ partes, coassumpto solummodo extremo & omnia complectente quadrato:propositam quadratorum & circulorum conclusimus æqualitatem.

Corollarium.

Dato igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facilè describetur. Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium aut mensurarum numero compræhensus.

- 1 **¶** Rectilineum adpellamus figuram planam, sub rectis quotcunq; lineis contentam siue terminatam: siue ipsa figura regularis, aut irregularis extiterit. Cuiusmodi sunt pentagona, hexagona, heptagona, & reliquæ multangulæ & regulares, hoc est, æquilateræ & æquiangulæ figuræ, tam in circulo, quàm circa ipsum circulum descriptibiles: & ipsa amblygonia, vel rectangula parallelogramma, atque demum trapezia omnia, quæ neq; laterum, neq; angulorum obseruant æqualitatē. Si igitur ipsi dato rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum describatur, per quadragesimam quintam primi elementorum, ac ipsi postmodum rectangulo parallelogrammo æquale quadratum, per vltimam secundi eorundem elementorum, & huic quadrato circulus tandem figuretur æqualis, per antecedentem secundi problematis traditionem: Erunt idem rectilineum, & descriptus circulus eidem quadrato æqualia, & proinde ex ipsa communi sententia æqualia adinuicem.
- 2 **¶** Item si liberum aliquem partium aut mensurarū proposueris numerum, & tantæ capacitatis rectangulum efformaueris parallelogrammum (quod factu admodum facile est) ipsi postmodum rectangulo parallelogrammo æquale descripseris quadratū, per ipsam vltimam secundi elementorum, ac ipsi demum quadrato æqualem figuraueris circulum, per idem secundum problema: Erit idem circulus, eiusdem quantitatis cum præassumpto rectangulo parallelogrammo, vtrunque enim ipsi quadrato erit æquale. Et proinde corollarium ex omni parte fit manifestum.

Rectilineum quid.

primæ partis dilucidatio.

secundæ partis ipsius corollarij uerificatio.

Authoris conclusio.



*vbertas huius
quadraturæ.*

*Quam cōpen-
diofa eiusdem
quadraturæ
demonstratio.*

Abes igitur, candide ac humanissime Lector, à nobis tandem adinuētam, & sub compēdiosa admodū traditione demonstratā ipsius circuli quadraturā: quā philosophorum parēs Aristoteles scibilem esse, at nondū suo tempore scitam, pluribus in locis affirmavit. In qua Circuli quadratura, nō vni tantummodò circulo æquale quadratū, vel vni dato quadrato æquale circulum describere seu figurare docuimus: sed tribus circulis tria quadrata singulatim æqualia, trēsve circulos tribus quadratis respondenter æquales (vti nuper citatum est) inuenire ac simul conscribere monstrauius. Eam nanque inuentum nostrum præ se ferre videtur vbertatem, vt ex vna trinā, & ex trina vnicam elicere

valeamus ipsius circuli quadraturā. Adde quòd vniuersum nostrę inuentionis atque demonstrationis artificium, sub vnica, eaque simplicissima cōclusimus figurę cōtextura: & ex puris geometricorum elementorum theorematibus (quæ certa, & ab omnibus recepta sunt) ipsius demonstrationis certitudinem confirmauimus. Quod illius fauente clementia, qui solus trinus & vnus metitur singula, facere ac tandē ostendere posse non diffidebamus. Hunc porrò



laborem nostrum, tibi ac cunctis bonæ voluntatis homi-

nibus, tam gratum ac vtilem fore percipimus: quàm

durum & graue illis adfuturum non dubitamus,

(si palmam hanc reportauerimus) qui infeli-

licissimo sydere nati, dum nihil agunt,

omnibus omnia inuident, & meæ

inciuiliter nimium aduersantur

felicitati. Quos aut melio-

res reddet, aut malè per-

det Dominus. Cui

solī sit honor

& gloria.

(.:)



Quadraturæ circuli recēns adinuēta,

& demonstrata,

FINIS.



Virescit vulnere virtus.



DEIUSDEM ORONTII, DE
monstrationes duæ, altera de area circuli, altera
verò de ratione circumferentiæ ad diametrum: quæ
duo Archimedis existimantur inuenta.

I



RECEPTVM EST AB OMNIBVS, AR-
chimedem Syracusanum inter alia monimenta
Mathematica, duo reliquisse posteris admodum
singularia: quorum alterum est de circuli area, re-
liquum verò de ratione circumferentiæ ad ipsius
circuli diametrum, quod ad executionem primi
videtur admodum necessarium. Ex primo siquidem inuento (vt ex
ijs quæ sequuntur apparebit) sit manifestum: semidiametrum circu-
li in dimidiam circumferentiam ductum, efficere rectangulum pa-
rallelogrammum ipsi circulo æquale. Et proinde necessum est ha-
bere rectam, quæ eidem circumferentiæ sit æqualis: si eiusmodi
volueris conficere rectangulum, & ipsum demum rectangulum,
per vltimam secundi elementorum, conuertere in quadratum. Hic
enim fuit omnium eorum scopus, qui præfatam rationem circun-
ferentiæ ad diametrum (vt curuæ rectam haberet æqualem) tanta

2. diligentia inuenire conati sunt. ¶ At quoniam ipsa duo Archime-
dis quæ nunc citauimus inuenta, succincta nimium & scabrosa de-
ductione, ab ipso demonstrantur Archimede (saltem quantum
ex ijs, quæ ad manus nostras peruenerunt exemplaribus deprehen-
dere valui) adeò vt ijs solis innotescant, qui diu ac non infelicitè
in Mathematicis versati sunt: Rem meo officio dignam, & ijs om-
nibus gratam, ac vtilem simul me facturum existimaui, qui Ma-
thematicis oblectantur institutionibus, si post nostram circuli
quadraturam, vtrunque nouis clarioribusque demonstrationibus
elucidarem, & præcisiozem vtcunque rationem circumferentiæ ad
ipsum diametrum, aliâque non aspernenda tandem colligerem. In
qua re, partim geometricis elemētis, partim verò numerorum (ad
ipsius Archimedis imitationem) fretus sum adminiculo. Sit igitur
hæc quæ sequitur de circuli area, prius dilucidanda propositio,

C.j.

*Duo Archime-
dis inuenta ne-
cessaria.*

*Authoris ar-
gumentum.*

De area circuli, Propositio I.

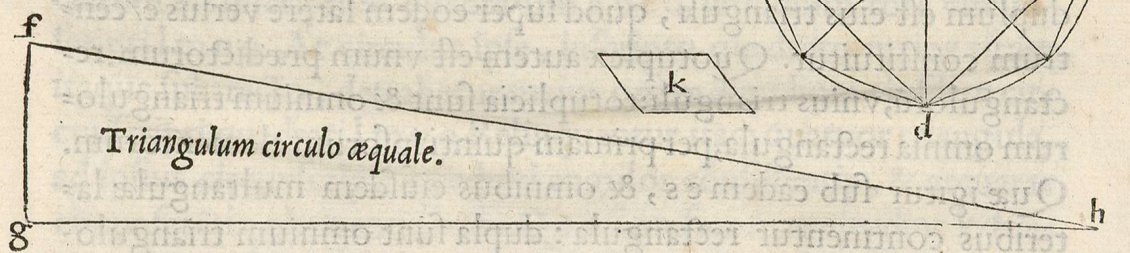


Quòd circulus sit æqualis triângulo re-
ctangulo, cuius alterum laterum quæ
ad rectum sunt angulum semidiamet-
ro, reliquũ verò circumferentiæ eius-
dem circuli est æquale: demonstrare.

Quòd circu-
lus, proposito
triangulo non
est maior.

¶ Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: datum verò triangu-
lum rectangulum f g h, cuius angulus qui sub f g / & g h / lateribus
continetur rectus existat, & ipsum latus f g / semidiametro, g h / ve-
rò circumferentiæ eiusdem circuli sit æquale. Aio datum circu-
lum a b c d, ipsi triangulo rectangulo f g h / esse æqualem. Si nan-
que circulus a b c d, eidem triangulo f g h / non fuerit æqualis: erit
aut eo maior, vel eodem triangulo minor. Vtrunque porro est im-
possibile. Nam si idem circulus a b c d, ipso triangulo f g h / fuerit
maior: id erit secundum aliquam magnitudinem. Estoque illa (si possi-
bile fuerit) magnitudo k. Circulus itaque a b c d, triangulo f g h,
& ipsi k / simul iunctis erit æqualis: & proinde k / magnitudo, mi-
nor est ipso a b c d / circulo. Auferatur igitur ab eodẽ circulo ma-
ius quàm dimidium, & à residuo iterum maius quàm dimidium, &
deinceps ita quantumlibet: donec relinquatur magnitudo, quæ sit
minor ipsa k, per primam decimi elementorum. Hoc autem in
hunc modum absoluetur. In ipso dato circulo, quadratum descri-
batur a b c d, per sextam quarti eorundem elementorum. Quo sub-
tracto ex toto circulo: detractum erit maius quàm dimidium. Pro-
ductis enim a c / & b d / eiusdem quadrati dimetientibus, in centro
e / ad rectos sese dirimentibus angulos: per punctum b, ipsi a c /
parallela ducatur l b m. & rursum per a / & c / pũcta, ipsi e b / paralle-
le ducantur a l / & c m, per trigesimam primã primi elementorũ: quæ
per corollariũ decimæ sextæ tertij ipso-
rum elementorũ, tanget ipsum
a b c d / circulum. Parallelogrammum erit igitur a l m c / rectangu-
lum: & ipsius triânguli a b c, hoc est, dimidij quadrati in dato circulo
descripti duplũ, per quadragesimã primam ipsius primi elementorũ,
sunt enim in eadẽ basi a c / & in eisdẽ parallelis a c / & l m / cõstituta.

Et proinde triangulo abc , æqualia sunt abl & bcm triangu-
 læ: quæ relictis eiusdem circuli sectionibus, super ab & bc lateribus
 ipsius quadrati descriptis, sunt maiora, per nonā communē senten-
 tiā. Triangulum propterea abc , eiusdem circuli sectionibus est ma-
 ius: nam æqualia, eorundem sunt æquē maiora, per sextæ commu-
 nis sententiæ conuersionem. Haud aliter ostendetur triangulum
 adc , reliquis eiusdem circuli sectionibus, super ad & dc lateribus
 descriptis, fore maius. Totum igitur quadratum $abcd$, relictis
 quatuor circuli sectionibus est maius. Eo itaque subtracto, à toto
 circulo: detractū erit maius, quàm ipsius circuli dimidium. Quòd
 si residuum fuerit maius ipsa magnitudine k : auferatur rursus ma-
 ius quàm dimidium ipsius residui, in hunc qui sequitur modum.
 Diuidatur arcus ab bifariam in puncto n , per trigessimam tertij
 elementorum: & productis da & cb lateribus in directum & con-
 tinuum, per datū punctū n ipsi ab parallela ducatur or , per trige-
 simam primā primi elementorum: & connectantur an & nb lineæ
 rectæ, per primū postulatū. Parallelogrammum erit igitur $anrb$
 rectangulum: & ipsius trianguli isoscelis
 anb duplum, per quadragesimā primam
 eiusdē primi elementorū, consistunt enim
 super eadē basi ab , & in eisdē parallelis ab
 & or . Et proinde ano & bnr triangu-
 la, eidem triangulo anb sunt æqualia. quæ
 cū sint maiora relictis circuli sectionibus,



super an & nb lateribus cōstitutis: fit vt idē triangulū anb , eisdē
 sectionibus sit maius. Haud aliter, diuisis reliquis arcubus bifariā,
 & descriptis isoscelibus triangulis super reliquis eiusdem quadrati
 lateribus: vnumquodque triangulum, relictis eiusdē circuli sectio-
 nibus, super ipsius trianguli lateribus cōstitutis, maius ostendetur.
 Quatuor itaque isoscelibus triangulis subtractis: detractum erit à
 præfato residuo maius, quàm dimidium. At si residuæ octo circuli

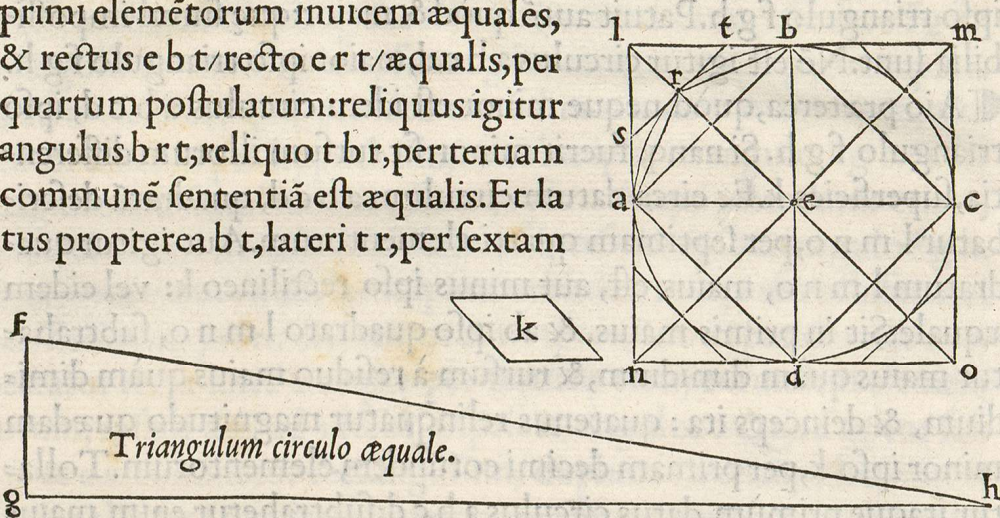
sectiones, eadem magnitudine k /sint maiores: subtrahatur rursus
 octo isoscelia triangula, super antecedentium triangulorum lateri-
 bus descripta. detrahetur enim ab ipso residuo maius q dimidium:
 quemadmodum ex proximo discursu deducere haud difficile est.
 Idque deinceps continuetur: quatenus ipsum residuum, eadem ma-
 gnitudine k /fuerit minus. Et supponantur exempli gratia, relictæ
 octo sectiones, super $a n/$ & $n b/$ atque reliquis similibus consisten-
 tes lateribus: præfata magnitudine k /fore minores. Clarum est igitur,
 ipsam multilateram & octogonam superficiem, ex quadrato
 & circumstantibus triangulis resultantem: maiorem esse dato $f g h/$
 triangulo. continet enim ipsum $f g h/$ triangulum, & partem ipsius
 k , eam videlicet qua præfatum residuum eadem magnitudine k /
 minus est: cum per hypothesin, circulus ipsis triangulo $f g h/$ & $k/$
 magnitudini simul iunctis, sit æqualis. Atqui ostendetur etiam,
 quod & minor est eadē multilatera superficies, ipso triangulo $f g h/$.
 Diuidatur enim vnum latus ipsius multilateræ superficiei bifariam,
 per decimam primi elementorum: utpote, $a n/$ in puncto s . & con-
 nectatur recta linea $e s$: quæ per tertiam tertij eorundem elemen-
 torum, ipsam $a n/$ ad rectos dispescet angulos. Quod igitur sub
 $a n/$ & $e s/$ continetur rectangulum, duplum est trianguli $a e n$, per
 sæpius allegatā quadragesimam primā primi elementorū: fiet enim
 parallelogrammum, in eadem basi $a n$, & in eisdem parallelis cum
 ipso triangulo $a e n/$ constitutum. Et proinde quod sub eadem $e s$, &
 quolibet alio eiusdem polygonæ latere continetur rectangulum:
 duplum est eius trianguli, quod super eodem latere versus $e/$ cen-
 trum constituitur. Quotuplex autem est vnum prædictorum re-
 ctangulorū, vnius trianguli: totuplicia sunt & omnium triangulo-
 rum omnia rectangula, per primam quinti ipsorum elementorum.
 Quæ igitur sub eadem $e s$, & omnibus eiusdem multangulæ la-
 teribus continentur rectangula: dupla sunt omnium triangulo-
 rum, super eisdem lateribus consistentium: & ipsius propterea mul-
 tangulæ superficiei dupla, utpote, quæ ex eisdem constat triangu-
 lis. Ipsa igitur multangula superficies: dimidium est eorum, quæ
 sub $e s/$ & quolibet eiusdē superficiei latere continentur rectangu-
 lorū. Atqui ipsa $e s$, minor est dati circuli semidiametro, cui æqua-
 le supponitur latus $f g$: & eadem latera, circumferentia eiusdem cir-
 culi sunt minora, cui reliquum latus $g h/$ æquale supponitur. & sub

minoribus rectis, minora comprehenduntur rectagula. Quæ igitur sub $e s$, & quolibet ipsius multangulæ superficiei latere continetur rectangula: minora sunt eo, quod sub $f g$ & $g h$ continetur. Id autem quod sub $f g$ & $g h$ continetur rectangulū, duplū est ipsius trianguli $f g h$, per eandē quadragesimā primā primi elementorum: & proinde ipsum triangulū, eiusdē rectanguli dimidiū. Quæ autē inæqualium sunt dimidium, inæqualia sunt adinuicem: nam partes & æquè multiplicia, sunt inuicem proportionalia, per decimam quintam quinti ipsorum elementorum. Minor est itaq; præfata multilatera superficies, ipso triangulo $f g h$. Patuit autē quod & maior: quæ simul impossibilia sunt. Nō est igitur circulus $a b c d$, maior ipso triangulo $f g h$.

¶ Aio præterea, quod neque minor est idem circulus $a b c d$, ipso triangulo $f g h$. Si nanq; fuerit minor: sit rursus illorum differentia, superficies k . Et circa datum circulum $a b c d$, quadratū describatur $l m n o$, per septimam quarti elementorum. Aut igitur quadratum $l m n o$, maius est, aut minus ipso rectilineo k : vel eidem æquale. Sit in primis maius. & ab ipso quadrato $l m n o$, subtrahatur maius quàm dimidium, & rursus à residuo maius quàm dimidium, & deinceps ita: quatenus relinquatur magnitudo quædam minor ipso k , per primam decimi eorundem elementorum. Tollatur itaque primum, datus circulus $a b c d$: subtrahetur enim maius quàm dimidium. Descripto nanque intra circulū quadrato $a b c d$, per sextā quarti elementorum: cuius anguli tangant ipsius quadrati circūscripti latera, productisq; binis illius dimetientibus $a c$ & $b d$: clarum est inscriptum quadratum $a b c d$, dimidium fore circūscripti $l m n o$. At circulus ipse, inscripto quadrato maior est: eo itaque subtracto, detrahetur maius quàm dimidium eiusdē circūscripti quadrati $l m n o$. Relinquentur itaq; quatuor triangula, ad ipsius circūscripti quadrati angulos consistentia, & arcuatas circumferentiæ obtinentia bases. Quæ si præfata magnitudine k fuerint maiora: subtrahatur rursus ab illis maius quàm dimidium, in hunc qui sequitur modum. Connectatur recta linea $e l$, diuidens bifariam arcum $a b$ in puncto r : & per ipsum punctum r , ad angulos rectos excitetur $s r t$, per vndecimam primi elementorum, ipsius quadrati circūscripti tangēs latera, quæ per corollarium decimæ sextæ tertij eorundem elementorum, tangit ipsum $a b c d$ circulum in eodem puncto r . Aio itaq; quod subtracto rectilineo triangulo

Quod idē circulus, ipso triangulo proposito non est minor.

l s t, cuius basis est recta s t, à triangulo a l b, cuius basis est arcus a r b: detractum erit maius, quàm dimidium. Connexis enim a r/ & r b/ lineis rectis, quoniam l r t/ & t r b/ triacula sub eodem sunt vertice, scilicet r: se habent igitur vt bases l t/ & t b, per primam sexti prædictorum elementorum. Sed basis l t, basi t b/ maior est: & triangulum igitur l r t, maius est triangulo t r b. quapropter & multò maius triāgulari extra circulum relicta portione t b r, cuius vnum latus est arcus r b. Quòd autem basis l t, sit maior basi t b: sit manifestū. Nam anguli e b r/ & e r b, trianguli b e r, sunt per quintam primi elementorum inuicem æquales, & rectus e b t/ recto e r t/ æqualis, per quartum postulatum: reliquus igitur angulus b r t, reliquo t b r, per tertiam communē sententiā est æqualis. Et latus propterea b t, lateri t r, per sextam



eiisdem primi æquale. Sed latus l t, maius est latere t r, per decimam nonam eiisdem primi, subtendit enim angulum rectum qui ad r/ vtroque reliquorum duorum maiorem: quapropter & maius ipso latere t b. Haud dissimiliter ostendetur, triangulum l r s, maius esse triangulo a s r, cuius basis est arcus a r. Et proinde totum l s t/ triangulum, maius est binis triangularibus superficiebus a s r/ & r t b, quarum bases sunt arcus a r, & r b. Et reliqua deinde triacula, ad reliquos angulos ipsius quadrati consistentia: maiora similiter ostendentur reliquis similibus similiterque positis, & extra circulum derelictis triangulis. Detractis igitur eiisdem angularibus triangulis: subtractum erit ab ipso residuo maius quàm dimidium. Si autem ipsum residuum, fuerit adhuc maius eadem magnitudine k: productis rursus ex centro e, ad s/ & t/ atque reliqua similia puncta lineis rectis, suscitatisque in transuersum ad angulos rectos quæ ipsum tangant circulum, & circumscripti polygoni attingant latera: si ea quæ ad ipsius polygoni consistunt angulos

subducantur triangu-
la, detractū erit ab eodē residuo maius quā
dimidium. quemadmodū ex proximo discursu, demonstrari vel
facile potest. Idq; deinceps cōtinuetur: quatenus ipsum residuum,
eadem magnitudine k / fuerit minus. Supponantur igitur maioris
evidentiæ causa, præfatæ octo triangulares superficies extra circu-
lum derelictę, ipso rectilineo k / fore minores. Et quoniam circulus
 $a b c d$, & magnitudo k , triangulo $f g h$ / sunt æqualia: erit igitur
circumscriptum polygonum eodem $f g h$ / triangulo minus, com-
prehēdit enim ipsum circulum, & residuum minus ipso k , per con-
structionem. Atqui circūscripti poligoni latera, maiora sunt ipsius
circuli circumferentiæ: & ipsi circumferentiæ æquale supponitur la-
tus $g h$, semidiametro autem latus $f g$. Quæ igitur sub circuli semi-
diametro, & quolibet ipsius poligoni latere continentur rectan-
gula: maiora sunt eo, quod sub $f g$ / & $g h$ / continetur rectangulo.
Eorum autem quæ sub eodem circuli semidiametro, & quolibet
ipsius poligoni latere continentur rectangulorum, dimidium est
ipsum polygonum circulo circumscriptum: triangulum verò $f g h$,
dimidium eius quod sub $f g$ / & $g h$ / rectanguli continetur. quem-
admodū de inscripto poligono, prima huius parte deductū est.
Partes autem & æquē multiplicia, sunt per decimam quintam
quinti elementorum inuicem proportionalia. Maius est igitur po-
ligonum circulo circumscriptum, eodem $f g h$ / triangulo. Patuit
autem quòd & minus: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur
circulus $a b c d$, minor ipso triangulo $f g h$. Et ostensum est quòd
neque maior. Aequalis igitur est ipse circulus $a b c d$, eidem trian-
gulo rectangulo $f g h$: cuius vnum latus eorū quæ ad rectum sunt
angulum semidiametro, alterum verò circumferentiæ eiusdem cir-
culi est æquale. Idem, ac multò facilius ostendere licebit: vbi circun-
scriptum quadratum $l m n o$, æquale, vel minus datum fuerit ipso
rectilineo k . Quod demonstrandum tandem susceperamus.

Corollarium I.

QUod igitur sub circuli semidiametro, & di-
midia circumferentiā continetur rectan-
gulum: æquum est ipsi circulo.

*Cur innumeri
circunferen-
tiam in rectā
uertere cona-
ti sunt.*

¶ Patuit enim suprà, circulum $abcd$, æquum esse triangulo rectangulo fgh , cuius latus fg , semidiametro, gh verò circumferentiæ ipsius circuli supponitur æquale: Ipsum quoque triangulum fgh , & proinde circulum $abcd$, dimidium fore eius rectanguli quod sub fg & gh continetur. Eiusdem præterea rectanguli dimidium est, quod sub eodem semidiametro, & dimidia continetur circumferentia. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, inuicem sunt æqualia, per septimam communem sententiam. Quod igitur sub circuli semidiametro, & dimidia illius circumferentia continetur rectangulum, ipsi circulo est æquale. Hac igitur de causa, innumeri circumferentiam ipsius circuli in iustam mensuræ rationem (veluti præfati sumus) redigere conati sunt. Quos omnes longè superauit Archimedes: cuius inuentum hic subnectere, & noua demonstrandi ratione confirmare non duximus importunum.

Corollarium 2.

ARea consequenter dati cuiuslibet regularis poligoni: æquatur rectangulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio continetur ambitu.

*vt dimetiēda
area dati cuius-
libet poligoni
regularis.*

¶ Patuit enim ex primæ partis huiusce propositionis discursu, id quod sub es perpendiculari & omnibus inscripti poligoni $abcd$ lateribus continetur: duplum fore ipsius poligoni. Fiunt enim tot rectangula parallelogramma, quot sunt isoscelia triangula super eisdem lateribus consistentia: quorum rectangulorum quodlibet præostensum est ipsius trianguli esse duplum. Si igitur ex centro dati cuiuslibet regularis poligoni, in vnum eius latus perpendicularis ducatur: ipsa perpendicularis per dimidium ambitum multiplicata, conficiet aream eiusdem oblatis poligoni.

De ratione circumferentiæ, ad circuli diametrum, Propositio secunda.

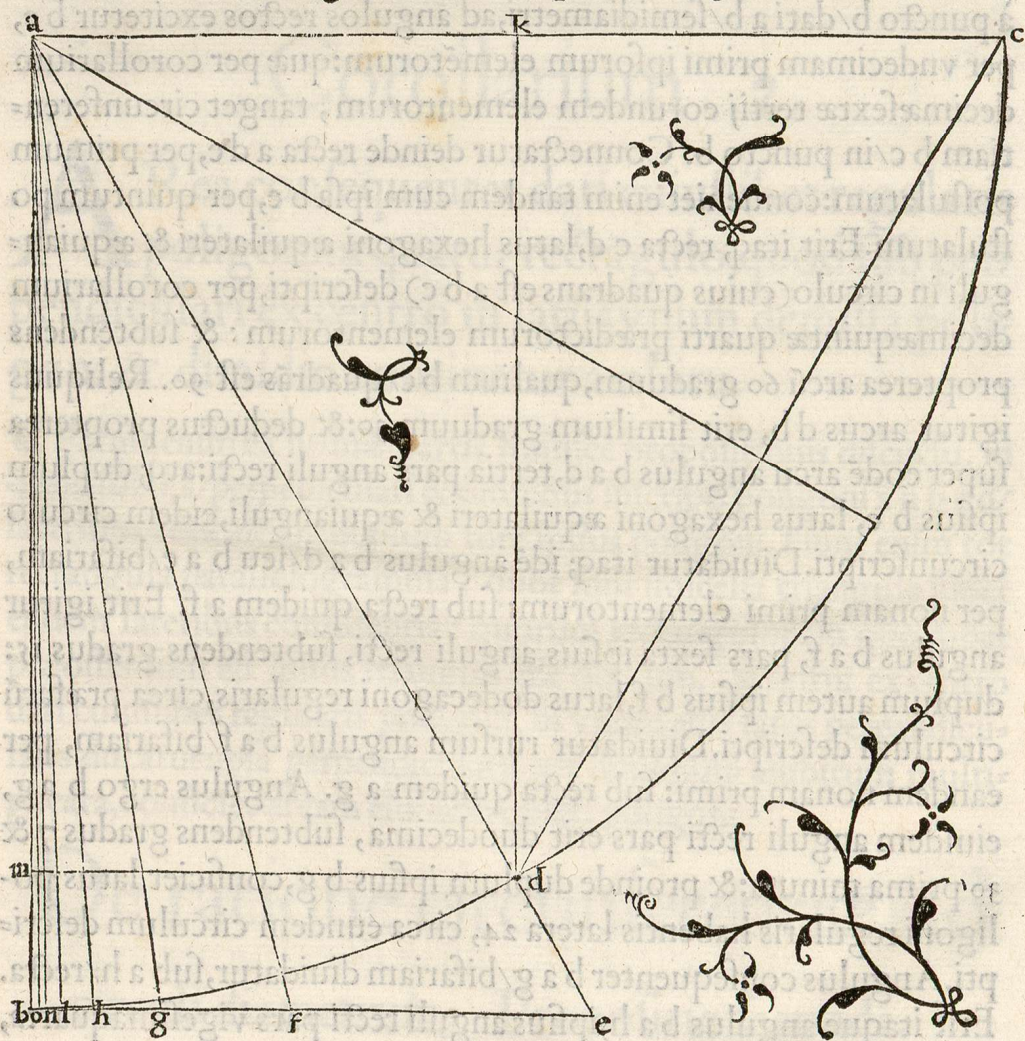


Circunferentiam circuli ad eius diametrum, rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua.

- 1 ¶ Hoc præstantissimum Archimedis inuentum de ratione circunferentiae ad circuli diametrum, quemadmodum & proximum de ipsius circuli area: longè faciliore, magisq; succincta, atq; fida demonstratione, q̃ fecerit idē Archimedes, vel illius sequaces, conabimur reddere manifestum. Est igitur circuli quadrans abc , sub ab & ac semidiametris, & quarta circūferentiae parte bc comprehensus. In hoc itaq; circuli quadrante, dato ab vel ac semidiametro: æqualis recta linea coaptetur cd , per primam quarti elementorum. Et à puncto b dati ab semidiametri, ad angulos rectos excitetur be , per vndecimam primi ipsorum elementorum: quæ per corollarium decimæ sextæ tertij eorundem elementorum, tanget circunferentiam bc in puncto b . Connectatur deinde recta ade , per primum postulatum: conueniet enim tandem cum ipsa be , per quintum postulatum. Erit itaq; recta cd , latus hexagoni æquilateri & æquianguli in circulo (cuius quadrans est abc) descripti, per corollarium decimæ quintæ quarti prædictorum elementorum: & subtendens propterea arcum 60 graduum, qualium bc quadrans est 90 . Reliquus igitur arcus db , erit similium graduum 30 : & deductus propterea super eodē arcu angulus $b ad$, tertia pars anguli recti: atq; duplum ipsius be , latus hexagoni æquilateri & æquianguli, eidem circulo circumscripti. Diuidatur itaq; idē angulus $b ad$ seu bae bifariam, per nonam primi elementorum: sub recta quidem af . Erit igitur angulus $ba f$, pars sexta ipsius anguli recti, subtendens gradus 15 : duplum autem ipsius bf , latus dodecagoni regularis, circa præfatū circulum descripti. Diuidatur rursum angulus $ba f$ bifariam, per eandem nonam primi: sub recta quidem ag . Angulus ergo bag , eiusdem anguli recti pars erit duodecima, subtendens gradus $7 \& 30$ prima minuta: & proinde duplum ipsius bg , conficiet latus poligoni regularis habentis latera 24 , circa eundem circulum descripti. Angulus consequenter bag bifariam diuidatur, sub ah recta. Erit itaque angulus bah , ipsius anguli recti pars vigesima quarta,

constructio primæ partis huius propositionis.

subtendēs gradus tres, vnā cum primis minutis 45: duplum autem ipsius b h, erit latus circūscripti poligoni regularis sub 48 lateribus comprehensū. Diuidatur similiter angulus b a h, bifariam: sub recta quidem a l. Angulus ergo b a l, erit quadragesima octaua pars eiusdem anguli recti, subtendētque gradum vnum, prima minuta 52, & secunda 30: & proinde duplum ipsius b l, cōficiet latus circūscripti poligoni regularis, latera 96 continētis. Angulus rursus b a l, bifariam diuidatur, sub recta a n. Erit ergo angulus b a n, præfati anguli recti pars nonagesima sexta, subtendens prima tantum modo minuta 56, secunda verò 15: vnde ipsius b n/ duplum, erit latus regularis poligoni habentis latera 192, ac eidem circulo circūscripti. Tandem si angulus b a n, per ipsam nonā primi elementorum bifariam diuidatur, sub recta quidem a o: necessum est angulū b a o, centesimam & nonagesimā secundā partem anguli recti continere,



subtenderéque vnus gradus prima minuta 28, & secunda ferè 7: atque duplum ipsius b o, fore latus poligoni æquilateri & æquiangulari circa præfatum circulum descripti, cuius latera sunt numero 384.

¶ His ita constructis & præostensis, inuenienda est ipsarum a b/atque b o/quantumuis minutim distributarum quantitas. Supponemus itaque subtenfam a o, continere (verbi gratia) partes 60000: & quot similium partium fuerit vtraq; & a b/& b o, ex ea sinuum tabula, quæ maximum sinum habet partium 60000, in hunc qui sequitur modum colligemus. Accipiemus enim sinum rectum illius arcus quem subtendit angulus b a o, quem prædiximus fore primorum minutorum 28, & secundorum ferè 7: is autem sinus erit partium 490, tot igitur partium erit ipsa b o. Deinde accipiemus sinum rectum complementi eiusdem arcus, vtpote 89 graduum, 31 primorum minutorum, & secundorum ferè 53: quem sinum experieris esse partium 59998, tātus est semidiameter a b. Duplentur consequenter eadem 490 partes, consurgent partes 980: tot igitur partium est latus poligoni regularis habentis latera 384, quod circa circulum (cuius quadrans est a b c) describitur. Multiplicentur itaq; 980, per 384, resultabunt 376320: tantus est ambitus eiusdem poligoni. Duplentur insuper ipsæ 59998 partes a b, consurgent totius diametri partes 119996: quæ triplata conficient partes 359988. Atqui 376320 partes, continent semel 359988, & præterea 16332, quæ non faciunt septimam partem ipsorum 119996: nam ea est $17142\frac{2}{7}$. Habet igitur ambitus ipsius poligoni, ad diametrū rationem tripla sesquiseptima minorem. Et quoniam circumferentia circuli, minor est ambitu eiusdem circumscripti poligoni: à fortiori igitur eadem circumferentia, ad ipsum diametrum rationem habet tripla sesquiseptima minorem.

¶ Quod autem in rectangulis triangulis, dato latere angulum rectum subtendente, & vno acutorum angulorum noto, reliqua innotescant latera: sic demonstratur. Sit datum (in exemplum) rectangulum triangulum a d m, cuius latus a d/rectum subtendens angulum sit notū, & angulus d a m/notus. describatur igitur circa punctum a, & ad interuallū a d, quadrās circuli a b d c: & per punctum d, ipsi a m parallela ducatur quæ sit d k, per trigessimā primā primi elementorum. Parallelogrammum est igitur a m d k: & latus d k, ipsi a m/æquale, per trigessimā quartā ipsius primi. Et quoniam

Quod circumferentia ad diametrum ratione habeat tripla sesquiseptima minorem ex prædictis colligere.

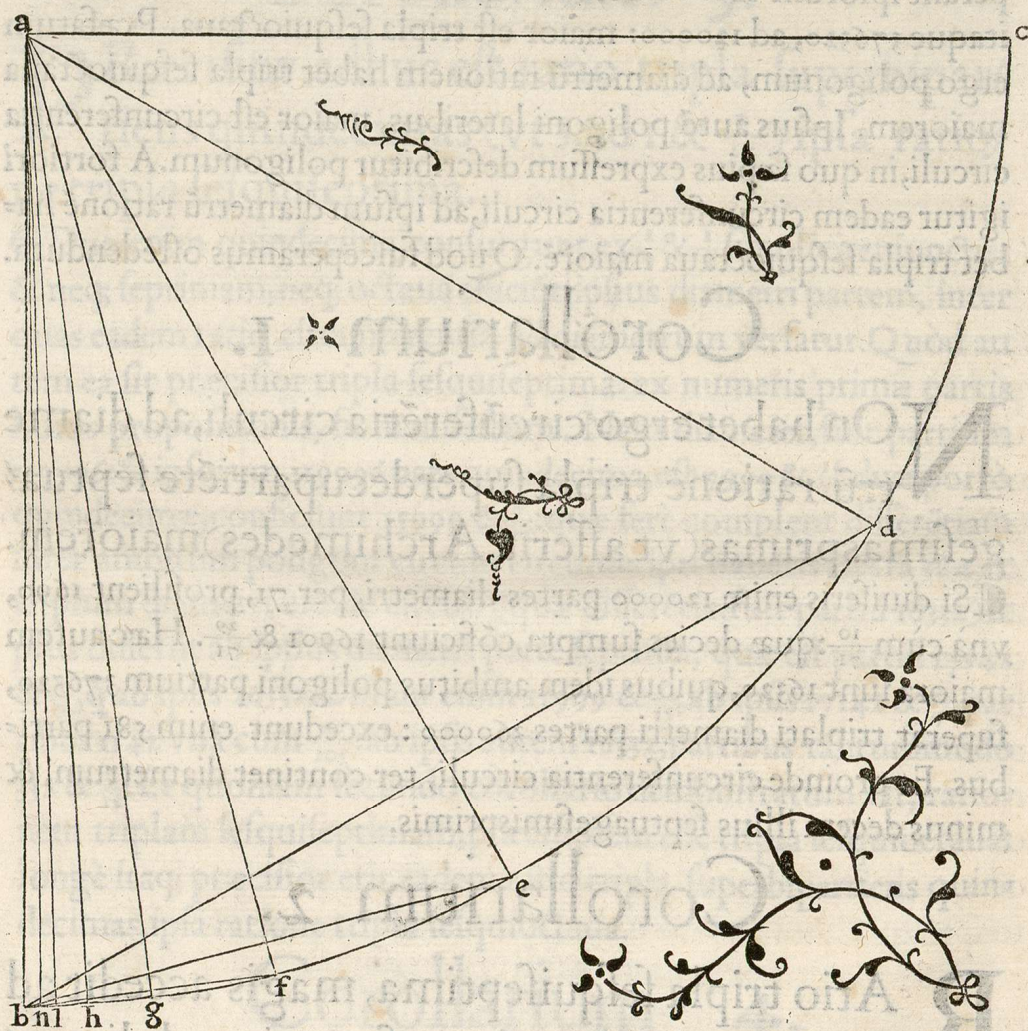
Dato triangulo rectangulo, ex uno acutorum angulorum noto, cum latere angulū rectum subtendente, reliqua innotescere latera.

angulus $b a d$ notus est, arcus igitur $b d$ est notus: & proinde sinus rectus $d m$, ex tabula sinuum fiet notus. Nota erit etiā & $d k$, sinus rectus complementi $d c$: cui æquatur $a m$. Bina igitur latera $a m$ & $m d$ fient nota: idq; pro ratione partium ipsius $a d$. In præfato autem triangulo rectangulo $b a o$, angulus qui ad a est notus, & arcus $b o$ notus, atq; illius complementū $o c$ notum (veluti nuper ostensum est) quapropter & ipsa $a b$ & $b o$ latera supradicto modo fiunt manifesta, in partibus quidem, qualium $a o$ data est 60000.

secundæ par-
tis ostensio ma-
thematica.

SECUNDA verò pars, vtpote, quòd eadem circuli circumferentia, ad diametrum rationē habet tripla sesquioctaua minorem: haud dissimili via demonstrabilis est. Repetatur itaque circuli quadrans $a b c$. Et dato $a b$ vel $a c$ semidiametro, æqualis recta linea $b d$ rursus coaptetur, per ipsam primam quarti elementorum: & connectatur $a d$ recta, per primum postulatum. Erit igitur per corollarium decime quintæ ipsius quarti, recta $b d$ latus hexagoni æquilateri & æquianguli, circulo cuius quadrans est $a b c$ inscripti: subtendens sextam circumferentiæ partem, hoc est, arcum $b d$ graduum 60, qualium tota circūferentia est 360, & ipse quadrans $b d c$ (à quo rectus qui sub $b a c$ dimetitur angulus) 90. Et proinde angulus $b a d$, duo tertia comprehendit ipsius anguli recti. Diuidatur igitur idem angulus $b a d$ bifariam, per nonam primi eorundē elementorum, sub recta quidē $a e$: & connectatur chorda $b e$, per primum postulatum. Angulus itaque $b a e$, tertia pars erit eiusdē anguli recti, subtendēs arcū $b e$ graduū 30, nempe dimidiū ipsius $b d$: & ipsa chorda $b e$, latus erit dodecagoni æquilateri & æquianguli, in eodē circulo descripti. Diuidatur rursus angulus $b a e$ bifariā, sub recta $a f$, per eandem nonā primi elementorum: & cōnectatur chorda $b f$. Erit igitur angulus $b a f$, sexta pars ipsius anguli recti, subtendēs arcum $b f$ graduum 15: & ipsa chorda $b f$, latus polygoni regularis in præfato circulo descripti, habentis latera 24. Angulus consequenter $b a f$ bifariam diuidatur, sub recta $a g$: & cōnectatur chorda $b g$. Erit itaque angulus $b a g$, eiusdē anguli recti pars duodecima, subtendens arcum $b g$ graduum 7, & primorum minutorum 30: ipsa quoque $b g$ recta, erit latus inscripti polygoni regularis, sub 48 lateribus comprehēsi. Rursus diuidatur angulus $b a g$ bifariam, sub recta $b h$: & connectatur chorda $b h$. Angulus ergo $b a h$, vigesima quarta pars erit anguli recti, & subten-
sus arcus $b h$.

trium graduum & primorum minutorum 45: chorda autem $b h$,
 latus inscripti polygoni regularis, latera 96 cōtinentis. Haud aliter
 diuiso bifariam angulo $b a h$, sub recta $a l$, & connexa chorda $b l$:
 angulus $b a l$, quadragesimamoctauā partē ipsius anguli recti com-
 prehēdet, arcus proinde $b l$ vnū gradum, prima minuta 52, & secū-
 da 30: eritq; chorda $b l$, latus polygoni regularis habentis latera 192,
 in eodem circulo descripti. Quòd si angulus $b a l$ bifariam tādē
 diuidatur, per eandē nonā primī elementorum, sub recta qui-
 dem $a n$, & connectatur chorda $b n$: erit angulus $b a n$, ipsius an-
 guli recti pars nonagesimasexta, & arcus propterea $b n$ primo-
 rum tantū minutorum 56, secūdorū prætērea 15: Chorda por-
 rò $b n$, latus polygoni æquilateri & æquianguli, continentis latera
 384, & in eodem circulo (cuius quadrans est $a b c$) descripti.



Quod circumferentia ad diametrum ratio non habeat triplam sesquioctauam minorem, numeris elucidare.

His ita constructis, & demonstratis: supponatur semidiameter a b / totius quadrantis sinus rectus, fore partium 60000. Et per sinum tabulæ, cuius sinus maximus est partium itidem 60000 suscipiatur chorda b n / quæ ex sinu recto dimidij arcus geminato confurgit. Dimidium itaque ipsius arcus b n, continet prima minuta 28, & secunda ferè 7: quorum sinus rectus, habet partes 490. bis autè 490, cõficiunt 980: tot igitur partium est ipsa chorda b n. Multiplicetur ergo 980, per numerum laterum ipsius polygoni cuius b n / recta est vnum latus, vtpote, per 384: fient partes 376320. tantus est ambitus ipsius inscripti polygoni, habetis latera 384. Bis autem 60000, cõficiunt 120000: tot igitur partium est ipsius circuli diameter. Ipsum ergo polygonum, se habet ad diametrum, vt 376320 ad 120000. Sed numerus 376320, continet 120000 ter, vtpote 360000, & præterea 16320, quæ superant ipsorum 120000 octauam partem: nam ea est 15000. Ratio itaque 376320, ad 120000: maior est tripla sesquioctaua. Præfatum ergo polygonum, ad diametrum rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Ipsius autè polygoni lateribus, maior est circumferentia circuli, in quo sæpius expressum describitur polygonum. A fortiori igitur eadem circumferentia circuli, ad ipsum diametrum rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Quod susceperamus ostendendum.

Corollarium I.

Contra alteram Archimedem partem, de ratione circumferentiae ad diametrum.

Non habet ergo circumferentia circuli, ad diametrum rationem tripla superdecupartiente septuagesimas primas (vt asserit Archimedes) maiorem.

Si diuiseris enim 120000 partes diametri, per 71, profiliunt 1690, vnà cum $\frac{10}{71}$: quæ decies sumpta, cõficiunt 16901 & $\frac{29}{71}$. Hæc autem maiora sunt 16320, quibus idem ambitus polygoni partium 376320, superat triplati diametri partes 360000: excedunt enim 581 partibus. Et proinde circumferentia circuli, ter continet diametrum, & minus decem illius septuagesimis primis.

Corollarium 2.

Ratio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circumferentiæ ad diametrum.

trum:quàm tripla fefquioctaua.

¶ Nam differentia inter residuum triplati diametri, à toto ambitu circumscripti vel inscripti poligoni regularis habentis latera 384, & septimā totius diametri partem: minor est differētia eiusedē residui, & octauæ partis ipsius diametri. Iuxta enim huiusce propositionis primā partē, ipsum residuū fuit partium 16332: iuxta verò partem secūdā, 16320. Et utrobique pars septima diametri, partiū ferè 17142: octaua autē, partium circiter 15000. Differētia porrò inter 16332/ & 17142, est 810: inter verò 15000/ & 16332, est 1332. Differentia rursus inter 16320/ & eadē 17142, est partium 822: & ipsa 15000, partiū 1320. Minus ergo distat ipsum residuum à parte septima, q̄ ab octaua: & proinde ratio tripla fefquiseptima, præcisior est tripla fefquioctaua.

Corollarium 3.

PRæcisior adhuc est ratio tripla superbipar-
tiens quindecimas (vt 3, ad 1 & $\frac{2}{15}$) ipsa ratio-
ne tripla fefquiseptima.

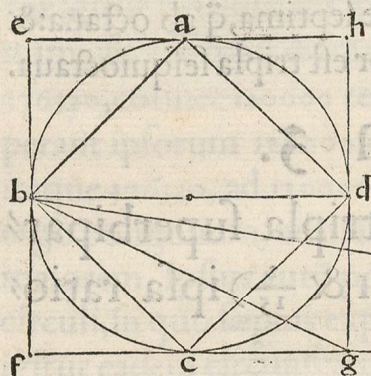
¶ Duo enim quindecima, consurgunt ex $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ simpliciter iunctis: & neq; septimam, neq; octauā efficiūt ipsius diametri partem, inter quas eadem ratio circumferentiæ ad diametrum versatur. Quòd autem ea sit præcisior tripla fefquiseptima: ex numeris primæ partis huius propositionis, fit manifestum. Nam diameter, fuit partium 119996: & ipsorum 119996 pars quindecima, est 7999 & $\frac{11}{15}$. duæ porrò quindecimæ, conficiunt 15999 & $\frac{7}{15}$: quæ ferè complent differētiā inter ambitum poligoni circulo circumscripti habētis latera 384, & triplum diametri eiusedē circuli (quæ differētia, fuit partiū 16332) & plus differūt ab ipsius diametri parte septima, quæ est partiū 17142 & $\frac{2}{7}$, q̄ ab ipsis 16332. Distant enim 15999 & $\frac{7}{15}$, ab ipsis 17142 & $\frac{2}{7}$, partibus 1142 vnà cum $\frac{86}{105}$: ab ipsis autem 16332, partibus tantummodò 332 & $\frac{8}{15}$. Et quoniam secundo corollario demonstratum est, rationem triplam fefquiseptimam, præcisiores esse tripla fefquioctaua: longè itaq; præcisior erit eadem ratio tripla superbipartiens quindecimas, ipsa ratione tripla fefquioctaua.

Corollarium 4.

ARea itaque circuli, ad circunscriptum quadratum rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inscriptum autem quadratum, quam 11 ad 7.

Hypothesis collarij.

Hoc velim intelligas, supposito q̄ circumferentia ad diametrum rationē habeat triplā ferè sesquiseptimā. Sit enim datus circulus a b c d: circūscriptum autē ex dimetiente quadratum, e f g h. Cuius latus f g, in directum producat̄ versus l: ponat̄q; f g l, circumferentiā ipsius circuli æqualis, ter cōtinens diametrum & septimam eiusdē diametri partē. Connectat̄ur demum b g/ & b l/ lineæ rectę.



Triangula igitur b f g/ & b f l, sub eodē sunt vertice b: se habent igitur vt bases, per primam sexti elementorū. Supponatur itaq; circuli diameter, & proinde latus f g, partium 7: tota igitur f g l,

erit partium similiū 22. Triangulū ergo b f l, ad triangulū b f g/ se habet, vt 22 ad 7. Sed per antecedētē primā propositionē, triangulo b f l/ æqualis est a b c d/ circulus. Idē ergo circulus a b c d, ad triangulū b f g/ se habet, vt 22 ad 7: æquales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habēt rationem, per septimam quinti eorundem elementorum. Qualium ergo partium triangulū b f g/ est 7, talium circulus a b c d/ est 22. Sed qualium partium idē b f g/ triangulum est 7, talium quadratū e f g h/ est 28: quadruplum est enim ipsum quadratū e f g h, eiusdē trianguli b f g. Qualium ergo partiū circulus a b c d/ est 22, taliū circunscriptū quadratū est 28. Se habet igitur idē circulus a b c d/ ad circunscriptū quadratū e f g h, vt 22 ad 28: & proinde vt 11 ad 14, qui sunt minimi numeri in data ratione constituti. Quod autē in eodē circulo describitur quadratū a b c d, dimidiū est circūscripti. Qualiū ergo partiū circulus ipse est 22, taliū idē inscriptū quadratū est 14. Circulus ergo a b c d, ad inscriptū quadratū rationē habet, quā 22 ad 14: & proinde quā 11 ad 7.

F I N I S.
Virescit vulnere virtus.

FRONTII FINAEI DEL-
phinatis, Regij Mathematicarū Lutetiæ profes-
soris, De absoluta rectilinearum omnium & mul-
tangularum figurarum (quæ regulares adpellan-
tur) descriptione, tam intra quàm extra datū cir-
culum, ac super quauis oblata linea recta: Libel-
lus hactenus desideratus.

I



INTER EA QVAE POST CIR-
culi quadraturā, ab ipsis Mathematicis
summopere desiderari percepimus: erat
multāgularum omnium & regularium
figurarum, tam intra, quàm extra circu-
lum, vniuersalis & absoluta descriptio:
Vtpote, sine qua nec circulus, nec angu-
lus rectus (ad quem cæteri referuntur
anguli rectilinei) in liberas quotcun-

*De dignitate
ac utilitate hu-
ius operis.*

que partes inuicem æquales diuidi minimè potest. à qua quidem
diuisione, quamplurima & abstrusiora rerum Mathematicarum vi-
dentur pendere secreta. Euclides enim libro quarto elementorum,
hexagoni descriptionē minimè transgressus est (nam vltima ipsius
quarti libri, quæ de quintidecagoni descriptione tradita est propo-
sitio, ex trianguli atque pentagoni æquilateri & æquianguli descri-
ptione corollariè deducta est) vtpote, qui elementa tantum, & non
omnia quæ ab ipsis deriuari possunt elementis, tradenda suscepit.

2 ¶ Cū igitur à nonnullis, etiam nō vulgariter eruditis, quid de ea
re sentirem (nescio an seriò, vel ioco) sæpius admonerer exprimere,
neque tunc aut per ocium, aut per rerum mearum & negotiorum
opportunitatem, illorum petitioni satisfacere liceret: suffuratus
sum tandem noctes aliquot, quashuic tam gratæ ac optatæ inqui-
sitioni (etiam inuita calamitatum mearum multitudine) non infè-
liciter adcommodaui. Nam certam & vniuersalem viam demum
excogitaui, & conscripsi: qua multangula quæuis rectilinea atque

*Quid moue-
rit authorem,
ad hoc opus
conscribendum.*

*Quæ in hoc
continentur
opere.*

D.j.

*sincerum au-
thoris argu-
mentum.*

regularis figura primùm in circulo, deinde super quauis data linea recta, describi vel facillè possit. quod neminem hactenus tentasse, nedum absoluisse, nusquam legi vel audiui. Ex qua quidem vniuersali & absoluta descriptione, miranda & antea ignota subintuli corollaria. Deinde circa datum circulum, multangulam quamlibet & regularem figuram: atq; tam intra, quàm extra datam multangulam & regularem figuram, circulum versa vice describere (vt hoc absolueremus negotium) noua ac vniuersali ratione demonstraui. Vt ijs satis hac in parte facerem, qui id à me bona fide, ac sciendi cupiditate, postulare videbantur: vtque simul illos grauiore torquerem inuidia, qui de meo diffidentes ingenio, idem vel arrogancia, vel curiosa quadam leuitate potius, quàm syncero & amico efflagitare simulabant affectu. Quibus & nos haud parum debere, factemur ac recognoscimus: vtpote qui vires ingenij nostri vulneribus virescere faciunt, & ad moliendum semper aliquid aut subtile, aut vtile simul, inuitare solent. Quod tam gratum studiosis omnibus futurum exoptamus, quàm liberali animo hunc laborem assumere consueuimus. Sed iam prologo finè imponēdo, rem ipsam feliciter adgrediamur auspicio: & primū hoc anteponamus problema.

Problema primum.



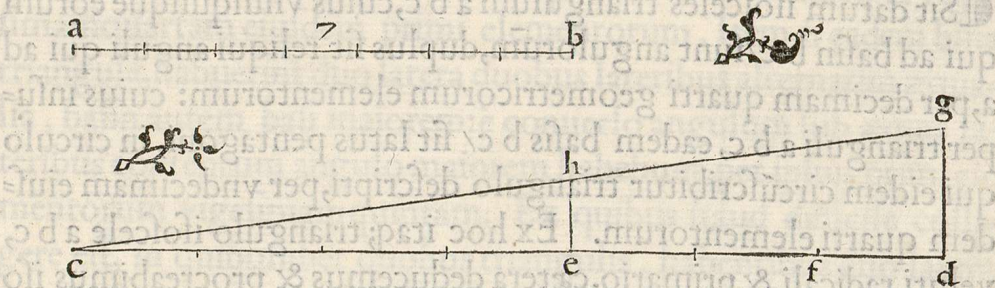
Atam quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: illiusve partē quorū tam, à dato quouis numero denominatam inuenire.

*cū datus partium
numerus
fuerit pariter
par.*

¶ Esto data linea recta terminata a b, quam oporteat in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: seu quotam illius partem, à dato quouis numero denominatā, geometricè reperire. In primis itaque si datus partium numerus, à pariter pari numero fuerit denominatus: diuides ipsam rectam lineam bifariam, & rursus quālibet eius partem bifariam, per decimam primi elementorum geometricorum, idque toties continuabis, quatenus propositum obtinueris partium numerum. Sunt enim pariter pares numeri, in duos

numeros inuicem æquales continuè diuisibiles, quousque ad im-
partibilem peruentum fuerit vnitatem: cuiusmodi sunt 2, 4, 8, 16,
32, 64, 128, & similes quotcunque numeri à binario continuè du-
plicato procreati. ¶ At si propositus earundem partium nume-
rus fuerit impariter par, aut de ijs quos primos nuncupare sole-
mus, qui scilicet nullam habent partem quotam præter vnitatem
(cuiusmodi sunt 5, 7, 11, 13, 17, &c.) sic facito. Estò clarioris intelligē-
tiæ gratia propositum, diuidere eandem rectā lineam a b, in septem
partes inuicem æquales. Proponatur igitur alia quædam linea re-
cta, indefinitæ quantitatis quoad alterum eius extremum, quæ sit
c d: à qua secetur æqualis ipsi a b, per tertiam primi elementorum,
vtpote c e. Diuidatur postmodum c e, in tot partes inuicem æqua-
les, quot sunt vnitates in maximo pariter pari numero intra datū
partium numerum comprehēso, per primam partem huiusce pro-
blematis, vtpote in 4: nam maximus pariter par numerus, qui in se-
ptenario continetur numero, est quaternarius. Qualium deinde
partium c e est quatuor, talium secetur e d trium, per eandem ter-
tiam primi elementorum: sitque d f ipsius e d tertia, vel ipsius c e/
quarta, totiusve c d pars septima. Consequenter à puncto d/ ipsius
c d/ lineæ rectæ, ad angulos rectos excitetur d g, per vndecimam
eiusdem primi elementorum (nec referet, si eandē d g/ ad obliquos
fiscitaueris angulos) seceturque d g, ipsi d f, æqualis, per eandem
tertiam primi elementorum. Et connectatur c g/ recta, per primum
postulatum: tandēque per e/ punctum, ipsi d g/ parallela ducatur
e h, per trigesimam primam eiusdem primi elementorum. Aio ita-
que e h, dimetiri ipsius c e, aut a b (quæ eidem c e/ data est equalis)
partem septimam: quod sic demonstratur. Triangula enim c d g/

*vbi datus par-
tium numerus
fuerit primus,
uel impariter
par.*



& c e h, sunt inuicem equiangula: quoniam angulus c e h/ interiori
& ex opposito ad easdem partes c d e/ est æqualis, necnon & c h e/

*Demonstratio
problematis.*

D.ij.

angulus ipsi angulo $c g d$, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum, & is qui ad c / angulus vtrique triangulo communis. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur $c d$ /recta ad $d g$, sic $c e$ /ad rectam $e h$. Atqui $d g$ / ipsius $c d$ /est pars septima, per constructionem: & $e h$ /igitur ipsius $c e$, & proinde ipsius $a b$ /pars erit septima. Secentur igitur ex $a b$, linea data, à puncto a /versus b (aut è diuerso) æquales ipsi $e h$, per sæpius allegatam tertiam primi elementorum, donec septenarius datarum partium absolutus fuerit numerus: nam ipsa $a b$ /linea data, in septem partes inuicem æquales tandem erit distributa. Haud aliter, dato quouis alio partium numero, peragendum est. Quod in primis oportuit fecisse.

Problema 2.



Ato triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituit, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quā datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles, simul reddere notum.

Hypothesis, totius artis fundamentum.

¶ Sit datum isosceles triangulum $a b c$, cuius vnusquisque eorum qui ad basin $b c$ /sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad a , per decimam quarti geometricorum elementorum: cuius insuper trianguli $a b c$, eadem basis $b c$ / fit latus pentagoni, in circulo qui eidem circūscribitur triangulo descripti, per vndecimam eiusdem quarti elementorum. Ex hoc itaq; triangulo isoscele $a b c$, veluti radicali & primario, cætera deducemus & procreabimus isoscelia triangula: quorum vnusquisque eorum qui ad basin erunt angulorū, ceteras rationes multiplices, vtpote triplā, quadruplam,

quintuplam, sextuplam (& sic consequenter) ad reliquum obseruabit angulum: quorum præterea bases, cæterarum multangulorum & regularium figurarum latera, in eis descriptarum circulis, qui eisdem circumscribentur triangulis, suo præficient ordine. Quod neminẽ hactenus vel fecisse, vel excogitasse: quamplurimos autem & proposuisse, & sæpius desiderasse compertum habemus.

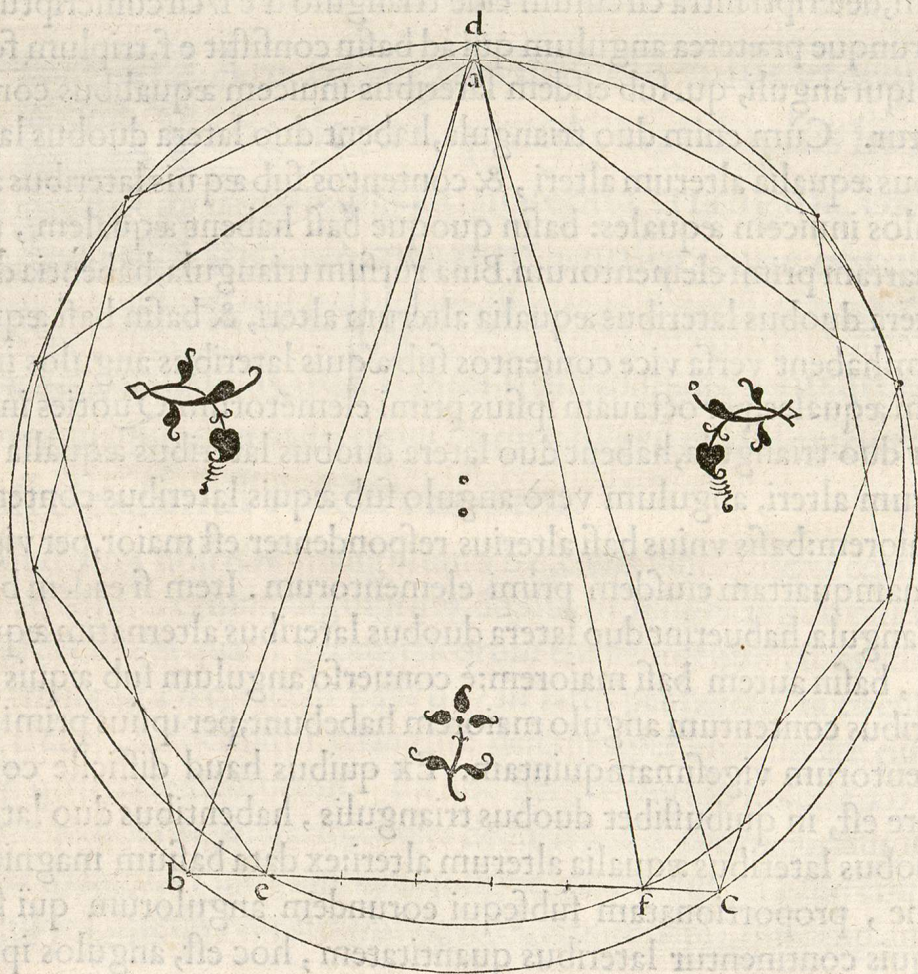
- 2 ¶ In primis itaque (vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis bc , ipsius trianguli isoscelis abc , in septem partes inuicem æquales, per antecedens problema primum: & relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius bc , reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli, cuius bina latera ipsis ab & ac lateribus sint æqualia: sitque huiusmodi triangulum def , cuius basis est ipsa ef prædictarum, partium. Aio itaque primum, angulum edf , qui sub æquis lateribus ipsius trianguli def comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, descripti intra circulum eidem triangulo def circumscriptum: vtrunque præterea angulum qui ad basin consistit e & f , triplum fore reliqui anguli, qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cum enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales: basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursus triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin basi æqualem: habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elementorum. Quoties insuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum verò angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnus basi alterius responderet est maior, per vigesimam quartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula, habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basin autem basi maiorem: è conuerso angulum sub æquis lateribus contentum angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimam quintam. Ex quibus haud difficile colligere est, in quibuslibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine, proportionatam subsequi eorundem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est, angulos ipsos

cōstructio isoscelis, cū quo heptagonū regulare in circulo describit̃.

Quatuor insigniores primi elementorum propositiones, a quibus vniuersum pēdet artificium.

Qz in triagulis æqualiū laterū, bases sub sequuntur rationē angulorū, sub æquis lateribus contentorum, & è conuerso.

basium imitari proportionem, & è diuerso. Cùm igitur præfata isoscelia triangula abc & def , habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis equalia, & bases bc & ef sint adinuicem inæquales: si vnus trianguli angulus qui sub æquis lateribus continetur, ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi responderet denominari. Tantum enim altera prædictarum inæqualium basium subtensum auget angulum, quantum minuit & reliqua: ob seruatam laterum inuicem æqualium hypothesein. Angulus porrò bac , subtendit basin bc partium 7: quæ est latus pentagoni æquilateri & æquianguli, à quinario numero partiũ basis ef denominati, & in eo circulo descripti, qui ipsi abc triangulo circumscribitur, per vndecimam quarti ipsorum elemētorum. Angulus igitur edf , subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod à septenario numero partium basis ef denominatur, & in circumscripto eidem



triangulo $d e f$ describitur circulo: vtpote basin $e f$ partiū 5 , qualium ipsa $b c$ est 7 . Nam qualium partium circumferentia circuli est 35 : talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 7 , heptagoni verò latus 5 . quinquies enim 7 , aut septies 5 : conficiunt 35 . Basis igitur $e f$ ipsius trianguli isoscelis $d e f$, est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circumscripto eidem triangulo $d e f$ describitur circulo. Quòd autem vterque angulorum, qui ad basin consistunt $e f$, ipsius isoscelis trianguli $d e f$, triplus sit reliqui anguli qui sub $e d f$ continetur: sit per sese manifestum. Cùm enim angulus $e d f$ subtendat basin $e f$, quæ est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipsi $d e f$ triangulo circūscribitur descripti: subtendit ergo septimam circumferentiæ partem eiusdem circumscripti circuli. Reliqui itaque duo anguli $d e f$ & $d f e$, qui sunt ad basin $e f$, reliquas sex partes septimas sibi vendicabunt: qui cùm sint æquales adinuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualium angulorum, tres subtendet eiusdem circumferentiæ septimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui sub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodum ex ipsa præcedenti licet intueri figura.

Quòd uterque angulus qui ad basin eiusdem isoscelis est triplus reliqui.

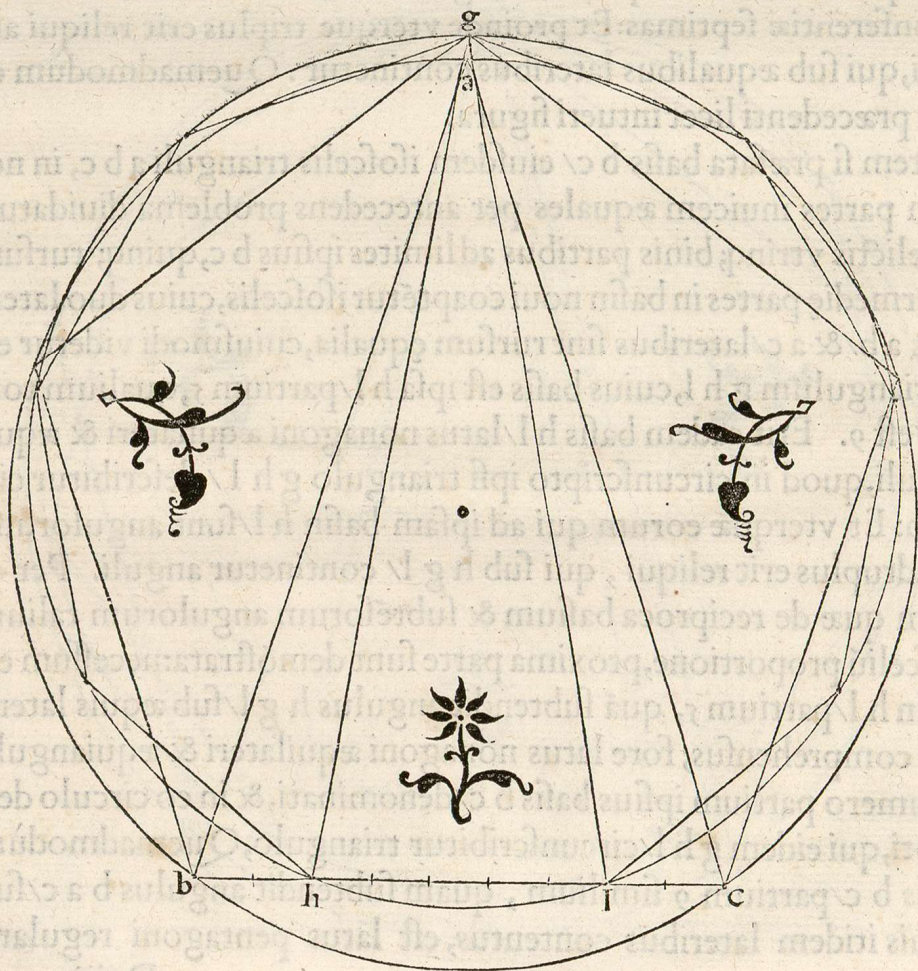
3. ¶ Item si præfata basis $b c$ eiusdem isoscelis trianguli $a b c$, in nouem partes inuicem æquales per antecedens problema diuidatur: & relictis vtrinque binis partibus ad limites ipsius $b c$, quinque; rursus intermediæ partes in basin noui coaptentur isoscelis, cuius duo latera ipsis $a b$ & $a c$ lateribus sint rursus equalia, cuiusmodi videtur esse triangulum $g h l$, cuius basis est ipsa $h l$ partium 5 , qualium tota $b c$ est 9 . Erit eadem basis $h l$ latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circumscripto ipsi triangulo $g h l$ describitur circulo: Et vterque eorum qui ad ipsam basin $h l$ sunt angulorum, quadruplus erit reliqui, qui sub $h g l$ continetur anguli. Per ea enim quæ de reciproca basium & subtensorum angulorum talium isosceliū proportionem, proxima parte sunt demonstrata: necessum est basin $h l$ partium 5 , quā subtendit angulus $h g l$ sub æquis lateribus comprehensus, fore latus nonagoni æquilateri & æquianguli, à numero partium ipsius basis $b c$ denominati, & in eo circulo descripti, qui eidem $g h l$ circumscribitur triangulo, Quemadmodum basis $b c$ partium 9 similium, quam subtendit angulus $b a c$ sub æquis itidem lateribus contentus, est latus pentagoni regularis

cōstructio isoscelis, cū quo nonagonū regulare in circulo describitur.

Quæ basis ipsius isoscelis, est latus eiusdem nonagoni, &c

Quod uterq;
angulus qui
ad basin ipsi-
us isoscelis,
quadruplus
est reliqui.

quod à partium ipsius basis $h l$ denominatur numero, & in circulo describitur ipsi triangulo $g h l$ circumscripto. Qualium enim partium circumferentia circuli est 45: talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 9, & ipsius nonagoni latus 5. nam quinquies 9, vel nonies 5: efficiunt 45. Basis igitur $h l$, isoscelis trianguli $g h l$: est latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circumscripto describitur circulo. Quod autem vterque angulorum qui ad basin $h l$, quadruplus sit reliqui anguli qui sub $h g l$: fit manifestum. Cum enim angulus ipse $h g l$, subtendat basin $h l$ /latus nonagoni æquilateri & æquianguli, & in eo circulo descripti qui ipsi $g h l$ /triangulo circumscribitur: subtendit igitur nonam circumferentiæ eiusdem circuli partem. Reliqui ergo duo anguli, qui ad basin consistunt $h l$: reliquas octo nonas eiusdem circumferentiæ partes occupabunt. qui quidem anguli, cum per quintam primi elementorum æquales sint adinuicem, vterque eorum quatuor nonas præcisè

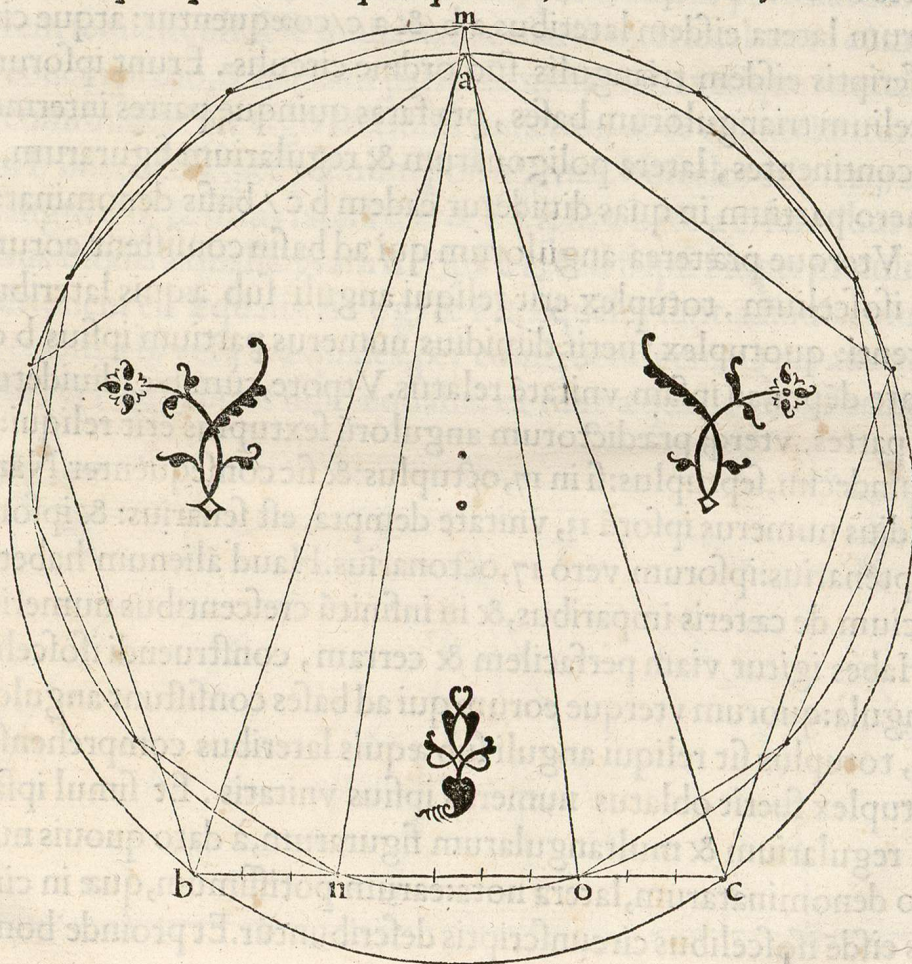


subtendet:& proinde quadruplus erit reliqui, qui sub $h\ g\ l$ /continetur anguli. Vt ex ipsa quæ præcedit, potes elicere figura.

- 4 ¶ Consequenter si eadem basis $b\ c$, præfati isoscelis trianguli $a\ b\ c$, in vndecim partes inuicem æquales diuidatur: & relictis ad vtrosque limites ipsius $b\ c$ /tribus partibus, reliquæ quinque partes intermediae, fiant basis isoscelis trianguli $m\ n\ o$, cuius latera $m\ n$ & $m\ o$ /ipsis lateribus $a\ b$ & $a\ c$ /sint rursus æqualia. Erit propter supradictam laterum hypothesin, basis ipsa $n\ o$, latus vndecagoni regularis, ab vndecim partibus ipsius $b\ c$ /denominati, & in eo descripti circulo, qui eidem triangulo $m\ n\ o$ /circumscribitur: Quemadmodum basis $b\ c$ /trianguli $a\ b\ c$, est latus pentagoni itidem regularis, quod in circumscripto circulo describitur, & à quinque partibus ipsius basis $n\ o$ /versa vice denominatur. Qualium enim partium circumferentia ipsius circuli est 55: talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit vndecim, ipsius verò vndecagoni latus quinque. nam quinquies 11, vel vndecies 5: efficiunt 55.

Constructio isoscelis, cū quo undecagonum regulare ī circulo describitur.

Qz basis ipsius isoscelis, est latus eiusdem undecagoni.



Quod uterq;
angulus qui
ad basin eius-
dem isoscelis,
quintuplus
est reliqui.

Vterq; præterea angulorum qui ad basin $n o$, quintuplus erit reliqui anguli, qui sub $n m o$ æqualibus ipsius trianguli lateribus continetur. Nam idem angulus $n m o$, subtendit latus ipsius vndecagoni regularis, hoc est, æquilateri & æquianguli, in circulo eidem triangulo $m n o$ circumscripto descripti: Subtendit igitur vndecimam circumferentiæ partem, eiusdem circumscripti circuli. Et proinde reliqui duo anguli, qui ad basin consistunt $n o$: reliquas decem vndecimas sibi vendicabunt. Qui anguli cum æquales sint adinvicem, per quintā primi elementorū, vterq; 5 subtendet vndecimas: & ideo quintuplus erit reliqui anguli, sub æquis lateribus cōprehensi. Quemadmodū ex præcedenti figura colligere haud difficile est.

De cōstructio-
ne cæterorum
isoscelium, cū
quibus cæte-
ra polygonā à
primis nume-
ris denomina-
ta in circulo
describuntur.

¶ Haud aliter diuisa basi $b c$, supradicti trianguli isoscelis $a b c$, in 13 partes inuicem æquales, postea in 15, deinde in 17, & sic cōsequenter, iuxta numeros impares binario continuè se se inuicem excedentes: & subrogatis semper quinque medijs partibus ipsius $b c$, inter limites b & c comprehensis, in bases triangulorum isoscelium, quorum latera eisdem lateribus $a b$ & $a c$ cōæquantur: atque circumscriptis eisdem triangulis suo ordine circulis. Erunt ipsorum isoscelium triangulorum bases, præfatas quinque partes intermedias continentes, latera polygonarum & regularium figurarum, à numero partium in quas diuidetur eadem $b c$ / basis denominatarum. Vterque præterea angulorum qui ad basin consistent eorundem isoscelium, totuplex erit reliqui anguli sub æquis lateribus contenti: quotuplex fuerit dimidius numerus partium ipsius $b c$ / vnitate dēpta, ad ipsam vnitatē relatus. Vtpote, cū $b c$ / diuidetur in 13 partes, vterq; prædictorum angulorū sextuplus erit reliqui: si in quindecim, septuplus: si in 17, octuplus: & sic consequenter. Nam dimidius numerus ipsorū 13, vnitate dempta, est senarius: & ipsorū 15, septenarius: ipsorum verò 17, octonarius. Haud alienum habeto iudicium de cæteris imparibus, & in infinitū crescentibus numeris.

Recollectio ge-
neralis supra-
dictorum.

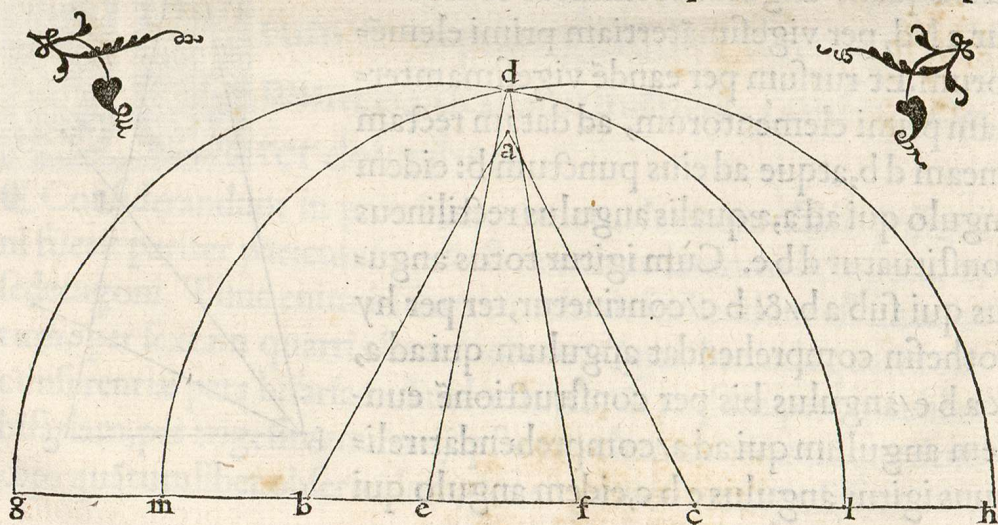
¶ Habes igitur viam perfacilem & certam, construendi isoscelia triangula: quorum vterque eorum qui ad bases consistunt angulorum, totuplus sit reliqui anguli sub æquis lateribus comprehensi, quotuplex fuerit oblatus numerus ipsius vnitatis. Et simul ipsarum regularium & multangularum figurarum, à dato quouis numero denominatarum, latera nota: earum potissimum, quæ in circulis eisdē isoscelibus circumscriptis describuntur. Et proinde bonā

ipſius geometriæ partem, haſtenus deſideratam.

Notandum.

6 **Q**uod ſi forſitan ignoraueris, qua ratione eadē iſoſcelia trian-
gula, ipſis $a b$ & $a c$ lateribus dati trianguli $a b c$ æqua-
lia ſemper habentia latera, ſuper datis baſibus deſcribantur: id pau-
cis aperire (vt in vniuerſum negotium hoc abſoluamus) non du-
ximus importunum. Eſto igitur datū iſoſceles triangulum $a b c$,
cuius baſis $a c$, & in medio ipſius baſis $b c$ ſumpta e ſuper quam
oporteat deſcribere triangulū itidē iſoſceles, cuius duo latera, ipſis
 $a b$ & $a c$ ſint æqualia. Producat ergo $b c$ baſis in directū & cō-
tinuum ad vtraſque partes, verſus g & h , per ſecundū poſtulatū.
Et data recta linea $a b$ vel $a c$, æquales ſecentur $e g$ & $f h$, per ter-
tiam primi elementorum. Centro deinde e , interuallo autem $e g$,
ſemicirculus deſcribatur $g d l$: centro rurſum f , interuallo autē $f h$,
alius deſcribatur ſemicirculus $h d m$, per tertium poſtulatū. Hi
autem ſemicirculi, ſeſe inuicem neceſſariō interfecabunt: cū ſint
in eodem plano, & habeant partes ſemidiametri vtrique ſemicircu-
lo communes. Sit ergo ſectionis punctum d : & connectantur $d e$
& $d f$ lineę rectę, per primum poſtulatū. Iſoſceles erit itaq; $d e f$
triangulum: & illius latera $d e$ & $e f$, ipſis $a b$ & $a c$ lateribus om-
nibus modis æqualia. Nam $d e$ ipſi $e g$, & $d f$ ipſi $f h$, per circuli dif-
finitionem eſt æqualis. At $e g$ & $f h$, æquales ſunt adinuicem: nem-
pe eidem $a b$ vel $a c$ æquales, per conſtructionem. Quę autem ei-
dem, vel æqualibus ſunt æqualia: ea ſunt æqualia adinuicem, per

*Qualiter ſu-
per data linea
recta, iſoſcelia
datorum la-
terum trian-
gula deſcri-
bantur.*



primam communem sententiam. Latera igitur de & df , tum inuicem, tum ipsis ab & ac sunt æqualia. Quod facere oportebat.

Problema 3.



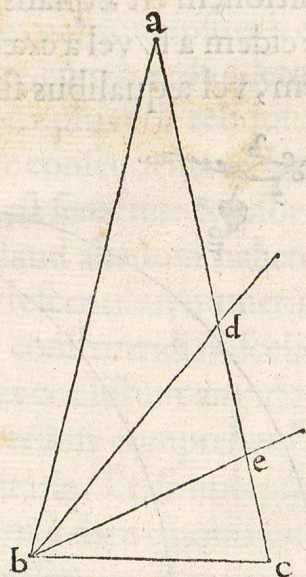
Angulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulū datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui.

Cū angulus in partes à numero pariter pari denominatus est.

¶ Si datus in primis angulus rectilineus totuplex fuerit reliqui, ¹ quotuplex est aliquis pariter parium numerorū ipsius unitatis, utpote duplus, quadruplus, octuplus, sedecuplus, &c: diuides ipsum angulum bifariam, & rursus quamlibet eius partem bifariam, per nonam primi elementorum: idque toties obseruabis, quatenus datus ipse multiplex angulorum absoluitur numerus. Cuius rei exemplum dare, inutile prorsus iudicamus.

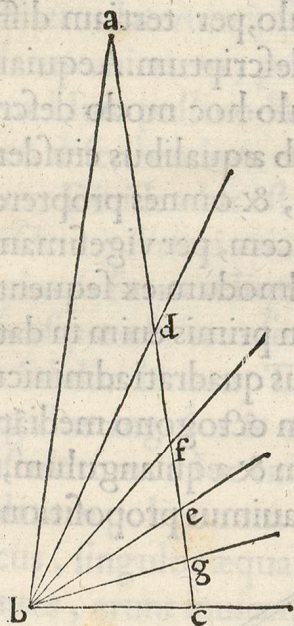
Vbi angulus in partes à numero primo, uel impariter pari denominatus, diuidendus offertur.

¶ At si datus angulus rectilineus tam multiplex fuerit reliqui, ² quàm multiplex est aliquis primorum, vel impariter parium numerorum ipsius unitatis, utpote triplus, quintuplus, sextuplus, septuplus, nocuplus, &c: sic facito. Esto verbi gratia in abc triangulo isoscele, datus angulus abc qui ad basin bc , triplus ipsius anguli qui ad a : quem oporteat in tres angulos inuicem æquales diuidere. Ad datum itaque latus ab , atque ad illius punctum b , dato angulo rectilineo qui ad a : æqualis angulus rectilineus constituitur abd , per vigesimātertiam primi elementorum. Et rursus per eandē vigesimātertiam primi elementorum, ad datam rectam lineam db , atque ad eius punctum b : eidem angulo qui ad a , æqualis angulus rectilineus constituatur dbe . Cū igitur totus angulus qui sub ab & bc continetur, ter per hypothesein comprehendat angulum qui ad a , & abe angulus bis per constructionē eundem angulum qui ad a comprehendat: reliquus igitur angulus ebc , eidem angulo qui



ad $a/$ responderet æquabitur. Tres igitur anguli qui sub $a b d/$ $d b e/$ & $e b c/$ continentur, æquales sunt adinuicem, per primam communem sententiam. Poterit & angulus $d b c/$ (constituto in primis $a b d/$ angulo) bifariam diuidi, per nonam ipsius primi elementorum: quæ vnà cum ipsa vigesimatertia, nonnunquam erit subroganda. Angulus igitur $a b c/$, in tres angulos tum inuicem, tum ei qui ad $a/$ continetur æquales, diuisus est.

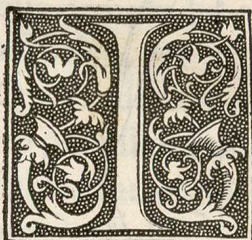
3



¶ Quod si idem angulus $a b c/$, fuerit quintuplus eiusdem anguli qui ad $a/$ constitutus erit in primis ad latus $a b/$, atque ad eius punctum $b/$, angulus $a b d/$, ei qui ad $a/$ æqualis, per ipsam vigesimatertiam primi elementorum: dein reliquus angulus $d b c/$ bifariam, ac rursus quilibet reliquorum angulorum bifariam diuidendus, per nonam ipsius primi elementorum. Vt ex ipsa potes elicere figura. Haud aliter datos quoscunque rectilineos angulos, alterius cuiuscunque anguli multiplices, nunc per solam vigesimatertiam, aut vnà cum nona eiusdem primi elementorum, diuidere poteris. Quod facere oportebat.

Aliud exemplum, ubi datus angulus in quinque angulos inuicem æquales diuidi iubetur.

Problema 4.



IN dato circulo, polygonum æquilaterum & æquiangulum, à dato quouis numero denominatum, consequenter describere.

¶ Considerandum in primis, an numerus laterum oblatis polygoni fuerit pariter par: cuiusmodi est numerus laterum octogoni, & sedecagoni. Tunc enim in dato circulo describendum est quadratum, per sextam quarti elementorum. Quælibet inde quarta circunferentiæ pars bifariam diuidenda est, & rursus pars quælibet bifariam, per trigessimam tertij ipsorum elementorum: idque deinceps quâtuilibet obseruandum, donec propositus æqualium arcuum

cum datu polygonum à numero pariter pari fuerit denominatum.

eiusdem circumferentiæ pariter par insurgat numerus, ipsi numero
 laterum vel angulorū oblato poligoni æqualis. Connectendæ tan-
 dem sunt singulæ lineæ rectæ, inter quælibet duo proxima diuisionum
 puncta subtensæ, per primū postulātū: quæ per secundā tertij
 eorundem elementorum cadent intra circulum, eruntque inuicem
 æquales per vigesimā nonā ipsius tertij, vtpote quæ sub æquali-
 bus eiusdē circumferentiæ subtendentur arcubus. Et proinde æquila-
 terum erit ipsum poligonum, & in dato circulo, per tertiam diffi-
 nitionem quarti prædictorum elementorum descriptum. Aequian-
 gulū erit insuper idem poligonū, in dato circulo hoc modo descri-
 ptum. nam ipsius poligoni quilibet anguli sub æqualibus eiusdem
 circumferentiæ itidem subtendentur arcubus, & omnes propterea
 eiusdem poligoni anguli æquales erūt ad inuicem, per vigesimā
 septimā eiusdē tertij elementorū. ¶ Quemadmodū ex sequenti,
 & in exemplū adiuncta, potes elicere figura. In primis enim in dato
 circulo a b c d / describitur quadratum: & huius quadrati adminicu-
 lo, figuratur octogonum. postmodū eodem octogono mediāte,
 confurgit tandem sedecagonum æquilaterum & æquiangulum, in
 dato circulo a b c d, per eas quas nuper allegauimus propositiones

Exemplum.



descriptum. Nec alienum velim habeas iudicium, de similibus quibuscunq; oblati polygonis, à quouis pariter pari numero denominatis, & in dato circulo responderenter delineandis.

2. ¶ At si datum polygonum, à primo quopiam denominetur numero, qui nullam scilicet quotam habet partem, præter vnitatem: figurandum est in primis triangulum isosceles, cuius vnusquisque angulus qui ad basin totuplex sit reliqui, quotuplex est dimidius numerus laterum ipsius oblatis polygoni (vnitate dempta) ad ipsam relatus vnitatem, per antecedentis secundi problematis traditionem. Huic postmodum triangulo, æquiangulum triangulum in dato describendum est circulo, per secundam quarti elementorum. Diuidendus est consequenter vterque angulus qui ad basin eiusdem inscripti trianguli, in tot angulos inuicem æquales, quotuplex is fuerit reliqui, per antecedens problema tertium: productis vsque ad circumferentiam, ipsius circuli lineis rectis angulos ipsos subdiuidētibz. Tandē cōnectenda sunt ipsius polygoni latera, singulos angulos & arcus inuicē æquales subtendentia, per primū postulatum. Hoc enim artificio, descriptum erit in dato circulo oblatum polygonum æquilaterum & æquiangulum. Nam singuli arcus, singulos æquales angulos qui ad circumferentiam subtendentes, erunt inuicem æquales, per vigesimam sextam tertij elementorum: & proinde singula latera eosdem æquales angulos subtendentia inuicem responderenter æqualia, per vigesimam nonam ipsius tertij. Singuli rursus eiusdem polygoni anguli, sub æqualibus demum subtendentur arcubz: quapropter illi inuicem erunt æquales, per vigesimam septimam eiusdem tertij elementorum. Quemadmodū vndecima quarti eorundē elementorū, de pētagono præostendimus. ¶ In exemplum eorum quæ diximus, geminas subiecimus figuras. In quarum prima, heptagonū æquilaterum & æquiangulū in dato circulo describitur: mediante videlicet isoscele triangulo e fg, cuius vnusquisq; eorū qui ad basin fg sunt angulorum, triplus est reliqui, qui sub f e g continetur anguli. In secunda porrò figura vndecagonum æquilaterū partiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: adminiculo scilicet isoscelis trianguli h l m, cuius vterq; angulus qui ad basin l m, quintuplus est reliqui, qui sub l h m continetur anguli. Idē responderenter facito de cæteris quibuscunq; polygonis, à quouis alio primo numero denominatis.

Vbi datum polygonum, à numero primo denominatur.

Exemplum.

Figura descri-
ptionis hepta-
goni regula-
ris in dato cir-
culo.

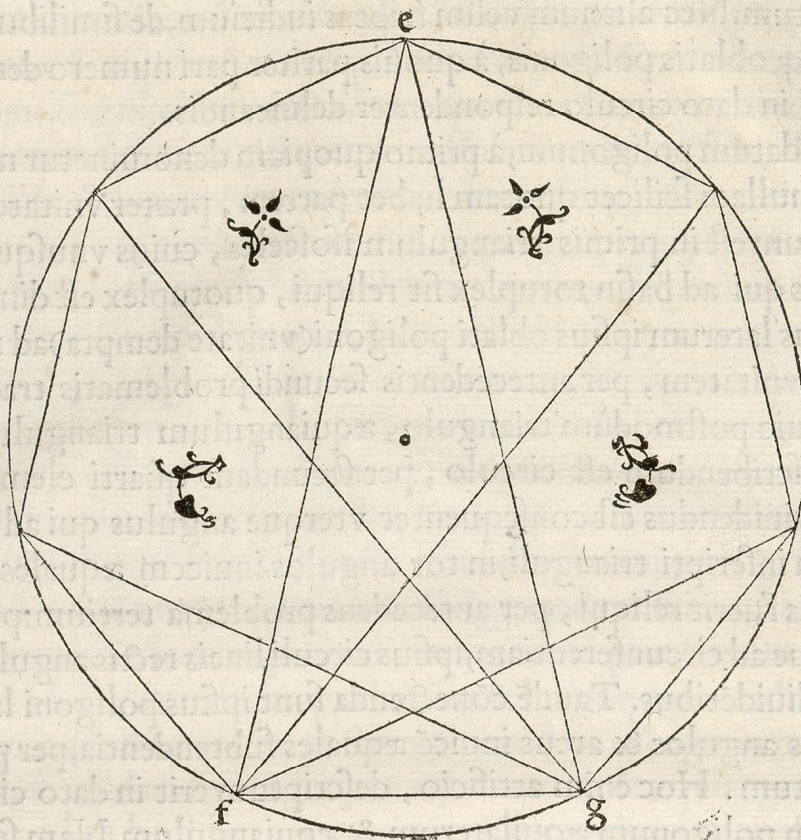
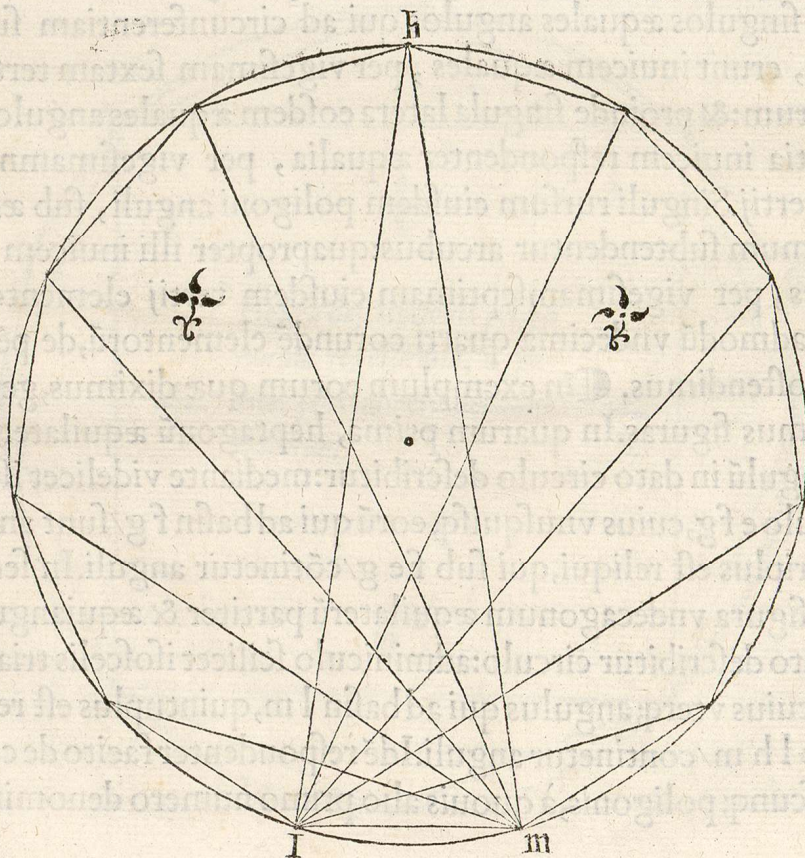


Figura descri-
ptionis unde-
cagoni regula-
laris, in dato
circulo.



3 ¶ Quòd si datum polygonum, ab impariter pari numero fuerit denominatum: poterit eius inscriptio, in hunc, qui sequitur modum vtcunq; facilitari. Describatur in primis in oblato circulo, polygonum æquilaterum & æquiangulum, à dimidio & impari numero laterum ipsius polygoni denominatum: per secundam huiusce problematis partem. Quælibet deinde subtenfa à lateribus huius polygoni circumferentiæ pars, bifariam diuidatur, per trigesimam tertij elementorum. Nam connexis tandem per singulas proximas diuisiones lineis rectis, propositum in dato circulo descriptum erit polygonum: quod per eas, quas nunc citauimus, tertij elementorum propositiones, æquilaterum erit & æquiangulum. ¶ Quemadmodum ex succedentibus, & in exemplū adiunctis, licet deprehendere figuris. In quarum prima, decagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato describitur circulo: adminiculo scilicet prius descripti pentagoni a b c d e. In secunda verò figura, dodecagonum æquilaterum similiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: mediante videlicet prius descripto f g h l m n / hexagono.

Inscriptio polygoni, à numero pariter pari denominati.

Exemplum.

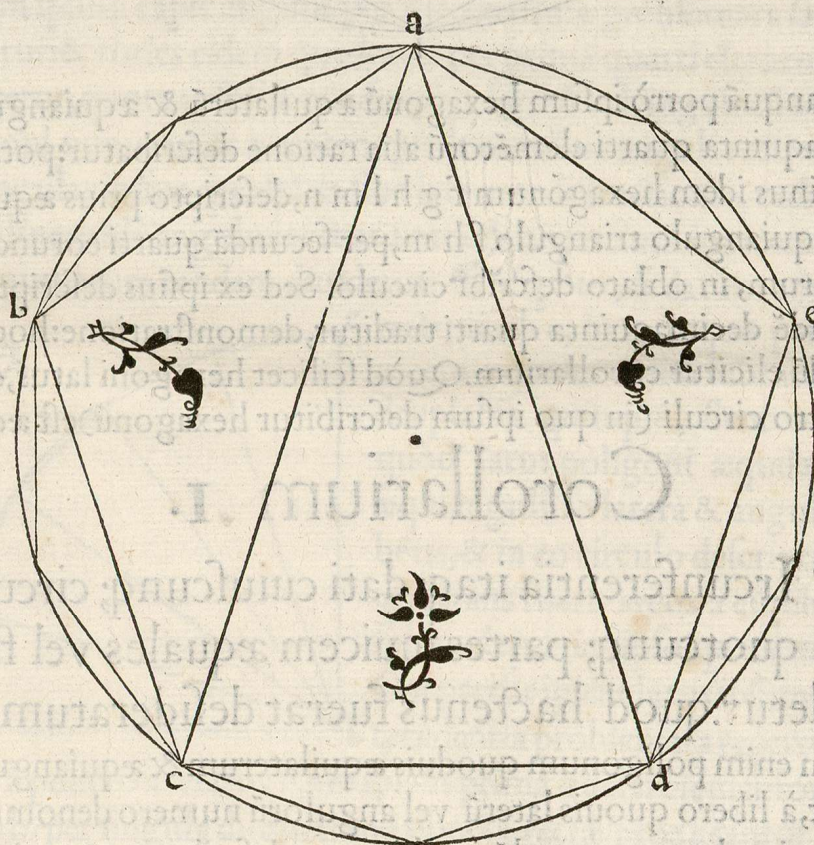
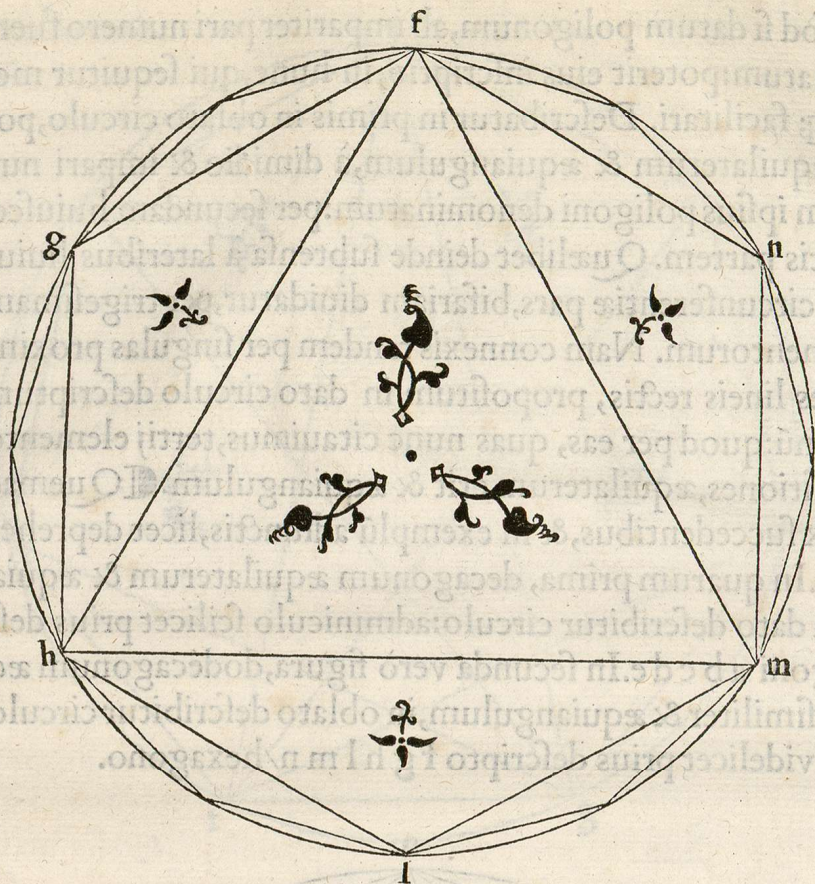


Figura descriptionis decagoni æquilateri & æquianguli in dato circulo.

secunda figu-
ra de decago-
ni regularis
in circulo de-
scriptione.



Alia hexago-
ni intra circu-
lū descriptio.

¶ Quanquā porrò ipsum hexagonū æquilaterū & æquiangulum, decimaquinta quarti elemētorū alia ratione describatur: potest nihominus idem hexagonum $f g h l m n$, descripto prius æquilatēro & æquiangulo triangulo $f h m$, per secundā quarti eorundē elemētorum, in oblato describi circulo. Sed ex ipsius descriptionis, quæ eadē decimaquinta quarti traditur, demonstratōne: hoc vtile admodū elicitur corollarium. Quod scilicet hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli (in quo ipsum describitur hexagonū) est æquale.

Corollarium I.

Circunferentia itaq; dati cuiuscunq; circuli, in quotcunq; partes inuicem æquales vel facilē diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum.

¶ Cū enim polygonum quoduis æquilaterum & æquiangulum, hoc est, à libero quouis laterū vel angulorū numero denominatū, in dato circulo per antecēdētia pblemata describatur: & cuiuslibet

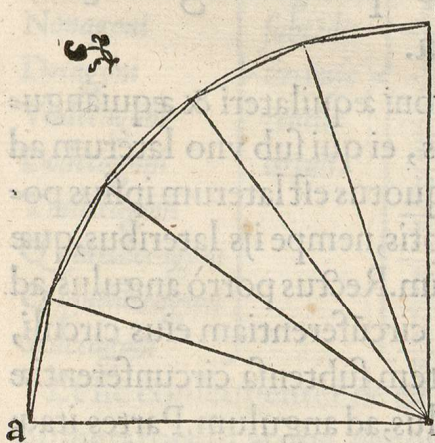
poligoni latera inuicem æqualia, æquales circumferentiæ eius circuli in quo describitur subtendant arcus, per vigesimamoctauam tertij elemētorum. Corollarium ipsum, vtile admodum, hætenusque desyderatum, fit in promptu manifestum: quòd videlicet circumferentia dati cuiuslibet circuli, in quotcunque partes inuicem æquales diuidi vel facillè possit.

Corollarium 2.

Angulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem pariter æquales, consequenter diuisibilis erit.

Cum enim circuli quadrās, rectū cōtineat & metiatur angulum, & quatuor sint in circulo quadrantes: si propositus igitur partium numerus, in quot ipse rectus angulus proponetur diuidendus, per quatuor multiplicetur, & à productō numero denominati poligoni æquilateri & æquiāguli, & in eo circulo descripti, cuius quadrās rectum ipsum capit angulū, per antecedentia problemata latus inueniatur: & toties eidem quadranti per primā quarti elementorum coaptetur, quotus est subquadruplus laterū vel angulorū eiusdem poligoni numerus, & à centro quadrantis siue anguli recti vertice, per singulas ipsius quadrātis siue laterum distinctiones, rectæ educantur lineæ: Idē angulus rectus, iuxta datū partium inuicem æqualium numerum tandem diuidetur. **U**tpote, si datum angulum

Exemplum secundum corollarij.

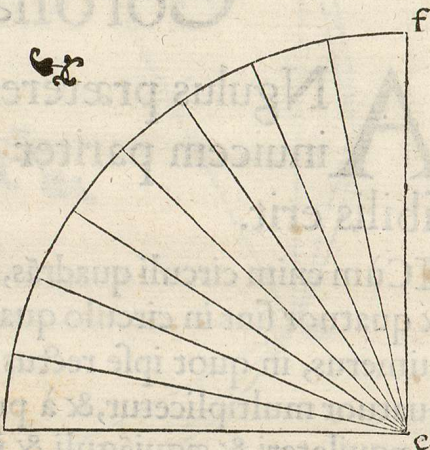


rectum a b c, in quinque partes inuicem æquales diuidi iubeatur: quadruplabis quinque, fient 20. Dico quòd latus poligoni æquilateri & æquianguli, 20 latera & angulos habētis, & in eo circulo descripti, cuius quadrans fuerit arcus a c: quinquies subtendetur in ipso quadrante a c. Coaptetur igitur latus ipsum, per antecedentia problemata repertū, quinquies à puncto a/versus c, per ipsam primā quarti elementorū: & à puncto b/per singula distinctionū puncta, rectæ producantur lineæ.

E.ij.

De angulo recto, in partes à pariter pari numero denominatas diuidendo.

Hoc enim modo, datus angulus rectus a b c, in quinq; angulos acutos inuicē æquales, per vigesimam septimā tertij eorundē elemētorū, diuidetur. ¶ Verū si datus angulus rectus, in partes quotlibet 2 à numero pariter pari denominatas diuidi iubeatur: id multò leuius absolui poterit. Descripto enim circa ipsius anguli verticē, ad alterutrius linearū rectarum ipsum angulū rectum cōtinentium interval-
uallum, quadrante circuli: si quadrans ipse bifariam diuidatur, ac rursum quælibet eius pars bifariā, per trigessimam tertij elementorū, idque toties cōtinuetur, quatenus datus partiū pariter par absoluatur numerus, & ex cētro demū quadrantis per singulas ipsius diuisiones singulæ producātur lineæ rectæ: Ipse angulus rectus, in tot acutos & inuicem æquales angulos diuidetur, quotus fuerit ipse pariter par oblatarū partiū numerus. Quēadmo-
dū ex obiecto angulo recto d e f, in octo acutos & inuicē æquales angulos, suprascripto modo distributo: colligere vel faciliè potes.



Corollarium 3.

Ratio insuper anguli cuiuslibet polygoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit penderenter manifesta.

Qualiter angulus dati polygoni, & angulus rectus, sub certam redigantur mensuram.

¶ Angulus enim dati cuiuslibet polygoni æquilateri & æquianguli, tot complectitur angulos rectilineos, ei qui sub vno laterum ad circumferentiam subtenditur æquales: quotus est laterum ipsius polygoni numerus, duobus tantum exceptis, nempe ijs lateribus, quæ datū ipsum polygoni continent angulum. Rectus porro angulus, ad circumferentiā itidem relatus: dimidiā circūferentiam eius circuli, in quo describitur, subtendit. Sicut autem subtenſa circumferentiæ pars, ad subtenſam partem: sic & angulus, ad angulum. Partes itaq; à cuiuslibet polygoni angulo subtenſæ, ad partes anguli recti similes, sub certam numerorum rationem reducere non est difficile.

- 2 ¶ Nam si datum polygonum ab impari denominetur numero, is numerus duplādus erit: dein cōsiderandum, quot partes à duplato numero denominatas capiat eiusdē polygoni angulus. quam enim rationē habebūt illæ partes, ad dimidiū similiū partiū totius ambitus numerum (qui recto debetur angulo) talem rationē habebit angulus ipsius polygoni, ad angulū rectum. Proponatur in exemplum pentagonū, à quinario numero denominatum. Dupla igitur quinq; fient 10. Qualiū igitur partiū tota circūferētia est 10, talium angulus pētagoni subtendit 6, & angulus rectus 5. Angulus igitur pentagoni, ad angulum rectum eam habet rationem, quam 6/ad 5.
- 3 ¶ At si polygonum ipsum, à pari denominetur numero: ipse partes ab eodē polygoni angulo comprehensæ, dimidio similiū partium totius circūferentiæ numero comparandæ sunt. Qualem enim rationem habebūt ipsæ partes, ad eundē dimidium numerum: talem habebit angulus polygoni, ad angulum rectum. Vt in hexagono à senario numero denominato, qualium partium tota circūferentia est 6, talium angulus ipsius hexagoni subtendit 4: angulus verò rectus ad circunferentiam relatus, 3. Habet igitur angulus hexagoni, ad angulum rectum eam rationem, quam 4 ad 3. De similibus idem responderetur habetur iudicium. Quemadmodū subscripta, & in maiorem prædictorū elucidationem adiūcta, cōplectitur formula.

De angulo polygoni, ab impari numero denominati.

Exemplum.

De angulo polygoni à pari numero denominati.

Exemplum.

Pentagoni	angulus, subtēdit circunse rentiæ circuli.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{6} \text{ vel } \frac{2}{3} \\ \frac{5}{7} \\ \frac{6}{8} \text{ vel } \frac{3}{4} \\ \frac{7}{9} \\ \frac{8}{10} \text{ vel } \frac{4}{5} \\ \frac{9}{11} \\ \frac{10}{12} \text{ vel } \frac{5}{6} \\ \frac{11}{13} \\ \frac{12}{14} \text{ vel } \frac{6}{7} \\ \frac{13}{15} \\ \frac{14}{16} \text{ vel } \frac{7}{8} \end{array} \right\}$	Et se ha bet ad angulū rectum, vt	6, ad 5.
Hexagoni				8, ad 6: vel 4, ad 3.
Heptagoni				10, ad 7.
Octogoni				6, ad 4: vel 3, ad 2.
Nonagoni				14, ad 9.
Decagoni				16, ad 10: vel 8, ad 5.
Vndecagoni				18, ad 11.
Dodecagoni				10, ad 6: vel 5, ad 3.
Tredecagoni				22, ad 13.
Quartidecagoni				24, ad 14: vel 12, ad 7.
Quintidecagoni				26, ad 15.
Sedecagoni				28, ad 16: vel 14, ad 8.

Et sic consequenter de cæteris polygonorum angulis, continuato numeratorum atque denominatorum earundem partium ordine: iuxta naturalem numerorum, & ab illis denominatorum polygonorum successionem, quæ nunquam finem consequi videtur.

E.iiij.

Corollarium 4.

Anguli rursus cuiuslibet æquilateri & æqui-
anguli poligoni, à primo, vel impariter pari
numero denominati: ad illius isoscelis angulum,
cum quo ipsum describitur polygonum, ratio tan-
dem dignoscetur.

*De angulo po-
ligoni à pri-
mo numero de-
nominati.*

Exemplum.

¶ De angulo isoscelis velim intelligas, qui ad illius basin consistit. In primis igitur, angulus oblatus poligoni ab aliquo primorum numerorum denominati, bis capit angulum qui ad basin proprii isoscelis cum quo ipsum describitur polygonum, vno tantum angulo minus, ei qui sub æquis eiusdem isoscelis continetur lateribus æquali. Vt in heptagono fit manifestum. Clarum est enim ex supra dictis, angulum ipsius heptagoni subtendere partes quinque, qualium tota circumferentia est septē. Sed qualium tota circumferentia est 7, taliū angulus qui ad basin isoscelis, cū quo ipsum describitur heptagonum, est trium, cū sit triplus ad reliquū, qui sub æquis eiusdem isoscelis lateribus continetur. Angulus igitur heptagoni, ad angulū qui ad basin sui isoscelis, se habet vt 5 ad 3. Idem respondēter intelligito, de cæteris poligonis à primo quouis numero denominatis.

Cū igitur v-
terque angulus
qui ad basin i-
soscelis, reliqui
anguli fuerit

duplus,
triplus,
quadruplus,
quintuplus,
sextuplus,
septuplus,
octuplus,
necuplus,
decuplus,
vndecuplus,
dodecuplus,
tredecuplus,
quartidecuplus,
quintidecuplus,
sedecuplus,

Angulus poligo-
ni capiet semel
eum qui ad ba-
sin, atque eius-
dem anguli

dimidium.
duo tertia.
tria quarta.
quatuor quinta.
quinque sexta.
sex septima.
septem octaua.
octo nona.
nouem decima.
decem vndecima.
vndecim duodecima.
duodecim decimatertia.
tredecim decimaquarta.
quatuordecim quindecima.
quindecim, sedecima.

Et deinceps ita quantumlibet, ipsorū isoscelium triangulorū, atq; circumscriptorū polygonorū ordinē continuando, pro crescente in infinitum numerorū multitudine. Nam quemadmodū in numeris nunquā peruenitur ad numerū maximū, vtpote, qui per cōtinuam vnitatis additionē in infinitū augmentantur: sic nunquam dabitur regulare aut irregulare polygonum, à maxima laterum multitudine denominatum. Et proinde antecedens formula, quantumuis pro numerorum ordine continuata, nunquam finem adipiscetur.

- 2 ¶ Angulus autem poligoni æquilateri & æquianguli, ab impariter pari numero denominati (qui scilicet in duos impares, & inuicem æquales numeros immediatē diuiditur) continet semel angulum poligoni, quod à dimidio & impari denominatur numero: & totam insuper eiusdem anguli partem, quotus est ipse dimidius numerus binario dempto. Poligoni verò angulus, quod ab ipso dimidio numero denominatur, continet bis angulum qui ad basin sui isoscelis, cum quo idem polygonum describitur, vno tantum angulo minus, ei qui sub æquis eiusdē isoscelis lateribus cōtinetur angulo æquali: vti nuper declarauimus. Hinc fit, vt angulus ipsius poligoni ab impariter pari numero denominati, ad angulū qui ad basin eiusdem isoscelis, cum quo describitur ipsum polygonum à dimidio numero denominatum, duplam rationem semper obseruet (quod scitu dignum est) ex præfatis rationibus indifferenter resultantem. Exempli gratia, angulus decagoni æquilateri & æquianguli, continet angulum pentagoni (quod à dimidio ipsius denarij numero denominatur) cum quo iuxta tertie partis antecedētis problematis traditionē in eodem circulo describitur: & tertiam insuper eiusdem anguli partem. Angulus porro ipsius pentagoni, capit semel eum angulū qui ad basin sui isoscelis: & dimidiā insuper eiusdem anguli partē, hoc est, bis eum qui ad basin, dempto reliquo qui sub æquis lateribus cōtinetur, angulo. Qualiū igitur partium tota circūferentia circuli est 10: taliū angulus decagoni est 8, ipsius verò pentagoni 6, & is qui ad basin isoscelis 4. Atqui 8 ad 6 habet rationē sesquitertiam, & 6 ad 4 sesquialterā: ex quibus dupla ratio componitur. Habet igitur angulus decagoni, ad angulū sui pentagoni rationem sesquitertiam: ad angulū verò qui ad basin isoscelis pentagoni duplam. Idem respondēter in cæteris polygonis, à quouis impariter pari numero denominatis, deducere haud difficile est.

De angulo poligoni, ab impariter pari numero denominati.

Exemplum.

Angulus itaq; po- ligoni ha- bentis la- tera	10,	semel con- tinet angu- lum	pentagoni,	Et par- tem eius	tertiam.	Bis au- tem an- gulum propri- i isoscelis.
	14,		heptagoni,		quintam.	
	18,		nonagoni,		septimam.	
	22,		undecagoni,		nonam.	
	26,		tredecagoni,		undecimam.	
	30,		quintidecagoni,		tredecimam.	
	34,		septemdecagoni,		quindecimam.	
	38,		nouemdecagoni,		decimā septimā.	
	42,		undeigecagoni,		decimam nonam.	
	46,		tredeigecagoni,		undeigesimalam.	
	50,		quintiigecagoni,		tredeigesimalā.	

Et consequenter ita de cæteris, ab impariter paribus numeris de-
nominatis, & in infinitum progredientibus polygonis.

Problema 5.



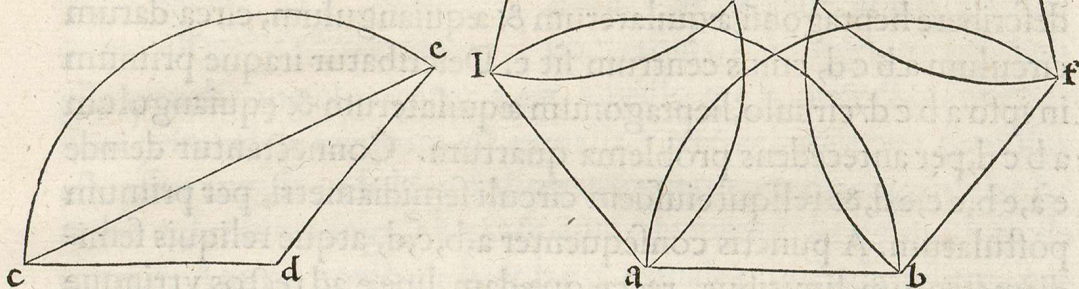
Vper data linea recta terminata, po-
ligonum quoduis æquilaterū & æqui-
angulum describere.

Angulus de-
scribendi poli-
goni, præpa-
randus.

Qualiter eos-
de angulo me-
diante, ipsum
describatur
polygonum.

¶ Sit data linea recta terminata a b, super quam
oporteat polygonum aliquod, vtpote, heptagonum æquilaterum
& æquiangulum describere: hoc est, ipsam lineam rectam a b/in la-
tus eiusdē coassumere siue coaptare polygoni. Suscipiatur igitur
ex altero duorum antecedētium corollariorum, ipsius heptagoni
angulus: sitque c d e, sub duabus lineis rectis c d/ & d e, inuicem at-
que ipsi a b/ æqualibus comprehensus. Et centro d, interuallo au-
tem d c/ vel d e, circuli describatur arcus c e, per tertium postula-
tum: cui subtendatur chorda, siue recta c e. Dato postmodum an-
gulo rectilineo c d e, ad datam rectam lineam a b, atque ad eius pun-
ctum b, æqualis angulus rectilineus constituatur a b f, per vigesi-
mam tertiam primi elementorum: sub a b/ quidem & b f/ lineis re-
ctis, tum inuicem, tum ipsis c d/ & d e/ æqualibus comprehensus.
Describetur autem a b f/ angulus, ipsi c d e/ angulo æqualis: ubi cir-
ca b/ cētrum, ad interuallum autē ipsius a b/ aut b f, arcum a f/ ipsi
c e/ æqualem, per subtēsam rectam a f/ ipsi c e/ rectæ itidē æqualem
delineaueris. Aequales enim rectæ in circulis æqualibus, æquales

auferunt arcus, per vigesimamoctauam tertij elementorum: & æquales arcus in circulis æqualibus, æquales subtendunt angulos, per vigesimaseptimam eiusdem tertij. Ad datam consequenter lineam rectam b f, atq; ad eius punctum f, dato rursus angulo rectilineo c d e: æqualis angul⁹ rectilineus



constituatur b f g, per eandem vigesimamtertiam primi elementorum, qui sub b f/ & f g/ lineis rectis, tum inuicem, tum eisdem a b/ c d/ & d e/ æqualibus contineatur. Idque circumeundo toties obseruetur: donec ipsum a b f g h k l/ compleatur heptagonum, & vltimus eiusdem poligoni angulus sub l a/ & a b/ lateribus tandem comprehendatur. Aequilaterum erit itaque, descriptum in hunc modum heptagonum. singula enim ipsius heptagoni latera, tum ipsi a b, tum eisdem c d/ & d e/ sunt æqualia: & proinde æqualia ad inuicem, per primam communem sententiam. Aio demum, quod & æquiangulum est idem heptagonum: nam singuli eius anguli, eidem angulo c d e/ sunt per constructionem æquales, & æquales propterea ad inuicem, per eandem primam communem sententiam. Super data igitur linea recta terminata a b, heptagonum æquilaterum & æquiangulum descripsimus: Quod faciendū susceperamus.

Quod descriptum poligonum sit æqui laterū, & æquiangulum.

Haud aliter cætera quæuis data poligona, super quacunq; linea recta itidem terminata, per proprios eorundē angulos describentur.

Problema 6.



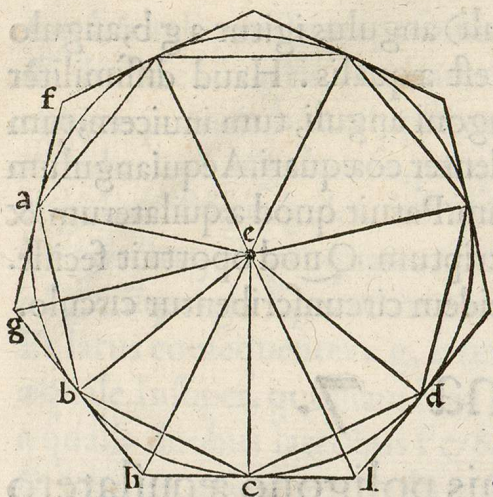
Irca datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.

*Heptagoni in
exemplū de-
scriptio, circa
datum circū-
lum.*

¶ Quamquam ex ijs, quæ duodecima, decimatertia, & decimaquarta propositione libri quarti elementorum, de pentagono tradidimus, coadiuuante hac vniuersali & per nos inuenta polygonorum omnium in circulo descriptione: cæterorum polygonorū circa datum circulum, atq; circuli tam intra, quàm circa datū polygonum descriptiones, colligi vel faciliè possint. Vt tamen hoc negotium in vniuersum absoluamus: nouas, ac longè clariore (quas recens excogitauimus) inscribendi ac circumscribendi placuit annectere demonstrationes. ¶ Esto igitur in exemplū vniuersale propositum, describere heptagonū æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum $a b c d$, cuius centrum sit e . Describatur itaque primū in ipso $a b c d$ circulo, heptagonum æquilaterum & æquiangulum $a b c d$, per antecedens problema quartum. Connectantur deinde $e a, e b, e c, e d$, & reliqui eiusdem circuli semidiametri, per primum postulatum. A punctis consequenter a, b, c, d , atque reliquis semidiametrorum limitibus, rectæ quædam lineæ ad rectos vtrinque excitentur angulos, per vndecimam primi elementorum: cuiusmodi sunt $a f$ & $a g, b g$ & $b h, c h$ & $c l$. In directum itaq; constituentur singulæ binæ lineæ rectæ, ab vnoquoque semidiametrorum limite prodeuntes, per decimamquartam ipsius primi elementorum, veluti sunt $f g, g h$, & $h l$: tangētque in eisdem punctis, hoc est, semidiametrorum limitibus, eundem circulum datū, per corollarium decimæ sextæ tertij eorundem elementorum. Conuenient præterea lineæ ipsæ ad vtrasque partes in directum productæ, per quintum postulatum: utpote, $f g$ & $g h$ in punctum $g, g h$ & $h l$ in punctum h , & reliquæ deinceps suo ordine. Nam singula inscripti polygoni latera, singulos diuidunt angulos rectos: efficiuntque extra idem polygonum, binos interiores & ad easdem partes omnifariam occurrentes angulos, duobus rectis minores. Heptagonum est igitur ipsum $f g h l$ polygonū: & circa datum $a b c d$ circulum, per quartam diffinitionem quarti eorundem elementorum descriptum.

*Quod huiusce
modi heptago-
nū, sit æqui-
laterum.*

¶ Reliquum est, demonstrare quòd idem heptagonum sit æquilaterum & æquiangulum. Connectantur igitur, $e g, e h$, & $e l$: & reliquæ similes lineæ rectæ, per primū postulatum. Cum igitur $e a$, ipsi $e b$, per circuli diffinitionem sit æqualis, isosceles est $a e b$ triangulum: & angulus propterea $e a b$, angulo $e b a$, per quintā primi elementorum æqualis. Atqui rectus $e a g$, recto $e b g$, per quartum



æquatur postulatam. Reliquus igitur angulus gab , reliquo gba , per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus propterea ag , lateri gb , per sextam ipsius primi elementorum coæquatur. Similiter ostēdetur, quod bh / ipsi hc , & cl / ipsi ld : & reliquæ deinceps, reliquis sunt æquales. Item quoniam ae / ipsi eb / est æqualis, & eg / vtrique communis, basis quoque ag / basi gb / æqualis: angulus igitur aeg , angulo geb , per octauam eiusdem primi elementorum est æqualis. Vterque propterea dimidius est ipsius anguli $ae b$. Haud aliter ostendetur, vterq; angulus $b e h$ / & $h e c$, dimidius anguli $b e c$: & consequenter in hunc modum de cæteris. Anguli porrò $a e b$ / & $b e c$, æquales sunt adinuicem, per vigesimamseptimam tertij eorundem elementorum: sub æqualibus enim deducuntur arcibus. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, ea sunt æqualia adinuicem, per septimam communem sententiam: æqualis est igitur angulus $b e g$, angulo $b e h$. Rectus præterea $e b g$ / recto $e b h$, per quartum æquatur postulatam. Bina ergo triangula $b e g$ / & $b e h$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, & latus $e b$ / vtrique commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimam sextam primi elementorum. Aequalis est igitur bg , ipsi bh : & rota proinde gh , ipsius bh / dupla est. Similiter demonstrabitur hl , ipsius ch / dupla. Quæ autē eiusdem vel æqualium duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia, per sextam communem sententiam: æqualis est igitur gh , ipsi hl . Eodē prorsus modo cōuinentur reliqua ipsius heptagoni latera, diuidi bifariam: & tum inuicem, tum vtrique ipsarum gh / & hl / fore æqualia. Aequilaterum est itaque, ipsum $fg h l$ / heptagonum.

¶ Aio demū, quod & æquiangulum. Ostensum est enim ag / ipsi gb , & bh / ipsi hc , necnon gb / ipsi bh coæquari: quatuor igitur ag , gb , bh , & hc , æquales sunt adinuicē. Bina ergo triangula agb / & bhc , habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, atque basin ab / basi bc / æqualem (sunt enim latera inscripti

Quod idē heptagonum est æquiangulū.

heptagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur $a g b$, angulo $b h c$, per octauam ipsius primi est æqualis. Haud dissimiliter ostendentur reliqui eiusdem heptagoni anguli, tum inuicem, tum vtriq; ipsorū $a g b$ & $b h c$ responderentur coæquari. Aequiangulum est igitur ipsum $f g h l$ heptagonum. Patuit quod æquilaterum, & circa datum $a b c d$ circulum descriptum. Quod oportuit fecisse. Eodem modo cætera polygona, eidem circumscribentur circulo.

Problema 7.



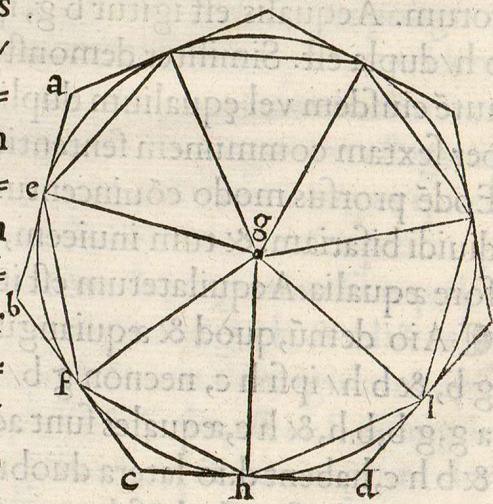
IN dato quouis polygono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.

Quæ requirantur ad circuli descriptionem in dato polygono.

Circuli in heptagono, in aliorum exemplum descriptio.

¶ Cum datus circulus, in oblato quouis polygono æquilatero & æquiangulo proponitur describendus: operæpretium est inuenire tot lineas rectas inuicem æquales, & ab vno puncto medio simul procedentes, atque in singula polygoni latera ad rectos incidentes angulos, quot fuerint ipsius dati polygoni latera.

Sit igitur verbi gratia datum heptagonū æquilaterū & æquiangulum $a b c d$, in quo expediat circulum describere. Secetur in primis vtrunq; latus $a b$ & $b c$ bifariam, per decimam primi elementorum: in punctis quidē e & f . Et ab ipsis punctis e & f , ad angulos rectos suscitetur $e g$ & $f g$, per vndecimā ipsius primi: & connectatur $e f$, per primum postulatum. Cum igitur vterq; angulus $b e g$ & $g f b$ sit rectus, erunt interiores & ad easdem partes anguli $e f g$ & $g e f$, binis rectis minores: conuenient igitur ipsæ $e g$ & $f g$ in directū productæ, per quintū postulatum. Cōueniant itaq; ad punctum g . Et diuidatur reliqua eiusdē pentagoni latera bifariam, per eandē decimam primi elementorū: vtpote $c d$ in puncto h , & $d l$ in puncto l , & sic de reliquis suo ordine. Connectatur demum $g h$,



& g l, & reliquæ deinceps similes lineæ rectæ, per primū postulatū.
 ¶ His ita cōstructis, quoniam recta e b/ recta b f/ est æqualis (sunt enim æqualium, hoc est, ipsarum a b/ & b c/ dimidium) æqualis est angulus b e f, angulo b f e, per quintā primi elementorū. Et proinde angulus c f h, angulo c h f/ itidem æqualis. Atqui rectus angulus b e g, recto g f b, per quartum æquatur postulatū: reliquus igitur e f g, reliquo g e f, per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus consequenter e g, lateri g f, per sextam eiusdem primi erit æquale. Insuper, quoniam bina latera e b/ & b f/ trianguli b e f, sunt æqualia duobus lateribus f c/ & c h/ trianguli c f h, alterum alteri, & angulus qui ad b/ angulo qui ad c/ per hypothesin æqualis: Basis igitur e f, basi f h/ est æqualis, atque reliqui anguli reliquis angulis æquales, sub quibus æqualia subteduntur latera, per quartam eiusdem primi elementorum. Vterque igitur angulus b e f/ & e f b, vtrique c f h/ & f h c/ est æqualis. Et quoniam rectus b f g, recto g f c/ est æqualis: subductis æqualibus angulis b f e/ & c f h, reliquus e f g, reliquo g f h, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Duo itaq; triangula e f g/ & g f h, habent duo latera e f/ & f g, duobus lateribus g f/ & f h/ æqualia alterum alteri: & contentos sub æqualibus lateribus angulos, inuicem æquales. Basis igitur e g, basi g h, per eandem quartam primi elementorum est æqualis: & reliquus angulus f e g, reliquo g h f/ æqualis. Quibus si æquales addantur anguli b e f/ & f h c: consurget angulus b e g, angulo g h c, per secundam communem sententiam æqualis. Angulus porro b e g, rectus est per constructionem: & g h c/ igitur angulus itidem rectus erit. & proinde reliquus angulus g h d/ rectus, per decimam tertiam eiusdem primi elementorum. Rursum, quoniam e g, ipsi g f/ ostensa est æqualis: binæ igitur f g/ & g h, eidem e g/ sunt æquales, & propterea æquales adinuicem. Haud dissimiliter ostendetur, vnusquisque angulorum qui circa l, & reliqua similia puncta, rectus: atque g l/ ipsi f g/ æqualis, & reliquæ demum ex eodem puncto g/ prodeunt, tum inuicem, tum ipsis e g/ g f/ & g h/ coequari.
 ¶ Centro itaq; g, interuallo autem g e, vel alterius cuiusvis æqualium, circulus describatur e f h l, per tertium postulatū. Trāsbīt ergo ipsius circuli peripheria per singula puncta e, f, h, l, atque reliquorū semidiametrorū eiusdem circuli limites. Qui quidem semidiametri, cū ad dati heptagoni latera ad rectos (vt præostensum

Qz lineæ ex puncto g in media laterū puncta incidētes, sunt adinuicē æquales.

Finalis circuli descriptio, in dato heptagono.

est) incidant angulos: tangit propterea ipsius descripti circuli circunferentia singula eiusdem heptagoni latera, per corollarium decimæ sextæ tertij eorundem elementorum. Per quintam igitur ipsius quarti elementorum diffinitionem, in dato heptagono æquilatero & æquiangulo $abcd$, descriptus est circulus $efhl$. Quod expediebat facere. Haud dissimiliter, in dato quouis alio poligono æquilatero & æquiangulo, circulus ipse describetur.

Corollarium.

¶ Circulus igitur, qui in dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo describitur, tangit ipsius poligoni latera in medijs eorundem laterum punctis: atque versa vice circumscriptum poligonum, eundem circulum.

Problema 8.



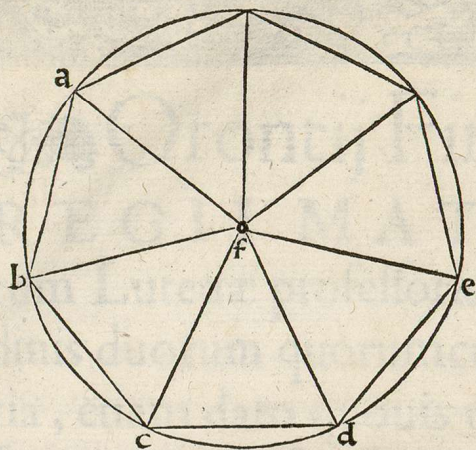
Irca datum quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum tandem figurare.

Quæ requirantur ad describendū circuli, circa datū poligonū.

Descriptio circuli, circa heptagonum in aliorum exemplum.

Qualiter oēs lineæ ex puncto f prodeunt, ostenduntur æquales.

¶ Quoties circa datum aliquod poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum ipsum describere fuerit operæ precium: inueniendæ erunt tot lineæ rectæ inuicem æquales, & ab eodem puncto in medio poligoni sumpto in singulos eiusdem poligoni angulos incidentes, quot fuerint anguli ipsius dati poligoni. Resumatur igitur in exemplū, antecedēs heptagonum æquilaterū & æquiangulum, sitq; $abcde$: circa quod, circulū describere oporteat. Diuidatur itaq; bifariam vterq; angulus qui sub a b c & b c d continetur, per nonā primi elementorum, productis bf & fc lineis rectis: quæ per quintum postulatum, conuenient tandem ad inuicem intra datū heptagonum. Vterq; enim angulorum qui sub b c f & f b c , recto minor est: nēpe dimidius anguli eiusdem heptagoni, qui binis rectis est minor. Cōueniant igitur ad ipsum punctum f : & connectantur af & fd & reliquæ succedētes lineæ rectæ, per primū postulatum. ¶ His ita constructis, quoniam angulus abc , angulo bcd per hypothesin est æqualis: & quæ eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt ad inuicē, per septimā cōmunem



sententiam. Angulus igitur $b c f$, angulo $f b c$ est æqualis: & latus propterea $b f$, lateri $f c$ respondenter æquale, per sextam primi elementorum. Rursum quoniam latus $b c$, lateri $c d$ est æquale, & $c f$ vtrique commune: Bina ergo latera $b c$ & $c f$ trianguli $b c f$, binis lateribus $f c$ & $c d$ trianguli $f c d$, sunt æqualia alterum alteri, & æquos inuicem continent angulos, per constructionem. Basis igitur $b f$, basi $f d$, per quartam ipsius primi elementorum est æqualis: atque reliquus angulus $c b f$, reliquo $f d c$ æqualis. Angulus porro $c b f$, dimidiū est anguli $a b c$: & $f d c$ igitur angulus, dimidium est ipsius anguli $c d e$. quæ enim æqualia sunt, eiusdem vel æqualium sunt dimidiū, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Reliquus igitur angulus $f d e$, eiusdem anguli $c d e$ est dimidium: & proinde ipsi angulo $c d f$ æqualis. Haud dissimiliter $e f$, ipsi $f c$ æqualis: & reliquæ demum lineæ rectæ, ex eodem puncto f in singulos heptagoni angulos incidentes, tum inuicē, tum ipsis $b f$ / $f c$ & $d f$ coæquari demonstrabuntur. ¶ Centro igitur f , ad interuallum autem $f b$, alteriusve cuiusuis æqualium linearum ex eodem puncto f egredientium, circulus describitur $a b c d e$, per tertium postulatum. Transibit ergo ipsius circuli circumferentia per singulos ipsius dati heptagoni angulos: tangetque propterea, vnunquenque eiusdem heptagoni angulum. Circa datum igitur heptagonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipse $a b c d e$ descriptus est, per quartam ipsius quarti elementorum diffinitionem. Quod tandem faciendum susceperamus. ¶ Non aliter circa datum aliud quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipse describetur.

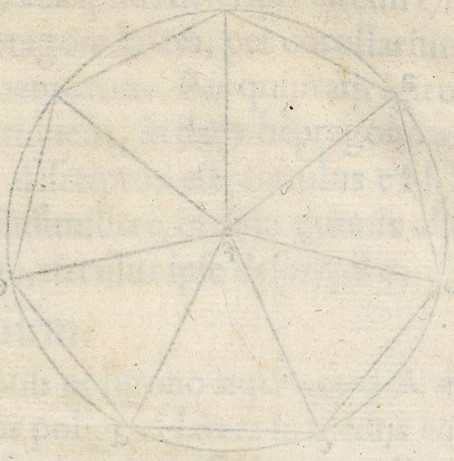
*circūscriptio
finalis ipsius
circuli.*

¶ Libri de absoluta multangularum & regularium
figurarum descriptione,
FINIS.



Virescit vulnere Virtus.

sententiam. Angulus igitur b c f
angulus f b c est apud a: & latus
propter b f latum f c respondet
ter apud a, per sextam primi ele-
mentorum. Rursum quoniam la-
tus b c latus c d est apud a: & c f
utriusque communis: Bina ergo late-
ra b c & c f trianguli b c f binis la-
teribus f c & c d trianguli f c d
sunt equalia alterum alteri, & an-
gulos in vicem continent angulos,
per constructionem. Bina igitur b f b d f d per quartam igitur pri-
mi elementorum est equalitas: atque reliquus angulus c b f reliquus
f d c apud a. Angulus porro c b f dimidius est anguli a b c: & f d c
igitur angulus dimidius est ipsius anguli c d e. Quae enim equalitas
tunc, eundem vel equalium sunt dimidiis, per septimam communis
sententiae constructionem. Reliquus igitur angulus f d c eundem an-
guli c d e est dimidius: & proinde ipse angulus c d f apud a. Hanc
dilectissime c f ipse f c apud a: & reliquus denum lines rectas, ex
eodem puncto f in singulos heptagoni angulos incidentes, tum
in vicem tum ipsas b f c & d f c correspondere demonstrabunt. Et Con-
tra igitur f d interiorum autem f b, alteriusve cuius apud a
um linearum ex eodem puncto f e gradientium, circulus descriptus
tunc a b c d e per tertium postulatum. Transibit ergo ipse circulus
in circumferentia per singulos ipsius d d e heptagoni angulos: tan-
quidem propter, vnde pendet eundem heptagoni angulum.
Circulus datus igitur heptagonum equaliterum & equiangulum,
circulus ipse a b c d e descriptus est, per quartam ipsius d d e
innotum definitionem. Quod tandem faciendum fuisse per
Non aliter, circa datum aliud quodvis polygonum equaliterum
& equiangulum, circulus ipse describeret.



circulus ipse
fuerit ipse
circulus

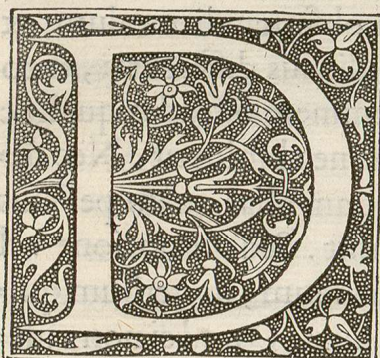
Libri de absolute multangulorum & regularium

formarum descriptione

FINIS

Vincet vultus Virtus

 Orontij Finęi Delphinatis,
REGII MATHEMATICARUM
Lutetię professoris: De inuenienda longitu-
dinis duorum quorumcunque locorum differen-
tia, etiam dato quouis tempore, aliter quàm per
Lunares eclipses, Liber singularis.



VO SVNT A QVIBVS VNI-
uersa Geographicę artis pendere videtur
institutio: & quę unicuique Geographo
non vtilissima tātummodò, sed in primis
sunt valde necessaria. Primum est, longi-
tudinalis oblatorum quoruncunq; loco-
rum differentia: quę in ipso supputatur
Aequatore, ac inter ipsorum locorum
comprehenditur Meridianos. Alterum est differentia latitudinis,
quę sub eorundem locorum clauditur parallelis: & in ipso nume-
ratur Meridiano. Harum nanq; differentiarum adminiculo, loco-
rum positiones sitúsve deprehenduntur, & in rotunda vel plana su-
perficie respondentem designantur: eorundemque locorum distan-
tię, seu viatorię & directę colliguntur elongationes. Ipsa porro
latitudinalis datorum quoruncunque locorum differentia, singulo
die artificiali, Sole sub Meridiano lucēte circulo, per illius declina-
tionem, & contingentem hora meridiana sublimitatem: vel noctu
per aliquam fixarum stellarum, quę oriatur & occidat, aut quę
perpetuò super Horizontem exaltetur, indifferenter colligitur.
Quęadmodum libro quinto nostrę Cosmographię seu Mundanę
Sphęre tradidimus, & amplissimis declarauimus exemplis. Quali-
ter autem longitudinalis eorundem locorum differentia, fidissima
deprehendi possit inspectione, vnicam viam prisci nobis reliquere
Geographi, quā omnes hactenus sunt insequuti: per Lunarium sci-
licet defectionum obseruationes. Cum enim Luna eodē momento

*Quę Geogra-
pho potissimū
videntur esse
necessaria.*

*Qualiter lo-
corū obserue-
tur latitudo.*

*Locorum dif-
ferentia lon-
gitudinalis,
per Lunares
eclipses à pri-
scis obseruata
Geographis.*

Obiectio contra prædictum observandi modum.

Cur differentia longitudinalis, nondum plane fuerat adinventa.

Cur rari subtiliorum rerum investigatores.

temporis vniuerso deficiat Orbi : per diuerfas ipsius temporis supputationes, pro Meridianorum varietate contingentes, ipsorum Meridianorum elicitur diuersitas, hoc est, longitudinalis vnius ab altero differentia. Veluti præfato libro quinto Sphæræ nostræ, clarissimè descripsimus: vbi per vulgarem aut solidam vel armillarem Sphæram, ipsam longitudinalem locorum differentiam (coadiuvante positionis angulo) simul colligere docuimus. Quanquam porro eiusmodi observandi ratio per Lunares eclipses, facillima sit atq; certa: rarò tamen & non liberè, aut statuto tempore, ea frui vel uti permittitur. vtpote, quoniam ipsa Luna rarò patitur eclipsim: & plerunq; dum eclipsatur sub Horizonte constituitur, aut nebuloso & talibus observationibus inepto obfuscatur aëre. Hinc factum est, vt plerique alium quempiam observandi modum excogitare conati sint: quo præfata longitudinalis differentia, dato quouis elici posset tempore. Inter quos neminem offendes, qui hoc negotium fæliciter tentarit: tantum abest ne absoluerit. Nec defuerunt qui per Lunares observationes, etiam alias quàm per eius eclipses, ididem obtineri posse subdubitarint. Sed qua ratione vel artificio id foret adgrediendum & absoluendum, ne verbum quidem fecerunt: & proinde id ignorasse visi sunt. Quod ei non videbitur mirum, qui considerauerit bonam eorum hominum partem, qui sese Geographos vel Hydrographos temerè profitentur, aut nullam rerum Mathematicarum habere cognitionem, & iudicio propterea carere, suspectisq; semper inniti coniecturis: aut si quid in Mathematicis acceperint, non tamen in illis tandiu ac fæliciter esse versatos, qui tales excogitare possint adinuentiones. Nam tam rari sunt hodie, ac semper fuerunt subtiliorum rerum (potissimum Mathematicarum) investigatores: quàm rari sunt, ac fuerunt hæctenus illorum fautores, atq; Mecænates. Imò (quod iniquius est, & abhominandum) sæpius videas audacissimum ac inutilem rabulam & merum impostorem, eas dignitates & munera reportare: quæ synceris ac studiosis debentur Philosophis, rempublicam literariam omnibus modis illustrantibus. ¶ Ego igitur (qualiscunque futura sit meorum laborum retributio) tum pro meo officio, tum vt cæteros geographicae artis amatores ab hac in posterum liberem angustia: inter alia inuenta mea Mathematica, viam demum excogitavi, qua præfata longitudinalis oblatoꝝ quoruncunque locorum

differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipses, dato quouis deprehendi valeat tempore. Idque in primis, per corporis Lunar̃s applicationem ad ipsorum locorum Meridianos (quæ semel intra quemlibet diem naturalem, vbiq; terrarum accidit) ad fixum quempiam Meridianum, & veluti radicalem locum relatorum. Quam applicationem, tum ex ipsa prima & rapidissima vniuersi Orbis latione, tum ex ipsius Lunæ motu, inter omnium errantium syderum velocissimo, leui admodum calculo, ac fidissima obseruatione colligimus. Secundo, per instrumentum planum & huic negotio singulariter adcommodum, quod ex ipsa Planisphærij siue Astrolabij contextura fabricauimus, & Geographicum propterea libuit appellare Planisphærium: mira & penè incredibili facilitate, idem consequenter inuenietur. Ex quo præterea instrumento, viatoriam intercapedinem, seu directam eorundem locorum elongationem (modò cognitam habeant longitudinem, atque latitudinem) obtinere versa vice poteris. Quas adinventiones posteris omnibus, potissimum rerum Geographicarum studiosis, grata simul & vtilia (etiam cum admiratione) futura non desperamus. Quod is dignetur concedere, qui sua clementi ac ineffabili prouidentia, bonis mentibus in dies occurrere non cessat.

Inuentum Authoris, de obseruanda locorum longitudine.

Planisphæriū geographicū, ab ipso authore excogitatū.

Problema Primum.



E longitude atque latitudine locorum, & earum conparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædā in primis elucidare præambula.

I Quomodo igitur adminiculo longitudinis atque latitudinis stellarum, quæ ab ipsis notatæ sunt Astronomis: in earundem stellarum cognitionem vel faciliè deuenimus, atque illarum elongationem siue distantiam, quam habent adinuicem, consequenter numeramus. Haud dissimiliter mediante longitude atque latitudine datorum quoruncunque locorum, super ipsa tellure designatorum: in eorundem locorum situm ac positionem peruenire solemus, illorumque viatoriā distantiam, seu directam elongationem

Collatio longitudinis atque latitudinis locorum, cū longitudine atque latitudine syderum.

Qualiter & in quo circulo longitudo numeretur syderum.

vt locorum longitudo respondeter designetur, & in quo circulo.

De latitudine stellarum, & earum supputatione.

De latitudine locorum, & eorum respondenti calculo.

Commune longitudinum atq; latitudinum officium.

Elongatio stellarum.

respondenter consequimur. In hunc enim finem, ipsæ longitudes atque latitudes, ab Astronomis & Geographis videntur excogitatae ac definitae. ¶ Præterea, vt omnium stellarum longitudo ² (quæ verus illarum est motus) in longum Eclipticæ siue Zodiaci, à vernali eiusdem Eclipticæ cum Aequatore sectione, hoc est, ipsius Arietis capite, per æstiuale solstitium, & æquinoctium autumnale, iuxta signorum consequentiam, in contrariam primi & vniuersalis motus supputatur positionem: & in eo terminatur circulo magno, qui per polos eiusdem Eclipticæ siue Zodiaci, & ipsas stellas transire diffinitur. Sic ipsa longitudo datorum quorumcunq; locorum in terra designatorum, in longum Aequatoris circuli, à comuni eiusdem Aequatoris sectione cum eo circulo Meridiano, quem fixum appellant, & per ipsius Aequatoris siue Mundi polos, atque occiduum nostræ habitabilis terminum educitur, versus ortum, iuxta eorundem signorum successionē respondenter dinumeratur: & in ipsis finitur Meridianis, qui per data loca, aut illorum producuntur vertices. ¶ Quemadmodum insuper arcus circuli ³ magni, per Zodiaci vel Eclipticæ polos & datas stellas pertranseuntis, inter ipsum Zodiacum & easdem stellas comprehensus: earundem stellarum boream vel austrinam exprimit latitudinem, prout ipsæ stellæ versus boreum vel austrinum deuiant Eclipticæ polum. Pari modo arcus Meridiani circuli dati cuiuscunque loci, qui inter ipsum Aequatorem & verticem eiusdem loci continetur: ipsius dati loci latitudo vocitatur, borea quidem vel austrina, prout datus locus boream vel australem ab Aequatore positionem obtinuerit. Respondent itaq; locorum longitudes atq; latitudes, ipsis stellarum longitudinibus atq; latitudinibus. Et quemadmodum vtriusque longitudinis officium est, à signato vel Zodiaci vel Aequatoris initio, numeratam in eius circumferentia præfinire distantiam: Sic vtraque latitudo, ab eodem Zodiaco vel Aequatore in alterutram Mundi partem, deuiationem videtur exprimere. Et proinde vt stellarum in Cælo, sic locorum in terra situm, atq; positionem obtinere solemus. ¶ Item, velut arcus magni circuli, per duas quas ⁴ uis stellas in cælo notatas educti, qui inter ipsas stellas comprehenditur: veram earundem stellarum metitur elongationem, siue distantiam. Similiter arcus circuli magni, per duo quæuis terrestria loca, aut ipsorum locorum vertices pertranseuntis, inter ipsa loca

comprehensus: veram eorundem locorum distātiā, seu directā exprimit elongationē. Nam super talium circulorum magnorum circumferentia, directæ profectiones fiunt itinerum, atque in ipso mari nauigationes: nunquam autem super circumferentia alicuius paralleli, alteriūsve minoris circuli. Hunc itaque circulum magnū, qui per duo quæuis notata loca transire diffinitur: viatorum eorundem locorum circulum meritò vocitamus. Quemadmodum præallegato Libro quinto nostræ Cosmographiæ siue Mundanæ sphaeræ, euidens fecimus.

Vera locorum distātia.

Circulus viatorius.

5 ¶ Arcus igitur Aequatoris (vt ad susceptum negotium deueniamus) inter duorum quorūvis locorum Meridianos comprehensus: longitudinalis eorundem locorum differentia nominatur. Ostendit enim ipsius Aequatoris interuallum, quo vnus datorum locorū orientior, aut occidentior est altero: siue quo vnus loci longitudo differt, hoc est, maior aut minor est alterius longitudine. Arcus insuper Meridiani circuli alterutrius duorū locorum in eadem Orbis parte notatorum, qui inter ipsorum locorum clauditur parallelos: latitudinalem eorundem locorum exprimit differentiam. hoc est, interuallū quo vnus loci latitudo maior, aut minor est alterius latitudine: siue distantiā, qua vnus prædictorum locorum borealior, vel australior est altero, siue ipsa loca sub eodem, aut sub diuersis constituta sint Meridianis.

Longitudinis Differentia, & eius officium.

Latitudinalis locorū differentia, & eius officium.

6 ¶ Omissa itaque latitudinali differentia, vtpote (quæ veluti præfati sumus) inuentu sit facillima, & ab omnibus passim inculcata: ipsam longitudinalem duorū quorūcūq; locorum differentiam, aliter q̄ per Lunares eclipses, hoc est, per applicationē ipsius Lunæ ad datorum locorū Meridianos (vt in eadē testati sumus præfatione) modica obseruatione, fidissimòque calculo docebimus elicere.

sola longitudinis differentia hic obseruari docetur.

Problema 2.



Vòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentia longitudinales referātur: quæ insuper ad ipsius longitudinalis differentia requirātur inuentionē, cōsequēter edocere.

F. iij.

*Prima huius
operis hypo-
stesis.*

¶ Ad inueniendam itaque longitudinalē oblatorum quoruncun-¹
que locorum differentiam, quam per Lunarem applicationem ad
prædictorum locorum Meridianos, me traditurū sum pollicitus:
operæpretium est in primis, insignem aliquem aut liberum elige-
re locum, cuius lōgītudo atque latitudo nota sit & ad vnguē ex-
plorata. Ad cuius loci Meridianum, velut ad fixam quandam & pri-
mariam radicem, cæterorū locorum siue Meridianorum longitu-
dines, tam versus ortum, quā versus occasum vniuersaliter refe-
rantur. Elegi itaque famatissimam ac illustrissimam Lutetiæ Pari-
siorum academiā, veluti cæteris omnibus hac in parte meritō præ-
ferendam, & dignam quæ hisce nostris celebretur adinuētionibus.

*Lōgītudo at-
que latitudo
Meridiani Pa-
risiensis.*

Cuius longitudo ab occidente habitato, iuxta prudentiorum Geo-
graphorum & meam simul obseruationem, habet gradus 23, & 30
ferè minuta: Latitudo autem gradus 48, & minuta circiter 40.

*Quæ secundo
loco paranda
sunt.*

¶ Secundò, necessum est quempiam vsitatum ac perfacilem habe-²
re calculum: quo dignoscatur in promptu, etiam in quacunque
ipsius habitabilis parte, quota diei cuiuslibet naturalis hora, ac eius-
dem horæ minuto, Luna ad primam & regulatam vniuersi Orbis
circunductionem, in ipsius electi & radicalis loci deueniat Meridi-
anum: & sub qua Zodiaci vel Eclipticæ parte, ipsa Luna tūc fuerit
cōstituta temporis. In cuius rei gratiam, ac facilem expeditionem:
subscriptas conuenit habere tabulas, ad Meridianum ipsius radica-
lis loci supputatas siue reductas. Vtpote, tabulas ad verum motum
Solis & Lunę supputandum necessarias, vnā cum declinationis ip-
sius Solis, & latitudinis Lunę tabula: vt dato quouis tempore, ve-
rum Solis motum & eius declinationem, atque verum motum Lu-
næ & eius latitudinem, promptissimè dignoscas. Item tabulam
ascensionum rectorum, vnā cum Celi mediationum tabula ad quin-
que vel sex gradus vtriusque & borealis & australis latitudinis sup-
putata: vt rectam veri loci Solis & Lunę colligere valeas ascensio-
nem, ad ipsum Meridianum (qui instar recti se habet Horizontis)
referendam circulum. Quarum tabularum, innumera tum à no-
bis, tum ab alijs, subministrata est multitudo.

*Instrumenta
ad idem nego-
tiū fabricāda.*

¶ Subscriptis præterea, & facilè portatilibus opus est instrumen-³
tis. Vtpote horologio quopiam, tali industria & mobilium rota-
rum artificio fabricato, vt per ipsum 24 diei naturalis horæ, & 60
cuiuslibet horæ minuta iustissimè designētur. Item Sphæra vulgari

aut solida, vel Armillis tantummodò contexta, cuius diameter bipedalis, vel ad minus sesquipedalis existat longitudinis, atque his potissimum sit ornata circulis, vtpote, Zodiaco, Aequatore, Meridiano, & Horizonte, vnà cum subtili admodum semicirculo, inter ipsam Sphērā & illius Meridianū, circa Zodiaci polos facilè circūducibili: vnoquoq; circulo in 360 gradus inuicē æquales, præfato autē semicirculo in gradus 180, solito more distributo. Triangulare demū requiritur instrumentū, triquetrum appellatū, sub tribus regulis inuicē connexis cōprehensum. Quale Ptolemæus Alexan-

Ptolemæus.

Geber.

Generale prædictorū instrumentorum officium.

Problema 3.



Vota diei cuiuslibet naturalis hora, atque ipsius horæ minuto, Luna ad electum & radicalē perducatur Meridianum calculare: tūcque verum ipsius Lunæ locū in Zodiaco simul deprehendere.

¶ Non potuit ipsa longitudinalis differentia, aliter quàm per Lunares eclipses commodius inuestigari, quàm per diurnum & regulatum motū Vniuersi, qui fit ab ortu per mediū Cæli ad occasum: & per motum ipsius Lunæ, omnium post eundem primū motum velocissimum, qui in cōtrariam positionem ab occasu per medium Cæli versus ortum fieri videtur. Nam horum duorum motuum

Diurnus atq; lunaris motus huic obseruationi commodiores.

adminiculo, ipsius corporis Lunararis ad datorum locorum Meridia nos colligemus applicationem: & per applicationum diuersitatem, ipsam longitudinalem eliciemus differentiam.

*Problematis
exequutio.*

¶ Cum igitur dato quouis naturali die operepretium fuerit agnoscere, quota hora & eiusdem horæ minuto, Luna ad electi & radicalis loci peruētura sit Meridianum: & sub qua Zodiaci parte ipsa Luna tunc fuerit cōstituta (nam id præcipuum huiusce inquisitionis videtur esse negotium) supputanda sunt in primis, ex vulgato diarij seu nuper expressarum tabularum calculo, ad præcedentem meridiem, atq; ad ipsius electi & radicalis loci Meridianum: vera Solis & Lunæ loca, siue motus in Zodiaco circulo. Deinde vtriusq; veri motus siue loci, Solis inquam & Lunæ ad præfatum locum & tempus supputati: ascensio recta, per tertium vel quartum problema in directionū tabulas colligenda est. in qua re, non omittenda est ipsius Lunæ latitudo (quæ trito admodum calculo, passim inueniri docetur) vt eiusdem Lunæ fidelius recta numeretur ascensio. Recta postmodum ascensio Solis, ab ascensione recta Lunæ subducatur, mutuato (si operepretium fuerit) toto circulo: & quod inde relinquetur, primum Aequatoris nominetur interuallū. Hoc autem Aequatoris interuallū, in temporis particulas solito more resoluatur: dādo quibuscumque 15 gradibus vnā horā, & cuilibet gradui quatuor horæ minuta, cuilibet autem minuto gradus quatuor horæ secunda. Huic consequenter tempori respondens verus Lunæ motus, in hunc modum eliciatur. Accepto vero motu Lunæ diurno, is diuidatur per 24: & horarius prodibit eiusdem Lunæ motus. quem si per numerum horarum eidem interuallo respondentium multiplicaueris, & si quæ sint horæ minuta, ipsius motus horarij partem proportionalem adiunxeris, pro ratione eorūdem minutorum ad 60: producetur tādē arcus Zodiaci, quem Luna perambulat durante huiuscemodi temporis interuallo. Hic porrò Lunæ motus, vero eiusdem Lunæ motui, ad horam meridianam oblata diei iam pridem supputato, coniungendus est: consurget enim verus motus ipsius Lunæ, ad instās quo eadē Luna ad ipsius radicalis loci perducetur Meridianū. Huius denique Lunararis motus, si recta (veluti prius) numeretur ascensio, & ab ea ascensio recta ipsius Lunæ antea supputata dematur: relinquetur earundem rectarum ascensionum differētia, eidē vero motui Lunæ intercepti respōdēs

temporis. Quæ tandem iuncta ipsi primo Aequatoris interuallo, conficiet vltimum eiusdem Aquatoris interuallū: quod in partes horarias de more resolutum, ostendet quota hora & horæ minuto præassumpti diei, Luna sub eodem radicali cōstituetur Meridiano. Verba sunt forsitan plura, quàm res ipsa postulet: singula nihilominus clarissimo facilitabimus exemplo.

- 2 ¶ Sit igitur propositū agnoscere, quota hora & horæ minuto Luna peruentura sit ad Parisiensem Meridianum (quem in aliorum Meridianorum elegimus radicē) die Nouembris decima sexta, huius anni 1543: & sub qua Zodiaci parte, tunc ipsa Luna cōstituetur. Verus itaque locus Solis, ad meridiem quindecimi & antecedentis diei (à quo oblatas dies, secundū Astronomos initiatur) iuxta vulgatum ipsorum Astronomorum calculum, est in secūdo gradu, & 31 minuto Sagittarij. Verus autē locus ipsius Lunæ, eodem tempore, in 13 gradu, & 50 minuto Cancrī: & capitis draconis eiusdē Lunæ verus motus, in sexto gradu & 32 minuto Aquarij. Et proinde argumētum latitudinis Lunæ, est quinq; signorum cōmunium, 7 graduum, & 18 minutorū. Cum quo argumento inuenta latitudo Lunæ, septentrionalis est, vnū solūmodò gradum, & 56 minuta cōprehendens. Ascensio autem recta loci Solis, ex ipsa rectarū ascensionū tabula: offenditur esse 265 graduū, & 54 minutorū. Recta porro loci Lunaris ascēsis, ex tabula mediationū Cæli, est graduū 105, & minutorum 15. Cui si 360 gradus totius adiiciantur circuli: cōsurgent gradus 465, vnà cum eisdem 15 minutis. A quibus si 265 gradus, & 54 minuta ascensionis rectæ loci Solis auferantur: relinquetur primū Aequatoris interuallum, graduū 199, & minutorum 21. Cui respondent horę 13, & 17 ferè minuta temporis. Diurnus autē Lunæ motus eodem accidens tēpore, est graduū 11, & minutorū 56: & proinde horarius motus ipsius Lunæ, minutorum 29, & secundorum 50. Hic porrò motus horarius tredecies sumptus, vnà cum ilius parte proportionali quæ ipsis 17 debetur minutis: conficiunt gradus 6, & minuta ferè 50. Tātū itaq; arcū Zodiaci intra præfatas 13 horas, & 17 minuta, Lunā perambulasse iudicabis. Quòd si prædictos 6 gradus & 50 minuta, 13 gradibus & 50 minutis Cancrī verī motus Lunaris superius adinuēti addideris: cōsurgent gradus 20, & minuta 40 eiusdē Cancrī. Tātus est verus motus ipsius Lunæ, cum ea præassumpto die ad radicalem, hoc est, Parisiensem Meridianum

*supradictorū
exemplum.*

perducetur. Item si eosdem 6 gradus & 50 minuta, argumento latitudinis Lunæ iam pridem supputato, 5 videlicet signis, 7 gradibus, & 18 minutis adiunxeris: resultabit latitudinis argumentū ad idem tempus, quo Luna ad Parisiensem deueniet Meridianū. Hinc elicies ipsius Lunæ borealem iterum latitudinem, vnum gradū, & 22 minuta complectentē. Et rectam consequenter ascensionē eiusdē Lunę, ad idem tempus: graduū quidem 112, & minorū 35. A qua quidem ascensione, si prius inuentā ascensionē rectam eiusdē Lunę detraxeris: relinquentur 7 gradus, & 20 minuta. Quæ adiūcta primo Aequatoris interuallo, vtpote 199 gradibus & 21 minutis: conficiet vltimum eiusdem Aequatoris interuallum, graduū 206, & minorum 41. Cui de tempore respōdent horæ 13. & minuta ferè 47. Tot igitur horis & minutis, à dato meridie præcedētis quindecimi diei numeratis, Luna ad Parisiensem & radicalem Meridianū perducetur: vtpote, hora prima matutina, & 47 ferè minuto ipsius diei sedecimi Nouembris. Veluti sequens numerorū videtur confirmare formula. Idem respondēter facito, dato quouis alio die, tam futuri quàm præteriti temporis: vbi etiā alium quàm Parisiensem, pro radice libuerit eligere & stabilire Meridianum.

¶ *Exempli formula, à meridie 15 diei Nouembris, anni Christi 1543.*

	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
Locus Solis tempore dato,	8	2	31	←		
Locus Lunæ verus, eodem tempore,	3	13	50	☾		
Motus verus capitis draconis ipsius Lunæ,	10	6	32	☿		
Argumentum verum latitudinis Lunæ,	5	7	18			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	56			
Ascensio recta loci Solis,		265	54			
Ascensio recta loci Lunæ,		105	15			
Eadem ascensio recta Lunæ cum circulo,		465	15			
Primum Aequatoris interuallum,		199	21			
Tempus eidem respondens interuallo,					13	17
Motus Lunæ diurnus præfato tempore,		11	56			
Motus Lunæ verus eidem respondens tempori,		6	50			
Locus verus Lunæ sub Meridiano Parisiensi.	3	20	40	☾		
Argumentum latitudinis Lunæ eodem tempore,	5	14	8			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	22			
Ascensio recta loci Lunæ eodem tempore,		112	35			
Lunarium ascensionum rectarum differentia,		7	20			
Vltimum Aequatoris interuallum,		206	41			
Tempus eidē interuallo respondens, quo Luna à meridie 15 diei Nouemb. ad Parisiē. deueniet Meridianū. Hoc est, 16 diei eiusdem Nouemb. mane ante Meridiem.					13	47
					1	47

Problema 4.



Vota rursum oblatis cuiusvis diei naturalis hora atq; minuto, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruertura sit Meridianum: Et quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare.

¶ Reliquum à quo principaliter susceptum uidetur pendere negotium, est diligenter inuenire, dato quouis loco & anni tempore, quota hora atque minuto, Luna ad ipsius dati loci (cuius differentia longitudinalis, respectu loci radicalis obseruanda proponitur) peruertura fuerit Meridianum: Et sub qua simul Zodiaci parte, tunc temporis eadē Luna constituetur. Hoc autem partim instrumentorum adminiculo, partim verò Astronomica supputatione, deprehendere necessum est. ¶ In primis itaque paratum Horologium (quale secundo recitauimus problemate) semel aut bis in die, lucente Sole, iustificandum est, circa futuræ potissimum obseruationis tempora: idque per horarium aliquod instrumentum, ad ipsius dati loci latitudinem (quam prius supponimus examinatam) fabricatum. Præparata insuper Sphæra materiali, & eo modo constructa, ac ijs ornata circulis, velut eodem problemate secundo præmonuimus, vnà cum Triquetro, siue Ptolemæi (vt vocant) regulis: erigatur ipsius instrumenti longior regula perpendiculariter, super quopiam oblatis loci plano ad libellam de industria præparato, in quo prius descripta sit linea meridiana: tali quidem artificio, vt idem instrumentum quaquauersum facillè circunuoluatur, reuoceturque totum sub ipsius dati loci Meridianum. Constructitur autem hoc regularum instrumentum (si forsitan illius ignores compositionem) in hunc, qui sequitur, modum. Fabricandæ sunt ex electa quapiam & dura materia, tres vniformes & quadrangulares regulæ: quarum prima vocetur a b c, secunda verò a d, tertia denique b d e. quarum insuper regularum partes a b/ &

secundū, quod præcipue uenit obseruandum.

Prædictorum instrumentorum commemoratio, & eorum usus.

vt construenda Ptolemæi regulæ, quæ triquetrum appellantur.

b d/ sint adinuicem, atq; ipsi a d/ regulę æquales, & 4 & aut 5 pedum comprehendentes longitudinem: sitque pars ipsa b d, in 60 partes inuicem æquales, & pars quælibet in 60 minuta (si præcisionem optaueris) distributa: tota autem b d e/ regula similium partium sit ad summum 85, b c/ verò pars quantacunque volueris longitudinis. Ipsæ demum regulæ a d/ & b d e, cum regula a b c, super punctis a/ & b/ tali copulentur artificio: vt seorsum, deorsumque tractari facile possint. Super ipsa autem regula a d, gemina erigantur pinnacidia, è diametro subtiliter perforata. Nec erit incommodum, regulam a b c/ cæteris paulò relinquere fortiorē: vtpote, quæ vniuersam instrumenti sustentatura sit machinam. Vti sequens, & super f c g/ linea meridiana perpendiculariter erecta, videtur ostēdere figura.



2 ¶ His ita constructis, & præparatis: cùm Lunare corpus visibile fuerit, & super Horizõtem exaltabitur, siue id interdiu aut noctu acciderit, & ad ipsum dati loci videbitur accedere Meridianum: dispones taliter supradictarum regularum instrumentum, vt singulæ regulæ sub ipso locentur Meridiano, hoc est, in directum lineæ Meridianæ f c g, regulis a d/ & b d e/ in oppositam Lunaris corporis partem conuersis. Eleuabis deinde aut deprimes paulatim a d/ & b d e/ regulas, super puncto d/ inseparabiliter coniunctas: quatenus per vtraq; pinnacidiorũ foramina, ipsum Lunare corpus sub Meridiano constitutum visuâli radio deprehendas. Tuncque ex præfato Horologio (vt supradiximus) iustificato, perpendes & seorsum notabis, quota hora & horæ minuto id acciderit: & simul animaduertes, quot partes & minuta ipsius regulæ b d e, inter punctum b/ & regulam a d/ comprehenduntur. Nam tot partium & minutorum erit chorda arcus Meridiani, ipsius loci verticẽ & Lunare corpus intercepti: veluti chorda h l. Cuius arcum, ex nostra sinuum rectorum, aut ex ipsa chordarum Ptolemæi colliges tabula. Quibus absolutis, supputabis verum Solis locũ in Zodiaco, ad ipsum temporis instans quo Luna datũ reperta fuerit occupare Meridianum: atque ipsius loci Solaris rectam ascensionem. Conuertes postmodum tempus, à proximè lapso meridie vsque ad præfatum instans applicationis Lunæ comprehensum, in partes Aequatoris circuli: dando cuilibet horæ 15 gradus, & cuilibet horæ minuto 15 minuta gradus. Quibus addes præfatam loci Solaris ascensionem, reiecto (si excreuerit) integro circulo. Quod enim coaceruabitur aut relinquetur, erit ascensio recta eius puncti Eclipticæ, quod simul cum Luna ad eundem peruenit Meridianum. Huic itaq; ascensioni rectæ debitum Eclipticæ punctum adinuenies, ipsumque in supradictæ Sphæræ Zodiaco notabis, & sub ipsius Sphæræ collocabis Meridiano: eadem Sphæra, ad dati loci prius disposita latitudinem. Et quiescente in hunc modum Sphæra, numerabis in Meridiano circulo, ab Horizontis vertice versus idem Eclipticæ punctum, supradictæ chordæ quantitatem: & per eius finem, eum applicabis semicirculum, qui circa Zodiaci polos reuoluitur. Tandem (omnibus inuariatis) notabis in quonam gradu & minuto idem semicirculus Eclipticā diuiserit. Nam sub eodẽ gradu & minuto, Luna eo versabatur tempore, quo ad dati loci perducta fuerat Meridianum.

G.j.

Exequutio
problematis.

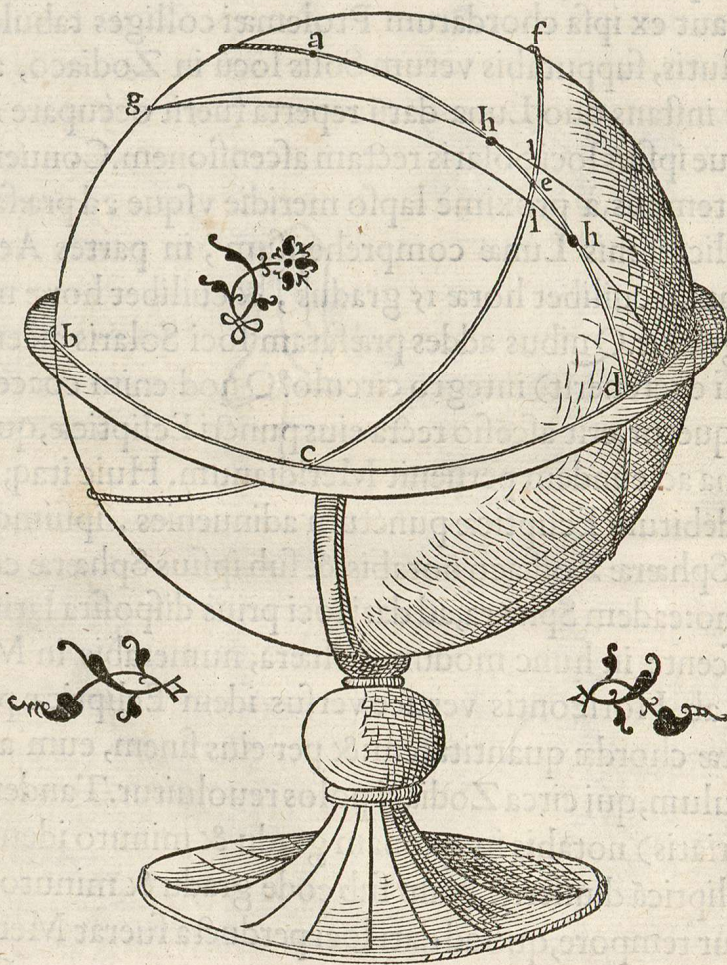
*vbi Luna ca-
ruerit latitu-
dine.*

Arcus porrò eiusdem semicirculi, qui inter Eclipticam & Meridia-
num comprehendetur circulum: boream, vel australem ipsius Lu-
næ designabit latitudinem. Quòd si forsitan Luna caruerit latitu-
dine: tunc ipsum punctum medij Cæli, cum eiusdem chordæ finali
puncto, sub ipso coincidat Meridiano: eritq; simul verus eiusdem
Lunæ locus, præfato applicationis tempore. Nec est via facilior
ac fidelior hac: neque commodiora ad hunc vsum instrumenta,
quæ quanto maiora ac magis exactè fabricata fuerint, tanto præci-
siores ex illis colliges observationem.

*supradictorū
exemplum.*

¶ Sit in faciliorem supradictorum intelligentiam, proposita sphæ-
ra a b c d: cuius Horizon b c d, & illius vertex a, Meridianus autem
a e d, Zodiacus vel Ecliptica c e f, & illius polus borealis g. Sit autē
e/punctum ipsius Zodiaci, quod simul cum Luna ad dati loci per-
ductum est Meridianū. Arcus porrò a h/vel a e h/similis ei, quem
subtendit chorda h l, & qui inter verticem loci & corpus Lunare

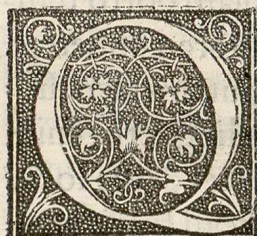
*Figura sphæ-
ræ ad præfa-
tam observa-
tionem neces-
sariæ.*



cum ipsis deprehensus est regulis. Luna denique sit in puncto h, citra vel vltra idem punctum e/constituta. Palam est igitur, semicirculum g h/ex boreali polo Zodiaci g/in oppositum polum, per h/ punctum eductum, diuidere Zodiacum c e f/in puncto l, idque vel citra vel vltra idem punctum e (dummodò Luna aliquantulum habuerit latitudinem) & propterea iuxta communem Astrenomorum diffinitionem, ipsum punctum l/indicare verum locum Lunæ in eodem Zodiaco, & arcum l h / borealem vel australem eiusdem Lunæ latitudinem, prout ipsa Luna in borea vel australi Mundi parte ab eodem reperta fuerit Zodiaco. Quòd si Luna careret latitudine, idem punctum e/ foret verus locus ipsius Lunæ, & cum illo puncto eadem Luna ad dati loci perduceretur Meridianum: tuncque Meridianus ipse, & Zodiacus, atque præfatus semicirculus, in ipso Lunari corpore sese inuicem necessariò interfecerent. Deniq; notandum est, dum Luna sub ipso locatur Meridiano, locum eius visibilem, hoc est visuâli radio per ad regulam obseruatum, designare simul verum eiusdem Lunæ locum in Cælo: propterea quòd nulla tunc sit aspectus diuersitas, seu inter verum locum & visibilem differentia, secundum ipsius Zodiaci longitudinem.

Notandum.

Problema 5.



Valiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunque loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda accolligenda sit: tandem aperire.

- I **¶** His in hunc modum, & eodem naturali die, iuxta præcedentium duorum problematum traditionem obseruatis & supputatis: Reliquum est, eius loci in cuius gratiam præmissæ factæ sunt operationes, & ipsius loci radicalis, longitudinalem elicere differentiam.

Animaduertas igitur, Lunam citiùs peruenire ad Meridianum orientalis loci respectu radicalis, & sub maiori propterea temporis supputatione, quàm ad ipsius loci radicalis Meridianum: ad Meridianum verò occidentalis loci tardius, & sub minori temporis, hoc

De applicatione Lunæ, sub diuersis locorum Meridianis.

G.ij.

est, horarum & minutorum numero . Nam in locis orientalibus, citius eleuantur sydera super Horizontem, quàm in occidentilibus.

*De pprio Lu-
næ motu, no-
tandum.*

*Quæ loca sint
orientaliora
cæteris.*

*vt discernen-
da longitudi-
nalis locorum
differentia.*

*Ex differentia
longitudinis ue-
râ elicere lon-
gitudinem.*

De vero autem Lunæ motu, qui fit ab occasu per medium Cæli versus ortum, secus est: quoniam in locis orientalibus, is erit semper minor, quàm in occidentalibus. Interea enim dum Luna ad motum Vniuersi, ab orientali ad occidentalem perducitur Meridianum, aliquid de Zodiaci longitudine propria latione in contrarium perambulat: quo verus eiusdem Lunæ motus augetur. Locus igitur ad cuius Meridianum Luna sub maiori horarum & minutorum numero & cum minori motu, quàm ad radicalẽ peruenisse comperietur: orientaliior erit ipso radicali. Si autem sub minori earundem horarum & minutorum, sed maiori motus Lunæ id acciderit supputatione: idem locus occidentaliior erit radicali.

¶ Sed qua differentia, idem locus datus orientaliior, vel occidentaliior fuerit ipso radicali: in hunc modum comprehendes. Si datus locus repertus fuerit orientaliior radicali, subducendum est tempus applicationis Lunę ad Meridianum loci radicalis, à tempore applicationis eiusdem Lunæ ad ipsius dati loci Meridianum: sed verus Lunæ motus eodem applicationis tempore sub dati loci Meridiano repertus, auferendus est à vero motu eiusdem Lunę, quem dum ipsa Luna ad radicalem perduceretur Meridianũ offendisti. Relinquetur enim differentia temporis, atque veri motus ipsius Lunæ differentia, duabus obseruationibus intercepta. Ipsam porrò temporis differentiam, in partes Aequatoris solito more conuertas. differentię autem veri motus Lunaris, rectam supputabis ascensionem: quam ab ipsa temporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem proposita longitudinis differentia: qua scilicet datus locus oriẽtaliior est radicali. At si datus locus, eodẽ radicali fuerit occidentaliior: cõtrariam operãdi rationem prorsus obseruabis. Subduces nanq; tempus applicationis Lunæ ad ipsius dati loci Meridianum, ab eo tempore quo Luna ad Meridianum radicalem perducta est: atque verum Lunæ motum sub radicali Meridiano cõtinentem, ab eo qui tempore applicationis eiusdem Lunæ ad dati loci Meridianum repertus est. Et mediantibus his differentiis, ipsam longitudinem (veluti nunc expressimus) colliges differentiam. ¶ Hanc itaque differentiam, addes longitudini loci radicalis, si datus locus oriẽtaliior fuerit: vel ab eadem subduces longitudine, vbi

datus locus occidentalior fuerit radicali : Consurget enim, aut relinquetur ipsius dati loci longitudo, ad fixum & occiduum nostræ habitabilis relata Meridianum. Quòd si forsitan Luna eodem temporis momento, & sub eadem Zodiaci parte constituta, ad vtrunque & radicalem & dati loci peruenerit Meridianum: nulla intercidet longitudinis differentia, eritque tunc ipse datus locus sub eodem Meridiano quo & radicalis locus de necessitate constitutus, sola ab eo differens latitudine.

Notandum.

- 3 ¶ Resumatur in clariorem singulorū elucidationem, datum problemate tertio supputationis exemplum : quo Luna ad radicalem & Parisiensem Meridianum inuenta est applicare hora 13, minuto ferè 47, à meridie quindecimi diei Nouembris, huius anni 1543: ipsa Luna sub 20 gradu, & 40 minuto Cancrī tunc progrediente. Cuius quidem Lunarī motus ascensio recta, fuit graduum 112, & minutorum 35. Per obseruationem autem factam, iuxta traditionem quarti problematis, supponatur eadem Luna ad dati cuiuspiam loci Meridianum peruenisse hora 14, vnà cum 17 minutis, à meridie eiusdem vndecimi diei Nouembris supputatis: & possidere tunc 20 gradum, cum 25 minutis ipsius Cancrī, haberēque latitudinem borealem vnus gradus, & minutorum 24. Erit igitur ipsius Lunarī motus ascensio recta, graduum 112, & minutorum 19. Horum itaque motuum Lunariorū differentia, est 15 minutorum: & ipsarū rectarū ascensionum differentia, minutorum 16. Differentia porro temporis supradictarū applicationum Lunæ, est 30 minutorū vnus horæ: quibus respondēt 7 gradus, & 30 minuta Aequatoris. À quibus eadem 16 minuta detrahenda sunt: & relinquentur gradus 7, & minuta 14. Tanta est differentia longitudinis Meridiani ipsius dati loci, & radicalis siue Parisiensis. Et quoniam tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianū maius est, & verus motus illius minor, quàm sub Parisiensi & radicali Meridiano: idcirco datus locus, orientalis est Parisiensi. Addēda est igitur ipsa longitudinis differentia, ipsi Parisiensi & radicali longitudini, quam prædiximus fore 23 graduum & 30 minutorum. Consurget enim tādē vera ipsius dati loci longitudo, à fixo Meridiano, per occiduum nostræ habitabilis limitem pertranseunte, versus ortum numeranda: graduum quidem 30, & minutorum 44. Quemadmodū ea quæ sequitur videtur explanare formula.

Exemplum loci orientalis ab ipso radicali.

¶ Primi exempli formula.	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Parisien.					13	47
Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	☾	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad dati loci Meridianum.					14	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris respondens ipsi differentiæ.		7	30			
¶ Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	☾	20	25			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ eodem obseruata tempore.		1	24	Boz	rea	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	19			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, hoc est,						
ascensio recta differentiæ motus Lunar.			16			
¶ Differentia longitudinis optata.		7	14			
Longitudo Parisiensis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		30	44			

*Exemplum lo-
ci Occidentalis
ab eodem loco
radicali.*

¶ Supponatur rursus (vt omnia clariùs intelligantur) iuxta præ- 4
fatam quarti problematis obseruationem, ipsa Luna dati loci Me-
ridianum occupasse, hora 13, minuto autem 17, à meridie eiusdem
15 diei Nouembris 1543, eadem Luna sub 20 gradu, & 55 minuto
eiusdem Cancrī locata: & latitudinem præterea habere septentrio-
nalem, ynus quidem gradus, & minutorum 21. Recta itaq; ascen-
sio loci Lunæ, erit graduum 113, vnà cum 6 minutis. Et Lunarium
propterea motuum differentia, minutorum rursus 15. Rectarum
porrò ascensionum differentia, 31 complectetur minuta: eorundem
15 minutorum differentia motus Lunar, rectam exprimentia a-
scensionem. Ipsa demum temporis Lunarium applicationum diffe-
rentia, erit rursus 30 minutorum: cui (veluti prius) respondent de
Aequatore 7 gradus, vnà cum 30 minutis. À quibus auferēda sunt
eadem 31 minuta: & relinquentur gradus 6, minuta 59. Tanta est
differentia longitudinis, inter Parisiensem siue radicalem, & ipsius
dati loci Meridianum. Hanc igitur longitudinis differentiam, sub-
trahes ab ipsa radicali & Parisiensi longitudine: relinquentur gra-
dus 16, minuta 31, pro vera dati loci, & vulgari modo sumpta, hoc
est, ab occidua habitabilis parte numerata longitudine. Cùm enim
Luna ad Parisiensem Meridianum, sub maiori temporis supputa-
tione, ac cum eiusdem Lunæ minori motu, quàm ad dati loci Me-
ridianum applicuisse supponatur: admittitur simul, eundem lo-
cum datum occidentaliorem esse radicali siue Parisiensi, iuxta præ-
fatam longitudinis differentiam. In quorum omnium clariorem
intelligentiam, ipsam numerorum placuit subnectere formulam.

¶ Secundi exempli formula	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Parisiē.					13	47
Verus motus Lunæ, eodem applicationis tempore.	☉	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
¶ Tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianum.					13	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris, respondens ipsi differentia.		7	30			
¶ Verus motus Lunæ, eodem applicationis tempore.	☉	20	55			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ, eodem obseruata tempore.		1	21	Bo:	rea:	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		113	6			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, siue ascensio recta differentia motus Lunar.			31			
¶ Differentia longitudinis optata.		6	59			
Longitudo Parisiensis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		16	31			

Notandum.

¶ Quanquā porrò eadē fuerit motus Lunar, atq; tēporis Lunarum applicationum ad supradictos Meridianos differentia: discrepat nihilominus aliquantulum longitudinis differentia loci Occidentalis, ab ipsius loci Orientalis differentia. Quoniam Luna sub diuersis locatur Zodiaci vel Eclipticæ partibus, & diuersas propterea cogitur habere latitudines: & proinde rectas ascensiones, atque illarum differentias consequenter vtcunque diuersas. Hinc per subtractionem diuersarum ascensionum differentiarum ipsius Lunæ, ab æqualibus temporis, siue eiusdem Lunæ applicationum differentijs: diuersa subsequitur longitudinis eorundem locorum differentia. Haud aliter, dato quouis alio loco atque tempore, faciendum ac obseruandum fore, velim intelligas.

Corollarium.

¶ Ex his patet, quàm facile sit, etiam sine Lunarum eclipsium expectatione vel obseruatione, tum ipsius continētis & habitabilis loca, tum per mare dispersas insulas, ad debitum Orbis situm ac positionem, intra breue temporis interuallum reuocare: & in plana aut rotunda superficie, ipsum terrestrem Orbem ac eius partes, ad viuum tandem depingere. Examinatis enim insignioribus tantummodò locis: cætera tum per directas itinerum intercapedines, tum per notas maritimarum locorum diuersiones, in suam harmoniam vel facilè restituentur.



Libri de inuenienda locorum longitudine

F I N I S.

Virescit uulnere uirtus.

Eiusdem Orontij Finæi, Planis-
SPHAERIVM GEOGRAPHI-
cum: quo tum longitudinis atque latitudinis obla-
torum quorumcunq; locorum differentiæ, tum di-
rectæ eorundem locorum elongationes, mira ac
pene incredibili facilitate deprehenduntur.

Quam pauci
Arithmetici.



Authoris in-
tentio.

Planisphæriū
Geographicū,
ab Authore
excogitatum.

MAXIMA PARS HOMINVM, etiam eorum, qui Geographicis videntur oblectari rudimentis: Arithmeticæ praxin, qua duce tū Geometrici, tum Astronomici canones in vsum reuocantur, sæpius ignorare cōspicitur. Imò (quod magis damnandum est) ij qui sese non vulgares profitentur Arithmeticos: à subtilibus, vel vtcunque prolixis eiusdem Arithmeticæ supputationibus abhorrent, gaudētque leuitate (breuitatem dicere volebam) hoc est, in promptu sese offerētibus propositarum rerum operationibus. Vt his igitur omnibus pro nostro subueniamus officio, post inuentam à nobis & cōscriptam rationem obseruādi longitudinales oblatores quorumcunque locorum differentias (etiam dato quouis tempore) per Lunares videlicet inspectiones, & aliter quā per ipsius Lunæ defectus vel eclipses: dum vulgatum Planisphærium, siue (vt vocant) Astrolabium, ac eius vsum, sciolorum quorundā audacia (ne dicam ignorantia) multis in locis deprauatum, ac adulteratum, iuxta veritatem Astronomicam, & Ptolemaicam intentionē, in suam reuocaremus harmoniā: promissum tādē excogitauimus Planisphærium, ad Geographicos vsus singulariter adcōmodum. Quo tum lōgitudinales atq; latitudinales locorū differētia, ad datum quēpiam, & veluti radicalem locum relatæ (modò cognitā, & non excessiuā habeant ab ipso loco radicali distantiam) tum breuissimæ

eorūdem locorum intercapedines, seu directæ itinerum profectio-
 nes (vbi loca ipsa exploratam habuerint longitudinem atq; latitu-
 dinem) inaudita facilitate colliguntur. Cum enim eadem pror-
 fus via, eisdemque terminorum diffinitionibus & argumentis (vt
 pote longitudinis atque latitudinis adminiculo) locorum in terra
 situs atque distantias consequamur, quibus & stellarum positiones
 in Cælo deprehendimus: commodissimum nobis visum est, è cælesti
 Planisphærio, hoc est, ad rerum cælestium vsus deputato, hoc ter-
 restre deducere, ac ipsis Geographicis vsibus adaptare Planisphæ-
 rium. Quod tum artificij simplicitate atq; perfectione, tum vsus
 singularitate & incredibili promptitudine: cætera omnia instru-
 menta (quæ Metheoroscopia vocant) vel facillè superabit. Omni-
 bus insuper rerum Geographicarum studiosis, futurum admodum
 gratum, ac vtile: nō minus confidimus, quàm exoptamus. Requi-
 rit itaque hoc instrumentum, radicalem aliquē locum, cuius lon-
 gitude ac latitudo ad vnguem sit explorata: ad quem cæterorum
 locorum tum distantia vel elongationes, tum longitudinis atque
 latitudinis differentia referantur. quemadmodum proximo libro
 obseruauimus. De locis autem non omnibus, sed ijs tantum ve-
 lim intelligas, quæ citra Aequatorem circulum, & intra ipsius ra-
 dicalis loci comprehensa sunt Horizontem. Ad huius itaque loci
 radicalis latitudinem, ipsum Geographicū Planisphærium, in hunc
 qui sequitur modum, fabricabis.

*Cælestis pla-
 nisphærij, cum
 terrestri com-
 paratio.*

*Hoc Planisphæ-
 rium, cæteris
 præstare Me-
 theoroscopijs.*

*Præcipua hu-
 iusce Plani-
 sphærij hypo-
 thesis.*

Problema I.



Planisphærij Geographici, ex vulga-
 ti Astrolabij, seu Planisphærij Astro-
 nomici contextura, summatim elicere
 compositionem.

- I. ¶ Fabricetur in primis, ex dura quapiam & electa materia, circula-
 ris & plana tabula, cuius diameter bipedalis, vel sesquipedalis ad
 minus sit quantitatis: tantæ autem crassitudinis sit ipsa tabula, vt
 pixidem siue capsulam orbicularem, mobilem ac Magnetis virtu-
 te delibutam acum (vt in Solaribus fit horologijs) continentem,
 recipere facillè possit. Huius itaque circularis tabulæ centrum sit a,

*Tabula prin-
 cipalis, siue
 mater instru-
 menti.*

*Eiusdem tabu-
læ limbus.*

circa quod, iuxta ipsius tabulæ limbum, tres circumlineentur circuli, inuicem paralleli, gemina & orbicularia claudentes interualla, quorum extremum duplū ferè sit reliqui: & horum trium circulorum interior & minimus, his literis b c d e, distinctionis gratia sit annotatus. Hic postmodum circulus b c d e, ac vniuersa plani superficies, in quatuor quadrantes diuidatur: geminis videlicet dimetientibus b d / & c e, in eodem centro a / ad rectos sese dirimentibus angulos. Vnusquisque præterea quadrans eiusdem b c d e / circuli, in 90 gradus solito more diuidatur. Et applicata ex centro a / regula, per singulas cuiuslibet quadrantis diuisiones, singulorum graduum, in minori & intrinseco trium circulorum interuallo, annotentur distinctiones: in maiori porro & exteriori eorundem circulorum interstitio, ipsi gradus prominetioribus lineolis quinarijs distribuatur ordinibus, atque singuli ordines suis exprimantur numeris, à punctis b / & d, versus c / & e / puncta, à quinario vsque ad 90 vtrinque distributis.

*Quid una-
quæque ipsius
tabulæ pars
repræsentet.*

Hic igitur circulus b c d e, Aequatorē repræsentabit: & eius centrum a / polum Mundi, super loci radicalis Horizontem exaltatum. Linea autem b d, eiusdem loci radicalis propriū ac fixū Meridianum: ad cuius latitudinē ipsum fabricatū est instrumentum. Transuersalis porro linea c a e, partem recti imitabitur Horizontis. Et proinde punctum b, australem ipsius patētis hemisphærij partē, c / ortiuam, d / borealem, & e / occiduam responderet designabit: quemadmodum ex ipsa quæ sequitur instrumenti potes elicere descriptione.

*Proprii Hori-
zontis deli-
neatio.*

¶ His in hunc modum optimè præparatis, Horizon obliquus, vnā cum illius vertice, ad suscepti loci radicalis latitudinem describatur: cuiusmodi est Horizon c f e, ad Parisiensem latitudinem, quæ est graduum 48, & minorum ferè 40 delineatus, cuius superior vertex punctum g. Nam ipsum locum Parisiensem (veluti proximo fecimus opere) in aliorum locorum communem radicem, merito placuit eligere. Consequenter inscribantur circuli eidem Horizonti paralleli, circa idem verticale punctum g / versus Horizontem ipsum gradatim, aut per duorum ad minus graduum interualla distributi: quorum minimus, centrum habeat sub ipso vertice g.

*Horizontis
paralleli.*

*Circuli verti-
cales.*

Describantur præterea circuli, quos verticales, seu progressionum circulos appellant, ab eodem vertice g, in ipsum obliquum Horizontem c f e / procidentes: illumque aut gradatim, vel ad duorum saltem graduum distribuentes interualla. Quemadmodum ex ipsa

vulgati Planisphærij, siue Astrolabij fabrica, colligere vel facillè potest. Horum porrò circularū verticalium, is qui signanter verticalis appellatur, & qui Meridianū $b\ g\ d$ ad rectos diuidit angulos, esto $c\ g\ e$: qui vnà cum eadem linea Meridiana $b\ g\ d$, ipsum patens hemisphæriū in quatuor partes siue quadrantes diuidit. In cuius verticalis circuli, atq; lineæ Meridianæ longitudinem: supradictorum parallelorū numeri, quinarijs, aut alijs quibusuis numerorum ordinibus, in maiorem supputationis facilitatem, designari poterunt, ab ipso quidem vertice g , versus Horizontem $c\ e\ f$ distributi. Ipsorum porrò verticalium circularum quinarij, vel alij itidem numeri: in longum Horizontis $c\ f\ e$, versa vice conscribantur, à punctis scilicet b & f versus puncta c & e . Repræsentabunt itaq; huiusce modi paralleli circuli, eorum locorum parallelus, qui circa datum locum radicalem (cuius situs est in puncto g) & intra illius Horizontem, citra præfatum continentur Aequatorem. Verticales porrò circuli, viatorios siue itinerarios circulos designabunt: per quos scilicet veras elongationes, seu directas profectioes itinerum ipsius radicalis, & circumpositorum locorū intra illius Horizontem (vt supra dictum est) comprehensorum, debemus accipere.

*supradictorū
circularum of
ficiū.*

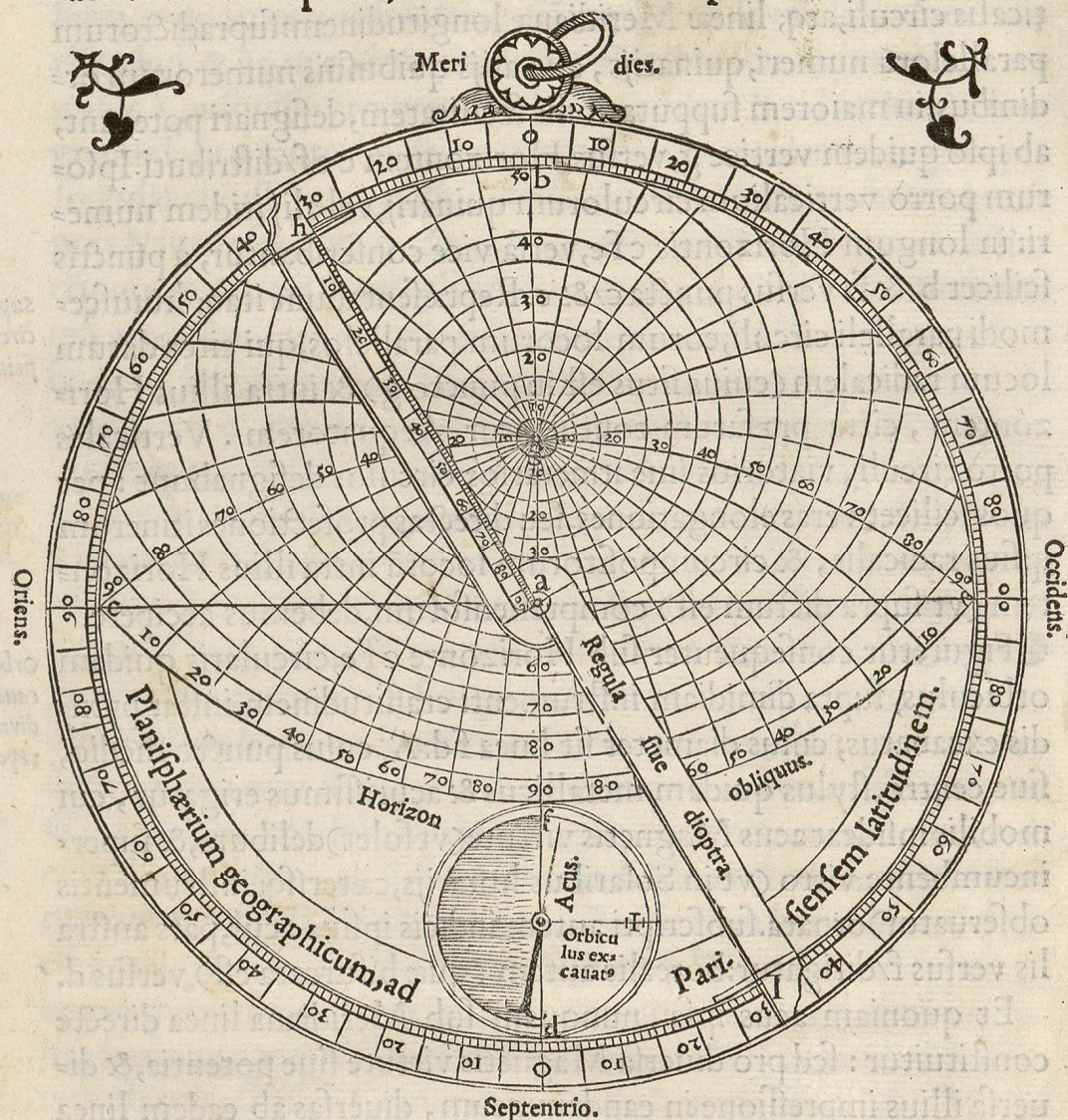
- 3 ¶ Figuretur consequenter sub Horizonte $c\ f\ e$, circularis quidam orbiculus, supra dimidiam instrumenti crassitudinem, instar pyxididis excauatus, cuius diameter sit linea $f\ d$: A cuius puncto medio, siue centro, stylus quidam metallicus & acutissimus erigatur, cui mobilis infideat acus Magnetis virtute (vt solet) delibuta, & superincumbente vitro (vt in Solaribus horarijs, cæterisq; instrumentis obseruatur) ornata. subscripti autem indicis ipsius acus, pars australis versus f dirigatur: borealis autem (quæ bifurcata est) versus d .

*Orbiculus ex-
cauat⁹, in quo
directrix acus
reponenda.*

Et quoniam acus ipsa, nunquam sub Meridiana linea directè constituitur: sed pro diuersa Magnetis virtute siue potentia, & diuersa illius impressione in eandem acum, diuersas ab eadem linea consequitur inclinationes, quæ nisi ad vnguem fuerint exploratæ, sensibilem in obseruationibus generare possunt errorem. Vt igitur ipsi acui, in pyxididis vel orbiculi fundo, debitam ac fidissimam sedem statuas: sic facito. Prius quàm eidē fundo directoriam ipsius acus effigiem conglutines: dispones planum aliquod Horizonti parallelum, in quo lineā ipsius radicalis loci describes Meridianā, veluti sexto capite, libri secūdi nostrę Sphæræ siue Cosmographiæ

*vt statuendū
ipsi acui fidis-
simum uesti-
gium.*

tradidimus. Collocabis deinde lineam instrumenti Meridianam b f d, in directum ipsius terrestris lineæ Meridianæ: & acu stylo superimposita, directricem ipsius acus effigiem, iuxta contingentem eiusdem acus declinationem, in pyxidis seu orbiculi fundo confirmabis. Hoc enim pacto, veram eiusdem acus positionem obtinebis.



*Regula instru-
mento super-
imponenda.*

*Ipsius regulæ
in suas partes
distributio.*

¶ Tandem superimponenda est, & clauo nectenda volubilis regula, ex congruente metallo vel ligno durissimo fabricata, geminis & orthogonaliter erectis, ac è diametro subtiliter perforatis pinnaculis, siue tabellis ornata, cuius regulæ longitudo tanta sit, quantus est instrumenti diameter, veluti h l: qualem prorsus in vulgati Planisphærij solemus reponere dorso. Hoc tantùm adiuncto, quod alteram eiusdem regulæ medietatem (vtpote a h) in 90 gradus

potestate inuicem æquales, hoc modo diuides. Applicetur regula ex puncto b, per quamlibet distinctionē graduum ipsius quadrātis c d, obſignētūq; ſingulæ ipsius regulæ diuiſiones in ſemidiametro a c/contingētes, quæ demū officio circini traducātur in fiducialem lineam eiufdem medietatis a h/ ſupradictæ regulæ h l: erunt enim ipſorū 90 graduum diſtinctiones. Quos quidē gradus, in quinarior diſtingues ordines, & ſuis ornabis numeris, à centro a/verſus punctum h, vel Aequatorem b c d e/diſtributis. Huius itaq; regulæ fiducialis linea h l, quæ per a/centrum, & media pinnacidiorum puncta traducitur, dati cuiuſlibet loci, ad ipſum radicalem locum comparati, Meridianū potiffimū repræſentabit: cū ſcilicet eorundem locorum atque radicalis loci, longitudinalis aut latitudinalis, vel vtraq; fuerit perquirenda differentia. Poteris tandem (ſi velis) ſupra ipſum punctum b, prominentem aliquam & orbicularem relinquere particulam: & eam armilla ſuſpenſoria, quò facilius aut portetur, aut regatur inſtrumentum, inſignire. Vt ipſa inſtrumenti demonſtrat effigies, ad prædictam latitudinem Pariſienſem delineata.

officium eiufdem regulæ.

Armilla inſtrumenti ſuſpenſoria.

Problema 2.



Angulum poſitionis, quem facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorū alter eſt radicalis) cum ipſius loci radicalis Meridiano, in primis obſeruare.

- i ¶ Ad eliciendas, huiuſce Planisphærij geographici adminiculo, propoſitas longitudinis atq; latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentias, ad datum ipſum radicalem locum comparatas ſiue relatas: tria in primis ſupponenda vel præcognoscenda ſunt. Primum eſt, longitudo atque latitudo ipſius loci radicalis: ad cuius poſitionem, ipſum fabricatum eſt inſtrumentum. Alterum eſt, arcus circuli magni (quem viatorium appellamus) per radicalem & datum quemuis locum incedentis, inter ipſa loca comprehenſus: hoc eſt, directæ proſectio, ſiue diſtātia eorundem locorum itineraria. Nam ſuper circumferentia huiuſcemodi viatorij circuli, breuiſſimæ ac directę ſiunt itineris proſectiones, veræque locorum

Quæ ad uſum huius inſtrumenti ſupponenda ſunt.

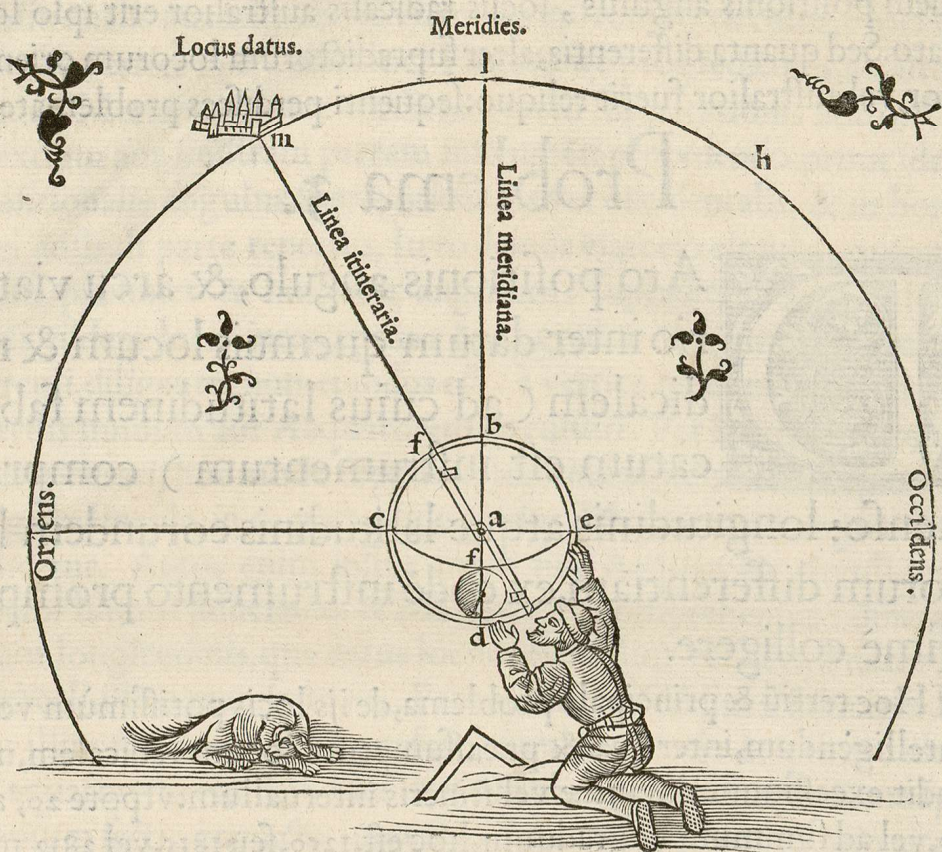
H.j.

accipiendæ ac dinumerandæ sunt elongationes. Quemadmodum capite quarto, libri quinti nostræ Cosmographiæ, seu mundanæ Sphæræ, demonstrauius. Tertium porrò est, angulus positionalis, ex intersectione supradicti arcus viatorij & Meridiani radicalis loci causatus: Quem Geographi positionis ideo nominarunt angulum, quoniam iuxta variam locorum positionem diuersificetur. Horum autem duo prima, vel aliorum fida relatione, aut propria & diligenti inquisitione & experientia disquirenda, & veluti nota supponenda sunt. Tertium verò, huiusce Planisphærij geographici adminiculo, in hunc, qui sequitur, modum conuenit obseruare.

Qualiter positionis angulus, per hoc instrumentum obseruetur.

¶ Collocetur igitur instrumentum super aliquo patenti & vndique libero plano, in ipso radicali loco ad libellam de industria præparato: in hunc quidem modum, vt ipsum instrumentum Horizonti eiusdem loci radicalis sit parallelum, & in pyxide mobilis acus in directum propriæ & subscriptæ imaginis constituatur, & punctum b, australem respiciat hemisphærij siue Horizontis partem, c/ortiuam, d/septétrionalem, & e/occiduam. Immo tandem instrumento, dirigatur superincumbens regula versus ipsum locum datum, cuius longitudinis atque latitudinis differentia respectu radicalis exploranda est: flectaturque paulatim vltro citroque regula, quatenus locus ipse datus, aut directæ saltem quæ ad illum perducitur via, per vtraque pinnacidiorum foramina visuâli radio fîdissimè deprehendatur. Nam arcus limbi siue Aequatoris (qui tunc loci radicalis exprimit Horizontem) inter lineam instrumenti meridianam b a d, & eam lineæ fiducialis ipsius regulæ partem, quæ ad datum locum dirigatur comprehensus: propositi anguli positionalis quâtitatem propalabit. ¶ In exemplum sequentem libuit obijcere descriptionem: In qua Planisphærium geographicum b c d e, cuius centrum a, & illius superincumbens regula siue dioptra f g, Horizon loci radicalis h l m, & illius meridiana linea a b l, datus verò locus qui ad m. Huius itaque loci positionis angulus, ad radicalis loci Meridianum relatus, est l a m, orientalis & austrinus, sub eadem a b l/meridiana linea, & viatorio arcu a f m/ comprehensus. Cuius quidem anguli quantitatem, indicat arcus b f, ipsius limbi siue Aequatoris b c d e: is enim similis & proportionalis est arcui l m, eiusdem Horizontis h l m, idem cum circulo b c d e/centrum habentis, scilicet a.

*supradictorū
exemplaris des-
lineatio.*



- 3 ¶ De angulo autem positionis velim intelligas, qui recto minor est, cuius videlicet quantitas minor est quadrante circuli, hoc est, minus quàm 90 gradus comprehendens. Nam si talis angulus positionis, offenderetur continere 90 gradus: locus datus sub eodem foret parallelo cum ipso loco radicali, differens ab eodem sola longitudine. At si Planisphærij forsitan regula in directum lineæ Meridianæ constitueretur, nullum efficiens cum illa angulum: tunc ipsa loca sub eodē consisterent Meridiano, sola latitudine inuicem differentia. Is itaq; positionis angulus, subtili obseruatione examinandus est: prospiciendūque diligenter, in quam Mundi partem siue Horizontis quadrantem inciderit.

Corollarium.

SI præfatus igitur positionis angulus fuerit orientalis, locus datus orientalis erit radicali: si autem occidentalis, idem locus datus occidentalis erit respectu radicalis. Si idē præterea positionis angulus fuerit australis, datus locus australior erit radicali, hoc est, ipsi Aequatori propinquior: si autē ad Septentrionem flectatur

H. ij.

De quo positionis angulo intelligat geographi.

Loci positionē per ipsius anguli positionis dignoscere.

idem positionis angulus, locus radicalis australior erit ipso loco dato. Sed quanta differentia, alter supradictorum locorum orientatior, vel australior fuerit reliquo: sequenti perdisces problemate.

Problema 3.



Dato positionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locum & radicalem (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) compræhenso: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodẽ instrumento promptissimè colligere.

De quibus locis usus intelligatur instrumenti.

¶ Hoc tertiũ & principale problema, de ijs locis potissimũ venit intelligendum, inter quæ & præassumptum locum radicalem, non cadit excessuum distantiae vel itineris interuallum: vtpote 20, aut 30, vel ad summum 45 graduum, hoc est, 1250, seu 1815, vel 2812 miliariorum. Nam si præfata loca, maiore distiterint intercapedine, quàm fidelitas atque promptitudo requirat operationis: neque præfatus angulus positionis ad verum depræhendetur, neque directum eiusdem itineris interuallum ad iustam poterit redigi mensuram. Quæ duo in primis requisita vel supponenda sunt, ad consequendas per hoc instrumentum longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentias.

Angulus positionis, & distantia itineraria prius dignoscenda.

¶ Obseruato igitur iuxta præcedentis secundi problematis traditionem positionis angulo, & distantia itineraria (quæ inter datum locum, & radicalem continetur) ad vnguem explorata, & sub miliariorum redacta mensuram: conuertes ipsam distantiam itinerariam, seu interceptum miliariorum numerum, in gradus magni & viatorij circuli per eadem loca incedentis, pro quibuscumque 62 miliaribus & semimilliaribus vnum accipiendo gradum, & pro residua (si adfuerit) milliaris imperfecti parte, proportionatam 60 minutorum vnius gradus particulam, iuxta rationem eorundem 62 & $\frac{1}{2}$ ad ipsam partem milliaris imperfecti.

Problematis exequutio.

¶ His in hunc modum absolutis, supputetur inuenti anguli 3

positionalis quantitas inter viatorios instrumēti circulos, è loci radicalis vertice in eiusdem loci Horizontē progredientes, ab altera quidē Meridianæ lineæ medietate factō supputationis initio, & in dextram aut sinistram partem instrumēti procedendo, prout idem positionalis angulus fuerit orientalis vel occidentalis, & in borea vel australi parte repertus. In eo deinde viatorio circulo, qui eundem præfiniet & limitabit angulum: supradictus arcus viatorius eisdem locis interceptus, & ad gradus & minuta reuocatus circuli, diligenter numerandus est, à vertice quidem loci radicalis versus limbum aut Aequatorem circulum. Per huius demum arcus itinerarij hoc modo supputati terminum, fiducialis dioptræ seu regulæ lineola/in 60 partes siue gradus distributa, ad vnguem applicetur. Arcus enim ipsius limbi siue Aequatoris circuli, inter ipsam lineam fiducialē & Meridianam comprehensus: differentiam longitudinis, qua datus locus orientalis vel occidentalis est radicali, illico manifestabit. Pars autem eiusdē lineæ fiducialis, inter illius sectionem cum præfato circulo viatorio & ipsum cadens Aequatorem: eiusdem loci dati simul exprimet latitudinem. Ipsa demum sectio prædictæ lineæ fiducialis cum eodem viatorio circulo, ipsius dati loci verticem siue positionem designabit. An verò datus locus orientalis vel occidentalis fuerit radicali (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) ex antecedentis problematis perdisces corollario.

Differentia longitudinis.

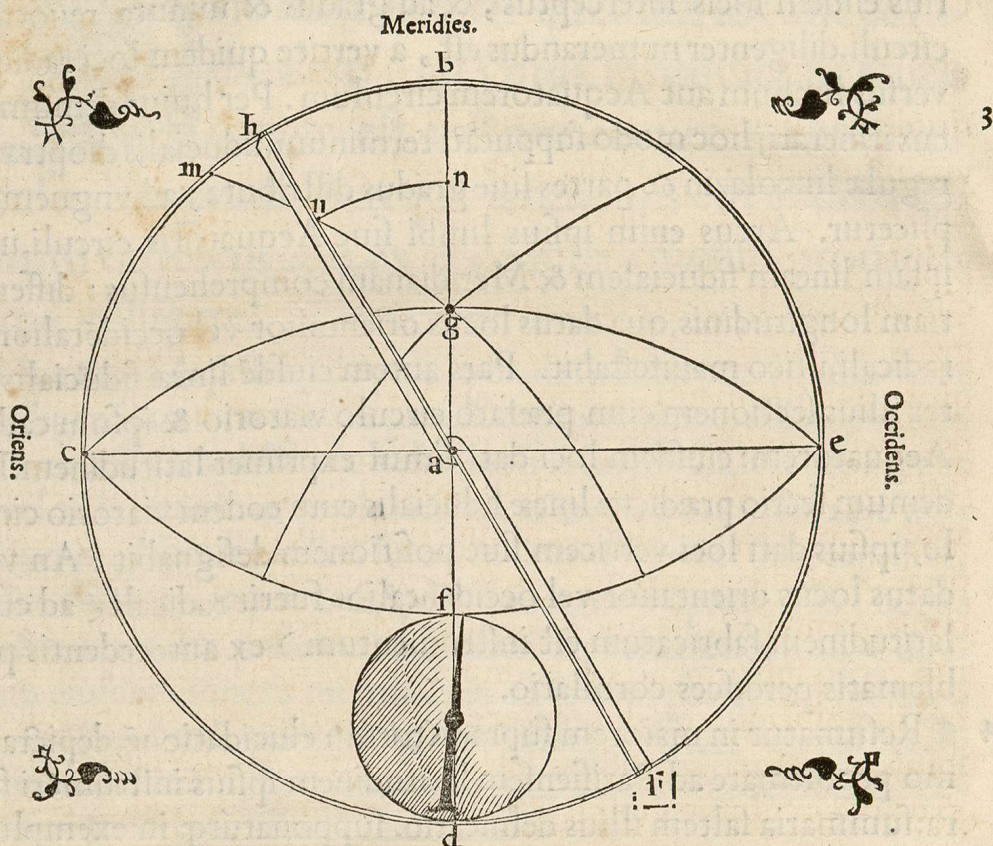
Dati loci latitudo.

Sit^o loci dati.

- 4 ¶ Resumatur in maiorem supradictorum elucidationē, depicta primo problemate ad Parisiensem latitudinem ipsius instrumēti figura: summaria saltem illius delineatio. supponaturq; in exemplum, obseruatus positionis angulus fore orientalis & austrinus. Is igitur in ortiuo & australi eiisdem instrumēti quadrante a b c, inter viatorios circulos supradicto modo supputatus, representetur per angulum b g m: viatorioq; circulo g m/terminetur. In quo circulo, viatorium segmentum, seu reductū itineris interuallum, radicalem & datum locū interceptum, à puncto g/versus m/supputetur: finiatq; puncto n. Et traducta per ipsum punctū n, fiduciali regulæ lineæ a h/in 90 partes distributa: ea secet limbi siue Aequatoris quadrantem b c, in ipso puncto h. Aio itaque primum, idem punctum n, ipsius dati loci verticem, positionēve designare: Arcum insuper b h, eiusdem loci dati atque radicalis longitudinalem exprimere

Supradictorū exemplaris elucidatio.

differentiam: Partem verò eiusdem lineæ fiducialis h n, boream ipsius loci dati præfinire latitudinem. Et proinde ipsa fiduciali lineâ a n h, in directum lineæ Meridiane a g b/ ad amussim applicata: portio illius g n, latitudinalem eorundem locorum differentiam illico manifestabit. Concludes igitur, ipsum locum datum orientaliorem atque australiorem esse radicali, iuxta repertas longitudinis atque latitudinis differentias.



Notandum.

¶ Haud dissimiliter operandum esse iudices, vbi supradictus positionis angulus, in alium quemvis patentis hemisphærij quadrantem inciderit: sed infima Aequatoris seu limbi parte vtendum fore non ignorabis, cùm ipse positionis angulus borealem respexerit eiusdem hemisphærij partem. Nec obliuiscaris oportet, quoties idem positionis angulus fuerit rectus, tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam: & ipsa loca, eandem ab Aequatore possidere latitudinem.

Problema 4.



Ognita longitudine atque latitudine tam radicalis, quàm alterius dati cuiuscunque loci : arcum viatorium eisdem locis interceptum, vnà cum positionis angulo, sub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis comprehēso, versa vice reddere notum.

1. ¶ Supponimus itaq; alterum locorū fore radicalem, & ad illius latitudinem ipsum geographicum Planisphærium esse cōstructum: vtriusque insuper loci longitudinem, siue adminiculo præcedentis libri nostri, siue ex ijs quæ capite tertio libri quinti nostræ Cosmographiæ tradidimus, aut aliunde fore notam: vtrunq; præterea locum, borealem habere latitudinem. Subtrahes igitur minorem longitudinem, à maiori: & differentiam numerabis in limbo aut Aequatore instrumenti, à linea eius Meridiana versus ortiuam aut occiduam eiusdem instrumenti partem, prout datus locus orientior vel occidentior fuerit ipso radicali. Fini autem supputationis applicabis lineam fiducialē superincumbentis regulæ siue dioptræ: eam scilicet partem, quæ in 90 gradus diuisa est. Numerabis consequenter in ipsa hoc modo quiescente regula, ab illius extremo versus instrumenti centrum: ipsius dati loci latitudinem. Quo facto: animaduertes diligenter eum viatorium circulum, qui per ipsius numeratæ latitudinis finem educitur. Arcus enim eiusdem viatorij circuli, inter ipsius latitudinis finem, & loci radicalis verticem comprehensus: indicabit gradus & minuta sægmenti viatorij, seu directi itineris, inter eundem radicalem & datum locum incidentis. Arcus porro Aequatoris siue limbi, inter ipsum viatorium circulum & lineam instrumenti Meridianam comprehensus: positionalis anguli quantitatem simul propalabit.

*supponēda in
huius proble-
matis execu-
tionem.*

*Traditio pro-
blematis.*

2. ¶ Horum autem exemplum, ex ipsa præcedentis tertij problematis potes elicere figura. In qua, differentia longitudinalis nota, sit $b h$: & ad punctum h applicata fiducialis regulæ linea, quæ in 90 partes diuisa est, $a n h$. Et in ea dati loci supputata latitudo (quæ nota supponitur) sit $h n$. Per ipsum autem punctum n , transeat arcus viatorius $g n m$. Aio itaque sægmentum $g n$, metiri viatorium &

*Huius proble-
matis exem-
plum.*

H.iiiij.

directum supradictorum locorum interuallum: Arcum autem b h m, anguli positionalis, quem facit idem arcus viatorius cum linea Meridiana loci radicalis, ostendere quantitatem. Ipsum denique viatorium graduum & minutorum interstitium, in milliaria (si volueris) promptissimè reuocabis, dando unicuique gradui millia passuum 62 & $\frac{1}{2}$: ex ipsis autem miliaribus, quas volueris leucas vel facillè compones.

Problema 5.



Planisphaeriū ipsum geographicum, in ampliorem magisque vniuersalem redigere contexturam: idēque pluribus radicalium locorum simul coaptare latitudinibus.

vt ampliandum pro locis australibus instrumentū.

De dioptra, seu superincumbente regula.

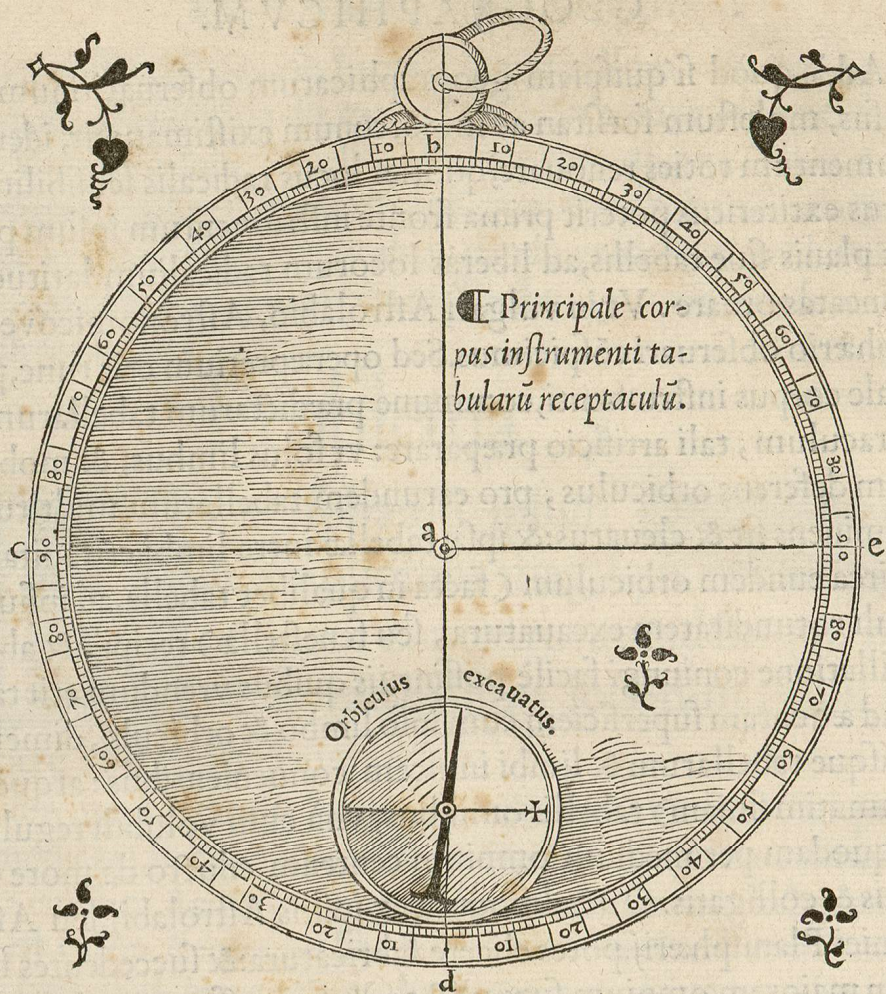
Cū datus radicalis locus, admodū vicinus fuerit Aequatori, modicam ab eo obtinens latitudinem: non erit incommodum extra eundem Aequatorem, praefatum ampliare tunc instrumentū, hoc est, eidem Aequatori liberum pro locis australibus circumscribere latitudinis interuallum. Et circumpositū propterea limbum, Aequatori concentricum & proportionalem, loco ipsius Aequatoris, in quatuor quadrantes, & quadrantem quemlibet in 90 partes suprascripto modo distribuere: ipsosque parallellos, & viatorios circulos, vsq; ad interiorem eiusdē limbi continuare periphæriam. Vt in Astrolabio, seu vulgato Planisphaerio, respondēter obseruare consueuimus: Et succedens figura demonstrat. Sed operæpretium erit tunc, superincumbentem regulam siue dioptram in vtranque producere partem: & diuisiones alterius medietatis eiusdē regulæ, extra ipsum Aequatorem, ad limbum vsque gradatim extendere, ac ipsis australibus locis responderent coaptare. Hoc enim pacto, idem instrumentū singulis locis tam citra quàm vltra Aequatorem, & intra limbum ipsum comprehensis, indifferenter adcommodabitur. Imò si quis vellet absolutum ex omni parte conficere instrumentum: includendus esset intra limbum ipsum, integer loci radicalis Horizon, reliquis omnibus (veluti primo narrauimus problemate) proportionaliter coextensis.

- 2 ¶ Adde quòd si quispiam geographicarum obseruationum studiosus, molestum forsitan ac importunum existimauerit, idem instrumentum toties renouare, quoties locus radicalis sensibilibus variatus extiterit: is poterit prima fronte instrumentum ipsum pluribus planis siue tabellis, ad liberas locorum radicalium latitudines delineatas ornare. Vt in vulgari Astrolabio, Astronomicòve Planisphærio obseruari cōspicimus. Sed operæpretium erit tunc, principale corpus instrumenti, commune prædictarum tabellarum receptaculum, tali artificio præparare: vt solus limbus, & mobilem acum deferens orbiculus, pro earundem tabellarum multitudine prominens sit & eleuatus: & ipsæ tabellæ intra limbi cōcauitatem, & circa eundem orbiculum (facta in qualibet tabella, ad ipsius orbiculi rotunditatem excauatura, seu fenestella) recipi, & absque vacillatione coniungi facillè possint: ijs quibus vtendum erit tabellis, ad æquatam superficiem cum ipso limbo & orbiculo, dimetientibusque tabellarum & limbi inuicem conuenientibus: atque (vt summam finiam) tabellis omnibus, vnà cum volubili regula clauo quodam per medium omnium centrum educto de more coniunctis & colligatis. Quèadmodum ex ipsius Astrolabij, seu Astronomici Planisphærij, potes elicere fabricatura: & succedentes figuræ, in maiorem omnium supradictorum expressionem adiunctæ demonstrant. Quarum prima, scilicet b c d e / circum a / centrum descripta: principalis corporis repræsentat effigiem. Secunda verò, vt pote f g h k (cuius centrum itidem a) peculiarem loci radicalis, 40 gradibus ab Aequatore distantis, exprimit contexturam, suis parallelis & viatoribus circulis, circa eiusdem loci radicalis verticem delineatis ornatam, & ad 20 gradus australes ab eodem Aequatore coextensam. Cuiusquidè figure Aequator g f k: obliquus autè Horizont g h k. Quibus subscripta est dioptra siue regula m a n o: cuius pars a n o, in vtriusque latitudinis gradus, borealis inquam n a, & australis n o / distributa est. Sed memineris oportet, ipsum excauatū orbiculum, in quo scilicet mobilis & directoria reponitur acus, ad quantitatem illius interualli fore tūc fabricandum, quod sub illius loci radicalis Horizonte cōtinetur, qui maiore inter alia loca possidet ab Aequatore latitudinē: Ne videlicet alicuius prædictarum tabellarum, ad cæterorum radicalium locorum latitudines descriptarum, principalium circulorum interrumpatur harmonia.

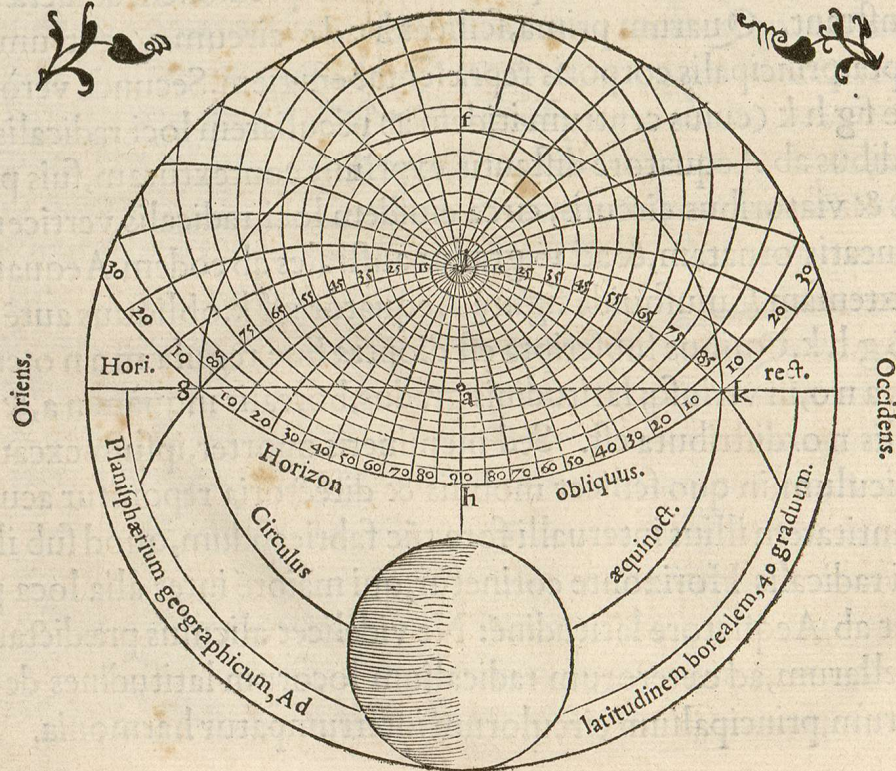
vt pluribus
radicalibus lo-
cis accommo-
dandum sit in-
strumentum.

Succedentium
figurarum de-
claratio.

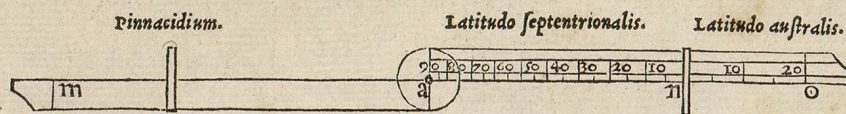
Prima figura,
quæ matrem
instrumenti ge-
neralemue ta-
bulam repræ-
sentat.



Secunda figu-
ra, quæ par-
ticularium ta-
bularum, ad li-
beras locorum
radicalium la-
titudines fa-
bricatarum imi-
tatur effigie.



¶ *Figura dioptræ, seu regulæ super instrumenti facie reponendæ.*



TRIVM INSIGNIORVM, ET HACTENVSVS
desideratorum operum Mathematicorum, De Circuli videlicet qua-
dratura, eiûsque dimensione, & ratione circumferentiæ ad dia-
metrum: De regularium insuper & multangularũ omnium
figurarum descriptione: Ac de locorum inveniendâ lon-
gitudinis differetia, aliter quàm per lunares eclis-
pses: Vnâ cum Planisphærio geographico:
 Authore Orontio Finæo Delphi-
 nate, Regio Mathema-
 ticarum Lutetiæ
 professore,
 F I N I S.

IOANNIS ROVETII SENONENSIS,
 Medici, in Orontiomastigem,
 scazon.

Zoile Gigantum frater, ecquid omnibus
 Omnia miser sic inuides? dic perditæ!
 Cur inuides illi inuidiam, qui non tibi
 Illam inuidet? Qui sis studebo prodere
 Vt miseriorem, quàm putes, omnibus ego
 Te faciam. Habet FINAEVS insignem Genium,
 Non patitur vt te nominem: ne forte tibi
 Fortuna plaudens iure succenseat. Age,
 Si nomen edo, ne malè hoc tibi inuideas,
 Timendum etiam fuerit: ero quod tibi minùs
 Esse potes. aude pauca, non paucos habet
 FINAEVS amicos. Tu deum hostem ac homines.

¶ *Errata aliquot notatu digniora, impressoriæ artis*
labilitate commissa.

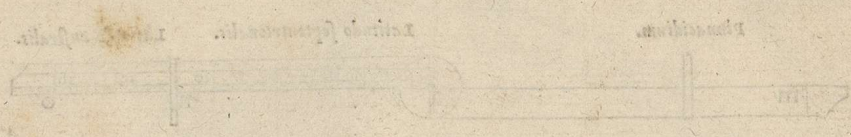
Facie 39, Corollario 3: legendum (vt 3 & $\frac{2}{15}$, ad 1)
 Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c/circumscripto.

¶ *Registrum huius operis*

3 3 3 4 4 4 3 3 3.
 A B C D E F G H.



Figura dioptrae seu regule super instrumentum facie respondentem



Geometricarum Insigniorum, et haec

de Geometricarum operum Mathematicarum, De Circuli Metastereometrica
diagrama, eiusque dimensio, & ratione et constructione ad di-
metrum: De regularium insuper & irregularium omnium
figurarum descriptione: Ac de locorum inveniendis lon-
gitudinis differentia, aliter quam per lineas cele-
stes: Vni cum Transitorio Geographicis
Antore Oronio Finco Delphi-
nate Regis Mathematica

hincum Iusticia
professore
FINIS

IOHANNIS ROYETII SENONENSIS

Nonne in Oronio
Ole Gigantum faret, equid omnibus
Omnia mihi sic inuident, hic perditur
Cur inuident illi inuidiam, qui non tibi
Illam inuident: Qui illi subdolo prodere
Ut misericordem, quam putes, omnibus ego
Te faciam: Habet et in te vultum Genium
Non patitur ut te non inueniat forte tibi
Fortuna plaudens iure inuocant. Age,
Si nomen ego, ne male hoc tibi inuideas,
Timentium etiam tueri: quod tibi minus
Ene potes, aude paucos habet
FINAE v. amicos. Tu deum hostem ac homines.

Exata aliquot notata digniora, impressorie artis
labilitate commissa.

Facie 39, Corollario 3: legendum (ut 3 & 1/2 ad 1)
Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c circumscripto.

Geometricarum operum
A B C D E F G H
3 3 3 3 3 3 3 3