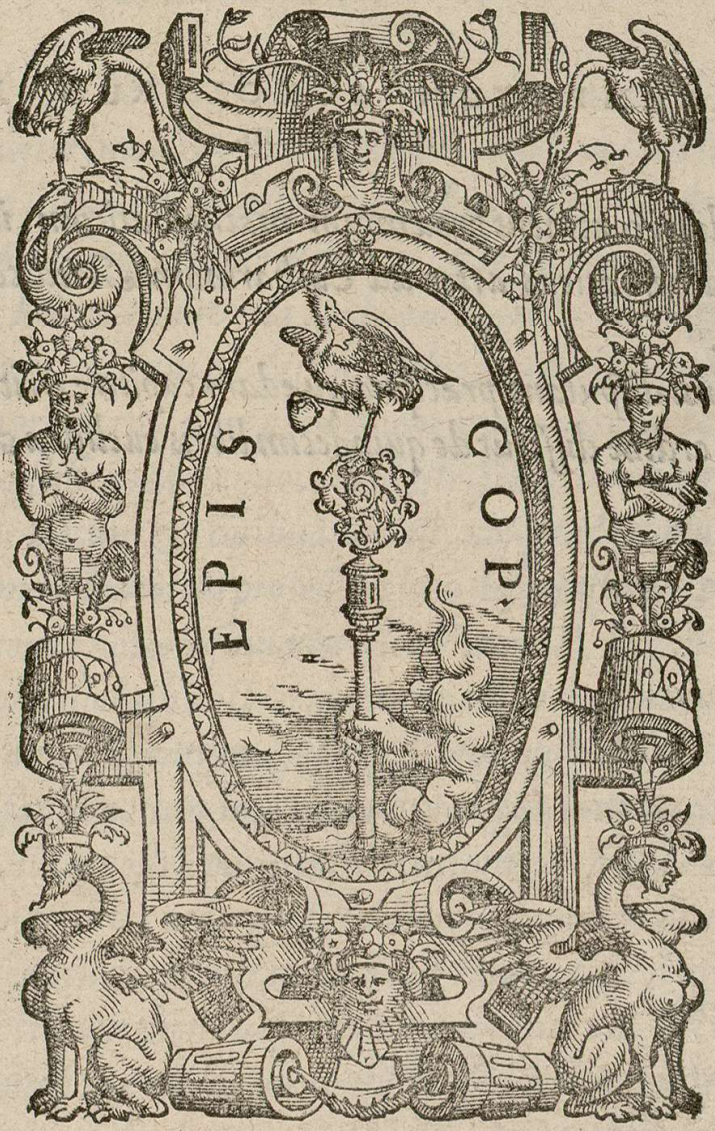
P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM, LIBRI VNVS ET TRIGINTA.



BASILEAE, PER EVSEBIVM EPISCOPIVM,
& Nicolai Fratris hæredes.
ANNO M. D. LXIX.

6546
(2)

ARGUMENTUM SCHOLARUM MA-thematicarum.

Tres primi libri continent proœmium mathematicum, id est exhortationem ad mathematicas artes ad Catharinam Mediceam, reginam, matrem regis.

Duo proximi disputant præcipua quædam capita Arithmeticæ.

Reliqui ex ordine disserũt de quindecim libris euclideæ στοιχειώσεως.

DIPLOMA CAROLI NONI
DE REGIORVM PROFESSORVM institutione.

CAROLVS DEI GRATIA REX FRANCIAE omnibus hoc Diploma lecturis S.

FRANCISCVS rex illustrissimus, dominus avusq; noster literas & literatos adeó coluit, ut omnium linguarum ac scientiarũ professores regio stipendio in academia parisiensi instituerit: eaque institutio successus tam secundos ac felices habuit, ut ex Europa universa doctissimi homines ad regias professiones optati, summum fructum ediderint, indeque infinitus numerus eruditorum virorum prodierit ad amplitudinem avi nostri per universum terrarum orbem testificandum, quod ab illustrissimo domino & patre nostro Henrico conservatum & cõtinuatum est: nosq; eadẽ voluntate ac mente fueramus, cúm in demortui professoris locũ designassemus professorem qui pro apto idoneoque nobis insinuatus esset. Verum P. Ramus nobis charissimus decanus professorum nostrorum animadvertit á nobis contra animi nostri sententiam designatum esse professorem, nullo doctrinæ nomine, nulla eruditionis fama notum, imó cúm ad prælegendum accessisset, auditorio perridiculum. Itaq; nostrã parisiensem curiam, de fraude, quæ reipub. fieret, edocuit, & rogavit ut is, qui se factum professorem diceret, examinaretur: quod á senatu decretum, nobis quoq; ratum ac probatum est. Quamobrem ut in posterum dignitas professionum regiarum, doctissimis tantúm maximeq; idoneis mandetur, de consilii nostri sententia, deliberatione certa, mera ac regia authoritate vacationem regiæ professionis, cujuscunque vel linguæ vel scientiæ, per omnes celebres academias scholasque promulgari, omnesq; qui prælectionem & disputationẽ á decano & reliquis pro-

feſſoribus propoſitam ſubire voluerint, ad examen admitti volumus, & mandamus, ut ex omnibus qui prælegerint, diſputarint, de quibus á decano, & profeſſoribus reliquis renuntiatum nobis fuerit, poteſtas nobis ſit optandi legitimeque deſignandi probatum maximé, maximeque idoneum: abſque præjudicio tamen judicii in curia noſtra jam facti, quod ad eum attinet, in quem examen decretum ſit. Itaque mandamus charis & fidelibus noſtris ſenatoribus pariſienſibus, præfecto præfective legato privilegiorum conſervatori pariſienſis academiæ, ut noſtrum diploma legẽdum, publicandum, in publicas tabulas referendum, atq; obſervandum curent, nec ullo modo violari patiantur. Sic enim placitum nobis eſt, quæcunque contra diplomata interceſſerint. In cujus rei fidem, diploma ipſum ſigillo noſtro obſignatum curavimus. Gergobinæ Bojorum, 7. Maii, anno 1566. & regni noſtri 6.

Ex mandato regis, in regio conſilio, ita ſignatum.

Alboſpineus.

SENATUS AUTHORITAS AD REGIS Diploma.

Secundo April. cùm Antonius Loeſelus pro decano & collegio regiorum profeſſorum poſtulaſſet á Senatu, ut diploma recitaretur, publicaretur, in tabulas publicas referretur: idque in tergo diplomatis teſtatum haberetur, Baptiſta Manilius regius orator pro generali procuratore regis conſenſit, & requiſivit, ut ita fieret: tumque Chriſtophorus Tutæus princeps Senatus, in diplomatis gratulationem pronuntiavit hos Juvenalis verſus,

Et ſpes & ratio ſtudiorum in Cæſare tantùm:
Solus enim triſtes hac tempeſtate camœnas.
Reſpexit.——

S. C. itaque laudante atque approbante ſenatu factum eſt, ut in tergo diplomatis adſcriberetur, lectum, publicatum, in tabulas publicas relatum, audito, conſentiente & requirente generali procuratore regis. Atque ita factum ſignatumque.

TILLETVS.

PRAEFA

PRAEFATIO IN TRES PRIMOS LIBROS AD CATHARINAM MEDICEAM, *Reginam, matrem Regis.*

IMPETRAVIMUS, Catharina Medicea, regium hoc diploma de examinandis & nominandis regi professoribus, Ioanne Monlucio Valentinorum episcopo Blesis primúm suadente: deinde Othone Castellonio cardinale palám ad regium consilium apud Gergobinam Bojorum referente, sed te in primis approbante: cujus gratiam non solúm quia maxima est omnium, quas adhuc á regibus suis regii professores consecuti essent, sed quia ad omnes populos nationesque pertineret, per orbem terrarum denuntiandam, divulgandam, publicandam judicavi, ut omnes docti homines, quacunque é gente orti, intelligerent, regias academiæ nostræ professiones sibi communes esse, unáque perspicerent, quám studiosum virtutis & doctrinæ regem nobis informares. Sed quoniam ingenui est animi, inquit orator, cui multum debeas, eidem plurimum velle debere, attende quid abs te regij professores præterea non postulent modó, sed propé jam expectent. Mediceorum domus publicum omni doctrinæ liberali hospitium Florentiæ fuit, & Cosmus Mediceus, Magnus propterea cognominatus est. Hîc enim Chrysoloras primus græcas literas tota Europa latina multis jam seculis intermortuas excitavit, unde Lutetiam á Tifernate Chrysoloræ discipulo protinus, indeq; in omnes Europæ regiones delatæ sunt. Hîc Argyropylus græcé Aristotelis philosophiam docuit, & é græco in latinum conversam, Cosmo nuncupavit: Hic Ficinus Platonem etiam latiné loquentem fecit, fructumq; cosmianæ liberalitatis singularem tulit, donatus elegante villa Careggio Cosmi vicina, ubi liberius philosopharetur: Hic denicq; græci phi-

losophi omnes, relicta Græcia in Italiam ad Cosmum hospitem profecti, interprete Ambrosio latinis cogniti sunt: Et quidem quó libentius docti cujusque doctrinæ homines Florentinam Cosmi academiam frequentarent, cœnobium sancti Marci magnificé á Cosmo ædificatum est, in eoque bibliotheca exornata libris omnium generum. Sed Laurentius Mediceus Cosmi nepos, avum etiam magnificentia vicit. Scholas duas, alteram Florentiæ, alteram Pisis fundavit, Chalcondylam, Vespucium, Landinum, Politianum, Baptistam Mantuanum, Lascarim, Marullum, Acciolum magnificentiæ suæ præcones habuit: Lascarim etiam per universa barbarorum imperia dimisit ad raros antiquorum authorum libros exquirendum. Itaque é Græcia, Ægypto, Syria, etiam voluntate permissuque Sultanorum, Laurentii studio faventium, conquisiti undique magno sumptu libri, & Florentiam comportati, tumque fama fuit græcos, imperio quidem á turcis, sed bonis artibus atque antiquis authoribus á Laurentio spoliatos esse. Ergo florentina bibliotheca illa á Cosmo instituta, á Laurentio nõ solúm tabulis & signis excellentium artificum, sed tot tantisque latinorum græcorumque virorum vigiliis & monimentis ornata, publicis studiosorum desideriis, tam grandibus impensis dicata, omnes orbis bibliothecas longissimé superavit. Quid vis amplius? Christiani principes Laurentii fama commoti sunt ad doctos homines impensius colendum, ad academias omnium liberalium artium & scholas construendum, ad bibliothecas instituendum, ut Sfortia dux Mediolanensium: sed & reges, Matthias Hungariæ, Ferdinandus Arragoniæ: maximé verò omnium Franciscus Franciæ, vel hoc uno bonarum artium ac literarum amore á francis Magnus cognominatus, ut antea Cosmus á florentinis. Lascaris nempe Laurentio mortuo ad Franciscum venit, ut Tifernas antea Lutetiam venerat, regemque suapte natura audiendi

audiendi discendique cupidissimum, vehementius inflammavit. Interea Budæum etiam erudivit, unde bibliotheca Fontisbellaquei tanto rege dignissima, unde regii professores Lutetiæ instituti, id est fontes laudandarum disciplinarum aperti. Ioannes Mediceus, qui decimus Leo pontifex fuit, majorum bibliothecam discordiis civilibus afflictam restituit, & amore excellentium ingeniorum nihilo inferior fuit. Sadoletus, Bembus, Longolius mecœnatis sui virtutem testificantur. Quid Cosmus Mediceus Florentiæ & Senæ dux? quid aliud adhuc egit, & bibliotheca ad fanum D. Laurentii constituta, & publicatis pandectis, & ingenuis artibus fovendis colendisque, quám ut domesticum a vitæ laudis patrimonium tueretur? Vides igitur, Catharina Medicea, quæ Mediceorum tuorum facta tibi proponam? Potentia & opibus liberaliter uti ad patriam maximis bonis complendum, fundare academias, ædificare palatia musis, doctos homines præmiis ornare, neque facinore tantúm præclaro hominibus prodesse, sed exemplo principes orbis terrarum ad æmulationem incendere. Atque hæc sunt paterni generis. quid si á materna stirpe Bononiensium in Belgio comitum cum regibus & imperatoribus sanguine conjunctorum gloria repetatur? Gotthofredus Bononiensis tria amplissima patrimonia, & suum & fratris & matris, sacræ militiæ consecravit, & sacris ideo stipendiis summo Francorum, Italorum, Germanorum consensu, Hierosolymorum regnum est adeptus: Patrias nempe regii animi virtutes Franci complectebãtur: Germani suas ducebant, quód antea sub Augustorum signis illuxerant: Itali colebant, quia bello italico singulares essent experti. Quare in genere paterno sunt philosophi natura atque animo patriæ veri principes, in materno sunt heroes virtutis admiratione reges creati. In te verò cur degenerem, aut majoribus dissimilem animum interpreter? Superba palatia & tecta magnifica

Medi-

fessoribus illis, extinctum quoq; regis beneficium est. Sed Franciscus magnus præclarum his malis remedium comparabat. Gymnasium loco, ædificio, vectigali, ordine, genere professorum, discentium numero, sed præcipuè insigni quodam gallicæ nobilitatis prytaneo, diu multumque descriptum ac meditatum penè inchoaverat. Henricum ipse audivi de patris gymnasio differentem, palamque prædicantem, sese eadem omnia etiam magnificentius præstaturum: Bella tamen & inopinæ mortes adhuc tantum bonum gallicis musis inviderunt. Quamobrem, Catharina Medicea, excita tuo uno eodemque monimento, Cosmi, Laurentii, Gotthofredi, Francisci, Henrici sempiternam memoriam. Situm gymnasii in medio academiæ tanquam centro, quó facillimus undique é tot gymnasiis sit accessus, tibi designavi, ubi auditoria professionibus variis separentur, domicilia doctoribus & discipulis regiæ liberalitatis alumnis assignentur: vectigal tantæ fundationi congruens, ærarium tuum nihil exhauriet: verbo uno, eoque omnium verborum, quæ humana voce unquam prolata sunt, justissimo sanctissimoque: verbo, inquam, uno hæc omnia tantúm tibi constabunt. Dicam tamen de impensis quod sentio, apud animum ut largissimum liberalissimumque, ita largitionis & liberalitatis fructu dignissimum. Mortales liberi mortalem, immortales immortalem gloriam memoriamque parentibus adferunt, ait Plato: nec ob humanos liberos unquam vel templa, vel sacra cuiquam facta sunt: At contrá Lycurgus Lacedæmone colitur, propter leges Spartæ & universæ Græciæ servatrices: Honoratur & Athenis Solon, propter talem legum partum: Cosmo Laurentioque ab invidis multa detracta sunt: at parta é recte factis, id est immortalibus liberis gloria detrahi non potuit, quin corporibus extinctis, in intimis suorum civium pectoribus liberales

erga

erga patriam beneficique vivis animis perpetuó versentur. Hierosolymorum regnum jampridem defloruit: at heroicum Gotthofredi regnum in animis hominum sempiterna gloria florebit. Quid igitur substructiones illæ, quas ingenti hominum fama atque admiratione ædificas, quandiu Catharinæ Mediceæ futuræ sunt? Hæredem certé nomine, quin animo fortasse longé differentem non ita multo post accipient: Et si tua, quandiu per naturam queant, futura sint, tamen marmora muta surdaque erunt: At nostra hæc, quandiu Francorum regum statu incolumi parisiensis academia steterit, Catharinæ Mediceę & erunt & appellabuntur, beneficentiamq; gratissimis animis præ se ferent, omnibusque linguis & literis apud omnes populos in æternum prædicabunt, & quidem præconiis longiús latiusque resonantibus, quám vix credi possit. Etenim operæpretium sit Plinii sententiam cum præsenti argumento comparare. Serrani, inquit, Cincinnatique temporibus, annonæ uilitas Romæ summa fuit. Quænam ergo tantæ ubertatis caussa erat? Ipsorum tũc manibus imperatorum colebantur agri, ut fas est credere, gaudente terra vomere laureato & triumphali aratore: sive illi eadem cura semina tractabant, qua bella: eademque diligentia arva disponebant, qua castra: sive honestis manibus omnia lętiús proveniunt, quoniam & curiosiús fiunt. Hæc ille non minus veré, quám splendidé. At quorsum, inquies? Floruerunt, inquam, bonæ artes ac literæ Florentiæ & Lutetiæ, majoremq; doctorum hominum & operũ proventũ seculo uno vidimus, quám totis antea quatuordecim seculis majores nostri viderant. Laureati nempe vomeres Cosmorũ & Laurentiorũ in Italia: triumphales aratores Frãciści, Henrici, Caroli in Gallia, illos ingeniorũ proventus, illas doctrinarũ fruges, illa musarũ adorea cõduplicarũt. Ecquã igitur fœcunditatẽ & copiã nõ speremus, si spes

Italiæ, si spes Galliæ cõjungantur? quos præcones, quibus vocibus, quám alté Mediceã gloriã personantibus, futuros arbitramur? Literæ latinæ, græcæ, hebraicæ, philosophia tota, quæ putatur, lætissimo fructu animos hominum impleverunt. En etiã mathemata, qui pro una regia parisiensis academiæ mathematica professione (quam cæca improborum hominum turpisque cupiditas opprimere contendit) mille (ut bona spes est) mathematicas professiones tota Gallia primúm, deinde Europa reliqua excitabunt. Denique disciplinæ omnes uno variorum sonorum concentu, sempiternam beneficentiæ tuæ laudem concinere gestiunt. Hancitaque vitam, Catharina Medicea, hanc memoriam, hanc posteritatis æternitatem complectere animo, per deum immortalem, totáque mente meditare.

INDEX IN TRES PRIMOS SCHOlarum mathematicarum libros.

Disciplinæ æternæ & earum in mathematis periodi quatuor p 1
Mathematum prima periodus chaldæa ab Adamo ad Abrahamum 2 & 3
Periodus secunda in Aegyptiis 4
Periodus tertia in Græcis á Thalete ad Theonẽ, ubi & latina periodus comprehenditur & deinceps. 5
Thales 5
Ameristus 6
Pythagoras 6 & 7
Anaxagoras 8
Oenopides 8
Zenodotus 8
Hippocrates 9 & 10
Briso 10
Antipho 11
Democritus 11
Theodorus 11
Plato 12.13
Elisabetha regina Angliæ 14
Maria regina Scotiæ 15
Iacobus Steuardus comes Moraviæ 15
Leodamas 15
Archytas 15 & 16
Theætetus 17
Neoclides 17
Leo 17
Eudoxus 17 & 18
Amyclas 19
Dinostratus 19
Menechmus 19
Theudius 19
Helicon 19
Hermotimus 20
Philippus 20
Xenocrates 21
Aristoteles 21
Theophrastus 22
Eudemus 22
Aristæus 23
Aristarchus 23
Euclides 23.24
Eratosthenes 24.25
Archimedes 26.27.28.29.30.31.32.33
Hipparchus 33
Apollonius 33
Aeneas 33
Amphinomus 34
Ctesibius 34.35
Hero 35
Geminus 35
Perseus 35
Philolaus 36
Plotinus 36
Porphyrius 36
Plutarchus 36
Posidonius 36
Menelaus 36
Sosigenes 36
Ptolemæus 36
Pappus 36 & 37
Philo 36
Nicomedes 36
Sporus 36
Diophantus 37
Nicomachus 37
Serenus 37
Proclus Diadochus 37
Proclus mechanicus 37
Priscus 37
Diognetus 37.38
Theon 39.40

INDEX IN SECVNDVM LIBRVM.

Mathematis inutilitas & obscuritas 41
Mathesis & fundamentum philosophiæ 41

Logica instrumentum faciendæ artis 42
Mathemata quibus inutilia videantur 42.43
Mathematū utilitas á Proclo descripta 43.44
Utilitas ad contemplandum 44
In Musicis 46
In Opticis 46
In Physicis Platonis 46
In Physicis Aristotelis 46.47.48
In Astrologia 49.50
In Medicina 50
In Ethicis & Politicis 51
In Theologia 51.52
Mathematum utilitas ad agendum 52.53.54
Arithmeticæ utilitas ad agendum 54.55.56
In geodæsia 57.58
In mechanicis & rotunda figura 58.59.60. 61.62
In fodinis 62
In re militari 63.64
In re typographica 64
In Nautica 64
Maximilianus imperator 65
Regiomontanus 65
Noriberga 65
Melanchthon 66
Milichius 66
Rheinoldus 66
Peucerus 66
Gemma 66
Appianus 66
Stoflerus 66
Scheubelius 66
Monsterus 66
Vurstisius 66
Osvaldus 66
Tagantius 66
Nabodus 66
Herlinus 66
Engelardus 66
Rheticus 66
Homilius 66
Volfius 66
Santbecus 66
Stadius 66
Siderocrates 67
Leovitius 67.68
Dasypodius 67
Tigurina Schola 67
Gulielmus Lantgravius Hessiæ 67
Augustus dux Saxoniæ 67.& 70
Maximilianus imperator 68
Carolus archidux Austriæ 68
Matthias rex Hungariæ 68
Ioannes electus rex Hungariæ 68
Virdungus 68
Curio 68
Morshemius 68
Grynæus 68
Comes palatinus 68
Xylander 68
Christophorus palatinus 68
Christianus rex Daniæ 69
Ericus rex Sueciæ 69
Cæsar Moscovitarum 69
Cæsar Turcarum 69.70
Camerarius 71
Sturmius 71
Artium liberalium & legum reformatio 71. 72.73

INDEX IN LIBRVM TERTIVM.

Mathematum obscuritas 75.76
P.Rami studium, & propterea periculum 77. 78
Mathematum obscuritas unde examinanda & quibus legibus exponenda 79.80.81.82
Matheſis caret errore falsittatis 82
Matheseos origo 82
Matheseos nomen unde 83
Matheſis é quo genere artis 84
Elementum quid 85

Ellipſis quanta in elementis 85.86.87
Redundantia in generibus quæſtionum 87.88
In generibus principiorum 88
In propoſitionis partibus & generibus problemate theoremate 88.89
In converſione 90
In quinquaginta elementis logicis & arithmeticis 91
In elementis geometricis 91
In demonſtrationibus principiorum 92.93
Syllogiſticarum complexionum 93.94.95
In genere demonſtrandi 95.96.97.98
Methodus qualis in elementis 98.99.100
Methodi prima hyſterologia in corporibus arithmeticæ & geometriæ 101.102
Secunda in membris principiorum 102
Tertia in generibus numerorum & magnitudinum 102 & 103
Quarta in ſpeciebus generum 103.104
Epilogus de conformandis elementis 104.105
Italiæ laus 106
Cardanus 106
Maurolycus 106
Piccolomineus 106
Barocius 106
Commandinus 106
Emanuel Taurinorum et Allobrogum princeps 107
Venetiæ 107
Tartalea 108
Bononia 108
Sigonius 108
Philippus rex Hiſpaniæ 108
Alphonſus rex 109
Nonius 109
Pius quintus Papa 109
Exhortatio ad mathematicos 110.111

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. I.

LIBERALIVM artium commẽtationem duplicem instituimus, ἀποδεικτικὴν alteram, qua veritas artium utilitásque demonstratur, quomodo grammatica, rhetorica, logica adhuc expositæ sunt: Arithmetica & geometria mox sequẽtur, deinde reliquæ: ἐλεγτικὴν alteram, qua contrariarum opinionum vanitas refellitur: quo de genere scholæ sunt grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, physicæ, metaphysicæ, & jam mathematicæ. Proœmium hoc igitur mathematicæ cohortationis erit in tribus primis libris mathematicarum scholarum: quale proœmium legum suarum Plato primis libris quatuor & quinti parte cõprehendit, suasionem legis proœmii nomine significans. Primus igitur mathematicarum scholarum liber explicabit historiam præstantium mathematicorum, á quibus artes mathematicæ inventæ atque excultæ sunt: ut planũ sit adversus importunos derisores, quantæ dignitatis hæ sint disciplinæ. Secundus, mathematum utilitates declarabit, ut calumniatores improbi convincantur, qui mathematicas artes palàm audent affirmare sine fine, sine usu populari esse. Tertius, Ptolemæi regis problema adversus Euclidem disputabit, de magis perspicua, magisque compendiaria via matheseos instituendæ, quo facilius ab omnibus perdiscatur & exerceatur. Quamobrem, ô singularis & eximia mathesis,

—— *Quæ te tam læta tulerunt*
Secula? qui tanti talem genuere parentes?

Lubet enim grato jucundóque laudationis & gratulationis argumento, ut trojanus orator ille reginam Carthaginis affatus est, sic disciplinam tam nobilis & ingenuæ eruditionis affari. Aristoteles igitur 1. cœli, & 1. meteor. artes æternas, ut mundum, arbitratur, sed earum tanquam stellarum varios ortus & occasus esse, ut modô excitentur & floreant, modó jaceant & contemnantur. Hæc magni philosophi magna prorsus sententia est, artes sunt æternarum & immutabilium rerum: at ipsarum apud homines notitia nequaquam est æterna. Græcia quondam nulla natio doctior, nulla eruditior fuit: Italia, Gallia, Britannia, Germania nulla indoctior. At, ut inquit ille,

In Latium spretis academia migrat Athenis.

Commigrationes gentium variæ commemorãtur, commigrationes literarum & disciplinarum non pauciores commemorari possunt. Aristotelei nimirum sunt illi ortus atque occasus doctrinarum. Itaque ortus ejusmodi & occasus periodos quatuor Plin. lib. 18. cap. 25. astrologorum nomine prodidit: chaldæam, ægyptiam, græcam, romanam. Prima verò secundaque mathematum periodus sacris profanisque literis abundè testata est, mathesisque prima hominũ scien-

tia, ut ex Josepho patet, ante mundi diluvium fuit, artibus mathematicis per primos patriarchas divino longissimæ & sanctissimæ vitæ beneficio repertis. Sic enim loquitur li. 1. cap. 3. de Setho. Hic educatus, ubi eo ætatis venit, ut jam quod rectum esset, discernere valeret, virtutis studiis se totum dedidit, & cum vir optimus evasisset, etiam nepotes sui imitatores reliquit, qui quoniam erant omnes bona indole præditi, & patriam absque seditione incolebant, in perpetua felicitate vitam exegerunt, sapientiamque cælestium rerum atque ornatum animadverterunt: Ne autem hæc inventa ex hominum notitia dilaberentur, & prius perirent quàm pernoscerentur, cùm Adamus universalem rerum interitum fore prædixisset, unum incendio, diluvio alterum, excitarunt duas columnas, alteram lateritiam, alteram lapideam: & utrique sua inventa inscripserunt, ut si lateritiam diluvio deleri contingeret, lapidea superstes hominibus discendi copiam faceret, & quæ inscripta continebat, spectanda exhiberet: ajunt enim lapideam illam ab ipsis dedicatam, quæ & nostris temporibus extat in Syria. Hæc Josephus 3. cap. de mathematis apud sanctos patriarchas ante diluvium, deque mathematum amore quodam singulari atque admirabili. Capta ab hostibus ciuitate, profugi ciues quæ charissima habuerant, rapiunt transferunt que secum.

Sum pius Aeneas raptos qui ex hoste penates
Classe veho mecum. —

At sancti patriarchæ de mathematum summorumque animi bonorum salute soliciti, Aeneæ pietatem tanto superarũt, quantò virtutum illustrium solida bona ficta penatium superstitione majora fuerunt ac diuturniora. Sed de mathematis postea diutissimè in eadem gente continuatis idem Josephus cap. 8. ejusdem libri idoneus author est de Abrahami mathematis mirifica prædicãs. Abrahamus, inquit, vir is fuit, qui & omnium rerum intelligentia præstaret, & facile audientibus persuaderet, neque in iis falleretur, de quibus conjectaret. Propterea virtute sapientiæ cæteris præstantior habitus, constituit vulgo receptam de deo persuasionem convellere & commutare. Ergo primus audet affirmare unum esse deum universorum opificem: De cætero si quid ad felicitatem conferat, id non nostris nobis viribus, sed illius voluntate contingere. Hoc verò colligebat ex terræ & maris affectionibus, tum eorum quæ circa solem ac lunam, & omnium quæ circa cælum contingerẽt: esse nimirum potentiam quandam, quæ his adsit & provideat singulari ordinis observatione. Hæc autem cùm destituerentur homines, palam esse quæcunque ad nostram utilitatem attinent, non pro nostra ipsorum facultate, sed pro dei jubentis imperio & potestate suppeditari. Quapropter huic uni honorem deberi, huic gratias agi oportere. Quamobrem cum Chaldæi & Mesopotamii cæteri contra ipsum moverentur, consilium migrandi cepit, & voluntate auxilioque dei fretus Chananæam tenuit, ubi sedibus positis deo struxit aram, & hostias mactavit. Meminit autem patris nostri Abrahami Berosus quoque, non tamen eum nominans, his verbis. Post diluvium autem decima ætate apud Chaldæos erat quidam justi-

tiæ cul-

tiæ cultor, vir magnus, & cæleſtium rerum peritus. Hæc igitur mathematum prima periodus eſt apud Joſephum, á Diodoro Siculo brevius notata lib. 2. In Babylonis medio, ait, Semiramis templum Iovi erexit, quem uocant Babylonii Belum, de quo cum & ſcriptores diſcordent, & opus ipſum vetuſtate collapſum ſit, certi nihil pronuntiari poteſt: conſtat tamen miranda altitudine fuiſſe: & á Chaldæis in ipſo obſervationes factas eſſe, accurate cõſiderato & oriente & occidente propter operis altitudinem. Hic igitur Semiramis videatur templum jovis nomine, mathematicis Chaldæis & mathematicis aſtrorum obſervationibus ſacraviſſe: quo loco videatur Diodorus Babylonicam turrim ſacris literis teſtatam attingere. Sed in eodem etiam libro Chaldæi dicuntur numerare annos, quibus illis obſervationibus vacaverunt uſque ad Alexandri aſcenſum, 473000. quæ fabula refellitur á Calliſthene miſsis ad Ariſtotelẽ Chaldæorum obſervationibus annorũ 1903. Sed enim Chaldææ matheſeos ut Abrahamus ſacris, ſic Beroſus profanis literis artifex inſignis perhibetur. E' Chaldæa gente Beroſo, ait Plinius, ob divinas prædictiones Athenienſes publicé in gymnaſio ſtatuam inaurata lingua ſtatuêre. Sed mathematum originem in una præſertim aſtrologia M. Tullius primo de divinatione perſpicuè palamque ab Aſſyriis repetit. Principio Aſſyrii, ut ab ultimis authoritatem repetam, propter planitiem magnitudinemque regionum, quas incolebant, quum cælum ex omni parte patens atque apertum intuerentur, trajectiones motuſque ſtellarum obſervaverunt, quibus notatis, quid cuique ſignificaretur, memoriæ prodiderũt. Qua in natione Chaldæi, non ex artis, ſed ex gentis vocabulo nominati, diuturna obſervatione ſiderum, ſcientiam putantur effeciſſe, ut prędici poſſet quid cuique euenturum, & quo quiſque fato natus eſſet. Quamobrem primus ortus mathematum apud Chaldæos ejuſmodi fuit, cum prima Plinii periodo congruens. Sed ortæ & florentes apud Chaldæos mathematicæ artes tãdem ex Aſſyria in Aegyptum commigrarunt duce Abrahamo. Nam ut apud eundem Joſephum eſt 9. cap. 1. lib. fame Chananæam invadẽte, Abrahamus audita Aegypti ubertate, proficiſci illuc decrevit, tum ut copiis eorum frueretur, tum ut ſententiam ſacerdotum de divinitate cognoſceret: aut ſecuturus illorum opinionem, ſi modo melior eſſet, aut ipſe rectiora iis commonſtraturus. Itaque, ut eſt in eodem capite paulo poſt, rex Aegypti Pharaotes Abrahamo magna pecunia donato poteſtatem fecit congrediendi cum præſtantiſsimo quoque Aegyptiorum ac doctiſsimo: quo factum eſt ut ipſius virtus, virtutiſque fama illuſtrior fieret. Nam cũ Aegyptii diverſis moribus agerẽtur, patriaſque leges inter ſe contemnerent, propterea que variè conflictarentur, cum quolibet ipſorũ congrediens, eorumque opiniones refellens quas de patriis rebus haberẽt, vanas, nihilq; prorſus veritatis habere declaravit. Ob has igitur diſputationes admirabilis factus eſt: cumq; magnã tam intelligendi, quàm eloquendi, docendique facultatẽ præ ſe ferret, arithmeticam aſtronomiamq; benignè illis communicavit. Nã ante Abrahami ad ipſos adventũ Aegyptii rudes erant hujuſmodi diſciplinarũ, quę á Chaldæis ad Aegyptios profectæ hinc ad Græcos tandẽ pervene-

runt. Hæc Ioſephus de Abrahami ſingulari in mathematicis eruditione ac profeſsione, deque cõmigratione mathematum á Chaldæis in Aegyptum. Proclus igitur iſtam periodum temporum ſecundam ſecutus, inventionem arithmeticę ad Phœnicas propter mercaturas & commercia, geometriæ ad Aegyptios propter inundationes Nili ſuo limo terminos agrorum obruentis retulit: Et quidem Berytus in Phœnicia oppidum etiam temporibus imperatorum, Athenarum inſtar profeſsione diſciplinarum floruit: atque Aegyptii poſſeſsionem quidem laudis hujus antiquiorem, ab Alexandro autem magno Alexandriam etiam diſciplinarum iſtarum academiam habuere. Sed ante Alexandrum, ut dixi, multis ſeculis in Aegypto mathematicæ artes ab Abrahamo illuc traductæ, floruerunt, adeo, ut Ariſtoteles 1. cap. 1. metaphy. affirmet mathematicas artes in agypto primum á ſacerdotibus publica vacatione fretis inventas eſſe: & certé vacatio illa in geneſi cap. 27. teſtata eſt, ut á rege Pharaone ſacerdotibus ager in ſtipendium mathematicæ profeſsionis eſſet aſsignatus. Quapropter mathematica otia apud hebræos ſanctorum & divinorum patrum ſtudia fuerunt: mathematica otia apud Aegyptios ſacerdotum ſtudia fuerũt, imo verô regũ ipſorum monimenta: hinc regali ſumptu ædificatæ mathematicis armillæ, conſtructa magnis impenſis generum omnium ad varias obſervationes gymnaſia & inſtrumenta. Id nimirum Manilii carmina Auguſto Cæſari cecinerunt de ſacris vatibus & ſacerdotibus mathematum magiſtris, ut deus regum & ſacerdotum animos mathematis velut afflarit ad ipſius providentiam perſpiciendũ: aſtrologiam tãtum attingit: at arithmeticam & geometriam antecedere neceſſe fuit. Sed paganus poeta Mercurium pro deo nominat.

Quem primum infernis licuit cognoſcere terris
Munera cœleſtum? quis enim condentibus illis
Clepſiſſet furto mundum, quo cuncta reguntur?
Quis foret humano conatus pectore tantum,
Invitis ut diis cuperet deus ipſe videri?
Tu princeps authorque ſacri Cyllenie tanti:
Per te jam cælum in terris, jam ſydera nota.
Sublimes aperire vias, unumque ſub orbem
Et per inane ſuis parentia finibus aſtra,
Nominaque & curſus ſignorum, pandere vires,
Major uti facies mundi foret, & veneranda
Non ſpecies tantum, ſed & ipſa potentia rerum.
Sentirentque deum gentes, quam maximus eſſet.
Qui ſua diſpoſuit per tempora cognita ut eſſent
Omnibus, & mundi facies, cælumque ſupernum.
Naturæque dedit vires, ſeque ipſa recluſit,
Regales animos primum dignata movere
Proxima tangentes rerum faſtigia cælo.
Quæ domuêre feras gentes oriente ſub ipſo,

Quæ

Quas ferat Euphrates, in quas & Nilus inundat,
Quá mundus redit, & nigras super evolat urbes.
Tum qui templa sacris coluerunt omne per ævum,
Delectique sacerdotes in publica vota
Officio junxêre deum, quibus ipsa potentis
Numinis accendit castam præsentia mentem:
Inque deum deus ipse tulit patuitque ministris.
Hi tantum novêre decus, primique per artem
Sideribus videre vagis pendentia fata.

Adhuc igitur penes Chaldæos & Aegyptios mathematicum magisterium divinum & sanctum, idemque sacerdotale ac regale fuit. Deinceps matheſis ex Aegypto græcum matre trajecit, & ad Græciæ philosophos tandē pervenit, annisque paulo plus ducentis â Thalete milesio & Pythagora samio ad Euclidem maturitatem suam quandam & perfectionem habuit: nos ætatem istam maturitatis longius ad Theonem usque produximus annis ferè mille. Thales enim ante Christum floruit annis 584. Theon post Christum annis 390, quibus additis summa est 974. Sed in hac secta etiam latinam complectimur: quam Proclus novam sectam nullam putavit propter cæsarianam astrologiæ descriptionem, quæ præsertim Sosigenis fuit. Quamobrem & nos á Proclo præcipua hujus historiæ capita mutuati, ex hac tertia periodo atque secta mathematicos complecti statuimus. Thales igitur milesius primus Græcorum, cum in Aegyptum venisset, Geometriam inde in Græciam transtulit, multaque ipse reperit, multa successoribus suis exposuit, τοῖς μὲν καθολικώτερον, τοῖς δ' αὖ ἐπιβάλλων: aliis quidem plenius & uberius, aliis subtilius & minutius incumbens, ait Laertius. Hęc in mathematico logicæ laus est magna, & qua major, vel optari hodie non possit: sunt multa in elementis specialiter proposita, quæ ad generum paucitatem redigi queant: sunt generalia quædam, quorum specialis fructus ignoratur: imo totis elementis nullum de cujusquam propositionis usu verbum est: atque ut illic genera, ita hic species valde requirantur. Ergo Thales logicam istam secutus γραμμικὴν θεωρίαν de lineis cōtemplationem, quam prius Euphorbus Phryx inchoaverat, absolvit, & quandam de triangulis doctrinam attigit, ut 5.15. 26 p 1. sicuti Proclus recitat: item etiam adscriptionem trianguli & circuli, de qua sunt 2.3.4.5 p 4. cujus adscriptionis etiam lætitia elatus, bovem immolasse dicitur. ó Mathematicas musas vestris amatoribus initio tam difficiles duraſque: tandem tam suaves ac jucundas, quæ vestri studiosos tantis laboribus exercetis, ac demum tanta voluptate perfunditis. Hæ nimirū mathematum voluptates eximiæ sunt & singulares, quarum exempla etiam in posteris nonnulla reperientur, mathematici tantum laboris propria, cum cæteris artibus minime communia: sed Thaletis aliæ quoque laudes sunt. Pyramides Aegyptias dimensus est, observato cūm corporibus umbræ essent æquales: quod accidit sole, 45. grad. eleuato: Sed geodæsia illa ex umbris facta est postea elegantior de quolibet tempore per triangula, similia. Atque hic Thales non

tantum veritatem, sed utilitatem mathematicam spectavit. Circa Astrologiam observauit quædam præcipuæ necessitatis ac difficultatis de æquinoctiis, solstitiis, ut Laertius ait, itẽ de ursa minore, id est Cynosura, ut Callimachus & Eudemus authores sunt: denique primus solis eclipsim prædixit, ut Hyppias & Aristoteles tradiderunt, & lunæ eclipsim Cyro prædixit, ut Tzetzes author est. Simplicius tamen 2. cap. 1. Phys. ait á Thalete scriptum nihil esse præter Astrologiam quandam nauticam, cujus etiam mentio quædam erit in Proclo ad 26 p 1, quæque ad Cynosuram illam spectabat: Erat enim nautis pro pyxide quæ nunc est, ut Arati versibus intelligitur de Cynosura,

Hac fidunt duce nocturna Phœnices in alto. Et iterum,
Hæc verò parua est, sed nautis usus in hac est:
Nam cursu interiore breui conuertitur orbe.

Quapropter hic primus in Græcia mathematicæ scientiæ parens atque author fuit: Thaletis ætati succrescens Ameristus, vel Mamercus, vel Mamertinus Stesichori poëtæ frater, summus in Geometria fuisse traditur, nullum tamẽ ejus inventum narratur. At Pythagoras Samius post Thaletem familiam mathematicorum ingentem extulit: maximé verò περὶ ἀριθμητικὸν εἶδος, circa arithmeticam speciem elaboravit, ait Laertius: quod demõstrat & Aristotelis adversus Pythagoream philosophiam contraria philosophia, primo, tertio & duobus extremis metaphysicæ libris, ubi Pythagorea quædam dogmata labefactantur. Geometriam verò, ait idem Laertius, ad summum perduxit, cum Moeris antea principia elementorum inveniisset, mathematum principia altius repetens, res mathematicas ἀΰλως καὶ νοητῶς á materia abstractas sola mente consideravit,

——*Et quod natura negabat*
Visibus humanis, ea pectoris auribus hausit.

Logica ista fuit Thaletis logicæ similis παβολικώτερα facientis, & logica sapientiam singularem complexa. Primi in omnibus artibus observatores specialia primó permulta animadverterunt: secundi ad ὑπάλληλα pervenerunt: postremi tandem & rari summum in quoque subjecto genus attigerunt. Itaque quo quisque altius ascenderit, eo plus veræ laudis meruit. Laudatus est ista laude Thales primus, laudatur modó Pythagoras secundus. Pythagorea tamen ἀφαίρεσις, abstractio quæ dicitur, magnos errores postea peperit, Pythagoræ ipsi minimé probatos de magnitudine abstracta perpetuo dividua: cum Aristoteles nominatim Pythagoram reprehendat de magnitudine minima & indivisibili: qua de re scholæ physicæ & metaphysicæ copiosius disseruerunt. Verum enimverò in hac mentis elatione Pythagoras invenit 32. 44. 47. 48 p 1. sed imprimis ob inventam 47 & 48 p 1. celebratur, cujus inventionis lætitia tanta inventor ipse affectus fuisse dicitur, ut musis bovem immolarit. Refert Apollodorus apud Laertium, hecatomben immolatam esse, deque eo factum hoc epigramma.

ἤνυκε Γυθαγόρας τὸ περικλεὲς εὕρατο γράμμα,
κεῖνος ἐφ' οἴῳ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.

Quoniam Pythagoras insignem invenerat figuram,
Ille propterea inclytum celebravit sacrum.

Amores nempe mathematici sunt illi acerbi primùm difficilesque, tandem voluptatis plenissimi. Itaque Pythagoras qui Thaletis labores æmulatus esset, ejus quoque in lætitia simili gratulationem æmulatur. Idem veró Pythagoræ sacrum Athenæus l 10 c 3. testatur. Quanquam hoc ipsum Pythagoræ sacrum apud Ciceronem Academicus Cotta derisit, quia Pythagoras ne Apollini quidem Delio hostiam immolare voluerit. Atqui sive bovis unius, sive cētum, sive nullum omnino sacrum fuit, certé propositio Pythagorea in geometricis rebus pluris est, quám mille boum armenta, tam mirabiles usus, tamque infinitis in rebus ex una propositione illa oriuntur. Tametsi 31 p 6. ad 47 p 1. generalis est latiusque patet, bouesque mille pro una Pythagorea bove mereatur: Et mirum reputanti fuerit authorem specialis inventi tam gloriose celebrari: generalis autem parentem ne nominari quidem. Sed tamen historiam parentis hujus tertii prosequamur. Inuenit Pythagoras 32, 47. 48 p 1. Inuenit etiam τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν, καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν, irrationalium tractationem, & mundanarum figurarum constitutionem, quæ decimi & posteriorum Euclidis Elementorum Geometria præcipua est, & qua nulla est in totis elementis sublimior contemplatio: sed contemplatio tamen in decimo præsertim libro, subtilis & spinosa magis, quám utilis & ad usum necessaria, ut tum subtilius & accuratius in ipso opere á nobis explicabitur. Atque hæc Pythagorea arithmeticæ & Geometriæ inventa sunt. Astrologiam veró & Musicam Pythagoras impensé & docuit & exercuit: Et Astrologica prognostica futurorum varia reliquit (ait Tzetzes) Quin musicam in astris deprehendit, á plerisque postea mirifice celebratam: ab Aristotele tamen derisam. Sed musica exercitatio illa fuit insignis, mentes á cogitationum intentione cantu & fidibus ad tranquillitatem traducere, ut est 4. Tusc. At Pythagoras maximé uno argumento in cælum tollendus est, non solùm quod acuté & subtiliter invenerit multa in mathematicis, sed multô magis quód mathematicam philosophiam in speciem liberalis & ingenuæ doctrinæ primus redegerit, ludumque aperuerit, in quo juventus tam honestas, tamque nobiles exercitationes haberet: Ea siquidem in totum genus hominum singularis fuit & immortalis gratia. Non quosvis, ait Gellius libro primo capite nono in disciplinam admittebat, sed ἐφυσιογνωμόνει ex oris & vultus ingenio, totoque corporis habitu explorabat anté & probabat, ne ἄμουσοι, ἀθεώρητοι, ἀγεωμέτρητοι otio & ludo disciplinæ tam liberalis abuterentur. Tria veró doctrinæ genera Pythagoras scripta reliquit, ait Laertius, παιδευτικὸν, φυσικὸν, πολιτικὸν, é quibus παιδευτικὸν illam liberalis doctrinæ formam continebat. Nam cum Pythagorei tempore silentii peracto ἀκουστικοὶ, ut apud eundem Gellium est eodem loco illo, esse desinerent, μαθηματικοὶ nominabantur, á cognitione mathematum: Deinde physicis studiis informati, physici dice-

ci dicebantur: postremus eruditionis gradus erat in moribus & administratione civitatum & rerumpub. unde politici appellabantur, ut politicum hic ethicum complectatur. Pythagorei tamen tanquam generali nomine ἀνουσικοὶ ab Aristotelis interpretibus appellantur, ut á Syriano 13. lib. metaphy. Ergo tantus mathematicæ eruditionis sator & propagator Pythagoras fuit: Cujus, utinam παιδευτικὸν illud liberalis & ingenuæ institutionis fundamentũ, paulo diligentius ab hominibus attenderetur, propria humanitatis elementa tandiu á scholis nostris nequaquam abessent. Linguæ & grammaticæ studia tum nulla erãt, patrio & populari sermone ingenuæ artes instituebantur: Rhetorica tropos & figuras, logica locos argumentorũ & syllogismorum modos nondum in scholas importarant. Initia doctrinæ & elementa á mathematicis erant, absolutio á Physicis & politicis deinde petebatur. Triplicia modo á Grammaticis, Rhetoribus, logicis elementa antè perdiscenda sunt: cultum animi atque ornatum multiplicatum equidem laudo: verũm cum huc perventum sit, cur præteritis mathematis, ad physica & politica conuolatur? Atqui mathemata sunt physicorum & politicorum elementa & fundamenta: neque physicum, aut politicum naturæ, aut reipub. magistrum atque artificem quenquam idoneum Pythagoras judicabat, qui non antè mathematum magister atque artifex fuisset. Ridiculum est in Academia Parisiensi de scholasticis, qui pro legitimo philosophici triennii labore ac studio cũm menses aliquot in liberalia studia impendertũt, magistri tamen artium publica & voce & authoritate nominantur. Hi vulgò per saltum magistri appellantur. At, bone deus, saltum hic longè dissimilem, & ubi fossa interjecta nulla existimatur, tamen multo magis præcipitem superatis mathematum principiis & elementis Pythagoras appellaret, & Thebani ænigmatis dignum hic quiddam statueret, ut magister liberalium artium habeatur, qui liberales artes, vel solas, vel certè principes ne á limine quidem salutarit. Verum pergamus, sæpius ista Pythagorę querimonia nobis conqueranda erit. Pythagoras summus & singularis mathematicus fuit, ut Pythagorei mathemata primi & attigisse & auxisse Aristoteli videãtur 5 c 1. metaph. sed Aristoteli inventores Aegyptios oblito. Agedum, á Pythagora discedamus. Qui mathematicæ parẽtes succesſẽre? Anaxagoras Clazomenius & Oenopides Chius secuti, magnum in mathematicis nomen habuêre: Et tanquam virorum mathematica laude illustrium, Plato in amatoribus meminit, ubi adolescentes in descriptionibus circulorum & sectionum circularium dicuntur de Anaxagora & Oenopide contendere. Ab Anaxagora Geometriam quandam scriptam esse indicat Aristotelis liber de lineis individuis adversus Anaxagoram citatus á Græcis interpretibus: indicant & Astrologiam tractatam esse apud Laertium illa, de sole majore Peloponneso, de habitationibus in luna. Oenopidi verò Proclus 12 & 23 p 1. attribuit. Aelianus 7. cap. 10. de varia historia aliã ex Astrologia laudem attribuit, cùm dedicaret in Olympiis legum tabulam, inscripsit in ea Astrologiam quinquaginta novem annorum, affirmans hunc esse magnum annum. Zenodotus Oenopidis discipulus quædam geometrica conscripsit, unde

pſit, unde & Proclus aſſumpſit differentiam problematis & theorematis lib. 2. cap. 8. Atque hi tres proximi, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, ut antea Ameriſtus, magis nomine & fama, quam teſtatis monimentis aut exemplis virtutum ſuarum clari perhibentur: niſi forte & à Proclo veriſimile eſt virtutes ipſas præteritas eſſe, quod hiſtoria Theophraſti vel Eudemi de iis amplior in manibus haberetur. Quare duo ſunt adhuc inſignes & eximii mathematum principes, Thales & Pythagoras. Sed Hippocrates Chius, Briſo, Antipho, vel Ariſtotelis reprehenſione mathematici nobiles perhibentur. Hippocrates Chius prorſus admirabilis fuit naturæ, dicam, an fortunæ miraculo? Hic enim, ut ait Philoponus in primum Ariſtotelis phyſicum, mercator, cum in piratarum navim incidiſſet, Athenas venerat prædones accuſandi gratia, & cum diu Athenis perſequendi criminis cauſſa moraretur, acceſsit ad philoſophos, quorum conſuetudine tantùm in Geometria profecit, ut duas res in geometria maximas tentarit, valdeque promouerit, τετραγωνισμὸν, quadraturam circuli, & duplicationem cubi. Circuli quidem quadraturam non invenit, ſed cum quadraret lunulam, falſo arbitratus eſt ex hac circulum quadrari. Nam ex lunula quadrata circulum quadratum eſſe arbitrabatur. Hæc breviter Philoponus. Itaque Ariſtoteles primo phyſico Hippocratis veluti legitimé & ſecundum geometrica principia philoſophantis elencho reſpondendum cenſet eſſe. Hippocratis certé tetragoniſmus boni ſaltem hoc attulit, quod veré & mathematicé demonſtravit obliquilineum, ut lunula eſt, certam habere rationem ad rectilineum. neque heterogenia hic ulla eſt, ut quidam ætatis noſtræ, alioqui præſtantes mathematici crediderunt, quod & Eutocius doctiſsimus Archimedis interpres jam olim quoque docuerat. Peripheria, ait, circuli eſt magnitudo quædam, & quidem ad unum dividua, cujus ſpeciei & recta eſt. Eſt enim utraque magnitudo tantùm longa, & eo tantùm genere diviſibilis: ac tametſi nondum conſtiterit, quomodo peripheria rectæ poſsit æquari: attamen natura eſſe quandam rectam peripheriæ æqualem, à nullo unquam eſt dubitatum. Hæc Eutocius in primum theorema Archimedis de dimenſione circuli, ubi affirmat à nemine mathematico unquam eſſe dubitatum, quod non ſolùm dubitatur à nonnullis, ſed planè negatur. Quare quadrati & circuli ratio, quamvis nondum nota ſit, non tamen notionem habet impoſsibilem: Veraque ideo eſt Ariſtotelis ſententia, multa ſciri poſſe, quæ nondum ſcita ſunt, ut τετραγωνισμὸν circuli: Scientia quidem ejus nondum eſt, αὐτὸς δὲ ἐπιστητόν ἐστι, ipſe autem ſcibile quiddam eſt, ut ait in Categoriis, & aliis præterea locis, ut ejus ſententia nemini attento, & in philoſophi verba intento, dubia poſsit eſſe. Et ſic Marinus in protheoria Datorum, affirmat circuli ſcientiam (quamvis nondum percepta ſit) percipi tamen poſſe. De laudibus igitur Hippocratis nobilis imprimis iſta laus erit in quadrato circulo: Apud Eutocium autem in Eratoſthenis cubo, majus etiam Hippocratis ingeniũ declaratur. Primus enim tentavit cubi duplicationem per duas in dupla ratione rectas duarum continuè proportionalium extremas: quam viam ut ſingularem & unicam, omnis

posteritas approbavit. Ergo laus hæc Hippocratis altera prorsus egregia est: sed & laudes sunt insuper aliæ. Proclus enim ait ab Hippocrate in dubiis diagrammatis ἀπαγωγὴν deductionem ad impossibile factam esse, multaque in geometria reperta. Sed ἀπαγωγῆς logica tandem amplius expendetur, quantumque in mathematicis ea demonstratio mereatur, planum faciemus. Præstantior certe logica fuit Thaletis καθολικώτερα & Pythagoræ νοερώτερα facientis. Hippocratis tamen encomia dicantur. Supra omnia, meo judicio, illud est quod omnium mortalium in diagrammatis solertissimus fuisse dicitur. Logica in hoc mercatore, videlicet, naturalis singulorum enuntiatorum fuit, qualem Proclus in Cratisto postea commemorat fuisse, qui sine arte, solo naturæ acumine prompte problema quodvis dijudicaret. Vulgus poëtas nasci arbitratur & mentis furore ad egregia carmina fundendum excitari. At impetus iste naturalis communis est omnium virtutum omniumq; disciplinarum, in quibus excellet nemo, nisi qui naturæ indole atque bonitate impelletur, vel potius rapietur. Nascuntur in pratis herbæ sua sponte: sed in aliis aliæ fœcundiores & uberiores. Sic existimandum est artium semina hominum mentibus á natura ingenerari, sed in aliis alia abundantius. Quapropter credibile est mathematicam speciem atque ideam aliquam in animo Hippocratis insedisse, ut é mercatore, id est alienissimi studii opifice, tantus geometres existeret. Sed Hippocrates primus στοιχειώτης & Elementorum author ac scriptor fuisse á Proclo dicitur, tanquã Thales & Pythagoras & antea reliqui permulta eruerint ac deprompserint, Hippocrates cũcta composuerit & formarit, quo nomine primus mathematicæ verus parens & pater haberetur. Methodus nempe & universus artis ordo hanc Hippocrati laudem attulit: ut non tantùm inventionis solertia, sed syllogisticæ conclusionis, sed maximé methodicæ collocationis naturali quodam lumine excelleret. Teneamus igitur hunc é mercatore philosophum præstantem in mathematicis authorem fuisse, non solùm quia circuli quadraturam, & cubi duplicationem in mathematicis elementis aggressus est, multaque alia invenit, sed multó magis quia mathematica Elementa diligentius demonstrarit & luculentius ordinarit. Primus mathematicæ in schola magister Pythagoras fuit, sed ut de primis initiis credi par est, minus distinctus, ut στοιχειώτης ideo non appelletur: sed tamẽ quidquid sit, Hippocrates Pythagoræ magnitudine minimé deterritus mathematicum magisterium auxit, & exornavit elementis ordine, uiaque pleniore & uberiore deductis. Sed duo præterea mathematici reprehensione Aristotelis nobilitati sunt, Briso & Antipho: nec enim adversus ignavos & inertes athletas Aristoteles luctatus esset, ut discipulus ejus Alexander reges athletas deposcebat, cùm ad Olympicam coronã invitaretur. Quid igitur Briso? quid Antipho simile Hippocratis habuerũt? Brisonis quadratura citatur ab Aristotele primo posteriorum, & primo elenchorum, quod cõmunibus principiis quadraturam circuli demonstrarent. Et Alexander demonstrationis illius summam ait fuisse. Quadratum circumscriptum majus est circulo: inscriptum autem minus: Intermedium igitur quadratum circulo æquale erit. At in quem locum signorum intermedio-

termediorum æquale quadratum caderet, Briſo nõ demonſtravit. At Philoponus Alexandrum in eo falli putat: quia tum non communibus & heterogeneis uteretur. Sed tamen Briſo cum ſic tetragoniſmum polliceatur, nihil præſtat: tantúm concludit circulum quadrari poſſe, & veritati propinquum aliquid oſtendit: ſed tamẽ neq; ſatis mathematicẽ neq; ſatis accuratè: ſunt enim comparationes pleræque ejuſmodi in mathematicis fallaces & captioſæ: ut ſi inſcriptæ ſint æquales, ſubtendunt peripherias æquales, & contrá verum eſt: Item ſi inſcriptæ ſint inæquales, ſubtendunt peripherias inæquales, & contrá, verum item eſt. At ſi hinc cõcludas, Ergo peripheriæ ſubtenſis ſunt proportionales, falſum Ptolemæus conuicit ad 9. cap. 1. conſtruct. Sic neq; ſequitur, Datur in circulo angulus major recto, datur minor recto, ergo dabitur æqualis recto. Quare Briſo captioſa ratiocinatione deceptus eſt, ac ſi nil aliud invenerit, nil admodum invenit. Quid Antipho: quid hic deſcribit: Antipho eodem Poſteriorum loco citatur á Philopono, & repetitur primo phyſico: ſed gravior ejus paralogiſmus oſtenditur, quam fuit Briſonis. Multangulum tantùm, ajebat, inſcribi poteſt, ut tãdem ſit æquale circulo: At quadratum æquatur cuilibet multangulo: quadratũ igitur æquatur circulo. Propoſitio ſyllogiſmi falſa eſt, & geometricis principiis contraria. Quærit hîc Simplicius cui principio geometrico ſit contraria, & Alexandrum reprehẽdit, qui attulit é tertio libro Elementorum, circulum tangi â recta unico puncto: tum ipſe profert magnitudinem infinitè dividi poſſe, idque principium ait ab Eudemo proferri: quod magis cõſentaneum eſt, quamvis Ariſtoteles principia hîc nõ appellet ſolùm axiomata vel poſtulata, vel definitiones: Nec enim tali ullo principio uſus eſt Hippocrates, á quo principia ſervari Ariſtoteles profitetur, ſed vel elementa demonſtrata, quomodo in demonſtratione 2 p 12. Euclides demonſtravit é 1 p 10, & 6 p 4, nullum rectilineum tantum circulo inſcriptum eſſe, quin majus inſcribi potuerit: quod penitus contrarium eſt illi Antiphontis propoſitioni, ſtatuenti multangulum inſcribi poſſe æquale circunſcripto circulo. Quamobrem Briſo Antiphoque nihil admodum problema iſtud promoverunt: Sed é problemate tamen intelligitur, ſi non facultate, certé voluntate Hippocrati ſimiles fuiſſe, qui quæſtionem in mathematicis præcipuam ſibi tractandam & diſcutuendam propoſuerint. Quapropter conatus iſte index aliorum quoque ſtudiorum ac laborum hactenus probandus & laudandus eſt. Democritus cùm in phyſicis tum in mathematicis admirabilis fuit ſcriptis libris, de numeris deq; geometria generatim, item expoſitiones, ſed & ſpeciatim de differentia gnomæ, de lineis irrationalibus & ſolidis, de cõtactu circuli & ſphæræ, de aſtronomia, coſmographia, de parapegmatis, polographia, actinographia, de ſideribus vagis, de magno anno, de muſica plurima, ut Laertius author eſt. Theodorus Cyrenæus deinde celebratur nomine, nõ monimentis, ut antea Mamertinus, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, nomine tamen magnus eſt, quod Platonis in mathematicis magiſter fuiſſe memoratur: imo quod á Platone ipſo in Theæteto, ut Dialecticæ, ſic Geometriæ, Aſtrologiæ, muſicæ doctor inſignis deſcribitur, & matheſis ipſius quædã attingitur de lõgitudine & potẽtia magnitudinũ, qualis Pythagoræ geometria fuit irrationaliũ.

In politico etiam Theodorus appellatur præstantíssimus circa ratiocinationes & res geometricas. Itaque præconia ísta magna sunt á tanto præsertim præcone Theodoro tributa. Sed unus mathematicorum omnium, tanquam Homerus, habetur Plato, qui non solùm á Theodoro Cyreneo in Græcia, á Pythagoreis in Italia, á sacerdotibus in Aegypto mathematica tum inventa didicit, sed per sese multa exprompsit. Primus nominavit στοιχεῖον elementum in mathematis, unde στοιχείωσις & στοιχειώτης, ut intellígamus Platoni Pythagoram imprimis in eo placuisse, quod elementa juuenilis institutionis in matheſi collocaret. Plato (inquam) primus mathemata ingenuæ eruditionis ac doctrinæ elementa nominavit, tanquam principia & rudimenta: nominavit item ἑτερομηκῆ oblongum numerum: primus inchoavit sectiones, non quales sunt secundo Elementorum libro de ratione quadrati & oblongi é sectione uníus rectæ, sed quales sunt sectiones conicæ & cylindricę. Invenit etiam modum demonstrationis per analysin, ut Laertius ait, & Proclus ad 1 p 1. Analyseos autem illius exempla superant ad 1.2.3.4.5 p 13, ítem 2. Archimedis de sphæra: quæ ad causſas ex eventis atque effectis exquirendum, singulare adjumentum plerumque adferat. Cætera mathemata, tum imprimis Geometriam maximis accessionibus amplificavit, studio incredibili in eam collocato. Itaque philosophiæ suæ libros mathematicis rationibus distinxit, ac frequentavit, ac quicquid in mathematicis admirabile, cumque philosophia conjunctum esset, excitavit: Sic á mathematis reliquæ philosophiæ demonstrationem ac splendorem repetivit: imó verò philosophiam suam ἀγεωμετρήτοις occultam & incognitam esse voluit: Itaque tam propositum tamq; charum fuit hoc studium Platoni, ut in Academiam neminem admitteret, nisi Geometriæ peritum, vel certé capacem auditorem & idoneum: unde illud vestibulo Academiæ inscriptum, μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, nullus Geometriæ expers accedito, quod ad iustitiam é geometrica proportione Tzetzes retulit: sed allegoriam historia & veritas respuit. Aemulatus est Plato hac in re magistrum Pythagoram, qui non diagrammate vestibuli, sed Physiognomonico illo judicio arcebat á schola sua ἀμούσους, ἀθεωρήτους, ἀγεωμετρήτους. Quæ cùm de duobus præstantíssimis ingenii & doctrinæ præceptoribus cogito, animo certé non commoveri non possum, Academiam Parisiensem omnium, quæ unquam in terris fuerunt, Academiarum multis laudibus aliis longíssimé principem: tamen ísta laude tam dissimilem deprehendi. Linguarum latinæ, græcæ, hebraicæ professio in grammaticis & rhetoricis eximia est & laudabilis: Logicam sæpe conquestus sum sophisticis tantùm de arte ipsa altercationibus exerceri: at mathematum nullam in philosophiæ studiis rationem, nullam professionem esse, equidem sine scelere tacere non possum. Fundamentum Pythagoricæ scholæ in mathematicis fuit, fundamentum Academiæ Platonicæ in mathematicis fuit, & ἀγεωμέτρητον philosophis illis esse, idem prorsus erat, quod ἀθεώρητον esse & ἄμουσον. Verum enimverò publicis Academiæ nostræ legibus patent philosophicarum scholarum fores omnibus ἀγεωμετρήτοις & ἀμούσοις, ut qui triennii primo anno & altero logicas spinas nescio quas, tertio quasdam physicorum opi-

rum opiniones audierit, etiam plané ἀγεωμέτρητος καὶ ἄμουσος, mathematumque omnium rudis & ignarus, liberalium artium magister, tanquam Pythagoras vel Plato aliquis coronetur. Ergo Pythagoras Academiæ Parisiensi mathematicas artes optabit: Ergo Plato in Academia Parisiensi mathematicas artes desiderabit; & uterque Parisiensem Academiam, tum Pythagoream, & Platonicam esse judicabit, cùm mathematicis primas in philosophia detulerit. Sed ad Platonem revertamur, de quo vivo Græciæ judicium insigne atq; illustre fuit, cum Apollo interrogatus de sedanda pestilentia à Deliis, ut Philoponus 7. cap. 1. poste. author est, cubicam altaris sui figuram duplicari jussisset, Deliique cubum cubo superimponentes, prisma oblongum, non cubum fecissent, nec propterea pestilentia cessaret, deum denuo scisciatati, responsum ferũt, oraculo satisfactum non esse. Ad Platonem igitur, tanquam mathematicorum principem, Deliacum problema delatum est. Quid igitur hic Plato ad Apollinis oraculum respondit? Equidẽ si veré temporibus iisdem Demosthenes dixit Pythiam φιλιππίζειν, sic crediderim jam nunc quoque πλατωνίζειν: neque oraculum falsum illud quidem, sed solerti Platonis commento expressum suspicor ad Geometriæ studia excitandum. Quapropter audito Apollinis oraculo, Plato respondit Græcos neglectæ Geometriæ nomine á deo accusari: proindeque ê vestigio volare Platonis literæ ad omnes familiares in Italiam, in Aegyptum, in Græciam universam, omnesq; præstantes Geometras excitare ad hoc problema demonstrandum. Itaque commento isto, Plato Apollinem mathematicum, imo tanquam matheseos censorem atq; castigatorem effecit. Enimverò Academiæ Parisiensi neque Deliorum pestilentiam, neque fabulosam Apollinis Pythiam, sed certé tam nobilis tamque ingenuæ disciplinæ Platonicum amorem illum vehementer exoptabo, ut explosis & ejectis infinitarum nugarum sophismatis, mathemata succedant, idque brevi spero futurum. P. Ramus Veromanduus sum, non Atheniensis Plato: neque Apollinis Pythiam commento illo possum excitare, sed possum, ut in proœmio constituendæ & conformandæ Parisiensis Academiæ jam tentatum est, & nisi temporis calamitas obstitisset, perfectum jam esset: possum, inquam, regem meum, regis doctissimos & elegãtioris doctrinę amantissimos domesticos & familiares de tantis Academiæ bonis admonere, procq; mea quantulacunque facultate eniti & contendere, ut Pythagoras & Plato in Academiam Parisiensem regiis legibus, imo regiis privilegiis ac muneribus accersantur. Dionysius licet tyrãnus is, qui describitur, attamen philosophiæ amore tanto captus fuisse prædicatur, ut Platonem Athenis maximis & muneribus & honoribus evocaret, Platonisque tanquam numinis alicujus adventu ignes & sacra per totam Siciliam fieri juberet: Quanto Christianis veraque pietate & humanitate præditis regibus ac principibus aptius & cõvenientius fuerit, optimi maximique dei dona in publicas scholas publicis privilegiis ac stipendiis inducere? Possum (inquam) regem regisque familiares de tantis bonis admonere: imó veró & eodem argumento omnes orbis principes ad studium mathematicæ eruditionis adhortari. Itaq; detur nobis hoc loco egressionis extra regni fines,

gni fines, venia. Britanniam Galliæ bis antea magistram fuisse accepimus. Veterum Gallorum disciplina, inquit Cęsar, in Britannia reperta, atque inde in Galliam translata esse existimatur: Et tunc qui diligentius eam rem cognoscere vellent, plerumque illô discendi caussa proficiscebantur. Hoc antiquum magisterium fuit: Deinde cum barbaries, afflicta Romanis bellis Galliæ libertate omnem quoq; disciplinam afflixisset, ex eadem insula Flaccus Albinus vel Alcuinus Carolo Magno honorificé acceptus liberales artes in Gallia rursus excitavit: primaque parisiensis academiæ fundamenta posuit: Sic iterum Britannia Galliæ magistra fuit. Itaque ut Gallia nec ingrati nec immemoris animi monimentum erga principem eruditionis atq; humanitatis suæ parentem testatum haberet, Franciscus rex primus regias linguarum atque artium liberalium professiones instituit; unde & Britannia tanquam fructum communicatæ quondam doctrinæ legitimo fœnore repeteret: unde etiam tanquam municeps publici muneris honorem caperet. Itaq; Rod. Bainum Britannum professorem regium Lutetia habuit. Sed Carolus avi laudē æmulatus, publicum de regii professoris excellentia judicium esse voluit, eoque idoneos omnes, velut ab aratro Cincinnatos ad philosophiæ dictaturam evocari. At Elisabetha Anglorum regina, Angliam tuam Galliæ discipulam diutius fieri ne finito, sed Gallos vicissim in Angliam provocato, doctrinæ principatum pluris quàm regnum quodvis æstimato. Natura & fortuna pleraſque reginas effecit: at nobilium linguarum peritas, laudandarum doctrinarum studiosas & amantes, id est tui similes, sola virtus efficit. In duabus eruditissimis regni tui Academiis scisćitando didici regiis stipendiis honorari professores linguæ græcæ, hebraicæ: medicinæ, juris civilis, theologiæ. Regia sunt illa regni ornamenta. At mathematicis artibus præmium regale nullum esse constitutum. Macti igitur estote professores regii, duobus mathematicis collegii regii collegis: alter mathematicis elementis Arithmeticam & Musicam, Geometriam, eiq; adjunctas Geodæsiam, Opticam, Mechanicam: alter reliqua φυσικώτερα in astrologicis, & geographicis profiteatur. Hoc votum apud te & de te Elisabetha, eò sanctius concipio, quia Anglia doctissimos innumerabiles, sed è regibus etiam ipsis quosdam mathematicos habuit, Ethelstani nempe regis astrologicum opus in vestris annalibus comperio. Quid verò orationis tuæ in Academia cantabrigiensi conspectis majorum tuorum magnificis gymnasiis, gemitus ille generosum Cæsaris animum veré referens (*At nihil tale feci*) Quid illa in doctissimo conventu eximii operis & ad perpetuam nominis tui memoriam monimenti promissio: nonne palam loquuntur & proclamant potius, Optate à regina singulare aliquod ingenuis literis ornamentum, cumulatè ac magnificé præstabit. Itaque opto regios reginæ Elisabethæ in Academia & cantabrigiensi & oxoniensi mathematicos professores, qui sempiterna præclarissimi beneficii laude memoriam tuam exornent. Toletani Elisabetham reginam astronomicis tabulis prædicant: imo verò Angli reginea in suis Academiis collegia perinde ut regia concelebrant, ut Anglorum reginæ cum regibus de gloria literarum certasse videantur. Angli igitur Eli-

tur Eliſabetham reginam regali mathematicarum profeſsionum honore prædicabunt & celebrabunt. Neque dubito quin factum probet ac laudet Neſtor ille tuus Guilielmus Cæcilius non ſolũm quia cantabrigienſis Academiæ cancellarius eſt, ſed quia patriæ amantiſsimus. Neq; tu Dee aut tu Aconti tantum reginæ decus contemnetis. Enimverõ vicini Scotiæ reges inſulæ communem gloriam facere contendunto. Maria regina eſt ingenio variis & naturę & doctrinæ dotibus ornato: Ornatum verõ ſororis reginæ Jacobus Steuartus Moraviæ comes, ſi diſcipuli quondam noſtri inſignis & probitas & prudentia mihi bene perſpecta eſt, cũm cæteris ornamentis, tum mathematicis hiſce gemmis perlibenter augebit. Sed cohortationis hujus, Georgi Buccanane, partes tuę ſunt, ut in Academia præcipuẽ andreana ad profeſsiones linguarum, latinæ, græcæ, hebraicæ, Philoſophiæ, Medicinæ, Juriſprudẽtiæ, Theologiæ, adjungantur mathematum profeſſores duo, & liberalium artium quondam ſolæ, certẽ principes ac reginæ regium ſtipendium regiumque honorem tua perſuaſione cõſequantur. Poëta es Europa tota clariſsimus, cantatis præſertim ſuaviſsimo ſono diviniv atis carminibus: At mihi crede, jam carmen iſtius perſuaſionis carmine luculentius nullum abs te cantari poteſt. Baſſantinus Scotus Francis Euclidem fruendum dedit, dabit & libentius Scotis. Sed matheſeos amore digredior ab inſtituta hiſtoria longius, domum redeo. Plato mundum univerſum mathematicæ ſtudio per deliacum illud duplicandi cubi problema incendit atque inflammavit. Philoponus ſcribit Platonicorum commentationes de cubi duplicatione periiſſe, quod in interprete Græcorum interpretum doctiſsimo & μαθηματικωτάτῳ valde miratus ſum. Extant enim apud Eutocium ſententię duodecim ſummorum mathematicorum, quarum prima & ingenioſsima eſt Platonis, cujuſque meſographus ad duas medias protinus inveniendum, ſingularis eſt: Mathematicæ itaque laudis principatus tum penes unum Platonem fuit. Sed principatus in eo maximẽ excelluit, quod ẽ Platonis ludo, vel certẽ conſortio quodam & contubernio, tanquam ex equo trojano innumerabiles mathematicæ philoſophiæ principes exierunt. Tredecim Platonis familiares á Procio deinceps commemorantur, quorum ſtudiis mathematica ſit abſoluta. Hinc Leodamas Thaſius, Archytas Tarentinus, Theætetus Athenienſis, á quibus mathemata ſunt amplificata, καὶ εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν, & in accuratiorem & magis ſcientificum ſtatum adducta, inquit Proclus. Logica laus illa fuit ante in Thalete & Pythagora matheſin facere καθολικωτέραν ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν. Ita nunc in Academia Platonicorum logica eſt εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν erigere. Leodamas Thaſius á Platone didicit analyſeos modum, de quo dixi, perque analyſim multa in Geometria reperit, ait Laertius, & Proclus ad 1 p 1. Archytas Tarentinus Pythagoreus nobilis, alter Platonis in mathematicis, poſt Theodorum magiſter, vel certẽ ſocius & conſors fuit. Platonem enim ferunt, ait Cicero, ut Pythagoreos cognoſceret, in Italiam veniſſe, in ea cũm alios permultos, tum Archytam Timæumq; cognoviſſe & didiciſſe Pythagorea omnia, Archytas verõ ſcripſit, cum alia mathematica, tum imprimis illam

illam cubi duplicationem per ſemicylindrum, cujus demonſtrationem Eutocius integram habet. Verumenimverò mathematicus iſte unus veré parens mathematicæ diſciplinæ dici meritò haberique poteſt, qui non genuit tantùm, ſed aluit atque exercuit. Primus enim ſingularem mathematicę fructum aggreſſus, mechanicam mathematicis principiis uſus artificioſé tractavit, primuſque motum organicum in figuram geometricam adhibuit: unde & lignea columba ab eo facta volaſſe apud Gellium prædicatur: ita ſcilicet libramentis ſuſpendebatur, & aura ſpiritus incluſa atque occulta concitabatur: Ex eodem illo mechanicæ & organicæ fonte orta ſunt αὐτόματα Dædali & ſimilium artificũ, fabulis poëticis, propter artis occultam facultatem ſimilia. Notum enim illud poëtę noſtri:

Dædalus, ut fama eſt, fugiens minoia regna,
Præpetibus pennis auſus ſe credere cælo,
Inſuetum per iter gelidas enavit ad arctos:
Chalcidicaque levis tandem ſuperaſtitit arce.
Redditus his primum terris tibi Phœbe ſacravit
Remigium alarum, poſuitque immania templa.

Talia igitur Dædali ſigna illa ſunt in Menone Platonis, eo artificio facta, ut niſi revincta ſint, aufugiant: Tales Vulcani tripodes apud Homerum 18. Iliados, qui rotis interioribus acti, ſponté præliętur, commiſſoque prælio domum redeant. Sic enim poëta loquitur:

Τὸν δ' εὗρ' ἱδρώοντα ἑλισσόμενον περὶ φύσας
Σπεύδοντα, τρίποδας γὰρ ἐείκοσι πάντας ἐτεύχει
Ἑσσάμεναι περὶ τοῖχον ἐϋσταθέος μεγάροιο.
Χρύσεα δὲ σφ' ὑπὸ πύλα ἑκάστῳ πυθμένι θῆκεν.
Ὄφρα οἱ αὐτόματοι θεῖον δύσοντο ἀγῶνα.
Ἡ δ' αὖτις πρὸς δῶμα νεοίατο θαῦμα ἰδέσθαι.

Quæ ad verbum ita ſunt.

Hunc autem invenit ſudantem verſum circa folles
Properantem: lebetes enim viginti omnes fabricaverat
Stare circa parietem firmæ domus:
Aureas autem ipſis ſub rotas unicuique fundo poſuerat,
Ut ei per ſe divinum ingrederentur certamen,
Et iterum ad domum redibant, mirabile viſu.

Hæc Dædali & Vulcani αὐτόματα primo politico ab Ariſtotele repetuntur. Verum ad Archytam redeo. Hic mathematicus non ſolùm mathematicæ uſum ludicris oblectamentis adhibuit, ſed in patriis bellis, quinquies enim copiis civium ſuorum præfuit, & quinquies vicit. Quinetiam, ſi quid Vitruvio in proœmio libri ſeptimi creditur de machinationibus, geometriam mechanicam & organicam conſcripſit. Quare magnus mathematicus Archytas fuit, non ſolùm ob inſignem matheſeos ſcientiam, ſed ob eximiam ſcientiæ utilitatem. Itaque & Horatius 1. Carm. tanquam de excellente mathematico dixit,

Te maris & terræ numeroque carentis arenæ

Menſorem

Menſorem cohibent Archyta.

Theætetus verò Atheniẽſis magnæ famæ in Aſtrologia præſertim fuit, à quo etiam primò inſcripta eſſe dicuntur illa quinque ſolida, quæ primus Pythagoras invenerat. Magnus verò imprimis eſt Theætetus Platonis commendatione in dialogo Theæteti nomine inſcripto: in cujus initio magnæ laudes Theæteti continentur. Sed Leodamanti, Archytæ, Theæteto vicini fuere Neoclides, ejuſque diſcipulus Leo. Neoclidis nomen tantùm famaque celebratur: Sed diſcipulus Leo, quantus magiſter fuerit, facile declaravit. A Leonte modus eſt inventus, quo problema ſtatueretur poſsibile vel impoſsibile. Logica naturalis fuit in Cratiſto antea iſtius acuminis & ſubtilitatis. Modus verò in mathematicis elementis traditur, de quarto proportionali 18, & 19 p 9, utrum poſsibile an impoſsibile: At hic modus in totis elementis generalis nullus eſt: & tamen ſi tanti judicii theorema ullum fuit, valde interfuit propoſitum eſſe. Sed Leo mathematicæ univerſæ elementa conſcripſit, τῷτε πλήθει τῆ χρείᾳ τῶν μαθημάτων ἐπιμελέστερον, tum multitudine, tum uſu demonſtratorum accuratius. Auxit igitur Leo numerum elementorum: imò verò ad vſum aptiorem reddidit: Logica Thaletis μάθησιν καθολικωτέραν, logica Pythagoræ ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν: Logica Archytæ ἐπιφανεστέραν fecit: Logica Leontis modo facit τῇ χρείᾳ ἐπιμελεστέραν. Quam laudem equidem permagnam eſſe judico. Thaletem, Pythagoram, Hippocratem mathematico ipſo artificio celebramus: Archytam & Leontem etiam artificii fructu & uſu: at ut fructus arborum radicibus, ſic artium uſus præceptis gratiores eſſe ſolent. Itaque mathematicum iſtum non ſolùm de præceptis, ſed de uſu ſolicitum imprimis admiror & ſuſpicio. Leo igitur tertius mathematicæ philoſophiæ non ſolùm magiſter & doctor, ſed ſcriptor Pythagora & Hippocrate uſus laude perfectior & accuratior fuit. Secundus στοιχειώτης Leo fuit, & logicam hactenus novam attulit, non ſolùm qua dijudicaretur poſsibile problema eſſet, an impoſsibile: ſed quod præcipuæ laudis eſt, qua Geometriæ uſus facilius & expeditius tractaretur. Hos enim non tam doctores, quàm exercitatores artis præcipuè laudo. Talis antea fuit unus Archytas, talis ſubinde erit Eudoxus. Eudoxus enim Cnidius æqualis ſuperiorũ, in arithmeticis magnus ad analogias à veteribus traditas alias tres adjunxit: imo ſi Scholiaſtæ Græco creditur, totum in Elemẽtis quintum librũ de analogiis invenit: De quarum ſophiſticis demonſtrationibus dicetur ſuo loco: doctrinã ſectionũ à Platone inchoatarum auxit, uſus in hac inventione, Platonis analyſi, ut antea uſus eſt Leodamas, perque has lineas curvas, duplicationem cubi aggreſſus eſt, in qua deo ſimilem Eratoſthenes Eudoxum poſtea faciet: hanc tamen duplicationem Eutocius, ne ſua quidem recitatione dignatus eſt. Denicq; Geometriam deſcripſit, quam ex Archyta didicerat, & generalium theorematum numerum amplificavit. Logica videlicet illa fuit Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis: ita nunc Eudoxi matheſim generaliorem facere. Hic aſtrologicas hypotheſes ἀνελιττόντων re volventium ſphærarum primus reperit, ut ex Ariſtotele & Alexandro ejus interprete perſpicitur, poſteaque perſpicietur in Ariſtotele atque in aſtrologia doctiſſi-

ctíſsimorum hominũ judicio(ait Tullius) facile princeps fuit,& íta Cæſar apud Lucanum ſenſit,dum ſe Aſtrologíam Eudoxi emendaturum íta gloríatur,

Nec meus Eudoxi vincetur faſtibus annus.

Diſſeruit Eudoxus (ait ídem Tullius) contra Chaldæorum prædictiones de natali die. In quo ingenium Eudoxi ímprimis ſuſpiciendum arbitror, qui in íſtas vanitates invectus ſit: ut enim plurima in phyſicis rebus,ut georgicis,medícis,nauticis,prædictío vera ſit, plurima item eſt ín ſpontaneis & cõſilio ſubjectis rebus fallacia prædictionis & impoſtura. Sed hac de re aliás Eudoxum perſequamur.Eudoxi nomine extant hodieque brevía φαινόμενα,cum explicationibus Hipparchi. Sed enim,ut antea Archytas & Leo mechanicam & organicam, id eſt, Geometríæ uſum ímpenſius coluerunt: ſic & Eudoxus eídem ſtudío maxímé deditus fuit. Archytas enim & Eudoxus, ait Plutarchus ín Marcello, mathematicas contemplationes ab animo & rebus in mentis intelligentiam tantúm cadentibus ad rerum ſenſilium & corporearum exempla traduxerũt,Geometriam exornantes varietate demonſtrationis non ſolúm logicæ,ſed etiã practícæ, uſum omnino Geometríæ in vita permagnum eſſe docuerunt. ὀργανικὴ ὡς μηχανικὴ,hæc Geometríæ facultas dícta eſt machinalis & inſtrumentaria.Verúm indígnatus Plato quód nobiliſsimam philoſophorum poſſeſsionẽ ín vulgus indicarent ac publicarent, & velut arcana philoſophiæ myſteria proderent, utrumque ab inſtitutó deterrúit.Quod factum Platonis equidem laudare non poſſum: niſi forté poſſum tam nobilis diſciplínæ contemplationem quídem otioſam laudare, fructum veró & uſum vituperare, fínemque artis ímprobare. Enímverô Plato divine, quænam íſta penè muliébris zelotypía abs te ín philoſophiam índucitur? Sic pontifices Romani,faſtus quondam ſuos: ſic theologi plerique noſtri theologiam populo ígnotam eſſe voluerunt. Romæ, ait Dion in Tiberío, porticus maxima in alteram partem ínclinarat. Architectus quídam contra omnium opinionem machinis erexit & in priſtinum ſtatum reſtituit. Tiberius admiratus opus,opífici invidit, pecuniaque remuneratum urbe expulit:Cumque aliquanto póſt Romam Architectus reverſus impetrandæ veniæ gratia, vitreum poculum, veluti manibus forte elapſum colliſumque coram Tiberío redintegraſſet, Tiberius interfici juſsit. Flexibile vitrum artifex ille fecerat: Tiberius necari juſsit,ne ut Plinius 36. lib. cap. 26. author eſt, æris, argenti, auri metallis pretia detraherentur. Quid igitur, utrum Platoní morbus ídem, qui ímperatorí? Vileſceret aurum, ait romanus, ſi vitrum flexibile malleoque tractabile fuerit: ita modó philoſophus,Vileſcet philoſophia, ſi matheſis mechanicis opificum manibus exponatur. O philoſophum philoſophiæ amore aliquanto intemperantíus captum atque incenſum! At quanto melius ac rectius judicaſti, cúm philoſophos á ſchola & otio ad Reípub. gerendam, á contemplatione artium adipſarum utilitatem exercendam cogendos eſſe dixiſti? Fructum geometríæ mirabilem afferunt mechanica & organica, & ſine his humana vita,ferarum non hominum vita eſſet,ut ſecundo libro percipietur.

cipietur. Mechanicam & organicam Archytas & Eudoxus adamarunt: objurgas vtrumque tanquam facinus indignum faciant. Apagete, ais, desinite philosophiæ dignitatem contaminare, & quod philosophis proprium ornamentum est, cum imperitis opificibus cõmunicare. Atqui, inquam, mallem utrumque ad mechanicam & organicam exercendum & celebrandum, pro tua singulari & authoritate & eloquentia cohortatus esses: usum enim mathematicæ multo uberiorem teneremus: nec ereptus philosophis propterea suus honor esset, sed tantorum emolumentorum accessionibus esset amplificatus: Neque enim Geometria, ut verissimé Pappus in mechanica disseruit, mechanicis operibus contaminatur, sed ornatur & honoratur, perfectaque tum mathematica esset & absoluta, quando perfectum & absolutum usum, id est, finem propter quem est inventa, consecuta esset, & tum philosophi tanti boni authores & doctores justius observarentur & colerentur. Maxima igitur Platonis in mathematicis gloria fœdissimam ejusmodi maculam sibi aspersit. Verum perge, maximis virtutibus & maxima quoque vitia vicina sæpe sunt. querimonia ista gravis est: conquesti sumus excluſas é philosophiæ scholis & ejectas mathematicas artes: & Pythagoram Platonemque vindices appellavimus: modó conquerimur usum mathematicarum artium celari & occultari. Utrumque enim in philosophiæ schola volumus, & mathemata, & mathematum usum. Agedum mathematicos reliquos prosequere. Amyclas Heracleotes Platonis familiaris, & Menechmus Eudoxi discipulus, ususque Platonis consuetudine & frater ipsius Dinostratus longé perfectiorem Geometriam reddiderunt: Amyclas tamen & Dinostratus nomina sunt, ut antea Mamertinus Anaxagoras, Oenopides, Neoclides Zenodotus. Quantum verô Menechmus valuerit in mathematicis, indicant sectiones conicæ ab eo repertæ, quibus duas medias invenit, cujusque inventio cæterorum inventionibus ab Eratosthene apud Eutocium est præposita. Geometriam etiam videtur scripsisse, unde Proclus assumpsit omnia propositionum genera problemata appellari. Hinc Theudius magnus vir in mathematicis, non solùm in reliqua philosophia præstans, elementa nempe conscripsit, & é peculiaribus veterum inventis, pleraque fecit universaliora, nec odiosum sibi, nec invidiosum putavit Pythagoræ, Hippocratis Leontisque στοιχείωσιν corrigere & emendare, sed glorioſum fore judicavit tam nobilis disciplinæ terminos longé lateque propagare. Hæc logica Thaletis laus prima anté fuit, alia καθολικώτερον, alia ἀϊδητικώτερον explicantis: Deinde Pythagoræ quod mathemata ἀύλως καὶ νοερῶς consideravit, tum Leodamantis, Archytæ, Theæteti, qui theoremata εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν adduxerunt. Deinde Eudoxi qui generalia theoremata amplificavit: Postremo Leontis, qui & multitudine & usu mathematicam ἐπιμελεστέραν fecit. Tertius hic igitur στοιχειώτης in mathematicorum patrum ordine, tertium laudis hujus locum obtinebit. Et eodem quidem logicæ laudis argumento quod matheſim καθολικωτέραν fecerit. Hinc etiam Helicon Cyzicinus Athenienſis. iisdem temporibus, cùm cæterorum mathematum, tum Geometriæ studio floruisse dicitur. Sic antea plerique nomi-

nati, nullis præcipuis inventis ornati. Hic (ut Plutarchus in Dione author est) cùm minori Dionysio solis eclipsim prædixisset, in ingenti fuit admiratione, & argenti talento donatus est. Astronomicæ Ephemerides tum nullæ fuerant: Gloria ista Regiomontani postea prædicabitur. Hermotimus verò Colophonius á Theæteto & Eudoxo præculta & præparata fecit ampliora: imo verò tanquam de ingenii industriæque laude cum Hippocrate, Leonte, Theudio certaret, στοιχείωσιν novam instituit, elementa multa reperit, & quosdam locos præscripsit: Cur igitur στοιχειώτης Hermotimus quartus habitus est: quia per se multa nova invenit, veterumque inventa fecit ampliora. Ergo quó quisque matheſim fecit magis universalem atque generalem, id est præceptis breviorem usuque facilio rem, eo majorem laudis fructum tulit. Neque hic calumniæ vel obtrectationis nomen audiebatur, sed discipulis & successoribus semper honestum & laudabile fuit magistrorum & superiorum doctrinam, emendatione, additione, conformatione meliorem facere. Quamobrem in elementorum mathematicorum patribus, Hermotimus nobis quartus στοιχειώτης erit. Philippus Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque incitatus ad mathematicum studium, quæstiones ad Platonis expositionem instituit, omniaque sibi ad explicãdum proposuit, quæ Platonis philosophiæ conducere arbitraretur, quẽ laborem etiam Theon Smyrnæus postea suscepisse dicitur. Platonici Philippi Alexander Aphrodiseus in meteoris, & Vitellio meminit 65 p 10, quod compererit materiam iridis in profundo irradiari, & observarit opticum illud iridis admirabile, quod insequẽtes fugiat, fugientes insequatur. Atque omnes hi Platonici in Academia unâ conversati, & communibus inter se quæstionibus exercitati, mathematicam philosophiam ad perfectionem deduxerunt, ait Proclus. Ita Procli judicio Platonis Academia mathematum inventrix, vel altrix, certè perfectrix efficitur: istaque periodus est tertia paulò plus ducentis annis comprehensa. In qua sit operæpretium contemplari singularem præstantium ingeniorum æmulationem, nulla quantumlibet excellentis magistri doctrina contentorum, quin melius, perfectius, fructuosius semper aliquid sperarẽt & exquirerent. Pythagoras, ut hunc etiam tanquam στοιχειώτην numerem, in formulam liberalis disciplinæ mathematicas artes conclusit, easque juventuti cognoscendas & fruendas exhibuit. Laus egregia est Pythagoræ. Hippocrates istam laudem æmulatus, elementa demonstrationibus exornata, descripsit & publicavit, indeque gloriam permagnam est adeptus. Leo tertius in isto curriculo superioribus parta ingenii præmia, nõ illa quidem eripuit, multitudine tamen Elementorum majore usuque ampliore, majorem quoque & ampliorem palmam obtinuit. Nec tamen propterea quartus Theudius, quintus Hermotimus de contentionis suæ remuneratione desperarunt, si prius illi metam attigisse viderentur, quàm hi è carceribus essent emissi. Theudius veterum commentationes in altioris scientiæ gradum extulit, totaque elementa clarius & elegantius explicavit: Hermotimus accurtatus exoluit, novisque inventis locupletavit. Ergo

— *Sunt hîc etiam sua præmia laudi.*

Denique

Denique in istorum hominum mentes, invidiæ, calumniæ, malevolentiæ mentio nulla suspiciove incidit: amor de liberalibus doctrinis bene merendi: ardor mathematicas artes absolvendi ac perficiēdi tantum accendebat. Atqui periodus ista est, in qua putat Proclus mathematicam in numeris & figuris inventam & perfectam fuisse. Magna tamen & longa variarum accessionum ab Academicis illis successio numeratur, ut Proclus nobis interdum ὑπερβολὰς loqui videatur. Xenocrates enim scripsit de numeris & numerorum contemplatione libros duos, de geometria duos, de geometricis rebus quinque, de astrologia sex: & magistri Platonis illud arctè tenuit ὁ ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Nam cùm quidam mathematum imperitus auditor ejus esse vellet: Abi (inquit) λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας, ansas enim philosophiæ non habes. Sed Aristoteles Xenocratis condiscipulus multa nominatim mathematica opera conscripserat, ut mathematicum, mechanicum, opticum, musicum. Ptolemæus opticam Aristotelis habuit, eamque copiosam fuisse testatur. Simplicius in Categoriis Geometricos ab Aristotele libros & mechanicos appellat: itemque plurima de Pythagoræ & Archytæ philosophia περὶ στοιχείων, in quibus par est credere στοιχείωσίν aliquam mathematicam fuisse: & geometricos illos Simplicii libros στοιχεῖα ista complexos esse. Mechanica adhuc extant superiore anno á nobis publicé exposita: attribuitur item de lineis individuis liber, sed falsò, cùm satis é lectione appareat esse interpretis cujusdam, nec admodum eruditi. Scripserat tamen librum aliquem in hoc argumento, ut antea patuit adversus Anaxagoram. Neque minus ἀγεωμέτρητος auditor Aristoteli quàm Platoni vel Xenocrati displicuit: testis est auscultatio matutina, ad quam nemo admittebatur nisi cujus elementa prius explorata essent. Ergo Aristotelis judicio στοιχείωσις reliquam philosophiam physicam & politicā antecedat necesse est: Secus in philosophiæ scholam nemo admittatur. Tam sanctum fuit Platonicis omnibus principia philosophiæ in mathematicis elementis constituere. Aristotelis verò liberum illud vereque philosophicum ingenium hîc imprimis veneror animo, ac mente suspicio. Plato dehortatus est Archytam & Eudoxum, ne mechanicam in vulgus ederent: Aristoteli autem dehortatio illa, cohortatio fuit: Nec Platonis authoritas apud philosophum pluris fuit, quàm publica rerum utilitas. Itaque mechanicam docuit, literisque proditam publicavit, eaque laude Platonem, Archytam, Eudoxum magnificè superavit. Sed Aristoteleum mathematici amoris ardorem astrologica præcipuè demonstrant. Astrologia apud Græcos exilior adhuc erat: hypotheses quas Eudoxus primus invenerat, cum Callippo Aristoteles correxit, ut in libris de cælo Græci interpretes prodiderunt. Et certé Aristoteles in quæstione de numero sphærarum cælestium duodecimo philosophiæ libro hæsitans, & ad Astrologos tanquam judices idoneos recurrens, non alias hypotheses quàm Eudoxi & Callippi & suas de concentricis orbibus numeravit: neque tamen sibi satisfecit, ut & illic, & in problematis de altitudinis differentia significatum est. Itaque ad primum illum mathematicæ philosophiæ fontem, recursum est. Alexander Asiam tum fulminabat, & Callisthenes

pro Aristotele datus Alexandro, monitus est, ut si Babylon caperetur, Astrologia Babyloniorum à Chaldæis exquireretur, atque in Græciam mitteretur. Hæc enim opima orientis spolia à philosopho expetita sunt, & certè Babyloniæ illæ de quibus jam dixi observationes annorum 1903. ad Aristotelem à Callisthene missæ memorantur. Quare summa, & vix credibilia Aristotelis studia in mathematicas artes agnoscimus. Verumenimverò necesse est in isto philosopho & mathematico, querimoniam de mathematicis à philosophico studio seclusis renovare. Aristoteles omnium philosophorum qui sunt, qui fuerunt, liberrimus in philosophia, & veritatis amantissimus fuit. Veteres logicos, mathematicos, physicos, ethicos acerrimè exercuit: neque omnino philosophum judicavit, nisi scientiæ, veritatis, sapientiæ non custodem duntaxat integrum & fidelem, sed adversus omnes propugnatorem ac vindicem. Pythagoras neminem philosophum futurum putavit, nisi qui mathemata primum percepisset. Plato ἀγεωμετρήτους ab Academia repulit. Quid Aristoteles? quali judicio in philosophiæ institutione fuit? An ἀγεωμέτρητον philosophiæ discipulum probavit? An in Lycei spatia & ambulationes admisit? Etenim si manibus Aristotelis placet, Aristotelei philosophi inventi sunt, qui mathemata non modò ad Aristoteleam philosophiam minimè necessaria confirmarent, sed prorsus inutilia esse prædicarent. Verum est. Scientia, ajunt, non habet inimicum præter ignorantem, neque porcis margaritæ luto pretiosiores solent esse. Verùm quid si reviviscat Aristoteles, quid stolidam feritatem, non ne de Lyceo flagris exterminandam præcipiet? Didicit in Academia Platonis mathematicas artes, & ab iis reliquas philosophiæ partes deductas deinde cognovit: Docuit similiter & scripsit mathematicas artes, & ab iis consequentes philosophiæ partes derivavit. Ecquo mœrore futurum arbitramur, si scholæ suæ dignitatem atque honorem tam indignè tamque miserè contaminari videat? Sed ista labes Academiæ vindicanda nobis alio loco vehementius est: Si spectetur quæ fuerit mathematum progressio, στοιχεῶται deinceps ut ætatibus, ita laudibus στοιχειώσεως crevere. Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: sin usus στοιχειώσεως & utilitas cõsideretur, Archytas, Eudoxus, Aristoteles principatum sibi vindicabunt: authoritate verò & nominis amplitudine Thales, Pythagoras, Plato supra omnes erunt. Sed mathematicam Aristotelis scholam persequamur. Aristotelis discipuli præcipuè duo hic efloruerunt, Theophrastus & Eudemus. Theophrastus libros reliquit de numeris duos, de historia geometrica quatuor, de lineis individuis unum. Sed & Eudemus historiam illam geometricam conscripserat, ut Laërtius ait, & citant Aristotelis interpretes, & in Archimedem Eutocius: sed imprimis Proclus ipse in commentariis: scripserat etiam librum de angulis, qui citatur secundo Procli commentario. De hac tamen peripatetica schola, verbum in historia nullum Proclus fecit: eos saltẽ nominasset, unde historiam mutuatus erat, vel potius unde detruncarat. Satis enim constat é plerisque locis per Aristotelis interpretes citatis, historiam mathematicam plenè & integrè ab Eudemo descriptam fuisse, cujus vix levia indicia à Proclo attingũtur. Quapropter

propter Aristoteles, & Aristotelis discipuli nullam philosophiam, nisi mathematicis fundamentis fundatam coluerunt. Aristæus ante Euclidem, ut Pappus ait 5. libros de solidis scripserat, unde etiam Euclides assumpserat. Decimo autem quarto & decimo quinto comparatio quinque ordinatorum ex Aristæo etiam nominatim repetitur, ut ab Isidoro quædam de laterum inclinatione, qui magnus magister & præstantissimus vir ab Hipsicle nominatur. Aristarchus ab Archimede citatus, græce apud nos est de magnitudinibus & intervallis solis & lunæ: tametsi istorum tempora nobis minus perspecta sunt. Meminerimus igitur mathematicam adhuc é Procli sententia perfectam in Academia fuisse: cùm tamẽ plurima deinceps á posteris inventa sint: στοιχειῶται quatuor adhuc expositi sunt Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: Quintus Euclides deinde á Proclo Platonicis commemoratis paulò junior efficitur, & dicitur sub Ptolemæo primò floruisse, eique etiam notus fuisse in Aegypto. Valerius tamen ait libri octavi capite decimo tertio conductores sacræ aræ modum & formam ejus cùm Platone conferre cònatos, ad Euclidem Geometram irejussos, scientiæ ejus cedente, imo professioni. Sed Proclus Geometriæ magister á Theophrasto atque Eudemo præsertim hac de re veritatem edoctus, sed Eratosthenes de quo mox in hac historia mihi verisimiliór est, quàm Valerius: nec duplicati cubi quicquam ad Euclidem, sed ad Platonem principem totum referri comperio. Nec Euclides in Elementis quicquam nominatim de duplicando cubo proposuit: alioqui tamen si hæc vera essent, non taciturus. Itaque Euclidem Platone & Platonicis juniorem á Proclo accipio. Utrum verò tantus author Euclides fuerit, quantum facere Proclus videtur, considerandum posthea tertio libro fuerit: nunc historiam tantùm propono. Quid igitur Euclides? quid in mathematicis invenit? Elementa, inquit Proclus, collegit, in iisque pleraque Eudoxi composuit, pleraque Theæteti perfecit, aliaque á veteribus negligentius demonstrata, demonstrationibus iis affirmavit, quæ neque refelli, neque redargui possint. Magna laus Euclidis, si vera ista sunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, sed maxime omnium, indigesta componere. Hæc (inquam) magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, sed expositio operis & exornatio. Ergo Euclides στοιχειώτης hactenus efficitur á Proclo, ut sit elementorum non inventor, sed demonstrator, sed compositor: Quo jure superiores στοιχειῶται omnes palmam sunt adepti & imposterum adipiscentur, si qui talem logici judicii prudentiam ad mathematicas instituendas attulerint. Quid tum? quæ præterea sunt hujus ingenii monimenta? Nominantur musica, optica, catoptrica, liber de divisionibus, ubi docuerat figuras quæ secarentur in figuras similes vel dissimiles, ut Proclus ait ad 14 d 1 ψευδάρια, id est mendacia, quales Aristotelis sunt elenchi. Atque hic τῶν ψευδαρίων liber optabilis quidem fuerit: ut enim mathesis veritates longè certissimas, ita ψευδογραφίας habet multò fallacissimas: Adduntur etiam á nonnullis φαινόμενα & δεδομένα, apparentia & data. Pappus lib. 7.

lib.7.Euclidi librum unum datorum tribuit:item 2.locorum ad ſuperficiem, & 3.πορισμάτων,id eſt corollariorum: Attribuitur etiam fragmentum de levitate & gravitate,quod tamen græcè videre nondum cõtigit. Hæc opera ſunt & monumenta Euclidis. Præcipuè verò quiſpiam Euclidis Elementa admiretur, in quibus ſuperiorum illorum Hippocratis,Leontis, Theudii, Hermotimi elementa omni genere laudis longiſsimè ſuperavit, ait Proclus. Proindeque trans maria in Aegyptum uſq; , apud Ptolemæum regem celebris habitus eſt: στοιχειώσεως tamen Euclideæ rationem & viam videtur rex ille non probaſſe, neque Euclides ipſe ſatis liberaliter regi feciſſe. Rex enim Euclidem aliquando interrogaſſe fertur, num qua ad Geometriam via magis compendiaria eſſet, quam στοιχειώσεως ab eo compoſitæ:cui Euclides,Semita,(inquit) ô rex,ad geometriam regia nulla eſt: Quo reſponſo videtur ſignificaſſe viam elementorum â ſe compoſitorum eſſe latam,apertam, ſimplicem, directam & tanquam militarem, ideoque regiam eſſe: Semitam autem breviorem eſſe lubricam & ancipitem,neque ideo regiam. Sed iſtud problema tertio libro plenius ediſſeretur,Regiſne hac in re judicium,an Euclidis λογιώτερον fuerit.Pergamus igitur. Qui deinde mathematici commemorantur? Euclidem ſequuti ſunt centum fere pòſt annis duo mathematici inſignes, ætatibus inter ſe æquales, Eratoſthenes & Archimedes: ille ob excellentiam doctrinæ minor Plato vocatus eſt,eoque nomine regię bibliothecæ in Aegypto præfectus. E ſcriptis ejus variis,poëticis, hiſtoricis, mathematicis, philoſophicis nil extat, quod audierim, præter cribrum arithmeticum in Nicomacho, præterque harmonica quædam in Ptolemæo, & epiſtolam & epigramma cũ meſolabio duplicandi cubi, quæ Eutocius recitat in ſecundo Archimedis de ſphæra: Eas tãti ingenii reliquias ſubjiciã in epiſtola & epigrammate.

REGI PTOLEMAEO ERATOSTHENES S.

E Veteribus tragicis, ut ajunt, quidã Minoa induxit Glauco ſepulchrum extruentem,auditoque quod undique centum pedum eſſet, cum parvum improbaret regalis ſepulchri monimentum,dixiſſe,Duplum eſto: cùm autem cubi ignarus Architectus eſſet, duplicans craſsitudine unumquodque latus ſepulchri, videbatur erraviſſe: Lateribus enim duplicatis planum quidem quadruplum efficitur, ſolidum verò octuplum. Quærebatur itaque etiam à Geometris, quomodo datum ſolidum manens in eadem figura quiſpiam duplicaret: ac vocabatur tale problema cubi duplicatio. Supponentes enim cubum, quærebãt ipſum duplicare. Cùm mortales omnes diu multumque hæſitaſſent, primus Hippocrates Chius intellexit: quod ſi inventum eſſet, quomodo inter duas rectas lineas, quarum major minoris eſſet dupla, duæ mediæ proportionales ſumerentur in continua proportione,duplicaretur cubus. itaque difficultas in aliam difficultatem nõ minorem converſa eſt. Aliquanto verò pòſt ajunt Delios graſſante morbo, ſecũdum oraculum duplicare quandam aram juſſos, incidiſſe

incidisse in eandem anxietatem, tumque implorando Platonicos in Academia Geometras oravisse, ut quæstionem dissolverent. Cum igitur accuraté seipsos cohortati investigarẽt, duabus datis duas medias assumere, Archytas Tarentinus dicitur per semicylindros invenisse: Eudoxus autẽ per lineas, quæ curvæ dicuntur. Atque his omnibus accidit, ut apodicticé quidem describerent, at manu atque operè exequi & in usum deducere non possent, præterquam paululum quiddam Menechmus, idque ægré ac difficulter. Verùm á nobis inventa quædam facilis organica, qua reperiemus duabus datis, non solùm duas medias, sed quot quis jusserit. Hoc autem invento poterimus omnino datum solidum parallelogrammis comprehensum in cubum constituere, aut ex alio in aliud figurare, & simile facere, & augere observando similitudinem: itaque & aras & templa. Poterimus autem & humidorum mensuras & siccorum, verbi gratia medimnorum metretam in cubum constituere, ac per ejus latus vasa dimetiri ipsorum capacia, quantũ capiant. Quinetiam nobilis ista cognitio fuerit cupientibus augere catapultica, & organa lapides jaculantia. Necesse enim est omnino proportionaliter augeri & crassitudines & magnitudines, & perforationes & funium vias, iisque trajectos nervos, si cura consiliumque sit proportionalis augmenti. Hæc autem fieri absque mediarum inventione non possunt. Hactenus est Eratosthenis epistola, demonstratio est in Eutochio de qua suo loco: Epigramma Græcum apponam reddamque ad verbum. ita redi

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον, ὦ γαθὲ, τεύχειν
Φράξεαι· τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι· τὸ δέ τοι παρὰ κἂν σύγε μάνδρην
Ἢ σεῖρον, ἢ κοίλου φρείατος εὔρυ κύτος
Τῇ δ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
Συνδρομάδας, διοσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων,
Μὴ δὲ σύγ' ἀρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
Μὴ δὲ μενεχμείοις κωνοτομεῖν τρίαδας
Δίξηαι, μὴ δ' εἴ τι θεοειδέος εὐδόξαιο,
Κάμπυλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δὲ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μύρια τεύχοις
Ῥεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος
Εὐαίων πτολομαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ συνήων
Πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις ὡς βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω, τόδ' ἐς ὕστερον, οὐράνιε ζεῦ,
Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δὲ τίς ἀνθεμαλεύσων,
Τοῦ κυρηναίου τύτ' ἐρατοσθένεος.

Si cubum ex parvo duplum, ô bone, construere
Cogitas: solidam omnem in aliud naturam
Bene transformare: præterea etiam si tu speluncam
Aut sirum, aut cavi putei latam capacitatem

Sic mensus fueris, medios quando finibus extremis
Concursus duplicium intus sumpseris regularum,
Neque tu Archytæ difficilia opera cylindrorum,
Neque Menechmeos coni secare ternarios
Quæsieris, neque si qua deo similis Eudoxi
Curva in lineis species adscribitur.
Sed his in tabulis mesographa innumera construxeris
Facilé ex modico fundo incipiens,
AEvi beati Ptolemæe, pater, quod puero convivens
Omnia & musis & regibus chara
Ipse dedisti, ille verò imposterum, cælestis Juppiter,
Etiam sceptra ex tua consequetur manu.
Atque hæc quidem velut perfecta sint, dixerit quis votivam tabulam videns,
Cyrenæi hoc est Eratosthenis.

Quapropter ista deduplicando cubo Eratosthenis geometria fuit aggreganda ad Thaletis, Leontis, Archytæ, Eudoxi, Aristotelis mathematicam non solum veritatem, sed vtilitatem: cùm duplicati cubi usum tam studiosé interpretetur ingeodæsia humidorum, siccorum, catapulticorum, puteorum, firorum, antrorum: Itaque tali duplicandi cubi inventione, Eratosthenes sic affectus est, ut Thales antea & Pythagoras affecti sunt. Sed voluptatis affectionem elegantiore & illustriore sacrificio declaravit: Illi nempe immolatis bobus lætitiam suam uno die consecrarunt: hic, mentis sacrificium mente ipsa sempiternum fecit, tabulamque præclari inventi interpretem & nuntiam in templo deorum, ἀνάθημα scilicet ingenii sui perpetuum consecravit. Mathematicus igitur is Eratosthenes fuit, qui de duplicando cubo, id est de extrema summaq; Geometriæ laude cum principibus certaret. Ad Archimedem venio, cujus vitam descripserat Heraclides, ait Eutocius, qui liber si extaret, jucundum nobis esset præstantis artificis imaginem à bono pictore expressam intuerí: Colligemus tamen studiosé quidquid de tanti viri laudibus nobis é lectione præteritorum temporum in memoriam redierit. Voluit deus in omnibus artibus aliquam velut ideam singularem esse, quam omnes ejus disciplinæ studiosi ad imitandum sibi proponerent: ut in eloquẽtia, Demosthenem & Ciceronem: in medicina Hippocratem & Galenum: sic in mathematicis Archimedem. Fuit enim Archimedes ingenio ad mathematicam imprimis admirabili: studio autem partibus infinitis admirabiliore fuit: atque ita dulcedine sirenes cujusdam geometricæ correptus, ut cibi & potionis cultusque reliqui immemor tota cogitatione atque mente mathematicis incumberet. Quin si quando á servis & ministris ad balnea duceretur, figuras in cinere describebat, lineasque in corpore peruncto digitis ducebat. Archimedes verô inventione judicioque rerum singularum summus fuit: methodo tamen, & tota docendi via perobscurus, quamvis Plutarchus valdé facilem judicet, libris tamen ipsis obscuritas arguitur: Magnus in omnibus mathematicis disciplinis fuit. Pappus octavo libro

συνα-

τῆς συναγωγῆς author est Arithmeticam & Geometriam studiosè ab Archimede conscriptas esse. Arithmeticam ejus ad Zeuxippum citat libellus de numero arenæ: sed multó maximé declarant pleræque propositiones, ut in secundo de sphæra proportionibus numerorum demonstratæ. Maxima enim propositionum illarum subtilitas non nisi numeris explicatur. Quin pro Cluentio orator cúm dicit 64. millia sexdecim judicibus esse divisa, hoc Archimedes, (ait) non potuit melius describere. Hic tanquam proverbio Arithmetica Archimedis jactatur. Verúm Archimedes non Arithmeticæ, sed Geometriæ gloria præcipué commendatur, ad quam totam communiter attinet liber περὶ ἰσοπεριμέτρων, quem tamen nondum videre nobis licuit: ad Geometriam de planis spectant dimensio circuli, tractatio volutarum: ad Stereometriam veró de solidis referuntur libri de sphæra & cylindro, de sphæroidibus & conoidibus, quadratura parabolæ: Citantur etiam 3 p de quadratura parabolæ & 3 p de conoidibus & sphæroidibus elementa conica, quæ ipsius fuisse videantur: hæc geometrica sunt: Sed labor in geometricis rebus Archimedi gratissimus fuisse dicitur, de ratione sphæræ & cylindri: Ideoque amicos oravit, ut sepulchro suo imponerent cylindrum sphæra comprehensum, præscripta ratione comprehendentis ad comprehensum, tanquam id geometricarum vigiliarum & inventionum palmarium esset: quæ ratio demonstratur ad 33 p 1. de sphæra & cylindro. Atqui laboriosi inventi videlicet ea conscientia fuit, quæ fuerat anté in Thalete, Pythagora, Eratosthene, unde sacra & anathemata. Sepulchrum autem ipsum jampridem nullum esset, nisi quinta in Tusculana immortalitati esset á Cicerone consecratum. Commemorat enim Tullius illud Archimedis sepulchrum, cúm de Dionysio Syracusanorum tyranno loquitur. Ex eadem urbe, ait, humilem homunculum á pulvere & radio excitabo, qui multis annis póst fuit, Archimedem, cujus ego quæstor ignoratum á Syracusanis, cum esse omnino negarent, septum undique & vestitum vepribus & dumetis indagavi sepulchrum. Tenebam enim quosdam senariolos, quos in ejus monumento esse inscriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphæram esse positam cum cylindro. Ego autem cúm omnia collustrarem oculis (est enim ad portas Agrajanas magna frequentia sepulchrorum) animadverti columellam non multum é dumis eminentem, in qua inerat sphæræ figura & cylindri. Atq; ego statim Syracusanis (erant autem principes mecum) dixi me illud ipsum arbitrari esse, quod quærerem. Immissi cum falcibus multi purgarũt & aperuerunt locum. Quó cúm patefactus esset aditus, ad adversam basim accessimus. Apparebat epigramma exesis posterioribus partibus versiculorum dimidiatis feré. Ita nobilissima Gręcię civitas, quondam veró etiam doctissima, sui civis unius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset. Hæc Tullius de Archimedis sepulchro, deque sphæra & cylindro, rationeque utriusque senariolis comprehensa. Verumenimverò geometrica laus Archimedis usu & utilitate rerum multo illustrior fuit quám scientia. Vetus illa jam inde á Platone mathematicis perversa & præpostera opinio fuit, mathematicæ usum

non esse vulgo communicandum, sed ad philosophiæ authoritatem, tanquam Palladium aliquod in arce philosophica recondendum & custodiendum. Sic Archytas & Eudoxus á Platone deterriti, mechanicam & organicam colere desierunt. Sic Euclides fortasse Ptolemæo succinctiorem & faciliorem viam requirenti, morosior fuit, dum negavit regiam ad geometricum studium semitam esse. Verum Archimedes, tametsi Platonis errore imbutus, contemplationem Geometriæ, si Plutarcho creditur, longissimé anteponeret usui, attamen roganti Hieroni Siciliæ regi, multó gratior & humanior fuit, quám Euclides Aegyptio regi antè fuerat. Nam cum Archimedes coram Hierone de præstantia Geometriæ differeret, fiduciaque artis jactaret, paradoxum illud, de quo Plutarchus in Marcello, & Synesius in epistolis, & Pappus in mechanicis & Tzetzes, Datis viribus datum pondus tollere: ac si mundus alteram terram haberet, ut Democriti decreto ferebatur, hanc illuc posset adducere; vel ut apud Pappum est, Δός μοι (φησὶ) πᾶ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Da mihi (inquit) ubi consistam, & movebo terram: cum inquam, id jactaret Archimedes, rex geometram admiratus, rogavit, ut tantæ confidentiæ periculum faceret. Quapropter Archimedes emptam é navibus regiis unam & in siccum littus eductam graviusque oneratam, solus machinis suis ad se perinde pertraxit, ac si in mari velis remisque moveretur: contra postea simili Geometriæ facultate Alexandrinam ejusdem regis navim é littore in mare deduxit, quod omnes Siciliæ vires non potuerant, ut apud Athenæum est lib. 5. cap. 7, & apud Proclum lib. 2. cap. 3. Et apud Tzetzem Archimedes trispasto manu læva & sola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit: Quibus ingenii miraculis rex permotus dixit, Archimedi quidlibet affirmanti credendum esse, tanquam tali artifici nihil posset esse difficile. Itaque & Archimedem oravit, ut tantisper á studii geometrici meditatione ad exempla rebus humanis necessaria animum abduceret: atque inde machinæ illæ extiterunt, quibus Syracusæ postea adversus Marcellum ab ipso machinatore ita defensæ sunt, ut in illa oppugnatione Briareus & centimanus appellaretur á Romanis, tanquam poëticis fabulis celebratos gigantes, vel Jouem potius ipsum viribus æquaret. Ut enim Juppiter fulgure tonitruque terret orbem terrarum: sic Geometra unus suis tormentis & machinis tantum exercitum perculit. Oppugnatio urbis propugnatioque á Græcis Polybio & Plutarcho, sed parcius á Livio memoratur his verbis, Inde terra marique simul cœptæ oppugnari Syracusæ, terra ab Hexapulo, mari ab Acradina, cujus murus fluctu alluitur, & quia, sicut Leontinos terrore, ac primo impetu ceperant, non diffidebant vastam dissectamque spatio urbem parte aliqua se invasuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuisset tanto impetu cœpta res fortunam, nisi unus homo Syracusis ea tempestate fuisset. Archimedes is erat, unicus spectator cæli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum operumque, é quibus ea quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles pleraque alta & difficilia aditu summissa quædam ut quæ

planis

planis vallibus adiri possint, ut cuique aptum visum est loco, ita omni genere tormentorum instruxit. Acradinæ murum, qui ut antè dictum est, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat: ex cæteris navibus sagittarii funditoresque & velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis est, vix quenquam sine vulnere consistere in muro patiebantur: hi quia spatio missilibus opus est, procul muro tenebant naves. junctæ, aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cùm exteriore ordine remorum, velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adversus hunc navalem apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit, in eas quæ procul erant naves, saxa ingenti pondere emittebat, propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis: postremo ut sui vulnere intacti tela in hostem ingererent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cavis aperuit, perque cava pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem. Quæ propius quidem subibant naves, quo interiores ictibus tormentorum essent, in eas tollendas desuper murum eminentem ferrea manus firmæ cathenæ illigata, cum injecta proræ esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum, suspensa prora navim ad puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam si recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio est elusa, omnisque vis est aversa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat Hieronis impensis, curaq; per multos annos Archimedis unica arte: naturæ etiam adjuvabat loci. quod saxum, cui imposita muri fundamenta sunt, magna ex parte ita proclive est, ut non solùm missa tormento, sed etiam quæ pondere suo provoluta essent, graviter in hostem inciderent. Eadem causa ad subeundum arduum aditum instabilemque ingressum præbebat. Ita consilio habito cùm omnis conatus ludibrio esset, absistere oppugnatione atque obsidendo tantùm arcere terra marique commeatibus hostem placuit. Hæc Livius. Quæ eadem Tzetzes & Plinius, & post Plinium Quintilianus lib. 1. cap. 10, ubi de Geometria: Transeamus, ait, quod Archimedes unus obsidionem Syracusarum in longius traxit. Veruntamen quamvis tantùm tanque singularem Geometriæ usum Archimedes singularibus exemplis & admirandis operibus ostenderit, propter quæ non humanæ, sed divinæ scientiæ laudem sit adeptus, hæsit tamen, si Plutarcho credimus, in illa Platonis persuasione, nec ullam mechanicam literam prodere voluit. Et Carpus Antiochenus apud Pappum libro octavo ait ab Archimede in mechanicis nil nisi librum de compositione sphæræ editum esse: cætera mechanica scripta velut indigna contempsisse. Atqui utinam Archimedi potius in mentem venisset, artium finem esse usum, non contemplationem, maximeque hominum ac certissimæ utilitati cõsulere maluisset, quam nescio cujus opinionis errori obsequi, habuisset enim posteritas præstantis ingenii non theoremata solum eruditionis altæ prorsusque reconditæ, sed ipso-

rum theorematum longé gratiorem humanæ vitæ & optabiliorem fructum. Denique Archimedem tantis miraculis attonita non suspiceret solùm, sed imitando proficiendoque amaret & coleret. Hæc cæca Platonis ambitio, Geometriæ non solùm usum, sed scientiam ipsam penè perdidit. Nam quo tempore Geometriæ usus tenebatur, studium quoque Geometriæ cognitioque viguit. At postquam in scholis usus Geometriæ nullus tractatus est, Geometria despici paulatim & contemni cœpit, nec sesquimillesimo ab hinc anno litera ulla ad Geometriam addita est: imò de tot mathematicis authoribus antè commemoratis, quota pars tandem nobis est reliqua? Sed tamen Plutarchus de archimedeo mechanicæ contemptu considerandus videatur. Vitruvius enim inter machinationum scriptores Archimedem numerat, & nominatim 7. cap. 8. lib. citat Archimedem de librationibus aquæ, cujus schema sphæroides Archimedi videatur. Nominatur & à Pappo liber περὶ ὀχουμένων de his quæ vehuntur aqua, qui liber hodieque corruptus latinè circumfertur, hoc anno Commandini diligentia castigatior prodiit. Nominantur & à Pappo Archimedis, σύζυγα conjugata: qui mechanici operis titulus fuit, quo nomine & Tryphon apud Athenæum libro quarto commentaria de instrumentis nominavit. Sed ab Archimede mechanica ipsius bis appellantur 6 & 10 p de quadratura paraboles: quibus tamen in locis isorropica videntur appellari, ubi mechanica multiplex instituitur. Et Tzetzes memorat inter Archimedis scripta mechanicam de Barulco, pneumatico & hydrauscopico & pleroſque Archimedis libellos sibi lectos ait esse, unde Heron, Anthemius & omnis mechanographus hydrica & pneumatica, barulca thalassometra scripserunt: Itaque deridet eos qui affirmant ab Archimede mechanicum nil, præter unicum libellũ scriptum esse. Plutarchum videlicet & Carpum ita redarguit. Veruntamen Archimedes geometra talis ac tantus fuit. Citantur à Theone primo lib. magnæ constructionis catoptrica Archimedis, in quibus mirabile & illud est memoratum à Galeno de temperamentis lib. 3. cap. 3, & repetitum ab Anthemio, cujus hodieque fragmentum habemus, & à Tzetze eodem loco ex Anthemio propositum: librum hac de re nominatim citat Archimedis κατόπτρων τὰς ἐξάψεις speculorum incensiones, ut Archimedes speculo triremes hostium deusserit, & Maurolycus affirmat extare Archimedis libellos de speculis comburentibus, in quibus docet speculo, ut sit ad comburendum efficacissimum, formam dandam esse à parabola. Simile quiddam est à nescio quo autore, Gogava interprete conversum. Astrologiæ verò & reliquarum rerum, quæ vulgo mathematis adnumerantur, quantam scientiam Archimedes habuerit, pleraque testimonia sunt, ut disputatio de numero arenæ è legibus Astrologiæ petita, ut liber ille à Carpo citatus de fabrica sphæræ, ut scioterica, perque umbras corporum dimensiones indicantia, sphæræ angulique ad solis magnitudinem visu deprehendendam, quæ ad Marcellum in arcula deferebat, quo tempore interemptus est: & ita à Livio Archimedes appellatur, unicus spectator cæli siderumque. Majus etiam hac de re Ciceronis testimonium est prima Tusculana. Nam cum Archimedes ait, Lunæ, Solis, quin-

lis, quinque errantium motus in sphæram alligavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Platonis mundum ædificavit deus, ut tarditate & celeritate dissimillimos motus una regeret conversio: Hanc sphæram Claudianus vitream fecit, & his versibus cecinit,

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro
Risit, & ad superos talia dicta dedit:
Siccine mortalis progressa potentia curæ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legemque virorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium, mentitur signifer annum,
Et simulata novo Cynthia mense redit.
Jamque suum volvens audax industria mundum
Gaudet, & humana sydera mente regit.
Quid falso insontem tonitru Salmonea miror?
Aemula naturæ parva reperta manus.

Tales autem sphæras Lutetiæ duas vidimus, non vitreas tamen, sed ferreas: alteram apud Ruellium medicum, é bellicis Siciliæ rapinis huc allatam: alteram apud Orontium mathematicum professorem regium germanico bello similiter direptam: Sed quibus multo jam nobiliores in Germania prædicantur, de quibus postea. Astrologus igitur magnus Archimedes fuit, nõ arithmeticus aut geometra tantum. Latius etiam in physicæ partes æqueponderantia Archimedis penetrant, unde permisti cum auro argenti furtum deprehensum, ut est apud Proclum lib. 2. cap. 3. Sed Vitruvius libri 9. cap. 5. rem subtilius commemorat his verbis. Archimedis verõ cũm multa inventa & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia id, quod exponam, videtur esse expressum nimium. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate, rebus bene gestis, cũm auream coronam votivam, diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus, opus manufactũ subtiliter, regi approbavit, & ad sacoma pondus coronę visus est prętitisse. Posteaquã judicium est factum, dempto auro, tantundẽ argenti in id coronarium opus admixtum esse: indignatus Hiero se contemptum, neq; inveniens qua ratione id furtũ deprehenderet, rogavit Archimedẽ, uti in se sumeret sibi de eo cogitationẽ. Tunc is cũm haberet ejus rei curã, casu venit in balneũ, ibiq; cũm in soliũ descẽderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tãtum aquæ extra soliũ effluere. Itaq; cũm ejus rationẽ explicationis offendisset, nõ est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, & nudus vadẽs domũ versus, significabat clara voce invenisse quod quęreret. Nã currens identidẽ græcé clamabat, εὕρηκα, εὕρηκα. Tum verõ ex eo inventionis ingressu, duas dicitur fecisse massas æquo põdere, quo etiam fuerat corona, unam ex

nam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit quãtum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quám argenti. Postea verò repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquæ defluxisse in argenteam, quam in auream eodem pondere massam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in massa ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mistionem, & manifestum furtum redemptoris. Hæc Vitruvius. Proclus tamen Geloni regi attribuit lib. 2. cap. 3. quod alii cum Vitruvio tribuunt Hieroni. Atqui ista de coronis archimedea lætitia, Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis lætitiam retulit, quam etiam Plutarchus apertius ostendit, dum Archimedem ait, tum veluti divinitus afflatum exclamasse illud εὕρηκα. Ergo matheseos afflatum illum novo genere Archimedes declaravit. Thales inventa adscriptione trianguli & circuli mathematicis musicis bovem immolavit. Pythagoras inventa ratione laterum trianguli rectanguli hecatomben immolavit. Eratosthenes inventa cubi duplicatione votivam tabulam cum epistola, demõstratione, epigrammate suspendit. Quid hic Archimedes inventa permisti auri atque argenti ratione, quid vovit? quid consecravit? animam certé corpusque, idest Archimedem totum. neque tum credo, Archimedes syracusano populo insanire aut furere potius visus est, quam divinam matheśim aliquam tam insolenti specie portendere. Graves sunt nempe mathematicorum studiorum labores & magni, ideoque cum voluptatibus magnis compensari solent. Ex his igitur tam multis argumentis manifestum est variæ ac multiplicis scientiæ thesauros in uno Archimedis ingenio fuisse, propter quos etiam apud hostem Marcellum gloriam summam consecutus est. Edixerat enim Marcellus, cùm civitas caperetur, ut Archimedes servaretur, & interemptum militari imprudentia, graviter tulit. Sic enim Livius: Archimedem memoriæ proditum est in tanto tumultu, quantũ capta urbs in discursu diripientium militum ciere poterat, intentum formis, quas in pulvere descripserat, ab ignaro milite quis esset, interfectum, ægre id Marcellum tulisse, sepulturæque curam habitam, propinquis etiam inquisitis, honori præsidioque nomen ac memoriam ejus fuisse. Sic idem fere Plinius lib. 7. cap. 37. Grande & Archimedi Geometriæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli contigit interdicto, cum Syracusæ caperentur, ne violaretur unus, nisi fefellisset imperium militaris imprudentia. Ergo mortuo Archimedi mathematica etiam gloriosa apud hostem fuit: & quidem sic mihi persuadeo Marcello glorioſius futurum fuisse, Archimedem vivum, quám totam Archimedis patriam Romano imperio adjunxisse. Archimedis enim machinis nulla Marcello civitas inexpugnabilis,

gnabilis, nullus hostis insuperabilis fuisset: Annibal denique aut fugisset, aut Archimedis manibus Marcello victus esset. Verùm ab Archimede divelli non possum, cujus facta singula hæc studiosius á nobis collecta sunt, ut tantum tamque excellentem mathematicum, quantum in me esset, non solùm ab oblivione hominum vindicarem, sed modis omnibus studiisque cognoscendum & amplectendum persuaderem. Credat enim mathematicæ disciplinæ studiosus se plurimùm profecisse, cui Archimedes plurimùm placuerit. Hactenus historia Procli progressa est, & in uno Archimede concluſa. Quamobrem in græca periodo mathematicæ inventores & tanquam parentes adhuc enumerati sunt: é quibus quinque στοιχειῶται nominantur, Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides: Sed virtutis honore quodam nobilissimi sunt Thales, Pythagoras, Hippocrates, Plato, Archytas, Eudoxus, Aristoteles. Atenim Archimedes unus

—Tantum supra caput extulit omnes,
Quantum lenta solent inter viburna cupressi.

Multi præterea mathematici nobiles fuére, ut Hipparchus Plinio nunquam satis laudatus, ut quo nemo magis approbaverit cognationem cum homine siderum: animasque nostras partem esse cæli, novam stellam & aliam in ævo suo genitam deprehendit: ejusque motu, qua die fulsit, ad dubitationem est adductus, anne hoc sæpius fieret, moverenturque & eæ, quas putamus affixas. Idemque ausus, rem etiam deo improbam, annumerare posteris stellas, ac sidera ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ singularum loca, atque magnitudines signarent: ut facilé discerni posset ex eo, non modò an obirent, nascerenturque, sed omnino aliqua transirent moverenturve, item an crescerent minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, si quisquam qui rationem eam caperet, inventus esset. Ptolemæus Hipparchi mētionem feré nullam facit, sine aliquo novo laudis titulo. Hipparchus verò duodecim libros de subtensis scripserat, sicut alia pleraque, é quibus supersunt hodieque perbreves quædam explicationes in Arati & Eudoxi φαινόμενα, quæ quidam Eratosthenis esse suspicantur. Supereſt é veteribus & Apollonius Pergæus, qui egregiæ laudis encomio, geometra magnus appellatus est, & certé é præstantis ingenii monimentis ad elementa Euclidis adjecti sunt libri, decimus quartus & quintus ab Hypsicle contracti: in quibus Euclidis Geometriam multò altius extollere voluit: Ad hunc numerum aggregandi sunt, qui numerantur á Pappo libri septimi initio περὶ ἐπαφῶν de contactibus l. 2 inclinationum lib. 2. rationis apotomes 2. spatii apotomes 2. locorum planorum 2. conicorum 8. quorum quatuor græcè manu descriptos habemus, nunc nuper á Commandino latiné redditos & explicatos: quos tametsi Pappus idem ait ab Euclide antea fuisse inchoatos: Attamen Apollonius in eorum proœmio Euclidem nominatim carpit, velut insciùm conicarum sectionum: nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas: ac vix quidem unam satis feliciter. Hic igitur Geometra magnus inter Geometriæ proceres erit, Aeneas Hierapolita compendium elementorum con-

ſcripſit. Amphinomus, qui propoſitiones omnes mathematicas appellabat theoremata. Sed é geometris geometrici uſus magiſtris & mechanicis duo præcipuè appellantur á Proclo Cteſibius & Hero. Cteſibius inter θαυματοποιητικοὺς mirandarum rerum artifices præcipuus habetur á Proclo, ſed tota hiſtoria á Vitruvio ſubtilius exponitur lib. 9. cap. 9. de inventoribus horologiorum. Sunt (inquit) ex aqua conquiſitæ ab eiſdem ſcriptoribus horologiorum rationes: primumque á Cteſibio Alexandrino, qui etiam ſpiritus naturales, pneumaticaſque res invenit. Sed uti fuerunt ea exquiſita, dignum ſtudioſis eſt agnoſcere. Cteſibius enim fuerat Alexandriæ natus, patre tonſore: is ingenio & induſtria magna præter reliquos excellens, dictus eſt artificioſis rebus ſe delectare. Namque cùm voluiſſet in taberna ſui patris ſpeculum ita pendere, ut cùm educeretur, ſurſumque reduceretur, linea latens pondus deduceret, ita collocavit machinationem. Canalem ligneum ſub tigno fixit, ibique trochleas collocavit, per canalem lineam in angulum deduxit, ibiq; tubulos ſtruxit, in eos pilam plumbeam per lineam dimittendam curavit: ita pondus cùm decurrendo in anguſtias tubulorum premeret cæli crebritatem vehementi decurſu per fauces frequentiam cæli compreſsione ſolidatam extrudens, in aërem patentem, offenſione & tactu ſonitus expreſſerat claritatem. Ergo Cteſibius cùm animadvertiſſet ex tactu cæli & expreſſionibus, ſpiritus uoceſque naſci, his principiis uſus, hydraulicas machinas primus inſtituit. Item aquarum expreſsiones αὐτομάτους porrecti rotundationiſque machinas, multaq; deliciarum genera, in his etiam horologiorum ex aqua comparationes explicuit, primumque cõſtituit cavum ex auro perfectum, aut ex gemma terebata: ea enim nec terũtur percuſſu aquæ, nec ſordes recipiunt, ut obturentur. Namque æqualiter per id cavum influens aqua, ſublevat ſcaphum inverſum, quod ab artificibus phellos, ſive tympanũ dicitur, in quo collocata regula, verſatilia tympana denticulis æqualibus ſunt perfecta: qui denticuli alius alium impellentes verſationes modicas faciunt & motiones. Item aliæ regulæ aliaque tympana ad eundem modum dentata, quæ una motione coacta, verſando faciunt effectus varietateſque motionum: in quibus moventur ſigilla, vertuntur metæ, calculi aut tona proficiuntur, buccinæ canunt, reliquaque parerga. Hæc Vitruvius, aliaque plura deinceps eodem capite. Hoc idem Plinius. Laudatus eſt Cteſibius, ait lib. 7. cap. 37. pneumatica ratione & hydraulicis organis repertis. Meminit & Cteſibii Athenæus lib. 4. cap. 24. de muſicis inſtrumẽtis, quorum inventorem Cteſibium facit, é quibus omnibus admirabilem naturæ facultatem operæpretium ſit intueri: Hippocratis antea mercatoris ingenium cum tonſoris ingenio comparato & judicato verum eſſe quod antea monui, herbas in pratis non magis á natura, quam artes in hominum ingeniis ingenerari. At non omnibus ingeniis ea natura eſt, fateor, neque inquam,

— *Omnis fert omnia tellus.*

Sed Cteſibiani ingenii præclarum monimentum à Vitruvio de hydraulica machina altiſsimé aquam extollente pluribus verbis exponitur cap. 12. lib. 10.

unde li-

unde licebit petere. Hæc tamen (ait ibidem Vitruvius) sola ratio Ctesibii fertur exquisita, sed etiam plures & variis generibus aliæ, quæ ab eo liquore pressionibus coacto, spiritu efferre á natura mutuatos effectus ostenduntur: uti merulæ quæ motu voces edunt, atque engibata, quæ bibentia tandem movent sigilla, cæteraque, quæ delectationibus oculorum & aurium sensus eblandiuntur. Ergo (inquam) Ctesibius licet tonsor non magis doctoribus & magistris multis indiguit ad occultissima Geometriæ mysteria concipiendum, quam Hippocrates antea indiguerat: horologia, organa (quæ modó dicũtur) & in his luscinias cantantes, concertantes icunculas, cæteraque generis hujus reperit. Quid Hero, qualis tandem mechanicus fuit? Certé cognomentum publicæ laudis consensum quendam indicat. Ctesibius licet tam mirabilis opifex, non appellatur tamen mechanicus, sed Heronis palma ista propria est. Hero igitur Mechanicus omnem Geometriæ varietatem, elegantiam, subtilitatem videtur persecutus esse. Studiosé vel curiosé potius Heronis opera nobis exquisita sunt, tandemque é variis bibliothecis collecta græce & manu descripta πνευματικὰ integra, αὐτοματοποιητικὰ multis locis corrupta, fragmenta quædam geodetica: alia veró pleraque Heronis prædicantur, ut de machinis bellicis, earumque figuris eleganter descriptis, περὶ βελοποιΐας, quod opus vel idem, vel affine est: mechanica dicuntur esse in Vaticana bibliotheca Romæ, & quidem latine etiam conversa: Hic liber μηχανικὰι εἰσαγωγὰι ab Eutochio dici videtur 2. de sphæra: Geometria denique ipsa apud Diegum Hurtadum esse dicitur. Duplicatio cubi, quæ Geometriæ coronis summa est, in Eutocio integra legitur, eaq; á Pappo lib. 3. Theo. 7. præ cæteris approbatur. Itaque Hero videtur apud Proclum lib. 3. στοιχειώτης fieri. Quamobrem iste mihi imprimis placet author, qui Platonis Geometriam cum Archimedis mechanica, qui artem cum artis usu tam solerter atque industrié conjunxerit. Itaque ad Archytam, Leontem, Eudoxum, Aristotelem, Archimedem adnumero Heronem, & magnis illis mathematici & artificii & operis authoribus comparo. Sed Geminus logica in mathematicis facile par superioribus fuit, adeó ut Proclus non dubitarit aliquando Euclidis judicio Gemini judicium præponere. Libros geometricarum enarrationum sex conscripserat, â quibus plerisque in locis Proclus est adjutus. Præcipué veró circa curvarum linearum species elaboravit, demonstravitque omnium omnino linearum tres tantum species similares esse, rectam, circularem, cylindraceam: Sed prima Gemini laus fuit é particularibus elementis universalia facere, qualem Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis, Eudoxi, Theudii logicam antea fuisse commemoravimus. Neque veró Geometra tantúm, sed astrologus & physicus hic author fuit, ejusque in phænomena & meteora isagoge fertur in quibusdam Italiæ bibliothecis asservari. Perseus ad idem cum Gemino de lineis curvis argumentum aggressus, tres illas species, parabolem, hyperbolem, ellipsim invenit. Gestiens igitur eadem lætitia inventori contigit, quæ antea Thaleti, Pythagoræ, Eratostheni, Archimedi contigerat, idque versibus his est attestatum.

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς σύρων τὰς σπειρικὰς
Περσεὺς, τῶν δ' ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

Ad verbum autem ita sunt:

Tres lineas cùm in quinque sectionibus spirales invenisset
Perseus, earum gratia dæmonas propitiavit.

Quarto igitur exemplo mathematicas voluptates experiamur, & innumerabiles ejusmodi fuisse futurasque esse omnibus animis mathematum serió studiosis credi par est, ita quoties diagramma laboriosius investigatum apparuerit Archimedeum εὕρηκα vel tacitis animis personet, propterea que votum musis concipiatur. Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Posidonius interdum à Proclo appellantur: Extant Plutarchi Mathematica problemata. Posidonii nil præter nomen & citatos quosdam locos. Sphæram Posidonii 2. de nat. Cicero his verbis commemorat, Quod si in Scythiam aut in Britanniam sphæram aliquis tulerit, hanc quam nuper familiaris noster effecit Posidonius, cujus singulæ conversiones idem efficiunt in sole & in luna & in quinque stellis errantibus, quod efficitur in cælo, singulis diebus & noctibus, quis in illa barbarie dubitet quin ea sphæra sit perfecta ratione? Item Menelaus Alexandrinus, qui vulgo in libris ex Arabico conversis Mileus appellatur, post Hipparchum sex de subtensis libros conscripserat: item sphærica in tribus libris, quæ à Theone citantur, quæque hodie ex arabico per Platonem Tiburtinum conversa sunt in manibus. Zenonis Epicurei geometrica quædam fuerant à Posidonio refutata. Sosigenes à Iulio Cæsare, ait Plinius libri 18. cap. 25. adhibitus ut annum ad solis cursum corrigeret. Ea tamen ipsa ratio postea comperto errore correcta est, ita ut 12 annis continuis non intercalaretur, quia cœperat sidera annus morari, qui prius antecedebat. Et Sosigenes ipse tribus commentationibus, quanquam diligentior esset cæteris, non cessavit tamen addubitare ipse semet corrigendo. Hæc Plinius de Sosigene, quo authore Cæsar dictator visus est quartam Astrologiæ sectam facere. Ptolemæus verò adversus Euclidem appellatur in Procli commētariis: at quantus & quam celebris mathematicus? Edita enim de cælestibus rebus volumina omnium superiorum ætatum sectarumque, quod de Aristotelis libris sæpe testatus sum, bibliothecam quandam continent, sed via & arte ut credi par est, cōmodiore definitam & distributam: Hipparchi nempe libros duodecim, Menelai sex de subtensis videmus ab eo quinque theorematis contractos esse: astrologia reliqua, astrologiam Aegyptiam, Græcam, imo Latinam Cæsaris imperio subductam compendio pari complectitur. Quadripartitum verò observationes Chaldæorum nominatim appellat: Musica, apotelesmata, itinerarium stellarum, planisphærium, analemma, geographia, totidem nobilis ingenii decora sunt, & credi par est ê mathematicis nullum genus à tanto doctore non explicatum esse. Itaque cum Ptolemæus viderit Thaletem, Pythagoram, Archytam, Platonem, Aristotelem, Eratosthenem, Archimedem, cæterosque illos,

Permistos Heroas, & ipse videbitur illis.

Sed mathematicos reliquos breviter complectamur. Extant ab Eutocio de duplicando cubo sententiæ Pappi, Philonis, Dioclis, Nichomedis, Spori, tanquam

quam ſummorum in mathematicis magiſtrorum. Sed ex his, quorum ſcripta ſuperant, præcipuus eſt Pappus: deinde Theodoſius de ſphæra, de habitationibus, de diebus & noctibus: Diophantus cujus ſex libros, cùm tamẽ author ipſe tredecim polliceatur, græcos habemus de arithmeticis admirandæ ſubtilitatis artem complexis, quæ vulgo Algebra arabico nomine appellatur: cùm tamen ex authore hoc antiquo (citatur enim à Theone) antiquitas artis appareat. Scripſerat & Diophantus harmonica. Nicomachus arithmeticam, geometriam, muſicam ſcripſerat. Arithmeticæ libri duo publicati ſunt. Geometriam ajunt eſſe Venetiis apud Diegum Hurtadum. Author hic antiquus etiam fuit: Nominatur enim à Pappo. Serenus cujus de ſectione cylindri duos libros diu quæſitos poſsidemus, & hoc anno à Commandino converſos. Proclus ipſe denique, licet logica leviter inſtructus, attamen eximius mathematicus fuit: certè libris & monimentis ejus recẽſendis libro fuerit opus, ita multiplices unius ingenii fœtus memorantur. Geometricarum verò in Euclidem expoſitionum, libri quatuor diligentiam magnam teſtificantur. Atque utinam, ut in primum Euclidis librum induſtrius eſſe voluit, ſic in reliquos parem induſtriam cõtinuaſſet: ſed videtur aliis viam laboris indicare voluiſſe, laboris ipſius parte cõtentus fuiſſe. Aſtronomica de ſphæra, de aſtrolabo, de hypotheſibus aſtronomicis in manibus hominum verſantur. Tantus igitur mathematicus Proclus fuit. Fuit verò & Proclus alter à Zonara memoratus, qui non ſolùm Archimedis inventa tenuit, ſed ex ſeſe nova quædam attulit. Suis enim machinis apud Byzantium claſſem hoſtium delevit: Urentia nempe ſpecula ex ære fabricaverat, eaque de muro è regione hoſtilium navium ſuſpenderat, in quæ cùm ſolares radii incidiſſent, ignis deinde fulminis inſtar erumpens claſsiarios claſſemque combuſſit. Talis geometra fuit & Priſcus ille apud Dionem in Severo, de quo in obſidione Byzantii hiſtoricus ita loquitur. Inerant nonnullis machinis harpagones, quas emittebant, retrahebantque celeriter. Harum navium atq; machinarum magnam partem Priſcus municeps meus fecerat, quam ob cauſſam poſtea & reus capitis factus & abſolutus eſt. Nam Severus cognita ejus arte, vetuit ipſum morte mulctari, ejuſque opera deinceps, cùm in multis aliis rebus, tum in Atrorum expugnatione eſt uſus. Solæ enim machinæ, quas ille fecerat, non ſunt à barbaris exuſtæ. Severus igitur ob artis excellẽtiam Priſco pepercit, ut Marcellus Archimedi parci juſſerat, ſed imperium Severi vivo Priſco ſalutare atq; honorificum fuit: Archimedi tantùm mortuo Marcelli imperium glorioſum accidit. Lubet verò ad Proclum & Priſcum adjungere Diognetum in exemplo non tam arte magno quàm eventu mirabili. Diognetus fuerat Rhodius (ait Vitruvius libri decimi capite viceſimo ſecundo) architectus, & ei de publico quotannis certa merces pro arte tribuebatur ad honorem. Eo tempore quidam architectus ab Arado, nomine Callias Rhodum cùm veniſſet, acroaſim fecit, exemplumque protulit muri, & ſupra id machinam in carcheſio verſatili conſtituit, qua helepolim ad mœnia accedẽtem corripuit, & tranſtulit intra murum. Hoc exemplar Rhodii cùm vidiſſent, admirati ademerunt Diogneto, quod fuerat ei

quotannis constitutum,& eum honorem ad Calliam transtulerunt. Interea rex Demetrius, qui propter animi pertinaciam Poliorcetes est appellatus, contra Rhodum bellum comparãdo Epimachum Athenienſem nobilem architectum ſecum adduxit. Is autem comparavit helepolim ſumptibus immanibus, induſtria laboreque ſummo, cujus altitudo fuerat pedum 125. latitudo pedum 60. ita eam ciliciis & coriis crudis confirmavit, ut poſſet pati plagam lapidis baliſta immiſsi pondo 360. Ipſa autem machina fuerat millia pondo 360. Cum autem Callias rogaretur á Rhodiis, ut contra eam helepolim machinam pararet, & illam, uti pollicitus erat, transferret intra murum, negavit poſſe. Non enim omnia eiſdem rationibus ãgi poſſunt: ſed ſunt aliqua, quæ exemplaribus non magnis, ſimiliter magna facta habent effectus: alia autem exemplaria non poſſunt habere, ſed per ſe cõſtituuntur. Nonnulla verò ſunt, quæ in exemplaribus videntur veriſimilia, cùm autem creſcere cœperunt, dilabuntur, ut etiam poſſumus hinc animum advertere. Terebratur terebra foramen ſemidigitale, digitale, ſeſquidigitale: ſi eadem ratione voluerimus palmare facere, non habet explicationem: ſemipedale autem majuſve, ne cogitandum quidem videtur omnino. Sic item quemadmodum in nonnullis parvis exemplaribus factum apparet, in non valde magnis fieri poſſe videtur, non tamen eodem modo in majoribus id conſequi poteſt. Hæc cùm animadvertiſſent Rhodii eadem ratione decepti, qui injuriam cum contumelia Diogneto fecerant, poſteaquam viderunt hoſtem pertinaciter infeſtum, & machinationem ad capiendam urbem comparatam, periculum ſervitutis metuentes, & nil niſi civitatis vaſtitatem expectandam, procubuerunt Diognetum rogantes, ut auxiliaretur patriæ. Is primo negavit ſe facturum: ſed poſteaquam ingenuæ virgines & ephebi cum ſacerdotibus venerunt ad deprecandum, tunc eſt pollicitus his legibus, uti ſi eam machinam cepiſſet, ſua eſſet. His ita conſtitutis, quá machina acceſſura erat, ea regione murum pertudit, & juſsit omnes publicè & priuatim, quod quiſque habuiſſet aquæ, ſtercoris, luti, per eam feneſtram, per canales effundere ante murum. Cùm ibi magna vis aquæ, luti, ſtercoris, nocte profuſa fuiſſet, poſtero die helepolis accedens antequam appropinquaret ad murum, in humida voragine acta conſedit, nec progredi, nec regredi poſtea potuit. Itaque Demetrius cùm vidiſſet ſapientia Diogneti ſe deceptum eſſe, cum claſſe ſua diſceſsit. Tunc Rhodii Diogneti ſolertia liberati bello, publicè gratias egerunt, honoribuſque omnibus eum & ornamentis exornaverunt. Diognetus autem eam helepolin reduxit in urbem, & in publico collocavit & inſcripſit, Diognetus é manubiis id populo dedit munus. Hæc Vitruvius de helepoli Calliæ & Diogneti: illa geometrici artificii quippiam habuit, hæc potius phyſici. Quapropter geometria mechanicos in Archyta, Eudoxo, Ariſtotele, ſed mechanicos centimanos & Briareos, imo civitatis patriæq; defenſores & propugnatores in Archimede, in Proclo, in Priſco, Diogneto machinata eſt. At hiſtoria hæc infinita fuerit, & Græcos veteres é tertia periodo tantùm mihi propoſueram. In Theone itaq; perorandi tempus eſto: Euclidis virtutes antea deſcriptæ ſunt. Theon videtur Euclidẽ longiſsimé

gissimé superasse, & στοιχειώτης ultimus fuisse. Etenim mathematica elementa, quæ Euclidi vulgó tribuuntur, videntur Theoni tribuēda. Nec enim ullius propositionis inventio inter Euclidis laudes á Proclo numeratur, sed demonstrationum accuratior explicatio. Cujus rei fidem amplissimam nactus sum, comparandis primo Elementorum libro Procli demonstrationibus cum Theonis qualibet demonstratione. Proclus ætate major Theonem minorem neque videre, neque nosse potuit. Proclus floruit proximo post Christum seculo, Theon fere quarto. Proclus veras Euclidis demonstrationes habuit, in quibus appellatur Euclides per excellentiam modó στοιχειώτης, modó γεωμέτρης, interdum suo nomine Euclides appellatur. Compara igitur Theonis demonstrationes, quæ modó Theonis nomine leguntur, recognosces vestigia quædam euclid earum demonstrationum. Neque enim Grammatici, Rhetores, Logici, atque artifices omnino novi artem ullam sic immutare possunt, quin plurima communia retineant: Recognosces, inquā, antiquæ Geometriæ, sive Hippocraticæ, sive Leontiæ, sive Theudiæ, sive Hermotimeæ, sive Euclideæ, sive etiam Heroniæ nonnulla, sed & plurima immutata comperies, certoque judicio mathematicorum Elementorum demonstrationes non Euclidis, sed ut appellantur, Theonis esse judicabis. Sed ne qua hac de re dubitatio existeret, Theon ipse suas editiones in elementa nominatim citavit in commentariis in 1. lib. constructionis magnæ Ptolemæi. Theon igitur eodem jure elementa sibi vindicabit, quo sibi Euclides antea vindicaverat. Forma est caussa, per quam res est, id quod est: formæ itaque novus author, novus item author est essentiæ. Hac conditione atque lege quinque vel sex στοιχειῶται continua successione ad ejusdem hæreditatis possessionem adierunt, Hippocrati Leo, Leonti Theudius, Theudio Hermotimus, Hermotimo Euclides, Euclidi Hero successit atque hæres fuit: sic modó Theon Euclidi vel Heroni succedito, mathematicam possessionem cernito, & στοιχειώτης sextus vel septimus esto, itaque Theon ista laude tanto major est Euclide, quanto præstantior antiquis Euclides habitus est. Ptolemæum veró videtur longé alio loco Theon, quám Euclidem habuisse: & Alexandrinus populari suo pietatem nescio quam præstitisse. Euclidis στοιχείωσιν sustulit: at Ptolemæi Astrologiam in astris ipsis collocaavit: testes sunt græce publicati doctissimi in Ptolemæum commentarii: testes astronomicæ tabulæ, quæ apud regiam fontis bellaquei bibliothecam custodiuntur: é quibus omnibus planum efficitur Ptolemæum Theoni doctorē longé præstantiorem visum esse. Itaque & Ptolemæus Astrologiæ regnum adhuc obtinuit. Euclides nominatur στοιχειώτης, sed revera ac veritate Theonis στοιχείωσις ista est. Demōstrationes opticorum Theonis item videntur esse, ut in opticis idem Theon præstiterit, quod in Elementis: Zambertus φαινόμενα similiter ad Theonem authorem refert, & Valla δεδομένα Theonis esse scribit, ut Euclidi præter inane nomen nihil admodum relinquatur: pleraque etiam alia, ut in Aratum, in Platonis etiam mathematicos locos, Theoni adscribuntur: Tot tantisque tamque locupletibus testimoniis admirabilis

eruditio

eruditio comprobatur. Theonis igitur ingenio matheſis, mathematica elementa debebit, optica, φαινόμενα, ἀεδομένα, aſtrologiæ denique firmamenta vel ornamenta debebit. Quapropter mathematum Græci doctores & authores tot ac tanti à Thalete ad Theonem hunc in modum breviter propoſiti adſcriptique ſunt. Spero autem aliquem noſtro exemplo excitatum recentiores mathematicos deſcripturum eſſe, ab eoque præcipuè Frãciſcum Fluſſatem Candallam, genere quidem illuſtrem principem, ſed mathematica gloria univerſæ Galliæ longe principem celebratum iri. Sed antiquos tantũm mihi propoſui. Quorũ excellentes & diſſimili genere laudabiles virtutes animadvertimus. Nam ſi mathematicæ inſtitutionis compoſitio & conformatio ſpectetur, στοιχειῶται Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon principem fructũ laudis ferent, ſi nobilitas mathematicæ ſcholæ & amplitudo perpendatur, mathematum authoritas ad Pythagoram, Platonem, Ariſtotelem pertinebit: ſi, quod ſummum eſt, mathematum non ſolum ſcholaſtica veritas & é libris demonſtratio, ſed popularis uſus atque utilitas æſtimetur, Archytas, Eudoxus, Eratoſthenes, ſed maximé atque altiſsimé ſupra omnes unus Archimedes in cælum ferendus erit. Quamobrem ſi tot taleſque mathematici fato aliquo ab inferis in hanc lucem redivivis corporibus excitati pro foribus tuæ baſilicæ (Catharina Medicea) adſtarent, poſtularentque ut in auditorio regio perceptis ſtudiis Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ proximus anté Phyſicam & Politicam mathematis locus eſſet & honos, neque juventus, niſi mathematis erudita ad Phyſicam & Politicam admitteretur, moveret opinor, præſtantium perſonarum authoritas, & poſtulantium dignitas, rem per ſe juſtam atque optabilem facilius impetraret. Si ad hanc inſtitutionem operam ſuam pollicerentur, ecqua animi reverentia audirentur? qua liberalitatis alacritate exciperentur? Dionyſius ut prædixi, ignes tota Sicilia incendit Platonis unius adventu: quinam igitur tot Platonibus honores quamque novi exquirerentur? Adſunt verò ac penè oculis corporis cernuntur, audiuntur certé & agnoſcuntur. Quamobrem tuæ jam hoſpitalitatis erit hoſpites majorum tuorum, hoſpites regum noſtrorum, hoſpitio tuæ amplitudini conſentaneo excipere.

PROOEMII MATHEMATICI LIBRI *primi, Finis.*

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER SECVNDVS.

PRIMUS scholarum mathematicarum liber nobis adhuc fuit de mathematicæ primis inventoribus & authoribus, unde artis dignitas præstantiaq; intelligeretur: Sed duæ mathematicis artibus graves adversariæ opponuntur, inutilitas & obscuritas. Hæc siquidem pestifera duplex opinio jampridem per animos hominum pervasit, persuasitque vulgo imperito mathematicas artes inutiles esse: hæc est prima mali labes. Deinde ut utilitatis nonnihil habeant, tamen perobscuras perque difficiles esse: quod malum etiam superiore pernicioſius est. Ergo duæ istæ exitiabiles persuasiones ex animis hominum nobis evellendæ sunt, si mathematicas artes populares efficere contendimus: imò verò, si crimine inertiæ liberari volumus. Quoties enim dum Euclidis Elemẽta prælegimus, reprehensi sumus à maledicis: quod nostræ professionis aliena, imò verò etiam incognita doceremus? quod in re inutili nimiùm studii atque operæ poneremus? Denique quod regiæ professionis otio abuteremur? Voces enim quotidianæ ac ferè perpetuæ ejusmodi fuerunt, quæ constantiam nostri studii non philosophiam, sed pertinaciam esse clamarent. Ergo his vocibus satisfiat, & de nostræ professionis fructu respondeatur. Professor eloquentiæ & philosophiæ factus sum, fateor. Matheſis, ajunt reprehensores nostri, philosophicæ professionis aliena est: Certè homines ita judicant, & philosophiam eam solam arbitrantur esse quam dicerũt. At Pythagoras, Plato, Aristoteles philosophiæ physicæ & politicæ principia in mathematicis statuerunt, & bellam istorum philosophorum sapientiam, sine capite, vel potius sine corde esse docuerunt. Cum igitur Henrico primum, deinde Francisco, tum Carolo Regibus profitendæ philosophiæ fidem dedi, truncam principe corporis parte sophisticam ad nostrorum reprehensorum fatuam calumniam nequaquam recepi, sed doctissimorum & omni philosophiæ laude facile principum judicio religionem meæ professionis obligavi. Nihil igitur alienum philosophicæ professionis facio, si via descriptis, usuque legitimo confirmatis Grammatica, Rhetorica, Logica, deinceps ex ordine Arithmeticam & Geometriam persequor, & eum laborem spõte suspicio, quem ne mathematicus quidem professor quisquam ante me in regia cathedra susceperat. Primus enim mathematica Euclidis elementa ab initio ad extremum in regia cathedra prælegi, & alios docui, quod mihi persuaseram, quemadmodũ nihil esset grammaticè compositum, quod à Grammatico explicari non posset, sic ratione & logicè nihil esse demonstratum, quod à logico retexi non posset: Denique Maronis sententiam illam veram esse,

——*Labor omnia vincit*
Improbus.——

Sed liber procœmii hujus deinde tertius & ab eo mathematicarũ scholarum

reliqui libri, imo verò mathematicarum artium libri de laboris hujus improbitate loquentur amplius. Verùm, inquis, ignota tibi & antea nunquam audita profiteris. At, inquam, prima nobis ætas mathematicis studiis dedita fuit, & quinto abhinc ac vicesimo anno Arithmeticam, sex primos Euclidis libros, sphæram in Mariano gymnasio publicè docui, & extat ex illo etiam tempore latinus Euclides epistola nostra commendatus. Non igitur mihi novam, & antehac inauditam disciplinam profiteor. Sed philosophos nostros simplices ac minimè malos familiariter admonere cupio, quam misere ætatem in sophismatis egerint. Attendant igitur singulares hi doctores, quid hîc respondeam. Aristoteles piscator, auceps, venator, apiarius, arator, in foro orator, rerumpub. gubernator nunquam fuit. Quomodo igitur hominum istorum artes describere potuit? Hîc homines ignari quantum solida logica in explicatione & tractatione artium omnium possit, attoniti obstupescunt, & Aristotelem tot artium scriptorem divinitus, ac nescio quo naturæ miraculo factum arbitrantur. Verùm ista naturæ miracula, logica miracula fuerunt: totaque vis ista, facultatis logicæ fuit: materiæ sibi ab opificibus vel opificum commentariis accumulatæ, genera generumque species secernere: generalia generaliter, specialia specialiter suis locis atque ordinibus distinguere atque explicare. Artem igitur hanc Aristoteles habuit, faciendæ artis artium omnium longè maximam præstantissimamque: cujus imperiti, rerum licet ipsarum peritissimi, tamen artem instituere & componere nequeant. Quamobrem reprehensores nostri mirari desinant, quanam facultate potissimùm confisus, ad mathemata tractandum accedam. Aetatis bona pars, non in mathematis solùm, sed multo magis in logico illo fabricandarum artium instrumento, & poliendo, & acuendo, & modis omnibus exercendo nobis consumpta est. Neque mathematicis artibus illustrius ullum vel utilius argumentum optare potui, in quo Aristoteleam illam logicæ facultatis excellentiam demonstrarem. Quare nec incognita nunc primùm aggredior, neque imparatus, neque inermis, neque rerum, quamvis maximarum difficultatibus animo inferior. Verùm in re inutili, ajunt, nimium operæ ponimus. Hîc mihi venia deprecanda est, quòd de re apud eruditos omnes certissima, tamen tanquam Lutetiæ incerta dicere instituam: doctos & ingenuis artibus ornatos mihi faciles & placatos oro, mathematum ignaris, proprioque ignorantiæ odio etiam inimicis respondeo. Mathematicæ artes, inquis, sunt inutiles. Quamobrem, inquam, aut quæ tandem persuasio hominibus mathematicas artes ignavas adeoque inertes esse persuasit? Vetus porrò est á voluptuariis præsertim & mollibus philosophis repetita inutilitatis opinio. Aristippus siquidem, ut est 3. metaph. libro, mathematicas artes cavillabatur, quod nullam haberent demonstrationem boni, id est utilitatis, ut Syrianus interpretatur, quod judicium totæ Epicureorum familiæ secutæ sunt. Quin Epicurus ipse cùm illa Platonis & Aristotelis non solùm ornamenta, sed mathemata contemneret, Polyænum familiarem suum Geometriam dedocuit, omnesque liberalibus illis artibus eruditos contumelioſé vexavit, ait Tullius. Atque utinam Aristippi & Epicuri

Epicuri tantũm illi quondam fuissent, non etiam singulis ætatibus renascerentur. Virgilius Episcopus Salæburgensis in Germania pro concione dixerat antipodas esse. Bonifacius Episcopus Mogontinus homo tam ἀγεωμέτρητος quàm Aristippus, quamque Epicurus, Virgilium crimine impietatis accusavit, quod antipodibus inductis, alius etiam Christus induceretur: judicium defertur ad Utilonem regem Bojorum. Bonifacius á Pontifice Zacharia, cujus nempe legatus esset, literas impetrat ad Utilonem, quibus Virgilius damnatus est. Hæc circa annum Christi 745. contigerunt, ut Aventinus author est in annalibus Bojorum. Neque verò hodie Bonifacii & Utilones vel Aristippi omnino atq; Epicurei desunt, qui mathematicas artes non modò ut inutiles, sed ut impias calumnientur: tantumq; consuetudinis semel inductæ vis per annos plurimos potuit, ut nullus in Scythia vel barbarie ulla tyrannus immaniorem potentiam usurpasse videatur. á tyrannis gravissimæ pestes illæ sunt hominum apud Platonem & Aristotelem, scholis interdicere, publicarum disciplinarum studia prohibere. Temporum verò hominumue ignorantia tyrannis animorum nempe crudelissima hanc eandem calamitatem in Galliæ Academiis peperit mathematicas artes, non illas quidem nominatim accusando, sed prætereundo nullis neq; præmiis neq; honoribus dignando. Itaque cùm vel optimus quisq; civis leges & mores ciuitatis intueri debeat, nec in ulla reipub. parte dignitatem ullam mathematicis propositam videat, ecquid mirum, si juventus patriæ ritum & consuetudinem secuta, mathematicas artes despiciat? ecquid potius non mirandum, si quis animus, supra istam lutulentæ persuasionis fecem elatus virtutem tanquam per se amabilem suoque fructu optabilem colat? Quapropter ea quæstio diligenter consideranda nobis est, consulendi mortales omnes & interrogandi, testesque ad hoc judicium adducendi. Proclus verò licet Elementorum interpres & patronus, tamen hic non magnæ utilitatis interpres & patronus est. Sed tamen audiatur. Quem fructum tandem mathematum profitetur? Duplicem, inquam, facit Elementorum finem, alterum discipuli, alterum disciplinæ gratia. Discipuli caussa finem mathematicæ facit, inchoare discipulum ad Geometriam breviter ac summatim informare, ad reliquas Geometriæ partes agnoscendum. In quo fine constituendo, Proclus valdè factus est immemor immensæ laudis Euclidi attributæ, ubi contenderat Geometriam ab Euclide fuisse absolutam: Hic paulo parcius loquitur: ut Grammaticæ rudimenta pertinent ad reliquum, plenumque Grammaticæ fructum consequendum: sic στοιχείωσις Euclidis præparat auditorem ad integrum & cæteris partibus expletum & absolutum mathematicæ fructum. Itaque Proclus Arithmeticam & Geometriam in Euclide totam esse non putat. Alterum verò mathematicæ finem singularem Proclus & admirabilem é nescio quorum interpretum opinione constituit in quinque mundanarum figurarum cognitione, tetraedri, cubi, octaedri, icosaedri, dodecaedri: tanquam talium figurarum constitutio, adscriptio inter se & comparatio tanti fuerit, ut mathematicæ tota utilitas, id est finis, constiterit, si hæc paucula teneas,

finemque mathematicæ sis consecutus, si scias illa corpora constituere, adscribere, comparare, quodque plura non sint ordinata, demonstrare. Hic enim Pythagoræ & deinde Pythagoreis theologia quædam arcana fuit, tanquam Deus de fabricando & architectando mundo cogitans, Pythagoreorum quinq; corporum illorum Geometriam sibi, velut ideam proposuerit. Hæc enim Platonis in Timæo theologia est. Verùm sacer ille Geometriæ finis ab Aristotele 8. cap. 3. lib. de cælo vehementer exagitatus & labefactatus est, longeque gravius Proclus ipse est antea philosophatus, cùm mathematicas artes popularis utilitatis caussa repertas esse docuit. Arithmeticam tractandæ mercaturæ, Geometriam dimetiendæ terræ gratia, & á nobis suo loco theologia illa pro merito suæ divinitatis excoletur. Elementorum mathematicorum finis est, ait Proclus, quinq; figuras mundanas bene metiri. Aristippus videlicet ejusmodi commentum aliquod audierat, eoque adductus, mathematicas inutiles esse judicavit. Et verò si nil aliud matheſis præstatura sit, Aristippus causſam obtineto. Verumenim verò Arithmeticæ finis est bene numerare, non solùm has quinque figuras, sed omnia omnino quæ quidē numerari possunt. Geometriæ finis est, ait Proclus, quinque figuras bene metiri: imo vero Geometriæ finis est bene metiri non solùm quinque figuras, sed in planis rectilineis triangula, quadrangula, multangula, in obliquilineis circulos, helica, in solidis pyramides, prismata, sphæras, conos, cylindros, earumque figurarum omnium rationes, proportiones, similitudines, omnesque omnino cujuscunque magnitudinis affectiones interpretari. Sic ex utroque & numerandi & metiendi fine bona innumerabilia vel ad contemplandum vel ad agendum gignuntur, ut Proclus ipse Procli illius longé dissimilis lib. 1. cap. 7. 8. 9. 10. copiosé vel profusé potius, & quidem é Platonis imprimis authoritate declaravit. Hæc igitur bipartita nobis utilitas proponetur ad contemplandum, ad agendum: contemplandi & omnes deinceps artes physicas & politicas percipiendi principia & elementa in mathematicis antea Pythagoras, Plato, Xenocrates, Aristoteles posuêre: Pythagoram igitur, Platonem, Xenocratem Aristotelem á calumnia fatuorum idiotarum vindicemus, & doceamus mathematicas artes esse principia & elementa physicæ & politicæ philosophiæ: ut principiis ignoratis solida naturalium & moralium rerū scientia nulla teneatur. Audiatur igitur Plato, & academiam suam tueatur. Doceat quamobrem matheſis discendi ac cognoscēdi prima via sit. Etenim totum hoc mathematicum ex Arithmeticis & Geometricis genus sensibus abductū Plato suis verbis appellat ἑλκτικὸν, ἀγωγὸν, παραπλητικὸν, ἐνεργητικὸν, μεταστρεπτικὸν νοήσεως, ἀληθείας, θεᾶς, ἀληθείας, id est ejusmodi, ut alliciat, impellat, excitet, erigat, convertat intelligentiam, ratiocinationem, contemplationem, veritatem: quod quidem est & imprimis logicum: Ex omnibus enim artibus matheſis una præcipuè veri studiosa præcipueque logica fuit, neque personarum quamlibet probabilium, aut probatarum authoritate, sed argumentorum necessitate judicat, cogitque animum in rebus ipsis attentum esse, neque ulla unquam schola severiorem logicam quàm mathematica tenuit. Ut obiectos colores acutè videas, ocu-

deas, oculos corporis apertos & nitidos & conversos esse necesse est: ut igitur intelligibilia comprehendas, mentem excitam motuque rationis erectam, & conversam esse necesse est: matheſis porrò excitat atque erigit, unaque præ cæteris omnibus artibus hominis judicium stabilit & confirmat. Hinc tamen ἀφαίρεσιν phantasticam Pythagorei quidã & Platonici degeneres fabulati sunt, & in Aristotele sunt quidam hac de re loci: Veruntamen contrariis in eodem philosopho locis & valentioribus refutati. Etenim 2, & 3. cap. 13. libri metaphysici, tota ista ἀφαίρεσις vehemẽter labefactatur, efficiturque abstractio communis artium omnium, in quibus generalia tantùm documenta é singularibus exemplis inducta & abstracta proponuntur: Denique abstractio illa mathematica dicitur πλασματίας ὁ λόγος fabulator sermo. Quare cùm mathemata audies à Platone dici ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ, παραπλητικὰ, ἐνεργητικὰ, μεταστρεπτικὰ, ab Aristotele ἀφαιρετικὰ, intelige non sophisticam fabulæ nescio cujus umbram, ut mathemata sint in democraticum intermundium nescio quod recluſa, sed logicam mẽtis actionem, qua veritatis demonstratio purius & accuratius consideratur. Itaque Diodorus ille stoicus cæcus Ciceronis præceptor, quod credibile vix esset, sine oculis Geometriæ munus tuebatur, verbis præcipiens discẽtibus unde, quo, quamq; lineam scriberent, ut est 5. Tuscul. Sic Didymus Alexandrinus captus à parva ætate oculis, & obid grammaticorum elementorum quoq; ignarus tantùm miraculum sui omnibus præbuit, ut Dialecticam quoque & Geometriam, quæ vel maximè visu indiget, usque ad perfectum didicerit, ut Hieronymus in catalogo scriptorum ecclesiasticorum author est: mentis videlicet acrior contemplatio in corporibus illis cæcis viguit: quoque sensu oculorum minus poterant, eo vehementius animo nitebantur. Neq; verò iam disputo mathematis tanquam horologiis sonitu & tintinabulo mane nos é somno excitari, nihil præterea juvari: sed affirmo tanquam clarissimo lumine oculos mẽtis agi convertique, atque apertos, ad omnia videndum & intelligendum illustrari. Quapropter in Timæo mathematica appellatur κατὰ παίδευσιν ὁδὸς ad eruditionem via, ut qui mathematicam didicerit, possit reliquas omnes artes facile perdiscere. Illud pythagoreum videlicet παιδευτικὸν à Platone significatur, & æmulatio pythagorea proditur. Infimum ordinem gymnasii Pythagoras mathematicorum fecit, & παιδευτικὸν nominavit. Sic Platoni matheſis ὁδὸς κατὰ παίδευσιν modo statuitur. Sed de Arithmeticis illud est in Rep. Platonis eximium. Quid verò, ait Socrates, nũquam animadvertisti, qui natura Arithmetici sunt, eos ad omnes artes percipiendum perspicaces & acutos esse? Ac si tardi & hebetes in hoc studio eruditantur & exerceantur, si nihil aliud adjuventur: attamen confessione omnium, promptiores & acutiores fieri? Quid multa? Plato in Epinomide Arithmeticis artibus tantum tribuit, ut statuat hominem ejus facultatis imperitum ἀνοητότατον καὶ ἀφρονέστατον, insipientissimum & amentissimum esse. Hæc tanta laus Arithmeticæ ab hoc philosopho tribuitur, par etiam & eadem Geometriæ tribuitur: Quin ad Geometriã illa ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ præcipue referũtur, & voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei non Arithmeticæ, sed Geometriæ fuerunt.

runt. Itaque á Platone clarissima quædam ex utraque arte lux ingenii proponitur. His mathematis singulis, ait Socrates, instrumentum quoddam animæ cæterarum alioqui disciplinarum studiis corruptum & occæcatum, tum expurgatur, tum recreatur, quod diligentius & accuratius servandum sit, quam decem oculorum millia. Hyperbole Platonica, inquies. Sané, & tamen vera. Nec enim Argus ille qui fingitur á poëtis decem corporeorum oculorum millibus tam acuté tamq; laté unquam cerneret, quám his duobus Arithmeticæ & Geometriæ luminibus cernitur. Quæ cùm ita sint, istos mathematicæ philosophiæ oculos liceat in reliquas omnes consequentes artes convertere, & ab iis profectas utilitates intueri. Etenim musica in sonis & concentibus eorumque intervallis & systematis, generibus & formis, in auditu Arithmetica est: Ideoq; Ptolemæus in musicis 2.c.1.l. vocat numeros τὰς εἰκόνας τῶν λόγων. & 3.c. figuris organorum magnam vim tribuit ad differentias sonorum, quam geometricam in sonis caussam Aristoteles in libello de audibilibus ante proposuerat. Optica verò in visu, nil nisi geometria est in luce, umbra, colore, visus ipsius natura & facultate, veritate, hallucinatione, é situ, motu, numero, quantitate, figura, seu visus ipse rectus sit, seu speculorum reflexione, seu diversorum densitate & raritate mediorum refractione: unde pictoribus non solùm lumen & umbra, sed medius inter utrunque splendor, qui propterea tonus appellatur: & á transitu commissuraque colorum armoge, cæteraque artificibus istis nota optica: duoque ut Ptolemæus in musica loquitur, nobilissimi in homine sensus aurium & oculorum λογικώτατοι sine mathematis nil certo constantique judicio sentirent. Tum verò quantum physicis rebus mathematica luminis adferat, Timæus Platonis, & Physica Aristotelis maximo argumento sunt. In Timæo Platonis deus mundi animam rationibus Arithmeticis & proportionibus componit: deinde corpus geometricis figuris architectatur. Physica itaque Platonis é numeris & lineamentis Arithmetica & geometrica id est, mathematica est neque ἀγεωμέτρητοις cognobilis. Aristotelis verò tota de motu & quiete, de tempore cæloque, de animalium ortu, progressu, historia, totaque omnino physica non solùm exemplis, sed fundamentis mathematica est. Quid ergo? Aristippus physicam Aristotelis profiteatur? quid libro primo de tetragonismo, secundo de duobus rectis in triangulo: tertio de compositis gnomonibus, reliquis de infinitate magnitudinis: quid deinceps in libris de cælo, quod διάμετρος, ἀσύμμετρος: quid cætera illa de triangulis & pyramide, de sphæra octo pyramidibus composita respondebit? quid in meteoris dicet de iride? Certé deridebit & contemnet, & pueris ista facilia esse dicet. Fabula enim hujus argumenti nunc nuper est acta. Inciderat quidam Aristippus in istos Aristotelis locos, & diametrum asymmetrum dixit esse quadrati dimensionem, & alia nescio quæ ejusdem ignorantiæ: de quibus cùm moneretur à discipulis, respondit se Gorgiam non esse, ut ex tempore de omni posita quæstione responderet: atque ita tanquam non de manifesta ignorantia argueretur, sed de duplicandi cubi problemate urgeretur, modestos di-

ſtos diſcipulos impudentia deluſit. Sed inuſtam Ariſtoteleæ philoſophiæ talem maculam Ariſtoteles ipſe eluet ac delebit: & mathematicam futuro phyſico neceſſariam eſſe evidentiſsimè demonſtrabit. Etenim phyſica tota maximam partem occupatur in quiete motuque rerum naturalium: unde igitur quietis motusque naturalia elementa cauſſæ, inſtrumenta ab Ariſtotele repetuntur? Ariſtoteli certe in mechanicis nil promptius ueriuſque quicquam fuit, quàm omnis motus quietiſque & naturalis & contra naturam cauſſam è Geometria repetere. Lubet igitur ab Ariſtotele elegantiſsimam de geometrico quietis & motus organo philoſophiam proponere, ut bardum neſcio quod ſine matheſi, philoſophaſtrorum pecus è lethargo ſuo exuſcitem. Adeſdum igitur Ariſtippe & philoſophiam tibi ignotam & inauditam percipe. Aequalitas, inquit mathematicus phyſicus, quietis cauſſa eſt: angulus autem rectus eſt æqualitatis, & ſtatum facit. Axioma verò valde magnum in tota rerum natura atque animadvertendum. Quieſcunt omnia ad rectos angulos. Ecquid mirum? hoc enim imperium dei atque numen Geometricum eſt, quo terra medio mundi loco ordinata conquieſcit, ideóque cubico octonûm rectorum ſolido à Pythagoreis comparata. Hoc, inquam, effatum eſt rerum, infra cujus æquabilitatem & perfectionem angulus acutus eſt, ſuprà verò obtuſus. Itaque cum jacemus humi aut in lectulo decumbimus paralleli plano horizontis, aut eidem congruentes, tum pedibus & capitibus angulos rectos facimus. Cùm ſedemus in hemicyclo, vel thoro aliquo rectis tibiis & femoribus, cruribus rurſus rectum angulum facimus. Quies igitur fit angulis rectis, ſtatus etiam fit angulis rectis: ſic plantæ, arbores, animantes ſtatum ſuum tuentur. Nam ſi inclinatio vel declinatio ulla accidit, anguli obliqui ruinæ protinus motum aliquem minitantur. Ergo quies, ergo ſeſsio, ergo ſtatus fit angulis rectis. At quoniam quies fit parallelis plano terræ corporibus, ſtatus autem perpendicularibus, attende quamnam hîc Geometriam natura machinetur, & quomodo è parallelíſmo perpendiculum moliatur. Jaces angulis rectis, ut ſurgas, & corpore erecto perpendicularis horizonti ſias, Geometriam à natura tibi traditam medítere. Quatuor acutos efficies utroque brachio & latere, thorace & cruribus, femoribus & tibiis: Hos, inquam, angulos ſic acues. Ambulatio deinde progreſſuſque obtuſis tibiarum femorumque angulis efficietur. Quibus poſitis efficitur quod quieſcimus, quod ſedemus, quod ſurgimus, quod ſtamus, quod ambulamus & progredimur, Geometriæ uſum eſſe. Sed ab eodem philoſopho aureas iſtas in phyſicis motibus meditationes paulò plenius meditemur, ut ἀγεωμέτρητοι Ariſtoteleoli Ariſtotele judice phyſicam ſine mathematica nullam eſſe fateantur & erubeſcant. Unum circulum hîc pro figuris omnibus ad quæſtionis demonſtrationem figurabo. Geometriæ nempe miracula è rotundis figuris præcipua ſunt, circuluſque miraculorum omnium merito principium

& mira-

& miraculum primum ab Aristotele statuitur. Causſæ mirabiles (ait) effectus etiam mirabiles habent. At circuli essentia ipsa tam mirabilis est, ut contra naturæ leges recondita quadam & arcana Geometriæ subtilitate ficta esse videatur. Etenim fit é recto, quamvis obliquus sit, fit é quieto simul & moto: Deinde convexum in eo est & concavum, sed illa, quamvis contraria pugnantiaque, tamen sunt minora. Motus simplex in eo nullus est, sed idem antè, ponè, sursum, deorsum: imo pro infinitis in eodem radio punctis omnibus velocitatis & tarditatis differentiis simul agitur: & quod maximè omnium ipse admiratus sum, idem circuli motus tot repugnantiis conflati naturalis est secundum peripheriam in obliquum, & violentus secundum diametrum, quo retrahitur in centrum. Itaq; retractionis repulsionisque motus in minore radio major est, dum peripheriæ æquales permeantur. Secus naturales violentique motus peripheriis sunt proportionales. Hæc, inquam, rotundæ figuræ mysteria sunt. Contraria simul esse non possunt. Axioma logicum est. Circulus tamen totus contrariis qualitatibus & affectionibus inter se discrepantibus formatus & figuratus videtur. Quapropter rotundum cum sit ea natura præditum, effectus etiam planè mirificos habet, in templis etiam ad majorem deorum venerationem quondam imperito populo propositos. Quies verò, sessio, status hic nihil expectetur: motus, motus inquam, totus ex hac figura est. Rotundum igitur mobilissimum est omnium mobilium, atque ad celeritatẽ motus promptissimum. Quid ita? Acutus angulus velocitatis artifex antea fuit. At in rotundo subjectum planum tangente, angulus quovis acuto rectilineo minor acutiorque efficitur, & à subjecto protinus é uestigio recurrit, ideoque nil asperitatis habet, nil offensionis, quo velocitas motus impediatur. Quid vis? Rotundum stare loco nescit, nutat vel micat potius omnes in partes dimidio sui usquequaque velut inclinatum. Itaque levissimo momento huc vel illuc impellitur: Quin, ut quorundam opinio fuit, suapte figura assiduè volvitur, moveturque ingeniti á natura motus etiam cum violento copulati entelechia sempiterna. Rotundum verò etiam quietis causſam esse, sed globo infimo & tanquam immobili centro in concentricos superiores globos incluso. Naso philosophatur, & causſam terrestris quietis istam 6. Fast. versibus eleganter exprimit. hanc igitur á poëta geometriam attendamus

Terra pilæ similis nullo fulcimine nixa
Aëre subjecto tam grave pendet onus.
Ipsa volubilitas libratum sustinet orbem,
Quique premat partes, angulus omnis abest.
Cumque sit in media rerum regione locata
Et tangat nullum plusve, minusve latus:
Ni convexa foret, parti vicinior esset,
Nec medium terræ mundus haberet onus.
Arte syracusia suspensus in aëre clauso
Stat globus immensi parva figura poli.

Et quan-

Et quantum â ſummis tantum ſeceſſit ab imis
Terra, quod ut fiat forma rotunda facit.

Ut igitur naturalis forma principium motus & quietis, ſic geometria inſtrumentum motus & quietis præſtabit, ſine quo, ut natura ipſa rerum nil efficit, ita philoſophus in naturæ operibus nihil intelligit. Ehodum Ariſtippe mathematicis illis luminibus orbate, quid plus in phyſicorum philoſophorum ſchola, quam Polyphemus ab Ulyſſe occæcatus in ſpelunca videris? Enimverò quid Aſtrologia tota, quid aliud eſt quam arithmetica numeratio motuũ cæleſtium, quam Geometrica globorum cæleſtium & ſtellarum, ſecundum longitudinis, latitudinis, altitudinis ſpatia figuratio & dimenſio? Aſtrologia omnium liberalium diſciplinarum una maximê involuta eſt, & graviſsimis hypotheſium impedimentis obſeſſa, â quibus per elementa logicæ imprimis, deinde Arithmeticæ & Geometriæ diligenter exculta liberari vindicarique poſsit. Etenim ſi de diſciplinis omnibus aliis conſcripti libri funditus interiiſſent, tamen protinus ab innumerabilibus Grammaticis, Rhetoribus, Logicis & cæteris artificibus artes illæ reſtituerentur. Si aſtrologiæ libri omnes eſſent caſu aliquo ignis, quod Aegyptiæ bibliothecæ contigit, exuſti, quæro non quotuſquiſque, ſed quis aut cujas aſtrologus Aſtrologiam excitaret? Cauſſam verò laboris in cæleſtem diſciplinam infiniti hypotheſes attulêre: commenti genus in cæteris artibus inſolens atque inauditum. Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ, Arithmeticæ, Geometriæ, atque omnino præter aſtrologiam, cujuſvis diſciplinæ principia ſunt experientiæ & obſervationes primæ in generalia & univerſalia documenta â logicis artificibus collectæ & inductæ: quarum cauſſa nulla alia quæritur, ſed ipſæ pro cæterorum deinde fundamentis ponuntur. Aſtrologia verò jam inde ex Ariſtotelis ætate vel potius mête primis obſervationibus & experimentis non contenta, cauſſas illis principiis antiquiores exquiſivit, quæ curſus, recurſus, ſtationes, tarditates, velocitates efficeret. Hæc nempe hypotheſium eſt origo. Tum enim Eudoxus Gnidius primus hypotheſes revolventium orbium reperit, quas cum Callippo Ariſtoteles correxit & emendavit: neque ſphęras illas in cælo commentitias putavit, ſed naturales & veras judicavit: imó tanquam divina corpora coluit: hinc dii numero quinquaginta quinque duodecimo philoſophiæ libro conſecrati. Hanc tamẽ Ariſtotelis Theologiam Pythagorei non ita multo pôſt valde ridiculam fecerunt, cum tot orbium concentricis diis profanatis & ê cæleſti templo exturbatis epicyclos & eccentricos orbes induxerũt, nec poſtea tertio quoque vel quarto ſeculo hypotheſes novandi modus fuit, ut ætate quoque noſtra Copernicus, aſtrologus non antiquis ſolũm comparandus, ſed in aſtrologia prorſus admirandus, tota antiquitate hypotheſium rejecta, hypotheſes non illas quidem novas, ſed tamen admirabiles revocavit, quæ aſtrologiam non ex aſtrorum, ſed ex terræ motu demonſtrarent. Veruntamen Aſtrologi & veteres & novi centuriis tabularum ad hypotheſes compoſitis Aſtrologiam perinde oppreſſerunt. Enimverò ſatis cõſtat é Proclo in Timæum Platonis, & é Græcis Ariſtotelis interpretibus Aſtrologiam veterem Babylo-

niorum, Aegyptiorum, Græcorum etiam ante Eudoxum ſine hypotheſibus fuiſſe, & ab ea cæleſtium corporum motus numeratos ac prædictas eclipſes eſſe, ut obijci non poſsit hypotheſes ideo neceſsitate ulla inventas aut retentas eſſe, quia ſine his cæleſtium motuum calculus haberi non poſſet, cùm tot ſecula habitus ſit: neque artificii cujuſquam logica hic prætexenda, cùm hypotheſes contra logicas omnes conſtruendæ artis leges, ſint inventæ. Commentum igitur hypotheſium abſurdum eſt: ſed tamen commentum in Eudoxo, Ariſtotele, Callippo ſimplicius, qui veras hypotheſes arbitrati ſunt: imò tanquam deos ἀναγρῶν orbium ſunt venerati. At in poſteris fabula eſt longè abſurdiſsima, naturalium rerum veritatem per falſas cauſſas demonſtrare. Quapropter logica primùm, uti dixi, deinde mathematica Arithmeticæ & Geometriæ elementa ad ampliſsimæ artis puritatem & dignitatem conſtituendam adjumenti plurimùm conferent. Atque utinam Copernicus in iſtam Aſtrologiæ abſque hypotheſibus conſtituendæ cogitationem potius incubuiſſet, longè enim facilius ei fuiſſet aſtrologiam aſtrorum ſuorum veritati reſpondentem deſcribere, quam gigantei cujuſdam laboris inſtar terram movere, ut ad terræ motum quietas ſtellas ſpecularemur. Quin potius è tot nobilibus Germaniæ ſcholis exoriare philoſophus idem & mathematicus aliquis, qui poſitam in medio ſempiternæ laudis palmam aſſequare. Ac ſi quis caducæ utilitatis fructus tantæ virtutis præmio proponi poſsit, regiam Lutetiæ profeſsionem præmium conformatæ abſque hypotheſibus aſtrologiæ tibi ſpondebo: ſponſionem hanc equidem libentiſsime vel noſtræ profeſsionis ceſsione præſtabo. Quapropter, ut cœpi dicere, his arithmeticis & geometricis oculis cælum ſuſpiciendum nobis eſt: Vereque Pythagoras, verè Plato, verè Ariſtoteles mathemata phyſicis diſciplinis elementa præire voluerunt. Imo voluit Hippocrates, voluit Galenus: Etenim quid Theſſalo filio Hippocrates præcipit? nempe ut Arithmeticam & Geometriam non ſolum ad ſplendorem vitæ, ſed ad medicinæ uſum ſtudioſe perdiſcat: Arithmeticam quidem ad morborum intenſiones, remiſsiones, periodos, mutationes, judicia: Geometriam verò ad oſsium ſitum, ordinem, luxationem, repoſitionem, contritorum refectionem, compoſitionem, exemptionem, affectionem denique omnem atque curationem. Quid Galenus? eadem quæ Hippocrates præcipit, & quidem Hippocratis exemplo. Athletæ (ait) plerique omnes in gymnicis ludis coronam expetunt: conſequendi tamen ſtudium nullum adhibent: Ita medici plerique Hippocratem mirifice extollunt: omnia tamen potius efficiunt, quàm ut Hippocratis ſimiles eſſe videantur. Hippocrates & Geometriam & Aſtronomiam ſummo ad medicinam adjumento cenſet eſſe: at ii invehuntur in earum artium ſtudioſos: tantum abeſt ut ſibi capeſſendas & cognoſcendas arbitrentur. O præſtantiſsime Galene, antea te, propter eximias ingenii dotes diligebam: nunc verò etiam amo colo, qui anno ante ſeſquimilleſimo videaris P. Rami gratia adverſus medicos mathematum calumniatores tam nobilem ſententiam dixiſſe. Sed perge. In Politicis vel Ethicis quam neceſ-

ſaria

ſaria mathematum ſit intelligentia, non ſolùm Platonis & Ariſtotelis philoſophia ampliſsimè declarat, in qua bonarum actionum atque adminiſtrationum partes ratione, proportione, ſymmetria definiuntur. Et quidem Platonis politia mathematicum lectorem uſqueadeo requirit, ut Philippus Mendæus, ut Theon etiam ſive Alexandrinus, ſive Smyrnæus, ut quidam arbitrantur, libro ad eam rem ſeparato mathematicos Platonicæ philoſophiæ locos interpretandos ſibi propoſuerint. Ariſtotelis autem de principe virtutum juſtitia in Ethicis liber mathematicus omnino eſt. Sed miſſam facio veterem illam philoſophiam: ad noſtram potius convertor. Romanæ leges quot locis ac partibus numerorum ſubtilitates, lineamentorum γραμμικὰς ἀποδείξεις requirunt? Extant Buteonis eruditi mathematici lucubrationes de fluviaticis inſulis, de dividendo fructu arboris in confinio, & pleraque ejuſmodi, quibus aperte & perſpicuè hæc utilitas mathematica, imo neceſsitas ad jus ciuile intelligendum demonſtratur. Neque verò ad agendum & exequendum dico, id enim erit poſtea, ſed ad intelligendum & cognoſcendum, quæ legibus ipſis ſanciuntur. Theologia paganorum mathematicis velamentis tota involuta eſt: Chriſtianam theologiam potius intueor & conſidero, in qua Deus creat omnia in numero, menſura, pondere: id eſt, ad regulam arithmeticam, geometricam, iſorropicam. Impiæ opiniones ex arca Noei exortæ ſunt propter ignorationem Geometriæ: Itaque Buteo locum illum erudite expedivit. Itaque ad doctrniam Chriſtianam rectè & ex ordine percipiendam, Auguſtinus ſummus doctor non modò literas latinas, græcas, hebraïcas, ſed artes uno nomine omnes ingenuas, neceſſarias profitetur, & libris quatuor in hoc argumento conſumptis ad eas cohortatur. Enimverò, ſi quis deliacum illud duplicandi cubi oraculum verum fuiſſe arbitretur, deos gentium credat etiam mathematicæ gloriæ cupidos fuiſſe, deoſque hominibus mathematicos videri voluiſſe: At jam potius attendat & animadvertat quæ verus, verus, inquam deus ad Iobum hominem divinum voce divina ac cæleſti profatur, ubi eras (ait) cum fundarem terram? indica ſi noſti intelligentiam. Quis poſuit menſuras ejus ſi ſcias? aut quis extendit ſuper eam, regulam? Super quid baſes eius defixę ſunt? aut quis projecit lapidem anguli eius? cum proclamarent ſimul ſtellæ matutinæ & jubilarent omnes filii dei? & quis obtexit valuis mare? cùm erumperet ipſum, cum é matrice egrederetur? cùm ponerem molem veſtimentum ejus & nebulam faciem ejus? Et fregi ſuper illud, decretum meum, & poſui vectem & valvas: & dixi, hucuſq; venies neque ultra tranſgredieris, & hic pones elationem fluctuum tuorum. An á diebus tuis præcepiſti mane, indicaſti auroræ locum ſuum ut apprehenderet alas terræ? Deinde ibidem, Conſideraſti uſque ad latitudinem terræ? indica, ſi noſti, eam totam. Quænam via ſit, in qua habitet lux & tenebræ, quiſnam locus earum? ut accipias illud ad limitem ſuum, & ut intelligas ſemitas domus ejus? Item ibidē, Quæ via qua dividatur lux? diſpergat Eurum ſuper terram? Item num ligabis delitias

plejadum? aut attractiones Orionis ſolues? Num educes arcturum tempore ſuo & bootem cum filiis ſuis adduces eos? An noſti ſtatuta cælorum? An pones dominium ejus in terra? hæc inquam, mathematica non mortalis hominis problemata, ſed æterni atque omnipotentis dei oracula ſuſpiciat & admiretur, qui cacodæmonem Apollinem mathematicum prius ſuſpiciebat atque admirabatur. Suſpiciat (inquam) admiretur ex ore præpotentis dei oracula geometrica de fabrica mundi terræque baſibus & ſitu, de valuis & vectibus vinculiſque maris & terræ. Oracula optica de loco lucis & tenebrarum, oracula aſtrologica de plejadibus, Orione, arcturo, boote, de cœli imperio in terras ac dominatu: oracula geographica de terræ menſura & latitudine. hæc, inquam, oracula mathematica vel theologus quamlibet judicio ſuo præſtans, meditetur: Et ſi forte mathematicis luminibus orbatus erit, ut ſunt omnes Bonifacii mathematum non ignari modó, ſed oſores, in mathematicam ſcholam lumen accenſum veniat, ut gloriam deo clariorem & puriorem tribuat, attentiuſque auſcultet quæ quotidie laudes in templis deo concinantur. Cæli enarrant gloriam dei: Stellas á ſtellis claritate differre: totam denique in Ezechiele ſanctæ civitatis mathematicam meditetur, quæ abſque mathematicis oculis perſpicuè cerni non poſſunt: tumque deſinet quiſquis theologus hic futurus ſit, mathematicas ut inutiles, vel etiam ut impias calumniari, Platoniſque ἀπρόσμα verum judicabit, τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, quia numero, ratione, menſura univerſitatem & conſtituit & gubernat, ut Plutarchus in octavo ſympoſiaco eleganter interpretatur. Quamobrem Pythagoras, Plato, Ariſtoteles ſcholarum ſuarum diſciplinam recte atque ex ordine inſtitutam fuiſſe æquis & attentis judicibus probabunt, jureque optimo mathemata phyſicis ac politicis præponenda vindicabunt, & á philoſophiæ cathedris ἀγεωμέτρητους arcendos eſſe perſuadebunt. Platoque imprimis ἀπρόσμα illud ſuum obtinebit, duo mathematica Arithmeticæ & Geometriæ lumina pluſquam decem oculorum millia conferre ad res phyſicas & politicas contemplandum, ad res innumerabiles conſiderandum. Quid plura? Venienti in Academiam Ariſtippo occlamitabit: μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Adhuc prima pars inſtitutæ quæſtionis fuit, quod mathematica valeat ad reliquas artes phyſicas & politicas intelligendum & perdiſcendũ: quam ut libet Ariſtippus acceperit, ſecundam partem ſat ſcio gravius & ægrius feret. Itaque contra ſecundam utilitatem mathematum objectio illi promptior eſt: mathemata ad agendum nil conferre: imo mathematum nullum finem eſſe. Auſus enim eſt, quid autem eſt quod indoctus adverſus doctrinam non audeat? auſus inquam eſt, palám audiente Academia Pariſienſi dicere mathematicarum artium nullum finem eſſe, neque popularem ullam utilitatem hinc expectandam eſſe: imo verò auſus eſt etiam calumniam tam inſanam atq; amentem publicare. Quapropter tali temeritati eſt obſiſtendum: & tamen maledictum in mathematicas artes jam olim etiam jactatum. Etenim videtur utilior ſingularis experientia, tractatioque & actio rerum, quám generalis demonſtratio & univerſalis contemplatio. Itaque logiſtica, arithmeticæ: geodæſia geometriæ:

metriæ: nautica astrologiæ præstare existimantur: Neque enim dives quisquam efficitur contemplatione divitiarum, sed usu: neque beatus cognitione beatitudinis, sed fructu. Hæc igitur Aristippo atque Aristippum sequenti Epicuro calumniæ suæ species fuerit. Mathesis ut nonnihil valeat ad ingenium acuendum, ad agendum nihil prodest. Atque hæc vulgaris opinio, quod mathematicæ nullam utilitatem ferant, apud Quintil. lib. 1. cap. 10. proponitur nomine Geometriæ, qua numeros & formas comprehendit. In Geometria (ait) partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: Agitari namque animos atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut cæteras artes, cum perceptæ sunt, sed cum discatur, existimant. Hæc Quintilianus cum Aristippo cumq; Epicuro, imo vero, ut alicui videatur, cũ Platone illo ante jam á nobis objurgato consentiens. Sic enim Platonem mathematicis contemplationibus delectatum diximus, ut usum vulgarem & popularem contemneret, Archytamque & Eudoxum velut opere atq; opificio mathematico commaculari & coinquinari crederet. Tametsi Platonis & hujus Aristippi magna differentia est: Plato enim popularem mathematum usum singularem potius, ac divinum esse intelligebat: sed molestè ferebat imperitis opificibus communicari: at Aristippus nullum omnino mathematum usum esse calumniatur: Aristippi, inquam, mathematica ignorantia longe dissimilis est platonicæ illius zelotypiæ. Mathematici etiam quidam scriptores auxere hanc mathematum infamiam, qui contemplationum & demonstrationum illecebris capti, usum omnem incredibiliter aspernãtur, mathematicumque subjectum in phantasticis & ab omni sensu abstractis mathematis constituunt: Et velut, ut antea dixi, in Democriti aliquod intermundium reconditis. Hinc Pythagoreum in Proclo symbolum, χῆμα καὶ βᾶμα, ἀλλ' ὃ χῆμα καὶ τριόβολον, figura & gradus, non autem figura & triobolum: tanquam Geometriæ quodlibet theorema ad Platonis μετατροφὴν referẽdum sit, non ad ullum popularẽ usum. Sic Pythagorei musicam ratione tantùm metiebantur, spreto auditus sensu atque judicio: in eoque á Ptolemæo reprehenduntur. Mathesis igitur istorum mathematicorum judicio referenda ad res physicas & politicas intelligendum & judicandum: ab actione autem & machinatione prorsus amovenda: Denicq; mathesis terra parens quædam est, quæ largiatur hominibus sua sponte munera plurima metallorum & frugum: auro tamen contemplationum suarum mathematici tantum delectantur, vilia popularis usus legumina despiciũt: Pythæ nobis videlicet erũt. Pythes enim (ut est apud Polyænũ libro octavo) aureis fodinis inventis totã Pythopolim auro inquirendo, fodiendo, purgãdo, cæteris operibus intermissis penitus occupabat: quo tempore cessabat agricultura, & reliqua ad vitæ cultum necessaria opificia. Quod cùm grave civibus esset, mulieres uxorem Pythæ adierunt, oraruntque ut apud virum ea de re ageret. Quas cùm bono animo esse jussisset, metallicis imperavit, ut cibos, pisces, bellaria, opsonia omnia ex auro facerent. Pythes peregre domum reversus cœnam petit: uxor auream ei mensam apponit, in qua nihil edulii inerat, sed omnia facta ex auro eduliis simillimo.

Pythes collaudata artis imitatione postulabat, quod esset: illa subinde alia atque alia ejusdem generis offert. Itaque indignanti marito & famelicum se dicenti respondet, At tu agriculturam & reliqua vitæ mechanica subsidia sustulisti, aurumque duntaxat fodere jussisti: quod hominibus inutile sit futurum, nisi plantæ & semina & reliqui terræ fructus excolantur. Hac igitur uxoris prudentia Pythes stultitiam suam edoctus agriculturam & opificia reliqua permisit. Parabolam subtilius non interpreter, succensuimus hac de re antea Platoni, & ambitionem pontificum, theologorum, philosophorum communem proposuimus: Et res est ante oculos: artium omnino liberalium omnium contemplationes quidem ipsas ingenuas vereque aureas esse, sed usus tamen necessarios: eorumque gratia contemplationes istas inventas esse. Itaque spero mathematicos nostros aureis demonstrationum suarum contemplationibus tantopere delectatos Pythen secuturos esse, usumque mathematum permissuros. At Aristippus hîc resistit, & mathesin ad agendum prorsus inutilem esse contendit. Verumenimverò ista mihi placet objectio, & eó me ducit quó spontê properabam. Flavius fastos populo exhibuit & cornicum oculos confixit, gratiamque summam est consecutus: hanc igitur gratiam nobis proponamus: & quidem tantó pleniorem, quantó majus in medium prolati Geometrici usus beneficium fuerit. Statui mathematicam non solùm ad philosophandum in physica & politica, sed ad agendum, & quidvis domi militiæque fabricandum pertinere. Quapropter quod in Parisiensi foro hac de causa attigimus, in orbis terrarum theatro apud omnes omnium gentium præsides judicesque, alacrius est agendum, contendendum, perorandum. Itaque arithmeticas actiones & geometricas illic expositas repetamus ac separemus, pleniusque & copiosius exponamus: & arithmeticas prius expendamus. Mittamus Romanæ juventutis institutionem illam in numeris primam apud Horatium,

Romani pueri longis rationibus assem
Discunt in partes centum diducere, dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Uncia, quid superest? poteras dixisse, triens. ó
Rem poteras servare tuam: Redit uncia, quid fit?
Semis. ——

Romam, inquam & antiquitatem omnem missam faciamus, & pro urbibus omnibus Lutetiam unam urbium omnium longê maximam & opulentissimam urbem circumspiciamus, & mathematicæ utilitatis testem producamus. Dionysiaca via est urbis illa regalis ditissimis mercatoribus frequentissima. Hoc hominum genus non modó cum provinciis amplissimi regni omnibus, sed cum mercatoribus Italis, Hispanis, Germanis, Flandris, Britannis quotidiana commercia exercet, varietate magna prorsus & dissimilitudine numismatum, ponderum, mensurarum. Interroga igitur quanam arte freti difficultates istas

tates iſtas explicent: reperies Arithmeticæ primas & ſummas ſubtilitates in commutationibus & comparationibus illis adhiberi & exerceri, mercaturamque totam Arithmeticam eſſe, quo in genere trapeſitarum nummatio, gazaque penitus occupatur. Progredere verò á regali illa via Palatium verſus, occurret pons aurificum non tam tignis & trabibus ſolidus, quam auri atque argenti pondere gravis: Interroga alterum hoc divitum hominum genus, qua ſcientia aurum cum argento, utrumque cum ære metallove alio miſceant ac temperent, aut jam miſtum ac temperatum explorent ac ſeparent: Archimedis diſcipulos in coronis aureis eſſe dices: ſic alligationis proportio ab illis ſubtiliter & acuté tractatur. Jam propius in ipſam Palatii arcem aſcendito, & honoratum illud fortunatumque regiarum rationum collegium conſiderato, curiæque abacos & calculos introſpicito, nil niſi Arithmeticam quandam in toto illo ſplendore, nil niſi Arithmeticos magiſtros recognoſces. Verùm ſi in regis ærarium penitus introieris, in eoque diviſores, quæſtores, judices attentè animadverteris, in conſtituendis per provincias æqua ratione vectigalibus, in colligendis & comparandis, in æſtimandis generibus rationum omnium & dijudicandis, mirabere Arithmeticæ artificio tantas utilitates & commoditates in hominum vita comprehendi. Quid vis amplius? Ingredere in illud inauratum ſupremæ curiæ templum, regali quadam majeſtate ſuſpiciendum & admirandum! Hîc orator, dicet Quintilianus, indoctus judicatur non ſi tantùm circa ſummas trepidat, ſed ſaltem ſi incerto & indecoro digitorum geſtu á computatione diſſentit. Oratorem mitto: communem judici cum oratore cauſſam potius diſputabo. Quid in iſto ſolio judex ſine proportione, modó arithmetica numeri, modó geometrica dignitatis efficiet? hoc enim examine lanx utraque juſtitiæ in æquamento & libramento partium tanquam radiorum æqualium & æquitate juris æquiponderantium conquieſcit. Quid in controverſiis hereſcundæ familiæ, dirimendi lucri, damni, conſimiliumque litium, ubi partes ſæpe toto dividuo ſunt majores? Quid, inquam, in hiſce iudiciis, judex ſine aurea compoſitæ proportionis regula judicet? Si exactam verborum ſcripturam potius quàm ſententiæ analogiam ſequatur, quàm è ſummo quod putabit, jure ſummam injuriam faciet? Ergo in ſummo civitatis gradu arithmetica velut regina quædam erit non modó extremi juris magiſtra, ſed æqui bonique arbitra: Quot igitur in una urbe arithmeticæ utilitates animadvertimus, tot in omnibus urbibus, in omnibus hominum ſocietatibus veriſimum ſit intelligere. Nec verò pacatis & civilibus negotiis expediendis arithmetica finem uſumque ſuum duntaxat oſtendet, ſed in gerendis bellis magnã ſibi partem aſſumet. Platonẽ igitur hîc attendamus quanvis utilitatis hujus argumẽto aliàs infenſum: ſed Platonem quidẽ jam popularem plané factũ complectamur: decp Platone idẽ quod de Ariſtotele ſæpe alias ſentiamus, in utriuſcp philoſophi libris varias de variis rebus ac diſcrepantes ſententias deprehendi: neque Platonem ſemper Platonem, neque Ariſtotelem ſemper Ariſtotelem eſſe. Plato igitur verus, & Platonico ſpiritu animatus audiatur. Quid igitur Plato, quamobrem bellicis

rebus

acies Enimveró instruere aciem simplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hostium, vel illi numero opponere arithmetica militia est. Itaque, ait idem Plato, perridiculum ducē Agamemnonem Palamedes in tragœdijs effecit, cúm & numerum á se inventum & acies ordinatas, navesq; & reliqua omnia ad Trojam numerata esse gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignarus, ignoraret etiam quot pedes haberet. Sic Aelianus numerum parem pariter parem militiæ gratia excogitatum esse dicit ad commodê mutandas acies. Sed ratio & proportio in bellicis rebus mirificas vires habet. Polybij libro nono quæstio est, mathesin imperatori imprimis esse necessariam: Scalas rex Philippus ad Meliteorum urbem capiendam non satis longas attulit, turpī clade affectus discessit. Itaq; symmetria scalarum ab historico curiosius explicatur, ut sint ad murū, ut 12 ad 10: latitudo autem ad altitudinem dimidia. ψευδογραφία illa etiam nostris Gallis ad Mediolanum perinde nocuit, ne quis ignorationem Geometriæ non multis calamitosam arbitretur. Sed ratio ordinis in prælijs victoriam ê proportione imprimis machinatur, ut ex intervallis ordinum, aut subsidia mittantur, aut defessis receptus cōcedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem instructa Gallicę phalangi ad arithmeticam proportionem instructæ præstabat, quia miles idem tertio illic præliari poterat, qui hîc semel fractus nunquam recreari possit. Itaque Romanus exercitus idem partibus omnibus, eodemque revocato undique robore præliari poterat: prima acie quasi capite, ut cornibus tauri atque apri dentibus, media tanquam pectore, ut vultures, extrema velut unguibus & calce, ut leones & equi. Denique si hastatus prima acie victus esset, receptus inter principes & triarios poterat acie secunda, tertiaq; iterum atq; iterum decertare. Quid vis amplius? arithmetica pacis tempore negociatur, vendit, emit, aurum argentumq; appendit & fabricatur, rationes ærarij expēdit, & dispensat, oratores, & judices instruit. At eadem etiā militat ac præliatur, & pacis bellique temporibus adjumenta mirifica suppeditat. Quamobrem si utilitas tot tantisque pace belloq; utilitatibus æstimanda est, quot & quantas arithmeticæ utilitates æstimabimus? Eat igitur jam Aristippus noster, & arithmeticam, ut inutilem calumnietur, & mathematum ullum finem neget esse ullumve usum popularē: cúm in arithmetica bene numerandi finem tam multiplici fructu tamq; populari cumulatum videat. Sed geometriæ propria utilitas requiretur. Hæc enim mathesis præcipuo inutilitatis crimine accusatur. Arithmeticæ utilitates sunt eximiæ: at humanas dices, si ad geometriam respexeris. Geometricas veró primis hominibus divinas non humanas visas esse judicabis, indeq; primos earum authores consecratos esse. Agedū Aristippe contemptor & calumniator geometriæ, attende usum doctrinæ istius admirabilem, & quidem ab illo eodem mathematum nobili præcone, qui affirmat deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. Etenim cum deus immēsitatis æternæ spatia definire statueret, geometria imprimis usus est, quæ longitudinum, latitudinū, profundorum spatia terminaret, omniumq; symmetriam, rationem, proportionem, similitudinem discerneret, quæ aerem levitate sublime tollereret, aquam

terramque

terramque pondere deprimeret, quæ denique cæleſtes globos ita tornaret, ut ad converſionis motum nihil rotundius effingi, nihil aptius expoliri poſſet. Itaque mundi architectus ille ſummus in fabricando machinandoque univerſitatis opificio geometriam imprimis adhibuit, neq; Plato quicquam magnificentius loquutus eſt, cùm dixit deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. At iſta pro tuo ingenio comminiſceris, narrabat mihi nuper aulicus quidam philoſophus, & in mathematicis artibus Ariſtippi vel Epicuri valde diſcipulus. Verum Ariſtippee, Plutarchus, Platonis illud ἀνεόαμα ſic interpretatur. Et ſi Plutarchi ingenium hic etiam aſpernaris, Ariſtotelis, quoniam Ariſtoteleus haberi vis, in iſta philoſophia tam magnifica ingenium admirare. Finem geometriæ negas ullum eſſe, ullumve uſum popularem? Atqui geometriæ finis eſt bene metiri, ut grammaticæ bene loqui, & finis iſte non tantùm ſuperiora illa myſteria complectitur, ſed per univerſam geodæſiam univerſamque mechanicam latiſſimos fines habet. Geometria, inquis, nullum finem habet nullumque uſum popularem. Certé ne tibi perpetuo adverſari videar, concedo geometriæ nullum finem nullumque prorſus uſum eſſe, ſed tibi tuique ſimilibus. At Deum immortalem, primum illum geometricæ exercitationis & actionis campum, id eſt geodæſiam ingrediamur: quas hic utilitatum divitias, & quidem unico radii inſtrumento reperiemus!

—— Ecquis fuit aliter
Deſcripſit radio totum qui gentibus orbem?

Radius lineas, proindeque ſuperficies & corpora metietur: lineæ longitudinem, latitudinem, altitudinem, modò ſtatione unica, modò duplici metietur. Atque hac arte dimenſis nempe per lineas rectas lateribus, areas triangulorum é dimidio collectorum dati trianguli laterum metietur. Triangulata, ſeu quadrangula, ſeu multangula componuntur é triangulis. Radius itaquè metiendis triangulorum areis, metietur & areas triangulatorum: Radius idem metiendis diametris perimetros, proindeque & areas circulorum, ſemicirculorum, ſectorum, ſectionum metietur: Radius etiam totas ſoliditates corporum metietur: baſi & altitudine dimenſis planum parallelepipedi priſmatis corpus concludet: hinc etiam pyramidem tertiam nempe partem, & ordinata corpora reliqua é componentibus pyramidibus metietur: Cylindrum priſmatis, conum pyramidis ſimillima menſura, indeque ſphæram & ſphærica ſegmenta metietur. Quid multa? Geometræ non ædificia modò quælibet, ſed terras, maria, flumina,

—— cælique meatus
Deſcribent radio, & ſurgentia ſidera dicent.

His igitur geodæticis Geometriæ emolumentis jam Ariſtippum mendacem vano & indocto mendacio Ariſtoteles convincet, & emolumentis quidem tantis, ut Polybius, ut Quintilianus, ut Vegetius ſcripta ſua valdè exornari putent, ſi quod de iis interpretari queant. Geodæſiæ theorema eſt. Aequalitas perimetri non æquat plana vel ſolida: neque ἰσοπερίμετρα protinus ſunt ἰσοχώρια: quod

Proclus in triangulis docet ad 4. & 37 p 1. Polybius igitur disputans de geometriæ emolumentis, Megalopolis, ait, ambitu fuit quinquaginta stadiorum, Lacedæmon quadraginta octo: & tamen Lacedæmon duplo major Megalopoli. Hoc, inquit, ignaris mathematum incredibile videatur. Quid si, ait, dixero, fieri posse, ut civitas ambitu quadraginta octo stadiorum sit dupla civitatis centum stadiorum ambitu? insanum atque amens videatur: Attamen utrumque verum & geometrica necessitate demonstratum: falsumque convincitur magnitudines vel locorum vel exercituum ex ambitu metiri. Collibus & vallibus distracti anfractus videntur majorem civitatē efficere. At secus est. Aedificia enim recta sublime eriguntur. Itaque si æque alta fingantur, æqualis & parallela multitudo in plano atque clivo constructorum deprehendetur. Hæc Polybius, à quo deinde Quintilianus ornamentum hoc geodæticum mutuatur. De terminis, ait, mensuraque rerum sunt lites & ψευδογραφία, quæ geometrica scientia deprehenduntur, qualis est illa, Extremis lineis eandem mensuram colligētia esse æqualia, quomodo decepti historici, qui magnitudines insularum significari navigationis ambitu crediderunt. Philippus turpiter derisus in scalis (ut antea fuit) At Vegetius altitudinis mensuram ex umbra libri 4 c 30 docuit. Id geodæticum ex triangulis similibus est, quibus positis planum factum esse arbitror, quot & quanta commoda geometria geodætica hominibus adferat, & quidem vulgari tantùm per unicum radium mensura. Subtilior enim est illa mensura triangulorum seu planorum, seu sphæricorum per rectarum subtensarum, ut Ptolemæus, vel sinuum ut recentiores docent, canones & tabulas. Atque hic geodæticus geometriæ usus latissimè per cælum terrasque diffusus est: Hominibus enim cæli cardines descripsit, sideribusque fixis & vagis domicilia ac sedes notavit. Europam, Africam, Americam climatis distributam ad cæli speciem delineavit, laboremque illum hipparchicum vel diis immortalibus judice Plinio, improbum sustinuit: in eoq; si verus ille judex esset, deos immortales mortalis homo superavit. Quare cùm Aristippus istas Geometriæ utilitates tam populares esse didicerit, commoveatur animo, mendaciis confidere, regiis professionibus insidiari, interitū tam nobilis disciplinæ machinari desinat. Sed enim campus alter exercendæ Geometriæ in mechanicis & organicis quantā ubertatem copiarum & fœcunditatem pariet? facultates autē mechanicæ geometriæ, quinque infinita vi à Pappo & Tzetze proponuntur, cuneus polyspaston, vectis, cochlea, axis in peritrochio, sed unum pro omnibus figuris circulum tantum ut antea, proferam: unde spero Aristippum ab Aristotele impudentiæ & ignorantiæ veniam deprecaturum. Quapropter arrige aures Aristippe, & mechanicum istum geometriæ tam celebrem tamq; popularem usum percipe. Reminiscere igitur rotundum factum esse mobilium omnium mobilissimum, & quidem mobilitatis specie magis admirabili quàm explicabili & perceptibili. Mobilissimum (inquam) est omnium mobilium: imo verò omnium moventium potius organum moventissimum, tantoque moventius quanto majus. Quamobrem? quia radii quāto majores, tanto velociores. Hinc rotæ curruum,

hinc tro-

hinc trochleæ rechamorum majores sunt agiliores celeriusque movent. Itaque multiplicatis trochleis facultas movendi prorsus est incredibilis: sic aliis aliæ copulatæ connexæque majores superioresque minoribus & inferioribus auxiliantur. Illæ nimirum in Archimede, Procio, Prisco antea manus multiplicatæ fuerunt: hinc multæ dæmonum vel potius improborum hominum mechanica abutentium præstigiæ, ut statuæ in templis sua sponte moveantur, ut oracula edant, ut clamores faciant, quæ in templo Syriæ deæ Lucianus scribit accidisse: & tamen Ctesibii engibata ac merulæ miracula tam ingeniosa edidissent. Ergo quod bigis quadrigisque commeatus, merces, onera seu pondera quælibet vehantur, exportentur é finibus nostris ad finitimos populos, vel ex illis contra ad nos importentur, quod aratrum agris circumagatur, quod extollantur altius gravia repugnantibus naturæ legibus, rotundæ figuræ geometricum beneficium est. Quare rotunda machina est moventissima, & quidē tanto moventior, quanto non solum major, sed levior & latior. Agedum, rotunda quæcunque sint, facillimé moventur moventque: adeoque singulare est, ubi rotunditas nulla expressa cernitur, ibi tamen é centro radioque rotunditatis effectus existere. Itaque funda quam manus longius jaculatur, ligna inter medio genu longiora vel terræ infixa pedeque terram propius pressa, vel ab extremo elata curvantur difficiliusque gestantur, quin á medio humeris imposita tanto sunt graviora, quanto longiora. Radii nempe longiores, ideoque mobiliores. Quapropter istas rotundæ figuræ copias & facultates, licet invisæ oculis, tamen visibiles efficiamus. Duplicem metamorphosim pro singulari quadam geometriæ inteiligentia & peritia hic Aristoteles invenit. Libra & vectis virtute & facultate circuli sunt, quamvis in iis circuli peripheria nulla videatur. Libræ jugum seu scapus & librile diameter est, spartum, centrum, unde brachia jugi paribus intervallis, velut in peripheriam radii expanduntur. Agina qua suspenditur, radius tertius est, intra quam perpendiculare jugo examen libramenti vel æquamenti & æquilibrii judicium facit: Estque tum jugum ipsum terrestris horizontis plano parallelum. Quapropter libræ majores sunt accuratiores, quia radiis majoribus velocius indicant discrimina ponderum. Appensæ supera scapi parte, si lancem alteram depresseris, redeunt ad æquamentum, quia supra stabile examen, pars librilis amplior erecta est. Appensæ infera scapi parte nō redeunt, quia infra fixum examen pars librilis amplior est. At si medio in jugo veroque librilis centro appensa libra sit, æquipondiæ lances quocunq; dispellantur, perpetuo tamen redeunt. Gravia enim æquamenti sedem nacta grauissima sunt, quæ situm deinceps quemlibet assecuta, tanto leviora fiunt, quanto longius ab æquilibrio semota sint. Ista videlicet libra summus ille Deus universum mundum libravit, qua consisterent in medio mundi æquamento gravia, indeque dispulsa undiq; redirent ad idem medium, & quidem tanto velocius, quanto propius accederent: quod geometricé suo tempore demonstrabitur: Est enim Jordani hac de re luculenta demonstratio. Libra igitur rotundæ figuræ anima quædā est, ipsa oculis subjecta, quanvis ejus corpus nusquā appareat, quod in statera

multó magis ſit admirandum, ubi non jam dico nullus circulus, ſed lanx unica ſit, atque interdum lanx omnino nulla: unico tamen unco & æquipondio jus & æquitas in ea ponderatur, & ubi libræ ſpecies nulla ſit, pro infinitis per totum jugum ſpatiis æquipondio vagante innumerabiles libræ reperiuntur. Quamobrem mechanica rotundi anima potius, quám figura hanc in hominum genus beneficentiam exercet: beneficentiam, inquam, tantam primis hominibus viſam, ut Aſtrea libræ videlicet inventrix pro dea juſtitiæ culta ſit, & in cæleſte ſignum relata, æqualiter tempora diei noctiſque diſtribuit, unde poëta,

Libra die ſomnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem.

Quare hodieque imperatorum, regum, civitatum, tribunalia & fora, non græcas romanaſve legislatorum tabulas, ſed libram definienda & demonſtranda populis juſtitia in Aſtreæ manu conſtituunt. Quapropter metamorphoſis ê rotundo in libram prima ejuſmodi fuit primis hominibus, ut inde geometricum numen coleretur. Verùm heus Ariſtippe, dormis fortaſſe, neque ſatis ea quæ contra calumniam tuam dicuntur, animadvertis. Rotundi anima alteram ſibi machinam multo ſubtiliorem machinata eſt. Ecquamnam, inquies. Vectem, inquit Ariſtoteles, μόχλος καὶ μοχλιὸν græcis dicitur. Palus eſt acuta cuſpide: Hic circuli nulla peripheria, nullum centrum apparet, diameter eſt tamen, terminique duo pondera ſunt, alterum lingua, alterum caput. Ad locum autem ponderi propiorem preſsio ſeu fulcimentum lapidis aut durioris cujuslibet materiæ, id eſt hypomochlium, ſubjicitur. Ergo mochlium ſubjecto hypomochlio pondus levabit unius hominis viribus, quod multarum manuum conjuncta multitudo levare nequeat. Itaque in altis ædificiorum ſubſtructionibus unus vectis pro multis fabrorum manibus ſupereſt, modoque pondera lapidum, trabiumque fabris & architectis ſublevat, modó eiſdem collopis forma ſuculas verſat, modó tollenonis ſpecie aquas ê puteis olitoribus exhaurit, modó phalangæ forma bajulis & phalangariis proportionalia radiis pondera partitur, modó jugi nomine in aratro bobus æquum arationis laborem diſpenſat. Vectis igitur hominum generi commoditates maximas & ampliſsimas machinatur, ſed vectis plerumque inverſus eſt, terraque vel aqua eſt pro levando onere, mobilis ponderis angulus pro hypomochlio & preſsione, qualis plerumque vectis eſt, in aquis præſertim, in quibus non jam ſuſtollit onera, ſed rotarum inſtar currum vehit. Hinc enim tranſmiſsio fluminum atque æquorum hinc toto mundo mare perambulatum. Quare remus agit atque impellit navigium: quia vectis eſt: ſcalmus eſt, hypomochlium: mare, mobile pondus: remex eſt vectiarius. Gubernaculum exiguum in extrema puppi collocatum ingentes triremium moles inflectit, & quidem ſedentis gubernatoris, & tanquam nihil agentis manu, quia gubernaculum eſt vectis & radix gubernaculi eſt hypomochlium. In extremo autem gubernaculum collocatur, quo facilius obliquet navim, indeque motus ad proram facilius perveniat. Modica enim motio in puppi facta, ad proram latius extenditur. Aequalium ſiquidem angulorum

major

major cruribus, major est basi. Age verò ad mathematicam Aristotelis philosophiam propugnandum, Aristotelis arma copiosius expediantur. Quæ vis igitur imperare ventis, velut equis potuit, ut navigia tanquam plaustra veherent, idque facerent modò vehementius, modò remissius? Vectiarium, inquiet mechanicus Aristoteles, imperium istud fuit. Malus enim mochlium est: edolium vero calxve mali, hypomochlium: Itaque quanto altioribus antennis ad summa carchesia velum suspensum fuerit, tanto vectis aurigatio velocior erit ac vehementior. Hinc etiam in spiritus non imperium, sed tyrannis quædam inventa est, ut invitis ac repugnantibus ventis tamen Geometria abuteretur, velis nempe à puppi remissis obliquè modiceque ad proram obliquatis remigum inhibitione contraria: Et sic nimirum Palinurus Maronis machinatur,

Colligere arma jubet, validisque incumbere remis,
Obliquatque sinus in ventum. ——

Magna igitur exiguæ machinulæ opera sunt, sed quia quotidiana sunt & ordinaria, mirabilia videri non solent. Ac primos θαυμάτων istorum authores credibile est seculis suis admirabiles fuisse. Hinc Dædali & Icari fabula: hinc Neptunus etiam deus maris effectus: & certè poëtæ mechanicam, opinor, veritatem secuti, Neptuno tridentem tanquam mochlium attribuerunt, ipsumque μοχλευτὴν, id est vectiarium nominarunt, & sic apud nostrum eundem poëtam ista machina trojanæ naves scopulis illisæ sublevantur.

Cymothoe simul & Triton adnixus acuto
Detrudunt naves scopulo: levat ipse tridenti,
Et vastas aperit Syrtes, ac temperat æquor.

Quapropter ut libra Astreæ, sic vectis Neptuno consecratus est. Libra suum numen suamque deam sibi reperit, vectis etiam suum sibi numen, suum deum reperit: Neptunus græcis poëtis est μοχλευτὴς tanquam concussor & machinator, quia terram mareque moveat & concutiat. Quod verè quidem dicitur, sed ea vis parum animadvertitur, unde machina nempe neptunii tridentis vectis est, & Neptunus ipse mochleutes vectiarius est, vectisque machinatio verè terræ marisque commotio concussioque nominatur, cum terra marique pondera vectis tam multa moveat concutiatque. Itaque hic alterum è geometricis utilitatibus numen sacratum est. Sed infinita sunt vectis opera & emolumenta: vectis non solùm levandis & portandis ponderibus, fabris, architectis, olitoribus, bajulis, agricolis, nautis opitulatur, sed sylvas, latomias & liquidorum præla ingressus, ligna, marmora dividit, vina, olea, unguenta exprimit. Etenim duplicatur in cuneo, magnasque moles arborum & marmorum duobus in contrarias partes distrahentibus vectibus divellit, pars acuta secat acumine, superficies utrinque planæ altera deorsum deprimit, altera sursum erigit. Hypomochlia sunt ora utrinque cuneum excipientis rimæ. Sic uvæ, oleæ, mala, pyra, cæteraque humida prælis subjecta cuneis premuntur, & quidquid liquoris habent, persolvere domino compelluntur. Ex eadem facultate secures exertæ, cunei nempe tanquam malleo alligati. Sed præcipuas vectis laudes machinulæ quæ

forceps & forfex quotidiano & propé perpetuo hominum uſu complexæ ſunt. Etenim uterque vectis communi hypomochlio duplicatus eſt. Ecquid (inquiet irridens hoc loco Ariſtippus) etiamne geometriæ uſum in officinis omnium opificum reperies? Certé dicet Ariſtoteles & mechanici qui vulgó appellantur nil niſi geometriæ practici quidam ſunt & geometrici uſus diſcipuli, quamvis ipſam Geometriam ignorent. Cogita igitur, quibus tandem manibus candens ferrum, æs, argentum, aurum, ab infinitis opificibus metalla tractantibus exerceantur, digitos illos, vectes, manus illas forcipes eſſe intelliges.

Prenſant enim, ut poëta noſter ait, *verſantque tenaci*
forcipe ferrum:

Meditetur itaque Ariſtippus quibus cultris tonſores capillos hominum, paſtores vellera ovium, ſartores pannos veſtimentorum, opifices alii plumbum, ſtannum, ferrum etiam argentum atque aurum: metalla denique omnia ſecent, cultros iſtos forfices vectiarios, communique hypomochlio cuneatos intelliget. Has igitur duas machinas, niſi geometria vitæ humanæ ſuppeditaſſet, quot & quantis ad commodé apteque vivendum adjumentis hominum genus privatum ac deſtitutum eſſet? Quare vectis fabros & architectos, vectis olitores, vectis per omnia flumina mariaque naviculatores & navitas, vectis lignatores, lapicidas, marmorarios, vinitores, olearios, unguentarios, ſerrarios, aurifices, metallicos, chirurgos, tonſores, paſtores, ſartores: omnes deinde opifices beneficiarios habebit. Quid plura? cum primis hominibus deus eſſet egregiis emolumentis mortales adjuvare, mirum eſſe non debuit, ſi geometria divinos honores tam variis numinibus adepta ſit. Quæ cúm Ariſtoteles ita fere nominatim recenſuerit, nonne Ariſtippo mathematicas artes ut inutiles irridenti iraſcetur, dicetque quod in philoſophia dicit, mentiris Ariſtippe, matheſis non eſt hominum vitæ inutilis: ſed vita hominum ſine matheſi, non inutilé modó ſed miſerabile ævum traheret. Ariſtippus hic expalleſcet, opinor, ſeque turpi vel ignorantia vel malitia lapſum confitebitur: gratiaſque habebit Ariſtoteli, debebit certe, qui mechanicam talem, id eſt tam popularem alterum geometriæ uſum expoſuerit: unde intelligeremus Platonis illud oraculum eſſe longé longeque veriſimum, deum in adminiſtranda mundi machina μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, cúm in adminiſtranda humana vita hominem μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν videamus. Ideoque ex hominibus deo propinquos charoſque eſſe, qui geometriæ ſtudium colunt ac tuentur, tanque ſingulares hominum generi commoditates exquirunt. Fatué autem & ſtolidé imperitos, vel flagitioſé improbos qui vituperant & calumniantur. Sedenim Ariſtotelea tot utilitatum mechanica ſubtilior & acutior eſt fortaſſe, minuſque ab Ariſtippo percipitur, craſſiora igitur magiſque ante oculos poſita mechanicæ commoda diſſeramus. Metallica Ariſtoteles confitetur parum ſibi perſpecta eſſe: Geometria tamen huc finem uſumque ſuum dilatavit. Agite igitur, erigantur animi, atque attendant ad mechanicas geometriæ actiones & utilitates, quas deinde proferam. Pluto divitiarum

tiarum deus fingitur â poëtis apud inferos regnare, credo quód universa argenti auríque vis in terræ viscéribus occulta teneatur. Cùm itaque de mundi nobilibus scholis studiosé mortales omnes, qui alicunde peregre ad nos rediíssent, percunctarer, nulla in gente tam multas mathematici studii scholas comperiebam publicis stipendiis ornatas, quám in Germania, causſamque unam esse subterranea audiebam illa Plutonis regna, quod maxima principibus & liberis civitatibus penderentur tributa é fodinis auri argentique & cæterorum metallorum, quę geometrico innumerabilium machinarum artificio pręcipué sustinerentur ac sarcirentur. Ergo germanicus ille Pluto geometricis manibus divitias suas Germaniæ effodit atque eruit. Geometria nobis Astream in libra & Neptunum in vecte consecravit: jam Plutonem etiam suis machinis deum fecit. At romanus ille Curius glorioſius esse judicavit aurum habentibus imperare, quam aurum ipsum possidere. Quare fictitios hosce deos, commentitia ista numina prætereamus, subterraneisque divitiis illis omissis divitiarum potius ipsarum dominia imperiaque meditemur. Hæc enim Aristippe tibi gratiora erunt, & tamen é geometriæ copiis etiam comparata. Hic enim geometriæ mechanicæ præcipuum regnum est. Ergo á metallica mechanica ad militarem mechanicam transeamus. Etenim, ait ille noster Plato de principe civitatis, ad castrametandum, ad occupandum locum, contrahendum & laxandum aciem, tum copias cæteris modis ordinandũ in ipsis & itineribus & prælíis plurimum interest, geometricusne sit, an non. Perpendantur hæc Platonis verba singula. Castrametatio, ait Plato, geometrica est. Etenim signum á centurione tanquam punctum ponitur, unde vel circulus, si copias exiguas videri oporteat, uel quadratum, si magnas, circumquaque certo intervallo describitur: dimetiente linea transversa latera secantur. Itinera in pontium & navium fabrica, in flumínum derivatione, equitum hinc & illinc inter pedites medios collocatione, geometrico artificio conficiuntur. Quid tum verò? Locus iisdem artibus oppugnatur & propugnatur: hinc enim aggeres, vineæ, turres ambulatoriæ cæteræque machinæ oriuntur. Machinalis illa geometria fuit Archytæ, Eudoxi, Archimedis, Procli, Prisci, é quorum historia tota ista utilitatis quæstio tractari expediríque potuit. Ergo Geometria utilitatem hanc militiæ dedit: sed eadem suis figuris prælíorum varietates admirabiles efficit. Cuneo facto pauci Cæsaris milites, Sicambrorum nescio quot millia perruperunt & incolumes evaserunt: Orbe autem facto trecenti legionarii sex millia Morinorum amplius horis quatuor sustinuerunt: Quin si orbis multitudine hostium circumventus sit, longitudo quam maxima veluti rectæ peripheriam exequantis porrigatur, alternisque conversis cohortibus corona hostium dextro siníſtroque cornu media dividatur, diviſaque proſligatur, cæteraque illa in militia Cæsaris á nobis explicata, quid aliud quám velut in abaco geometriam demonſtrant? Quapropter platonicæ mathematum utilitates istæ magnæ sunt & illustres: patriam & Remp. non solum hostili servitute liberare sed subacto hoste finibus amplificare, provinciis augere, felicem denique ac fortunatam facere

Geome=

Geometriæ geodæticæ usus magni sunt: geometriæ per totas humanæ vitæ partes, terra marique mechanicæ usus magni sunt: magni in metallis, magni in præliis: Quapropter qui regnare atque imperare cupient, mechanicas istas Geometriæ vires & facultates exquirant necesse est. Quid multa? da mihi hominem geometricis facultatibus ac viribus armatum: hunc tibi pro multis millibus præstabo. Esto apud barbaros & agrestes Americæ populos inter infinita millia unus grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, arithmeticæ facultatibus, quæ animi propriæ sunt ornatus: Hîc eloquentia sapientiaque animi cæteris animis imperabit, omniumque consensu animus ille, rex animorum erit. Itaque geometricæ vires in aliquo uno corpore similes illis animorum viribus sunto: corpus istud geometricis armis armatum, sic in corpora ut animus ille in animos imperium habebit. Quod ne cui ut admirabile, sic incredibile videatur, quid aliud Alexander magnus cum millibus 30. domuit innumerabilia millia, demonstravit? Ergo in Germaniam unicam mathematum scholam, vel potius unicam militum officinam redeamus. Etenim subit hoc loco gentis ut procera robustaque corpora, sic animos fortes mathematicis viribus elatosque suspicere atque admirari. Finxit vetustas Martem in Thrachia genitum: Vulcanum cælitus nescio quo delapsum: fabula utraque in Germania revera ac veritate fidem accepit. Nullum hodie in Gallia, Britannia, Dania, Polonia, Pannonia, Italia bellum sine Germano milite geritur. Germania generum omnium arma quotidie nova machinatur, vicinis omnibus populis largitur: Germania suis bellis, quibus ipsa quotidianis ac fere perpetuis veluti confirmandæ virtutis ludicris exercetur, non modò sine externo milite abunde sufficit, sed vicinis bellis viros, equos, arma suppeditat. Hæc verè Martis schola est: hæc Vulcani officina est. Sed Martem, Vulcanumque, Martisque scholam & Vulcani officinam matheseos genuit, aluit, informavit. Henricus Hassianus centesimo abhinc & octogesimo ferè anno primus mathematicas artes Lutetia Viennam transtulit, unde brevi tempore per universam Germaniam proseminatæ mathematicorum tanquam familiæ, indeq; mirabiles tres artes sunt inventæ. Primò bombardica seu tormentorum bellicorum mechanica: cujus usus bello Veneto contra Genuenses, qui se interfici sentiebant: quo tamen teli genere non animadvertebant: bello inquam, Veneto circa annum fere 1400 primùm innotuit mundo, á germano quodam nominis ignoti primum repertus: deinde multis modis auctus & amplificatus. Secundo ex eadem gête mathematico beneficio prodiit typographia, quæ videtur in Purbachii tabulis ad Regiomontanum referri, inter cujus opera saltem tentata ars illa mirifica literarum formatrix appellatur: neque chronologia repugnat, cum primum typographiæ exemplum Mogontiæ editum sit anno 1466 á Petro Gerneso puero Joannis Fustei, ut constat é Ciceronis officiis, quæ prima omniũ librorum typis æneis impressa sunt: exemplar officiorum istorum habeo in membrana impressorum: quæ ad finem hanc adscriptionem continent, Præsens M. Tullii clarissimum opus Ioannes Fust moguntinus civis non atramento, plumali, canna, neq; ærea, sed arte quadam per-

dam perpulchra, manu Petri de Gernshem pueri mei felicíter effeci, finitum anno M. C. C. C. C. L X V I. quarta die mensis Februarii. Hæc inquam adscriptio postrema, tempus indicat libri primum typis impressi. Ita ars artium omnium conservatrix, typographia é mathematis Germaniæ primum nata est. Postremo nautica atq; in omnes universi orbis oras navigatio excitatis jam per universam Italiam mathematis: usus nempe astrologiæ versatur, ut in medicina, agricultura, sic præcipué in nautica: & ea jam olim fuerat Thaletis quædam astrologia, quæ mathematicis auspiciis renovata à Columbo anno 1491, à Vespucio 1501 antipodas terrarumque atque oceani tractus omnes Aristippis atque Epicuris aperuit. Tres, inquam, hæ singulares artes, bombardica, typographia, nautica mathematicæ germanicæ inventa sunt. Itaque mathematica repente gratiam imperatorum, regum, populorum omnium admirabilem adepta est. Maximilianus imperator publicas mathematum professiones liberali stipendio Viennæ instituit. Mox tam nobile Imperatoris exemplum in singulis academiis príncipes liberique populi secuti sunt. Sed mathematicorum germanorum unus Regiomontanus longissimé excelluit: monimenta ingenii orbi terrarum nota sunt, sed ingenio delatus honos non omnibus fortasse notus. Vienna professore Regiomontano glorioſa est. Matthias Hungariæ rex seculo suo regum decus pro tabula astronomica pretiosam vestem & hungaricos aureo octingentos dono misit. Ephemerides annorũ triginta, novus tum & ignotus antea matheseos fœtus, ita gratus accidit, ut exemplaria singula duodecim hungaricis aureis venderentur germanis, hungaris, italis, gallis, britannis certatim coëmentibus: sed summus ille á Sixto pontifice romano honor fuit, absentem Regiomontanum Ratisponæ epiicopum designatum esse. Honor igitur alit artes (ait Tullius) omnesque incenduntur ad studia gloria. Ergo mathesis in Germania præcipué effloruit. Noriberga tum Regiomontano fruebatur: mathematici inde & studii & operis gloriam tantam adepta, ut Tarentum Archyta, Syracusæ Archimede, Byzantium Proclo, Alexandria Ctesibio non justius quam Noriberga Regiomontano gloriari possit. Extinctis enim mathematicis Archyta, Archimede, Proclo, Ctesibio mathesis tarentina, syracusana, byzantia, alexandrina extincta est. At inter artificum noribergensium Regiomontani mathematis eruditorum delitias est, muscam ferream ex artificis manu velut egressam convivas circumvolitare, tandemque veluti defessam in domini manum reverti: Aquilam ex urbe adventanti impera tori longissimé obviam sublimi aëre procedere, atque adventantem ad urbis portam comitari. Desinamus itaque Archytæ columbam mirari, cum muscam, cum aquilam geometricis alis alatam Noriberga exhibeat. Ergo nobiles illi quondam in Græcia atque Aegypto artifices hodie nulli sunt: Regiomontani Noribergæ supersunt. Senatus enim populusque Noribergensis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaque Vernerus primum: deinde Sconeri pater & filius Regiomontani animam deinceps excitarunt. Sed illud de civitate singulare est, atque apud omnes civitates prædicandum: Stipendium dare de publico ma-

thematum professori non ei solùm qui doctis & eruditis prælegat, sed ei quoque, qui vernacula lingua latiné græceque ignaros opifices erudiat: hinc etiam nobiles sine literis artifices: imo mathematicæ disciplinæ etiam apud posteros doctores. Durerus enim pictor hanc Noribergensibus laudem tribuet. Quin siqui mechanicorum operum artifices insignes non ignavia aut culpa, sed adversa valetudine aut fortuna in egestatem inciderint, opem ferre miseris atque afflictos sublevare Noribergensium quotidiana claritas est. Superi tibi Noriberga gloriam istam perpetuo conservent atque augeant. Quid reliquas Academias mathematicis laudibus illustres commemorem? Vitembergam equidem Melanchthone fortunatam judico. Plato pro summa eloquentiæ & eruditionis authoritate mathematicum studium in Græcia excitavit: Melanchthon in plerisq; Germaniæ academiis jam mirabiliter excitatum reperit, sed Vitembergæ perexiguum: itaque pro variæ ac multiplicis doctrinæ, pro uitæ innocentioris & sanctioris authoritate, quantam meo quidem judicio, nemo doctor vel professor, in patria consecutus est unquam, mirabiliter inflammavit: ut Vitemberga non solùm theologiæ & eloquentiæ, quibus laudibus tum præcipuè præstabat, sed mathematicæ disciplinæ studiis antecelleret. Melanchthonis hac de re præconium in Milichio, in Rheinoldo sempiternum erit: Sed Milichius medicus esse postea maluit: Rheinoldum ut primum legi, mirandum in modum probavi. Literæ erant in eo latinæ & græcæ, sermonis ea facilitas, ut Melanchthonis discipulum facile posses agnoscere: matheſis & matheseos diligentia tanta, quæ bibliothecas omnium mathematicorum, si superfuisset ætas, mathematicis cujusque modi libris expletura videretur. Et tu Peucere alterum Melanchthonis præconium in mathematicis futurus eras, nisi medicinam pluris quam mathematicam fecisses, vel potius sine mathematicis nullam constantem veramque medicinam judicasses. Gemma Lovanium, Appianus Ingolstadium, Stoflerus & Scheubelius Tubingam, Monsterus & Vurstisius Basileam, Osvaldus Friburgum, Tagautius Genevam, Nabodus Coloniam, Ioannes Stenius edito de variis artibus progymnasmate ostendit quantam mathematum laudem Luneburgensibus suis meriturus esset, si se totũ his studiis penitusq; dedidisset. Herlinus Argentinam, Valentinus Engelardus Erphordiam, Rheticus & Homilius Lipsiam: Rheticus etiam Cracoviam mathematis illustravit. & literis nostris ad studium liberandæ hypothesibus Astrologiæ spem quoque illustrandæ parisiensis academiæ dederat: ac nisi medicinam mecœnatis cujusdam loco perdiscere & exercere coactus esset, jampridem alterum Copernicum mathemata celebrarent Homilius etiam Carolo imperatori & Augusto Saxoniæ electori mathematum magister fuit, & ab utroque ampla pręmia consecutus. Hieronymus Volfius præclarum antea nomen conversionibus Demosthenis & Isocratis assecutus, præclarius assecuturus, si mathemata sicuti potest, Augustanis suis illustrarit. E' reliquis, quos superstites esse audio, musis bibliothecæ nostræ noti sunt, Daniel Santberus Stadius, quem præsentem Lutetiæ vidi, & regium professorem vidissem, nisi tum terror nescio quis plus apud eũ, quàm noster amor

potuisset,

potuisset. Siderocrates egregiis ingenii monimentis mihi percharus est, ut Leovitius, cujus vaticinium illud tanquã é tripode mihi speciatim redditum, equidem sic accepi. Scribis enim, doctissime Leoviti, é magna illa syderum conjunctione, unde & purioris religionis aureum seculum brevi rediturum vaticinaris, artes quoque plurimas, quæ adhuc abditæ latuerant, emersuras, resque maximas modico impendio perfectum absolutumque iri: adeó solertia & expedita ingenia his temporibus existent. Faxit Deus optimus maximus ut hæc omnia ad ipsius gloriam, ad Ecclesiæ & Reipub. salutem referantur. Hæc tua & tuis verbis deprecatio mihi tecum communis erit: Cõmunis itaq; voti uterque reus lætaque animi cõscientia compos esto: ut & tu ex astris verum deprehendisse: & ego per inertiam atque ignaviam cursui naturæ nihil obstitisse videar. Dasypodius nobis etiam familiaribus literis notus, Herlinum Argentinæ exuscitat, & quas opes animi Herlinus Platonico illo nescio quo zelo occuluerat, in vulgus expromit. Sed infinitũ sit mathematicos omnes tot academiarum insignes nominare: Neq; dubito quin plerosque nonnullis nominatis insigniores præteream, quosque pro meritis ingenii libenter observem ac liberaliter colam. Equidem cum de scholis extra Francorum regnũ positis studiosé interrogarem, Tigurinam miratus sum mathematum professione tandiu caruisse. Pagus tigurinus est helvetiæ civitatis princeps non solùm amœnitate regionis & loci, sed singulari quodam erga doctos homines etiam peregrinos studio atq; amore. Literas latinas, græcas, hebraïcas, sed imprimis sacras alit colitque, ut jam Theologia nulla pleriſque Europæ populis nisi Tigurina videatur. Ecquid verò perceptis primis literis & linguis ad politicam vel humanã vel divinam mathematis aptius vel antiquius optari Pythagóra, Platone, Aristotele judicibus potuit? Itaq; felix tuis bonis & fortunata civitas una mathematum adeoq; liberalium artium reliquarũ accessione felicior quotidie ac fortunatior in perpetuũ esto. Verumenimverò Germania, quod é Germanis in Galliam profectis, & ê Gallis é Germania reversis frequenter audio, principibus doctis & eruditis præcipuê fortunata, præcipueque beata est. Jucundum mihi fuit didicisse quanto mathematum studio teneãtur principes Hessiæ, Saxoniæ, Austriæ. Guilielmus Landgravius Hessiæ videtur Cassellas Alexandriam transtulisse: Sic Cassellis artifices organorum observandis syderibus necessariorũ instruxit, sic quotidianis perinstructa organa observationibus oblectatur, ut Ptolemæus ex Aegypto in Germaniam cum armillis & regulis venisse videatur. Narrat Gellius é bajulo Protagora philosophum à Democrito esse factum. Narrant Germani à Guilielmo Landgravio Hessiæ, Democritica nempe solertia prædito ex Eberhardo sartore artificem singularium in astronomicis rebus operũ mirabilem factum esse. Sed Landgravii mathematica organa Augustum Saxoniæ electorem pari amore Astrologiæ incenderunt, jam sua sponte, & Homilio doctore vehementer incensum. Itaque αὐτόματον astrarium Landgravius optanti Augusto, non illud quidem suum donavit: sed elegantius alterum per opifices suos conficit. Augustus etiam ad cœlestium motuum emendationem animum illo Julii Cæsaris animo nihilo inferiorem præ se ferre dicitur, si Sosigenem nanciscatur. Quid

Maximilianus Imperator, nonne hæreditariam avi Maximiliani, patrui Caroli, patris Ferdinandi imperatorum, é mathematicis ſtudiis gloriam obtinet? Tu igitur Crato Imperatoris medice, quia es idem ſingularis etiam mathematicus, imperatoriam iſtam gloriam amplificato. Carolus Archidux Auſtriæ manu fabricatus eſt inſtrumenta, quorum fabrica vel ipſis opificibus etiam operoſa fuerit. Danubius iſto loco Matthiam illũ Corvinum rurſus ante oculos ſubjicit, non ſolum duobus orientis & occidentis imperatoribus formidabilem, ſed regali in omnes laudandas artes magnificentia apud omnes nationes gloriandum & ſæculis omnibus prædicabilem: ut te quoque Ioannes electe rex Hungariæ gentiumque aliarum cohorter ad majorum tuorum gloriam. Mathias extincto Ioanne patre, obtruncato etiam fratre in vincula conjectus, tandem á fratricida rex factus eſt. Solymanus Turcarum imperator te vagientem in cunis infantem patre rege orbatum regnoque pene toto ſpoliatum regiis muneribus excepit, liberis Selymo & Bajazeti oſculandum præbuit tanquam imperii conſortem habituris. Itaque regia educatio in armis & omnibus ingenuis artibus deinde perpetua fuit: indeque adeo doctores linguarum atque artium excellentes ad nobilem academiam conſtruendam undique magnis præmiis evocati. Denique purior religio ſummum ſummi futuri regis augurium ſuſcepta, & ſubditis tuis communicata. Hunc igitur ſic excitatæ ſic exercitæ virtutis tam ſingularem curſum ſummus ille in cælo regnorum atque imperiorum & everſor & inſtaurator cæleſti aura dirigat: teque alterum Hungaris Matthiam faciat, á quo cum reliquarum doctrinarum artifices, tum Regiomontani imprimis honorentur, & ad hæc nobilia ſtudia excitentur. Sed in Germaniam redeo. Heidelberga mathematicis ſtudiis etiam reconditi oribus præ cæteris Germaniæ ſcholis non ita pridem floruit: Virdungus, Curio, Morshenius, Leovitius, aliique permulti inficiantem facile refellerent: atq; imprimis Grynæus, qui hoc tempore mathematicam profeſsionem, qua poteſt induſtria, tuetur. Sed fama neſcioque percrebuit mathemata á nonnullis academiæ patronis (á quibus tuenda fuerant) oppugnari: fama ſane indecora nobili academiæ, quæ præſertim reliquorum liberalium ſtudiorum mecœnatem tam raris virtutibus excellentem nacta ſit. Itaque Palatine Comes comitum longé optime & humaniſsime, imperioque non Germaniæ ſolũ, ſed univerſæ terræ propter eximiam religionis pietatẽ digniſsime, mathematicam diſciplinam inter cæteras liberales diſciplinas fructu liberalitatis tuæ dignam judicato, & calumniis repreſsis hanc etiam inter eximias laudes tuas mathematicam laudem excitato. Unus tantæ tot tanque magnarum artium arithmeticæ, muſicæ, geometriæ, opticæ, aſtronomiæ, coſmographiæ profeſsioni profeſſor, quamlibet idoneus ſatisfacere pro dignitate niſi diurno tempore non poſsit, collega tanti laboris ſocioque opus eſt. Habes domi Xylandrum cum pleriſque laudibus aliis tum converſis mathematis & Pſelli latinẽ, & Euclidis Germanicé celebratum: alioſque fortaſſe nobis ignotos, qui mathematicam profeſsionem egregiẽ tueantur. Chriſtophorum ducem Palatinum omnibus ingenuis exercitationibus

(quæ

(quæ Palatini electoris filium deceant) ſtudioſé deditum, hujus meæ poſtulationis procuratorem apud te & oratorem mihi conſtituo. Valde enim confido paternæ gloriæ patrimonium tam locuples non eſſe contempturum. Ultimus Septentrionis Bootes ille, quanvis cæli motu tardus, tamen ingenia ad mathemata percipiendum colendumque prompta velociaque genuit. Chriſtianus rex Danorum & Norvegorum mathematis vehementer oblectatus, Haffniam academiam his inſtituit: Tibi verò Erice rex Suecorum, id eſt Gothorum Cymbrorumque glorioſum eſt à teneris annis expeditiſsimum latinæ linguæ uſum habere, omnes liberales artes amplecti: Upſaliam literarum academiam ſubditis imperio tuo populis liberaliter impertiri. Memẽto igitur quæ Huberto Langueto laudum tuarum per Galliam præconi de promovendis ingenuis artibus receperis, eaque, ut docto & magnanimo rege dignum eſt, cumulatè præſtato. O beatam Germaniã, quæ tales principes habeas! Aſtræas antea Neptunos, Plutones, Martes, Vulcanos in mathematicis tẽplis ſuſpeximus, jam Mercurios ſuſpiciemus: Neque mathematica tantùm eſt armigera germanis, ſed conciliandæ pacis interpres eſt atque internuntia. Duo lubet ad duos Cæſares conciliandum nobilia exempla commemorare. Chriſtianus rex Daniæ, à Cæſare Moſcovitarum pacem pro Livonia impetrare cupiens miſit argenteum αὐτόματον cæleſtium motuum affabrè atq; artificioſé factum cum aliis muneribus: cætera quidem munera Moſcovita accepit: αὐτόματον verò cùm didiciſſet cæleſtium motuum organum eſſe, contumelioſé deriſum Dano remiſit, inquiens ipſum de cælo ſtultè ſolicitum eſſe, cùm de terra inter ipſos armis certaretur. Hic Cæſar dicitur ducentis equitum millibus comitatus in prælium deſcendere: At videmus ab humanitate quam inermis nuduſque ſit. Hunc Ariſtippo vel Epicuro diſcipulum in diſciplinã, ſi lubet, tradito: Virgilium in Bonifacii gratiam cupidiſsimè condemnabit. Alterum exemplum eſt de Imperatore Turcarum, qui ad imperii ſui fines propagandum, mathemata ſtudioſe perdiſcunt, & in arithmeticis, geometricis aſtronomiciſque artibus ſummos doctores habent. Sed hoc exemplum alterum ut illuſtrius, ita magnificentius à Paulo Jovio narratum eſt, cùm de legatis Ferdinandi Imperatoris ad Conſtantinopolitanum Cæſarem loquitur. Tulere, ait, munera, excelſum germanico more ex auro poculum, lectiſsimis exornatum gemmis, eruditæq; inſuper admirationis argenteam machinam, in qua non horarum modò ſpatia, ſed errantium etiam ſyderum motus, menſtruique Solis ac Lunæ coitus, exactiſsima ratione monſtrabantur: intus ſcilicet dentatis rotis, certiſque ponderibus, admirabili momento, vel in multum ævum minutiſsimas temporum menſuras diſpenſationibus: quin inter celeres tardoſque orbes, in tam vario inæqualique polorum ordine, audaci quadam ſupremi motoris æmulatione conjuncta congruerent. Ea à peritiſsimis aſtronomis excogitata perfectaque Maximiliani Cæſaris fuiſſe dicebatur, cujus ingenium nobili ſemper ſtudio, nec deterrente unquam ſumptu rara atque admiranda concupivit. Hæc Jouius, à quo paulo poſt narratur, ut legati lautè ſplendideque excepti tandemque remotis menſis ad Solymanum

sunt introducti. Illata quoque est illa machina succollantibus duodecim servis, quæ Solymani animum & barbarorum oculos admiratione complevit. Adduxerant enim artificem, qui solutis machinæ fibulis interiora admirabili rotatione circumacta repanderet: is libellum quoque detulerat, attritæ vel luxatæ machinæ remedia continentem, tradentemque præcepta, quibus tot orbium cursus nunquam interitura ratione regeretur. Ea enim ingenii subtilitate Solymanus fuit, ut non modò sacris literis, quibus superstitionis suæ leges continẽtur, esset eruditus, sed astronomiæ cosmographiæque præsertim curiosè operam daret Hammone medico ex Bethica oriundo perdocente, quum vir acutus singulas terrarum regiones sinusque maris in membranis depictisque orbibus demonstraret, ut inde regius animus per otium utili & peramœna delectatione caperetur. Hæc igitur Byzantii Cæsaris humanitas sarmaticæ illius feritatis longè dissimilis fuit, quæque Aristippis nostris atque Epicuris flagitiosæ calumniæ pudorem afferre debeat: cũm videant apud barbaros & immanes populos, qui vulgò creduntur, eam mathematicis reverentiam ac penè venerationem exhiberi. Et quidem mathematicus iste inter reges Mercurius nequaquam modò natus est. Inter munera á Persarum rege ad Carolum Magnum missa scribitur fuisse horologium αὐτόματον mira arte fabrefactum, quod sonitu tintinabuli horas distinxit & indicavit: Idque præcipuè Carolus est admiratus & imitatus est: Neq; id in Persis mirum, ut qui primam juvenilis ætatis eruditionem in arithmetica & geometria ponerent, in eoque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententiam verè sequerentur. Quę cùm ita sint, mathesis intelligitur esse non solùm belli, sed pacis comes & administra. Quamobrem mathematici per universam Germaniam professores, mecœnates vestros nõ tam fortuna & opibus, quám virtute & ingenuarum artium dignitate præstantes amate & colite: vosque generosi vereque germani principes, populi liberi Spartam vestram exornate. Vnicus in academia una, quod in plerisque est, mathematicus professor grave onus sustinet. Astronomica itaque ferè geometricis minus excultis tractantur. At geometria, sphærica, conica, cylindrica, totaque stereometria doctoris industriam diligentiamque valdè jamprídem desiderat, & é partibus illis derelictis magis admirabiles fructus expectari possint. Professores itaque binos singulis academiis decernite, alterũ arithmeticæ, musicæ, geometriæ, opticæ, alterum scientiæ astrorum variæ & multiplici geographiæ præficite. Tibi verò dux Auguste, quoniam augustas illas Cæsaris cogitationes suscepisti, non Sosigenem tantùm, sed Regiomontanum, Copernicum, Rheinoldum exoptabo, qui astrologiam jam á nobis exoptatam non é fictis hypothesibus, sed ex ipsa astrorum veritate ac natura solis arithmeticis & geometricis fundamentis innixam & fundatam moliantur ac machinentur. Illa fuit Astrologia Chaldæorum, & ante Aristotelem Aegyptiorum & Græcorum. Neq; ideo quisquam mihi persuaserit Germaniæ difficile futurum, quod Chaldææ, Aegypto, Græciæ facile quondã fuerit: neq; methodi vel artis specie fabulam hypothesium prætexam, quam contra omnes logicas bene instituẽdæ artis leges confictam video.

Seligan-

Seligantur logicæ, arithmeticæ, geometriæ artifices, non solùm præceptis sed usu bene atque accuratè confirmati, & jubeantur remotis hypothesibus & commentis, imò verò observationibus veterum, cælum tanquam modò factum intueri, omnia motus cujusque momenta notare, experimentis variorum & observantium & locorum & annorum ratione & proportione comparatis, si modò constans in cælo quicquam est, catholicum theorema tandem logicè inducetur & concludetur: Sin varium temporibus & mutabile seculis cælũ est, scientia vel ars hinc effici nulla unquam potuerit. Puriorem igitur illam ac syncerioram astrologiam, Dux Auguste, sempiternam gloriæ tuæ palmam consecrato. Dixi paulo ante Melanchthonem in ora Saxoniæ mathematicis studiis excitandis germanicum Platonem fuisse. Tuæ jam, Camerari, partes illæ sunt, qui reliquus es ex illis argonautis ad virtutes, ad laudes, ad disciplinas publicas tuendum. Neque enim tu latinis tantùm græcisque literis ornatus ita es, ut excellentem professorem decet, sed mathematis sic instructus esse voluisti, ut mathematicæ professioni facilè par esses: Tuæ, inquam, sunt partes cum Peucero tibi communes, ne patiamini in vestro principe tam cælestes animi divinosque motus inanes fuisse. Hubertus certè Languetus, ut mihi valdè persuadeo, cùm in Saxoniam redierit, utrumque vestrum ad hoc opus alacriorem faciet, gloriamque Augusti sui omni studio, diligentia, mente denique tota procurabit. Hic etiam te Sturmi, parentem argentinensis academiæ, quam é privata schola publicam academiam imperatoriisq; præmiis & honoribus universitatem fecisti, cohortabor, ut ad præclaros tuarum laudum titulos hic unus accedat atq; modo prædicetur, Sturmius argentinæ latina græcaque studia, rhetorica & philosophica instituit: sic item prædicetur, Sturmius etiam mathemata altero professore amplificavit. Dasypodium itaque nostrum consorte mathematicorum laborum sociosque sublevato. Sed mathematicas artes utiles esse differebam: Germaniam mathematicis opibus opulentam esse, mathematicis armis reginam gentium dominamque factam. Traducamus in omnes Galliæ academias mathematicas Germaniæ professiones, fodinis auri atque argenti, quibus olim abundavit, Gallia rursus abundabit. Mars gallicus, Vulcanus gallicus efficietur, Galliaque rursus, ut olim & sibi & vicinis bellis militem abundè suppeditabit: imò, quod bis antea accidit, primum Belovesso, deinde Gothofredo ducibus gentium omnium victrix efficietur. Verumenimvero cùm tam solicitè mathematicas utilitates collegerim, exque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis præscripto physicum neminem aut politicum, nisi prius mathematicum, esse disseruerim, vereor ne moribus nostris importunus esse videar, nimiumque oneris nostris hominibus imponere, maximo Aristoteleæ philosophiæ sed præcipue civilium legum studio occupatissimis. Sed de Aristotele deque reliquis artium liberalium magistris sententiam alias amplissime exposui, ut regendi & conformandi sint: De Iurisprudẽtia & scientia facultatis civilis majus est opus. Itaque politicos omnes & magistratus, atq; uno nomine civitatum curatores, patronos,

patronos, judices ísto imprimís loco attentos esse cupío. Romanam polítiam infinítis líbrís confusam magis quám descríptam, vel ímpendío melioris ætatis, ut in Ciceroniano jampridem conquesti sumus, perdiscendam arbitramur, utilitate an dignitate adducti, níhil hic moveor. Utilitatem enim & dignitatem eandem vel etiam majorem cupío. Romaní de condendis legibus solícití, Athenas & Lacedæmona legum sapientia ínclytas esse audíerant. Itaque legatos eô dimisêre, quí non quaslibet sanctiones, sed ex omnibus legalem prudentiam romanís moribus congruentem seligerent, romanoque sermone describerent: hinc duodecím tabulæ ad verbum pueris ediscí solitæ. Franci de condendis legibus solícití, Constantinopolim vidélicet jurísprudentia cæteris gentibus præstantem legatos decrevêre, sed legatione longé dissimili. Nam pro duodecím tabulís populari língua descríptis, myríades legum ígnoto francis sermone descriptarum, aggregatæ sunt, quæ in scholís multorum annorum auditione vix ac plerunque nevix quídem intellígerentur. Ecquid veró nullâne unquam in tot Franciæ tribunalibus & academíis florentíssimo præsertím omnium liberalium atque artium seculo ingenia præstare francis suis poterunt, quæ pastoritius & sine líteris populus patriæ suæ præstítit? Utrum confusio & obscuritas formídatur? At unicus elementorum mathematícorum líber decímus, confusione & obscuritate omnes Justiniani pandectas facilé superabit. Et inventus tamen est, quí non modó hominum nulla laude invítatus, imó contumelia affectus, confusionem & obscuritatem non decimí tantúm, sed omniũ omnino elementorum alacrí animo devoraret. An præstãtíssimos Franciæ jureconsultos ídem experíri nefas erit? Utrum Jacobus Cujacius, ut pro multís míllibus unũ nomínem, víribus suis imparem provínciam ístam judícabit? Certé imparem atque inferiorem, cúm nullus adhuc tam desertus in tota tot legum vastitate angulus fuerit, quem non ingenii doctrinæque luce perlustrarit. Confusio ígitur & obscuritas in romano jure nequaquam tanta est, ut latiné græceque perítum, ut in rhetoricís, logicís, mathematicís, physicís, polítícís versatum, sed maximé omnium in logicís exercitatum, deterreat: & tamen nobiles animos pudor hic excítare debeat. Nam si de barbarismo, de figura, de syllogismo quæstío in forum veníret, ad peritos artis referre, opinor, pudeat, quía hæc ingenué educatum scíre æquum sit. De hercíscunda famílía, de dirimendo lucro damnove, de regundis finibus aut figurandis, de pariete caduco, de structuris ad perpendículum exígendis, deque símílibus mathematicís problematis ad peritos artis referre, id est de princípiis ingenuæ doctrinæ dubitare, quid Pythagoræ, Platonis, Aristotelis judício fuerit? Utrum Verres ille redíerit é tertia Verrina ἀγεωμέτρητος, ideoque Ciceroni derídendus? Tu Verres (ajebat) architectus Prætori, hic quod moliare níhil habes, nísi fortê vis ad perpendículum columnas exígere: homo (ajt orator) omnium rerum ímperítus, quærit quid sit ad perpendículum. Itaque ne Verres sæpius á Cicerone derídeatur, jura & leges duodecím tabulís francico sermone francia descríbito. Nulla quondam Athenis & Lacedæmone, nulla etiam Romæ in Conss. repub. cognoscendis juris academia fuit. Legislatores

illos in

illos in astris ponimus: Imitemur igitur eorum sapientiam: academia juris audiendi nihil opus erit: Tumque ætatis ad mathematicas artes perdiscendum satis superque fuerit. Tempus peregrinis legibus, & plerunq; nihil ad patriæ mores pertinentibus consumi solitum, liberalibus artibus impendatur, æquitatis ac justitiæ fontes illic invenientur, quique grammaticas, rhetoricas, logicas, mathematicas, physicas, politicas Aristotelis & Platonis, Euclidis, Mosis & Pauli leges didicerit ad controversias civium dirimendum, non multas præterea leges requiret. At, sancte deus, si quis unquam vel in Græcia vel Italia gloriam istam conformatæ jurisprudentiæ adipisci potuit, tu, meo judicio, unus es Michaël Hospitalis cancellarie præstantissime, cujus non solùm consilio, & omnium nobilium artium intelligentia, sed integritate atque constantia regni tot miseriis afflicti status retinetur & conservatur: Tibi in tot periculis turbulentissimæ tempestatis mens illa Catonis nunquam defuit, ut á recto metus ullus te abduceret: Tessera denique tua fuit illa,

Ορθὰν τὰν ναῦν, ἄπαξ βανεῖν.

Tu, inquam, unus es, qui tantùm opus præstare possis: nisi forte & jam præstiteris, sed tibi, nondum patriæ. Verùm ad mathematica redeo. Respub. beatas fore, dixit Plato, cùm reges in ea philosophabũtur, aut philosophi regnabunt. Tantùm verò boni nunquam patriæ equidem invidebo, sed magistratibus philosophiæ tantum optabo, quantum vel septem annis percipi in tenera ætate possit ad ingenuitatem animi, ad jus suum cuique justius tribuendum reddendumque, ad fraudes cavendum & evitandum. Dixit idem Plato τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, ut qui in regenda rep. idem faciant, se divinorum studiorum imitatores esse recordentur. Itaque nihil hic opto, quod principibus, regibus, summis gentium imperatoribus didicisse glorioſum non fuerit. Quæ cùm ita sint, veniat jam Aristippus, veniat Epicurus & mathematicas artes, ut inutiles, cavilletur: Certè in Germania calumniator nõ audietur: Aristotelis stomachus protinus objicietur: Mentiris Aristippe, nec enim si mathematicæ artes verbo pulchrum aut bonum non appellent, opera autem & rationes demonstrent, idcirco de bono & pulchro nihil profitentur. Præstantissima siquidem pulchri & honesti species est in ordine, symmetria, comprehensione, quæ mathematicis artibus præcipuè demonstrantur. Hoc argumento mathematum gloria adversus calumniatorem ab Aristotele defenditur. Aristippus, inquam, in Germania non audietur, imò flagris, si in illas cathedras irrepserit, expelletur. Tulit olim Germania Bonifacios & Utilones, hodie non ferret. Veniat Epicurus, & in Platonis academia mathematicas artes cavilletur. Plato, ait Tullius, è figuris planis circulum, è solidis globum pulcherrimum esse censebat: Epicurus tanquam præ se ferret se expertem esse doctrinæ, & tanquam quoddam novum oculorum judicium haberet, conum sibi ajebat & cylindrum & pyramidem pulchriorem videri. Sed, ait stoicus ille Ciceronianus ad Epicureos, Hæc non videtis, quia nunquam eruditum illum pulverem attigistis, nec hoc physici quidem intelligere potuistis, hanc æqualitatem motus, constantiamque ordinum in alia

figura non potuisse servari. Itaque nihil potest esse indoctius, quam quod á vobis affirmari solet. Nec enim hunc ipsum mundum pro certo rotundum esse dicitis. Nam posse fieri, ut sit alia figura, innumerabilesq; mundos, alios aliarum esse formarum, quæ si bis bina quot essent, didicisset Epicurus, certé non diceret. Sed dum palato quid sit optimum, judicat, cæli palatium, ut ait Ennius, non suspexit. Quamobrem mathematicæ calumniatores erubescant aliquando, & inutilitatem falso criminari desinant, calumniæ periculum gravius ipsis impendet quàm arbitrentur. Nihil isto loco licet adversus Cyclopas & Polyphemos terrendi caussa mathematicis miraculis abutar. Columbus mathematicus insignis militari seditione in insula Jamaica laborabat, Jamaicensibus propterea ipsius mandata despicientibus, syderis defectus instabat mathematico notus, denuntiat barbaris cælestem vindictam postridie sensuros esse. Itaque cum dicto die barbari lumen cæli deficere animadverterent, tacti religione protinus imperata faciunt. Strategemate ejusmodi non abutar, verum proponam. Nostine igitur ὁμηρομάστιγα,

Ingenium magni livor detrectat Homeri
Quisquis es, ex illo zoile nomen habes.

Hic cum sua in homerum scripta Ptolemæo regi recitasset, rex indignatus nihil ei respondit: Cumque Zoilus inopia pressus á rege subsidium vitæ peteret: Homerus, rex ait, multos pascit: quare tu qui illo doctior es, saltem te ipsum pasce: Tandem Zoilus parricidii damnatus, jussu regis crucí affixus est. Quid matheſis? quid Aristippe tibi faciet? Zoilus poëta fuit, & poëticæ laude Homerum superare contendit: tu mathematica ignorantia etiam te glorioſum facis, dum palàm mathematicas artes sine fine, sine populari usu esse clamitas, & tamen doctrinæ atque eruditionis nomine regibus commendari cupis? Quid si Carolus Ptolemæum imitetur, tibique respondeat, Matheſis innumerabiles toto terrarum orbe mortales pascit, ejusque professoribus honoris ergò stipendium proposui: Tu mathematicam ut inutilem calumniãdo, & omnis ingenuę scientię initia ignorando, mathematicæ eruditionis fructum in mathematicæ calumniæ præmium requires? Sed reliquam Ptolemæi indignationem prætereo, pœnas illas non persequor: pœnas tamen calumniatori calumniæ suæ debitas proponam. Etenim si Aristippo, si Epicuro matheſis suas vires ac facultates velut ingratis nebulonibus detraxerit, quæ bestia miserabilior excogitari poterit? Numerare rerum suarum nihil poterunt, nullam rationem rei cujusquam cum quoquam habebunt, nil ratione ac proportione factum judicabunt: neque stare loco, neque moveri poterunt, nil pulchrum, nil turpe symmetriæ atque asymmetriæ sensu detracto percipient: Fraudulento mensori cuilibet ludibrio erunt: de fructibus illis innumerabilibus antea commemoratis nullum gustabunt. Verùm Aristippus iste varius homo est, modo scholasticus, modo aulicus. Vituperat alio loco mathematicas artes in odiũ patroni, apud alios alia personæ alterius gratia mirificé collaudabit, & personata philosophia placet homini,

Omnis Aristippum decuit color & status & res.

Etenim

Etenim Aristippus, ut est apud Vitruvium in proœmio libri sexti, naufragio facto, cùm ejectus ad Rhodiensium littus animadvertisset geometrica schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur: Bene speremus, hominum enim vestigia video. Ergo mathemata afflictum Aristippum laudatorem habent, & spe humanitatis consolantur. Sed Aristippos nil moremur: nec Aristipporum similes deliros nescio quos, quibus mathemata putida atque odiosa sunt,

Vel quia nil rectum, nisi quod placuit sibi, ducunt:
Vel quia turpe putant parêre minoribus, & quæ
Imberbes didicêre, senes perdenda fateri.

Solidas illas è mathematicis artibus, & per universam vitam diffusas utilitates recordemur: ad reliquas disciplinas physicas politicas thelogicas percipiendum, ad infinita belli pacisque opera conficiendum. Quamobrem Catharina Medicea, vides improbis calumniis honestissimas artes & utilissimas ab ignaris, ideoque scientiæ inimicis accusari. Quare

Tu ne cede malis, sed contra audentior ito
Quò tua te fortuna vocat. —

Catharinæ gymnasium, id est mathematis omnibusque laudandis artibus hospitium instaurato, & ut Laurentius Græciam antiquis authoribus spoliavit, sic Germaniam mathematicis quibusque instrumentis spoliato, tuamque bibliothecam opimis illis spoliis exornato, ut non solùm exquisitis libris, sed commodis librorum instrumẽtis bibliothecas omnes longissimè superet: Imò verò à Carolo rege filio impetrato, ut in omnibus christianissimi regni academiis mathemata ante physicam & politicam doceantur, neque regia liberalium artium privilegia cuiquam nisi mathematicis artibus erudito & instructo concedantur.

LIBRI SECUNDI FINIS.

P. RAMI PROOEMII MATHEMATICI, LIB. III.

MACTENVS utilitatis quæstio disputata est, obscuritatis multo major difficultas est reliqua: potest enim dici, ut jam prædictum est, utilitatem quidem mathematicæ certam esse, sed tantis obscuritatibus obsitam, ut spes assequendi nulla sit. Equidem si mathemata obscura esse negem, non satis verecundè dicere videar. Quis ignorat (ait orator) ii qui mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum & quàm recondita in arte & multiplici subtilique versentur? Nihil igitur dissimulabo, fateor quindecim libris elementorũ nihil unquam humana manu obscurius scriptum esse: fateor etiã cùm ad Euclidẽ pervenerim, antecedentium artiũ studiũ, jocum & ludũ nõ studiũ mihi visum esse: elemẽtis verò mathematicis qui daret operã, eũ serio studere ac discere, hic verè esse μάθησιν τῶν μαθητικῶν disciplinã & discipulũ. Nusquã animus magis excitatus & erectus, magis ad rem attẽtus conver-

ſuſque, nuſquam judicium acrius, nuſquam memoria promptior conſtantiorque exigitur. Potes grammaticam & rhetoricam ita perdiſcere, ut earum quælibet opera prompte ac memoriter exequare, qui arithmeticas & geometricas commentationes prompte ac memoriter ſemoto pulvere atque abaco præſtare poſsit, hominem arbitror eſſe neminem: cujus obſcuritatis ac difficultatis argumentum illud eſt, quod ab Euclide duo fere annorum millia elementis nihil omnino detractum vel additum: quamvis ex elementorum demonſtrationibus à Theone nonnihil immutatũ ſit, quamvis à ſummis authoribus alia quædam ſint elaborata, στοιχείωσις tamen eadem permanſit. Quid plura? veré quidem affirmare poſſum ſtudium omnino nullum eſſe, niſi mathematicum, diſcipulumque omnino nullum eſſe, niſi mathematicum. Nec immerito principia ſtudendi, elementa diſcendi à philoſophis illis veteribus Pythagora, Platone, Ariſtotele in mathematis eſſe conſtituta. Verumtamen, ut Plutarchus adnotavit, obſcuritas iſta ubi ſemel initio devorata ſit, ridicula videtur: & miramur id principio nobis perobſcurum fuiſſe, quod perceptum, facillimum imo jucundiſsimum gratiſsimumque accidat. Ergo labores mathematicos, ergo ſtudia mathematica demonſtrant illæ voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratoſthenis, Archimedis, Perſei ſacrificiis declaratæ. Verumtamen obſcuritas iſta, quæ mathematicis artibus tantopere objicitur, majorne eſt aut gravior logicæ analyſeos, aut phyſicæ acroaſeos obſcuritate? At utraque obſcuritas illa tum logica, tum phyſica in cathedris & ſcholis omniũ academiarum ſine querimonia verſatur: imó Ariſtoteles ipſe de induſtria obſcurus eſſe à ſuis interpretibus prædicatur. Quid igitur Euclidis potius, quam Ariſtotelis obſcuritas improbatur? Præmia, inquies, à regibus Ariſtotelicæ philoſophiæ, non Euclideæ mathematicæ propoſita ſunt. Et munera, inquam, utilitatum tam variarum jam tibi ſunt propoſita: & tamen privilegia regia mathematicis artibus platonicus Apollo aliquis impetrato, ut perinde Euclidis atq; Ariſtotelis obſcuritas toleretur: & veró voti hujus compotẽ ſpero brevi Pariſienſem academiam fore. Quapropter quid vetat noſtro marte adverſus iſtam obſcuritatẽ tanquã formidabilem pueris empuſam decertare? quin etiã certamẽ hoc præcipuum alacriter expetere ac depoſcere, nedũ recuſare? Etenim quo majore & illuſtriore argumento agricola agriculturam, nauta nauticam, medicus medicinã probaverit, quam ſi aſperum agrum araverit, mare fluctuoſum navigaverit, morbũ periculoſum curaverit? Omniũ porró artium difficillima & obſcuriſsima eſt mathematica, inquis. Ergo ſi logicus es, ſi perſpicué docendi artẽ tenes, quid dubitas, aut quem locũ probandæ artis inſigniorẽ expectas? hæc materies de tuis in logica ſtudiis dijudicabit. Quapropter hoc onus noſtris humeris imponamus. Et quidẽ ut fiduciæ meæ expreſſa ſigna teneantur, volo, ut medici ſolẽt ante morbi curationem, cauſſas ipſius & ſymptomata penitus intueri, ut de remediis cõtrariis ſpes amplior animo capiatur: obſcuritas alia doctrinæ eſt, alia doctoris. Poteſt enim rerum natura, quæ præceptis traditur ſic occulta eſſe ac recondita, ut facilis effici argtẽ poſsit: poteſt cõtra doctoris eſſe culpa, neq; perſpicuo ſermonis genere loquentis,

quentis,neq; distincta & facili via procedētis. Colores alijs alij sunt obscuriores vel illustriores:sed tamē sunt omnes certo situ certaq; luce visibiles:Ita de mathematis statuo esse, illa quidem acuta subtiliaque, sed tamen modo quodam doceri instituique posse,ut minore multo labore ac difficultate perdiscantur. Atq; id omnino studium mathematicæ philosophiæ doctoribus video propositum fuisse.Sic enim Pythagoræ Hippocrates, Hippocratis Leo, Leontis Theudius, Theudij Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon στοιχείωσιν retexuit & emendavit.Virtutes igitur illorum mathematicæ procerum æmulemur & imitemur:neque varios Aristipporum latratus pertimescamus.Grammatici inquiunt rhetores, logici antea tibi in tua professione displicuerunt: mathematici etiam modò displicent.Etenim vereor ne prævaricatores istos ad meam laudem de meo sinu apposuisse videar: attendant igitur importuni reprehensores quid hîc de mea professione,deque professionis caussa & origine respondeam, pauca ex ijs repetam,quæ libris alijs copiosissimè à nobis disputata sint.Socratis sapientia,vel Apollinis oraculo notissima est, inter cuius laudes vel illa insignis ac præcipua fuit,artium liberalium fines ad humanæ vitæ fructum referre,ut homines his artibus instructi prudētius de rebus agendis deliberarent,paratiusque deliberatas ac promptius exequerentur ac conficerent: nimium in scholis esse documentorum ac librorum, id est subtilitatum atque argutiarum inaniū nimium:nautas,architectos, agricolas non fieri altercando de præceptis nauticis,tectonicis,georgicis: sed cum artes breuiter intellectæ essent,navigando,ædificando,arando,id est,opus artibus descriptum faciendo & exercendo. Sic Grāmaticę,Rhetoricæ,Logicæ fructum bene loquendo,dicendo,disserendo metiendum ac terminandum esse:mathematum quæ tum præcipuè ferebantur, cognitionem illam quidem imprimis ingenuam & liberalem,sed usum potiorem esse & antiquiorem:arithmeticam ad mercium,ponderum,numismatum permutationem,metallorum rerumque physicarum permistionem, vectigalium publicorumque munerum rationem ac judiciorum proportionem:Geometriam ad mensuram magnitudinum, ad architecturam urbium, castrorum metationem, acierum & præliorum instructionem: musicam ad mores regendum & temperandum: astrologiam ad nauticam,medicinam, agriculturam expetendas esse. Hanc Socraticam philosophiam cùm è Platone & Xenophonte didicissem,& in Academiam Parisiensem induxissem, Socratis miseriam & calamitatem mirabilem mihi conciliaui, judicijs omnibus, pro impudente & ignaro calumniatore, pro impio etiam damnatus: religionis enim fundamentum nonnulli,tum in scholasticis sophismatis collocarant: scribere quicquam aut loqui publicè priuatimque prohibitus.Id fuit manus & linguam velut amputare:denique Socratis præter cicutam nihil nobis admodum abfuit. Verum Deus optimus,qui scit quamobrem ab ipso geniti procreatique simus, judicii huius exitum perduxit ad Henricum regem è quo soluti & pristinæ docendi scribendique libertati restituti sumus: imò verò regia professione ornati, quo non solùm liberius,sed liberalius atq; alacrius institutam socraticæ philosophiæ quæ-

stionem persequeremur: itaque liberali regioque præmio atque honore invitati diligentiam, curam, mentem denique totam adhibuimus in artium liberalium usu exquirendo, in supervacuis argutiis secernendis. Quare, si dicerent reprehensores nostri, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum errores severè notauit ac reprehendit, verum illi quidem dicerent. Tum verò si adderent, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum laudes virtutesque quam magnificentissimè potuit, extulit atque commendavit, multò verius etiam dicerent: id enim vigiliis & laboribus nostris propositum præcipuè fuit ê via ingenuarum disciplinarũ, spinas, silices cæteraque studiosæ juuentutis impedimenta tollere, ut iter planũ, simplex, expeditum, directum esset, quo facilius ad laudandarum doctrinarum non intelligentiam modo, sed utilitatem & fructum perveniretur. Hæc veræ & antiquæ Philosophiæ & Aristoteli supra Philosophos omnes uni probatæ sacro sancta lex est: amicus Plato, amicus Socrates, magis amica veritas: & tamẽ istius antiquæ philosophiæ severitas nulla unquam in arte major quam in mathematis fuit, in quibus nulla authoris cujusquam quantumlibet præstantis atque excellentis authoritas pro argumento fuerit: ratione opus est, eaque necessaria, secus ignorantia judicatur. At grave & periculosum certamen nobis subeundum esse video. Euclides enim duo fere annorum millia existimatur toto terrarũ orbe ab omni reprehensione liber & sacrosanctus fuisse, & si quid post homines natos solidæ scientiæ comprehensum & animadversum est, id Euclidi uni acceptum refertur. Itaque Aristippus veritus ne reliquum calumniæ suæ tectorium aperiatur, contra talem doctorem, talemque doctrinam dicere, permagnæ temeritatis planeque capitalis insolentiæ esse clamitabit. Quapropter Hegetorides ille Thasius apud Polyænum nobis in mentem venit, Thasum oppugnabant Athenienses: legem jusserant Thasii: qui scripserit fœdus cum Atheniensibus faciendum esse, morte multator. Hegetorides Thasius videns multos ciues perire diuturno bello ac fame, laqueum injiciens collo, venit in concionem. Viri, inquit, Thasii me quidem, ut vobis libet, & quemadmodum vobis prodest, utimini: at reliquos & superstites cives mea morte conservate, legẽque hanc antiquate. His auditis, Thasii & legem abrogarunt, & Hegetoridem incolumem servarunt. Ita mihi accidit in hanc concionem prodeunti aduersus Euclidem legibus omnibus judicio multorum mortalium superiorem, ut videar maledictorum & probrorum pondus Ætna grauius collo trahere, verùm pro communi mathematum salute maledicta & opprobria quælibet subeunda sunt. Quanquam ea me dicturum confido, quæ non modo veniam facto nostro, sed gratiam sempiternam mereantur. Enim verò jam de Euclide vel Theone (pro eodem enim uterque nobis esto) tam magnificè sentio, quam Hippocrates sensit de Pythagora, Leon de Hippocrate, Theudius de Leonte, Hermotimus de Theudio, Euclides de principibus illis omnibus, Euclidisque elementa nobilia, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Archytæ, Platonis, Aristotelis, & reliquorum inventa esse sta-

statuo: neque ullum in totis elementis mathematicum Euclidis errorem propono. Nullus enim paralogismus, nulla ψευδογραφία, in totis elementis, nobis quauquam severè inquirentibus animadverti potuit: quam laudem singularem esse profiteor, quanque nulli adhuc neque Grammatico, neque Rhetori, neque Logico concedere potui, ut in Grammatica, Rhetorica, Logica nihil falsi docuisset. Quomodo igitur tantus mathematicus mathemata non bene docuit: quomodo in iis instituendis erravit? Atqui, inquam, vel summis artificibus facillimum est in alieno artificio aliquid offendere. Visus est optimus judex colorum, at coloris specie deceptus ê bile mel esse judicabit: mel autem & fel non sunt judicio visus subjecta: tactus est certissimus judex calidi, frigidi, sicci, humidi: at complicatis digitis ex uno lapillo plures esse judicabit: numerus enim non est tactus cognitioni subjectus: sic summo cuilibet artifici in alieno artificio peccare facillimum est. Apelles summus pictor fuit, Philo singularis architectus, Tiphys eximius nauclerus: attamen facillimê labi, tum in architectura & nautica Apelles, tum in pictura & nautica Philo, tum in pictura & architectura Tiphys potuêre: Dissimiles & diversæ sunt artes: in una exercitatus, potest in alia rudis esse. Chrysippus valentissimus logicus habitus est, ut Euclides, ut Theon mathematici præstantissimi, utque Chrysippus in mathematicis errare, sic Euclides in Logicis offendere tam facile potuit. Mathematicam didicerat, Logicam non item. Et quidem vitia quædam Mathematica nominatim in Aristotelis Logica notantur: quæ tamen Euclides in elementis est sequutus, ut certum argumentum sit Euclidi Logicam Aristotelis ignotam fuisse. Itaque obscuritas, quæ in Mathematicis elementis accusatur, non est doctrinæ totæ, sed magnam quidem partem est doctoris. Agedum de obscuritate & difficultate Euclideæ στοιχειώσεως quæratur, neque verò quæstio hæc est: imo Euclidi viuenti præsentique objecta. Quid enim aliud fuit Ptolemæi regis problema? aut quid aliud quam στοιχειώσεως obscuritatem querebatur? Itaque regis cum Alexandro rege liberalibus disciplinis & Mathematicis, summo illo doctore Aristotele, eruditi, tum in Aegypto doctissimorum Mathematicorum principis judicium cum Euclidis judicio comparetur: fac Ptolemæum vel ex Aristotelis schola, faciendarum artium leges & vias, vel á sacerdotibus Aegyptiis etiam specialim de Euclideæ στοιχειώσεως statu edoctum, id ab Euclide percunctatum esse, in re nihil interest, quoniam & hodie idem quæri potest. Obscuritatis igitur & difficultatis Euclideæ causas exquiramus, & Ptolemæi regis gratia στοιχείωσιν clariorem & faciliorem veterum στοιχειώτων exemplo meditemur. Regius sum professor, & professionis regiæ proprium fuerit regiam causam, tam nobilem præsertim & ad omnia regna pertinentem, omni studio diligentiaque considerare: & tamen quæstionis & considerationis nostræ leges ratas & confessas esse necesse est. Nam si qui disceptant inter sese legibus contrarii sint, nunquam judicium recte atque ex ordine constituetur. Tu Athenienſis es, ego Lacedæmonius

nius sum. Ambo legibus patrię obsequuti eisdē de rebus diversa judicia facie-
mus. Hic hominum communis error latissimē pervagatur. Quinque & viginti
perpetuos annos pro artium veritate & utilitate adversus infinitos mortales di
sputaui: neque adhuc mihi obstitit quisquam qui logicis legibus judicium suū
conformaret: sed scriptoris consilium, voluntatem, authoritatem, & quamlibet
potius vanitatem quàm logicam legem reponeret. Noluit Quintilianus: Cōsi-
lium Ciceronis non fuit, Non intelligis Aristotelis voluntatem, ita nunc objici-
tur, nescis quid Euclidi fuerit propositum, an tu acutius vides in constituendis
artibus, quàm præstantissimi artifices & tot sæculis consecrati viderunt? Hanc
logicam in adversariis meis expertus sum. At (inquam) si diceres, logica id non
vult: consilium logicæ longé aliud est, non tenes logicæ mentem, logica nil acu-
tius ad rectè iudicandum, audirem philosophi vocem. Ac istam sophisticam ad
tuendum barbarismum aut solœcismum contra Grammaticæ leges factum pro
ferre pudeat: quæ ad gravissimos elenchos defendendum adversus logicæ artis
leges factos tam obstinatè á dissolutis nescio quibus andabatis affertur. Anda-
batæ enim sic oculis clausis præliantur, ut isti nullo generali & logico judicio,
sed alieno tantum sensu atque exemplo ad probandum vel improbandum mo
uentur. Hoc igitur præcipuè postulo, ut quæstio certis legibus atque inter reos,
quorum res nempe agitur, id est inter Ptolemæū & Euclidem concessis & cōfes-
sis disceptetur. Quæ sunt igitur bene docendi leges Ptolomæi? quæ sunt leges
Euclidis? Certè prorsus eædem: Logica nempe una est omnium artium, omniū-
que artificum communis. At ne qua suspicio subesse possit, á Proclo Euclidis pa
trono repetamus. Quid igitur hic Proclus ait? quas bene constituendæ & faciē-
dæ disciplinæ leges habet? Totam sanè Aristotelis logicam hac de re disputans
in cōmentarios suos effudit: de materia artis, de forma artis, sed involucris qui-
busdam sic implicatam, ut vix possit agnosci. Res igitur explicetur à nobis & il-
lustretur. Caput est Procli undecimum totum in primo commentario, quæ à ma
thematico postulanda sunt, ubi terminos mathematicæ materiæ definit. Quid-
quid mathematicus docebit, ait Proclus, necessariis rebus addicet, & iis ration-
bus, quæ redargui non possint. Illud est Aristoteli καθ' παντὸς de omni. Deinde,
ait, res cognatas & homogeneas explicabit, nec alienum quidquam aut super-
vacuum docebit, ut rectane pulchrior quàm peripheria? Illud est Aristoteli καθ'
αὑτὸ, per se, idemque exemplum, sed & illud Aristotelis multó clarius. Arithmeti-
ca doceantur arithmeticé, ait Aristoteles, geometrica geometricé: secus, geome-
tricum in arithmetica fit ἀνάριθμον, arithmeticum in geometria sit ἀγεωμέτρητον.
Tertio, ait Proclus, mathematicus generalia generaliter, specialia specialiter de-
clarabit, ut externos rectilinei angulos æquales esse quatuor rectis, generale est:
tres trianguli interiores æquales esse duobus rectis, speciale. Itaque illud gene-
raliter de rectilineo, hoc specialiter de triāgulo. Illud est Aristoteli καθ' ὅλου πρῶτον,
universaliter primum. Concludo igitur istas leges Procli de elementis mathe-
maticis examinandis & probandis Aristotelis logicas leges esse, & ex Aristote-
lis libris depromptas, ut elementa sint necessaria, homogenea, propria: postre-

mo

mo Proclus lib.2.cap.7. ait, Tollendum est quicquid supervacuum fuerit: impedimentum enim id est doctrinæ: omnia autem eligenda quæcunque rem propositam complectuntur atque constituunt. Quare Logicæ de materia artis leges Ptolemæi & Euclidis sunt leges: nec aliam syllogismi logicam vel Euclides vel Ptolemæus habebit; cum quæstio de hac differentia nulla adhuc fuerit. At fortasse aliam universorum elementorum methodum, alium ordinem, aliud judicium, & ab Aristotelis methodo, ordine, judicio diversum Proclus sequitur. Minime gentium. Sed Aristoteleus hic item totus est: valde tamen est confusus & variis locis dispersus. Sex enim diversis capitibus hanc methodum usurpat. Primus locus est lib. 1. cap. 2. è Philæbo Platonis assumptus de methodo, quæ intra duos terminos πέρας τε καὶ ἄπειρον finitum & infinitum mathematicam complectatur. Illud enim πέρας est in Aristotelis organo γενικώτατον generalissimum: ἄπειρον verò ἄτομα individua significat, quorum intermedia sunt ὑπάλληλα subalterna. Hæc, inquam, mutatis verbis apud Platonem methodus est Aristotelea. Secundus Procli locus est lib. 1 cap. 3 quod pulchritudo & ordo sit mathematum communis: ubi proponitur μέθοδος ἀναλυτικὴ & συνθετικὴ à notioribus ad ignotiora, & ab iis ad illa reditus. At prior illa â notioribus sola universæ esse disciplinæ potest, posterior unius tantùm elementi & singularis quęstionis esse potest, ita tamen ut elenchus sit in doctrina, quia ab ignotioribus progreditur. Atque unica est doctrinæ methodus, sicuti in logica ad caput de methodo adversus Galenum & reliquos Aristotelis interpretes copiosè disputatum est à nobis. Tertius locus lib. 1. cap. 4. nomine primæ philosophiæ, quæ cæterarum artium principia consideret, ubi & eadem illa methodus multiplex mutatis verbis valde obscuratur. Quartus est lib. 1. cap. 7. de viribus mathematicæ, ubi primus de duobus terminis locus, & secundus de methodis repetitur verbosè admodum. Quintus locus est lib. 1. cap. 4. sumptus é republ. Platonis, quod dialectica sit τρυγὼν καὶ συνδεσμος vallum & vinculum mathematum, ubi superiorum plurima eadem rursus accumulantur. Sextus locus est lib. 2. cap. 2. in multitudine methodorum ἀναλυτικῶν, συνθετικῶν, ubi ἀποδεικτικὴν addidit & ὁριστικὴν demonstrativam & definitivam, quę singulorum elementorum logicam indicant, non complectuntur universæ στοιχειώσεως formam, de qua sola modo quæritur. Definitio enim & demonstratio non est unica totius artis omniumque partium, ut est unica methodus & unica forma, & tamen de apodictica Aristotelis quàm horribile commentum sit, in apodicticis ipsis copiosè dictum est à nobis: ut demonstrationis (quam somniasset Aristoteles) neque materia neque forma esset ulla, utque omnium liberalium artium testimoniis & exemplis refellatur. Quamobrem de doctrinæ ordine & via, id est methodo, Proclus cum Aristotele consentit, legesque bene constituendæ & faciendæ artis Aristoteleas probat & laudat, quod etiam postea magis intelligetur: Etsi Proclus omnino de iis legibus taceret, imò verò etiam si dissentiret: attamen si bene loqui vis, Grammaticæ bene loquendi: si bene dicere vis, Rhetoricę bene dicendi leges tibi seruandæ sunt: Ita si bene docere vis, bene docendi ars tibi tenenda est. Atqui ars illa docendæ ar-

tis logica singularis & unica est, neq; exceptioni ulli vel excusationi cõtra leges illas ullus locus esse possit: numeratio vel dimẽsio contra leges vel arithmeticæ vel geometrię facta, nunquam arithmetica vel geometrica dicetur, quacunq; de caussa paralogismus aut ψευδολογραφία cõtigerit. Sic doctrina cõtra catholicas logicæ leges informata, logica haberi nullo modo possit, quancunq; elenchi & sophismatis occasionẽ prætexueris, nihil consiliũ, voluntas, libido, authoritas hominũ cõtra leges istas audienda sit: logica perpetuis analogiis constat, anomalias nullas habet, neq; authoritas rationis, sed ratio authoritatis regina dominaq; esse debet. Bene itaq; res habet, atq; hoc nobis fundamentũ esto, fundamẽtum inquã, é legibus partium cõsensu receptis atq; approbatis positũ & locatũ. Mathesis legitima cõplectitur mathemata necessaria, homogenea, propria, ordine neque á natura prioribus dispositа. Lex ista est instituti inter Euclidem & Ptolemæum judicii hæc syllogismi est propositio. Agite dum assumptio cõsideretur. Si nihil Euclides in elementis & singulis & universis cõtra leges istas aberravit, regiã viam tenuit. Sin multa in singulis, plura in totis & universis ab eo contra has leges cõmissa sunt, Ptolemæus jure aberrantẽ in viã revocabit. Id igitur attẽtis animis agatur. Proclus paratũ se atq; alacrẽ pręstat in assumptionis hujus assertione, omninoque profusus est in Euclidis non dico excusatione, sed exornatione & cõmendatione. Sic logicã ejus extollit atq; exaggerat, ut delectus vel ordo accuratior in elemẽtis optari posse non videatur. Et quidẽ de scholis omniũ artiũ ac professionibus nulla cõstantiorẽ logicã ut prædixi, tenuit quàm mathematica: sola mathesis errore falsitatis in totis elementis caruit: de grãmaticis, rhetoribus, logicis id affirmari non potest. Mathematici verũ sibi confirmandũ religiosẽ proposuerũt, legẽq; illam de logicis primã κατὰ πάντος sanctẽ coluerũt: attamẽ præter eam legẽ nullam admodum coluerũt. Itaq; laudes quas Proclus cõmemorat, neq; possit neq; velit Euclides agnoscere. Rẽ confusius ab eo descriptam distinguemus, & gradatim persequemur, expendemusq; in singulis rebus nõ solũm Euclidis, sed Procli judiciũ: multis enim nugis hic interpres elementa mathematica refersit, quarum præcipuas breviter attingam. Primo loco quęstio est de origine mathematũ. Proclus verbosissimẽ disputat lib. 2. ca. 4. & 6. adversus Platonem & Aristotelẽ mathematicas artes ab hominibus sensuũ beneficio neque observatas neq; inventas esse, sed á natura insitas & ingeneratas, quia á sensibus nulla accurata & invincibilis ratio demõstratioq; oriri possit, quia sensilia sunt posteriora intelligibilibus, quia mens est nobilior sensu & præstãtior. Pythagoras summus philosophus fuit, ut antea patuit, sed quod de Platone & Aristotele dictũ est, non semper Pythagoras: metẽpsychosin immortaliũ animorũ é corporibus alijs in alia corpora cõmentus est: unde absurda permulta sunt consecuta, ut ista sunt, quæ modó Proclus cõmemorat. Proclus igitur pythagoreorũ somnia verbosissimé ca. 1. li. 2. repetit: unde cõcludit animũ mathematici generis authorem parentemq; esse, qui á divina mẽte delibatas omnium rerum species non solùm mathematicas acceperit. Itaq; mathemata singularibus formis antiquiora esse in animis, neq; ut Aristoteles putavit, animũ hominis esse tabulam

bũlã nudã, ſed mathematicis rationibus pictã & ornatã, ſecꝫ ſuapte natura pingentẽ & formis omnibus exornantẽ. Sed enim iſta Procli argumenta valde jejuna ſunt, & in analyticis primó, deinde multo copioſius in metaphyſicis refutata, ubi hac de re abũdẽ dictũ eſt á nobis é ſententia Platonis & Ariſtotelis, animo facultatẽ omniũ rerũ percipiendarũ á Deo & natura datã eſſe, ut oculo facultatẽ omniũ colorum cernendorũ, non autẽ animo formas rerũ: ut nec oculo ſpecies colorũ: ut tamen Pythagoras nimiũ videtur iſtã percipiẽdę diſciplinę in animis noſtris facultatẽ auxiſſe, ſic Ariſtoteles fortaſſe imminuiſſe nimiũ: præſertim cũ Ariſtoteles ipſe naturales virtutes & naturalẽ logicã dicat, ut non tantũ facultates virtutũ & artiũ, ſed initia quædã & ſemina noſtris animis attribuat: nec animus tabula planẽ nuda ſit, ſed pigmẽtis etiã quibuſdã & lineamentis naturaliter aſperſa. Quare pythagoreis hîc nõnihil ignoſco animi immortalitatẽ, proindecꝫ divinã facultatẽ pauló cupidius efferentibus: Procli verò elenchũ improbo, qui melioris ſententiæ juſtioriſcꝫ judiciũ á Platone & Ariſtotele propoſitum repudiarit. Verũtamen Proclus etiã novum ad hanc quæſtionẽ argumentũ attulit: ad pythagoreã enim ἀνάμνησιν, recordationẽ nominis etymũ retulit: li. 1. ca. 15. Hoc autẽ ipſum mathematicæ & mathematũ nomẽ, quærit undenã á veteribus inditũ his diſciplinis dixerimus, & quamnã probabilẽ rationẽ habẽt? Reſpõdet non vulgo id nomen, ut cætera, factũ eſſe, ſed á pythagoreis impoſitũ é recordationis argumẽto, quód omnis quæ dicitur diſciplina, recordatio eſt, ſed ea præcipuẽ, quæ matheſis appellatur, quæcꝫ æternarũ in animo rationũ recordatio, & propterea mathematica præcipué nominata eſt, ut quæ conferat notiones ad earũ recordationẽ. Hæc Proclus, cui ſatisfactio eadẽ erit, quæ fuit de origine mathematicæ. Recordatio iſta adhuc in nemine tã felix invẽta eſt, ut ejus beneficio ſine ſtudio & labore ars ulla præciperetur. Nomẽ verò ipſum pro arbitrio factũ eſt, nec ulla quidẽ initio excellẽtia, ſed proprietate: ſolę enim multis ſeculis artes mathematicæ fuerũt. Grãmaticæ principia ad Ariſtotelẽ & diſcipulũ ejus Theodectẽ referũtur. Rhetoricã primus Corax & Tiſias excitavêre. Logicę inventionẽ Plato refert ad Prometheũ: Ariſtoteles Zenoni attribuit, qui cũ Socrate diſputat in Parmenide Platonis. In logico organo Ariſtoteles ipſe licet falſó, attamẽ logicã ſibi vẽdicat, ſicut in rhetoricis inventionẽ & actionẽ. Superiorib. igitur illis tẽporib. mathematicæ diſciplinæ, ſolæ diſciplinæ pueris in ſchola tradebãtur, & ideo μαθήματα diſciplinæ vocabulo generis appellatę: atcꝫ mathematis pceptis tũ reliquæ ex his deductæ diſciplinæ phyſica & ethica percipiebãtur, ut antea patuit: nomẽ etiã fortaſſe poſtea, ppter diſciplinę ſubtilitatẽ & acumẽ remãſit, qd apud Vallã Anatolius videtur dicere, cũ ait mathematicas inde nominatas, qd præ cæteris artib. doctoris interpretiſcꝫ lumẽ reqrãt, vixcꝫ niſi magiſtro præũte pdiſcãtur. Sed qd plurib. argumẽtis quæſtionẽ hãc diſputare neceſſe eſt? nõne totus liber primus expoſitorũ mathematicorũ, induſtriæ, laboris, diligẽtiæ exẽplis uberioribus. nõ ſolũ adverſus Proclũ, ſed é Procli imprimis authoritate deprõptis, docuit mathematicas artes á ſẽſu, inductiõe, experiẽtia ad animũ pfectas, nõ animis noſtris ingeneratas, nec beneficio recordatiõis alicujus beatę excitatas eſſe?

denique advenas esse non indigenas? Itaq; patiatur Proclus ê pythagorea schola in academiam lyceumque se reduci, & Platonis hac in re Aristoteliscq; philosophiã potius amplectatur: Nihil est hic κατὰ παντὸς, nil καθ' αὑτὸ, nil καθ' ὅλου πρᾶγματος, leges denicq; positę à mathematis ista rejiciunt. Consimilis apud Proclũ quęstio est, quo de genere artis sit mathematica, ad cujus quæstionis explicationem distinguitur artis judiciiq; differentia à Proclo ê Platonis philosophia, & ex Aristotelis consimili in metaphysicis doctrina triplex lib. 1. cap. 1. Prima νόησις intelligentia æternorum, incompositorum, impartibilium, individuorũ, qualis theologia sit: Secunda δόξα opinio mutabiliũ & variis compositionũ divisionumq; modis subiectorum, ut physica: Tertia διάνοια ratiocinatio, quæ sit inter utramq; media & quodammodo particeps ambarum: rerum quippe æternarum atque immutabilium, variis tamẽ demonstrationum viis ad scientiam pervenientiũ, accessionibusq; & decretionibus, divisionibusq; & interuallis obnoxiarũ, qualis est mathematica. Denicq; νοητὰ intelligibilia divinis, διανόητα, tãquam diceres, ratiocinabilia, mathematicis: δόξαστὰ & opinabilia physicis attribuuntur, quod rursus alia Platonis partitione à Proclo differitur lib. 1. ca. 5. & 6. quód alia sunt νοητὰ & intelligibilia, alia αἰσθητὰ & sensibilia: sed illa vel simpliciter esse νοητὰ, ut divina, vel διανόητα, ut mathematica: itemque hæc vel simpliciter esse αἰσθητὰ vel εἰκαστὰ imaginabilia. Eadem differentia cognitionis & judicii repetitur toto cap. 10. lib. 2. ex qua utraq; partitione Proclus concludit mathematicam esse disciplinam διανοητικὴν ratiocinativam: judicioque τῆς διανοίας & ratiocinationis dijudicari. Hæc Procli quæstio est, hæc ad quæstionem Procli ê Platone & Aristotele responsio. Sed enim scholastica & quæstio & quęstionis explicatio, verbosa magis est & arguta in mathematicis, quàm cõstans & logica. Etenim Procle doctissime, mitte splendida ista nomina Platonis & Aristotelis, mathematicê mecum agito, rem per se considerato. Plato & Aristoteles magni quidẽ illi philosophi sunt, sed tamen non semper magni: neq; Plato, ut dixi, semper Plato: nec Aristoteles semper Aristoteles. Primum quid hic mathematicę proprium doces? quid nõ cõmune omnium artium? Certé nihil. Idem enim de grammatica, de medicina quæri potest: Tũ verò quod ais mathematicam esse διανοητικὴν, non autem νοητικὴν, nõ δοξαστικὴν, vehementer erras. Singularũ enim artium institutio potest illã triplicẽ vel quadruplicẽ judicii dissimilitudinẽ capere. Nã cùm principia per se clarama nifestaq; considerantur & judicantur, νόησις est, cũ ex his alia demõstrata & cõclusa judicãtur, διάνοια, cùm in exẽplis usus ipse nõ perinde certus est, δόξα uel εἰκασία: & sic Aristoteles ipse licet alibi aliter, attamẽ in posterioribus analyticis, unde tã multis in unũ commentariũ trãslatis, magnificus videri vis, νόησιν, διάνοιαν, δόξαν usurpat. Et quidem singulorum elemẽtorũ, si per se manifesta sunt, judiciũ νόησις est & enuntiationis solum: item singulorum exemplorum, si protinus manifesta sunt, judicium δόξα, vel enuntiationis tantùm. In cæteris elementis dubiis διάνοια & syllogismus est. Quin etiam in conclusionibus demonstrationum judicium est συλλογιστικὸν & διανοητικὸν. Itaque Proclus ab Aristotele refellitur, á veritate ipsa clara & manifesta refellitur: imo verò Proclus à seipso refellitur: sic enim

postea

postea mathematicas demonstrationes, triplices facit, τὰς μὲν νοερωτέρας, τὰς δὲ διεξοδικωτέρας, τὰς δὲ τῇ δόξῃ ἐφαπτομένας; alias intelligentiæ pleniores, alias ratiocinationi conjunctiores, alias viciniores opinioni: ne alio nobis argumento Proclus refellēdus sit quàm Procli ipsius authoritate & testimonio. Quare ista quæstio, ut superiori proxima, sophisticam speciem & inanem habet, dupliciterque è mathematicis artibus explodendam, non solùm quia sit artium omniū communis, neque ideo καθ' ὅλου πρῶτον legem teneat, sed multo maximè quia fallax & captiosa, primæque legi κατὰ παντὸς præcipuè repugnet: verùm Procli reliqua persequere. Euclides ab eo nunc geometra, nunc στοιχειώτης, tanquam diceres elementator, appellatur, per excellentiam videlicet, ut poëtæ nomine Homerum, sic geometræ appellatione Euclidem intelligamus: Appelletur sanè ut poëta princeps poëtarum, sic geometra princeps geometrarum, laudo: sed quisnam hic sit, requiro. Quid tum deinde? elementum, ait Proclus lib. 2. cap. 7. tribus modis dicitur. Primo ut literæ in grammatica dicuntur elementa, unde syllaba, dictio, oratio componitur: sic geometriæ principia dicuntur elementa, unde cætera deducuntur: Secundo elementum dicitur, unde aliud confirmatur, sic antecedentes propositiones sunt elementa consequentium. At, inquam, ista significatio secunda comprehendit etiā primam. Tertio elementum dicitur, in quod cùm sit magis simplex, compositum resolvitur, quomodo Euclidis elementa facta sunt. At verè tertius hic modus cum primo convenit, nec potest elementis Euclidis convenire, quia sic sola principia dicerentur elementa, non autem propositiones. At totum opus elementorum nomine inscribitur, non principia solum, nec Euclides, opinor, στοιχειώτης appellari velit à solis principiis: fallitur itaque Proclus in nominis & tituli ratione, sicuti falsus & deceptus est in mathematum origine & genere. στοιχεῖα igitur, id est elemēta, à Platone primùm, ut dictum est, deinceps à cæteris nominata sunt præcepta de numeris & figuris, quia è Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententia plurimarum postea disciplinarum principia essent, ut astrologiæ, opticæ, musicæ, physicæ, universæ denique politicæ. Et sic maximus in προθεωρίᾳ, τὰ στοιχεῖα vocat εἰσαγώγας introductiones. Atque hic Euclidem non attingo: de Proclo Euclidis patrono tantùm loquor. Hæc igitur de titulo & inscriptione operis. Caussa obscuritatis deinceps è materia & forma στοιχειώσεως universæ disceptetur, è materia primo singulorum elementorum, singularum demonstrationum. Enimverò, ait Proclus lib. 2. cap. 4. 5. 7. Euclidis judicium totis elementis admirabile fuit: Modi elementorum instituendorum permulti, & valde differentes diversis authoribus placuêre. Euclides optimum selegit. Audio, inquam, sed duo contraria vitia ἔλλειψιν defectum primò, deinde ὑπερoχὴν excessum & redundantiam, nostris illis catholicis bene docendi legibus contrariam in στοιχειώσει Euclidis video. De ellipsi primum agatur, quam Proclus etiam videtur in laudibus Euclidis numerare. Non omnia, ait, sibi sumenda existimavit, quæcunq; dicere poterat, sed ea tantùm delegit, quæ poterat in elementa concludere, quam opinionem video recentioribus geometris ad Euclidem saltem excusandum vulgo placuisse. Sic enim Campanus ad 6

p 12 ait Euclidem solis elementis contentum multa prætermisisse, quæ quamvis essent ex elementis consequentia, tamen á studiosis sine difficultate non perciperentur. Itaque censet Proclus non modó ab omni reprehensione vacuum & liberum Euclidem fore, quod multa prætermiserit, sed laudem habiturum. Atque hæc Ptolemæo adversus Euclidem jam caussa est, nõ adversus Proclum. Quare quisquis hæc legis, animum erige, omnemque mentis intelligentiam exuscita, ut de tanta re graviter severé constanterque judices: ἐκλογὴ, ut loquitur Proclus, delectus Euclidis animadvertatur. Ponatur ante oculos communis lex illa syllogismi futuri propositio. Logicus in scientiis delectus definitus est á Proclo, & quomodo sunt constituenda elementa ex lege pactus est, nobiscum, nempe ut κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον sit unumquodque documentum, taliumque unumquodque & solum deligatur, contrarium omittatur. Excusatio contra vel exceptio cujuscunque vel consilii, vel voluntatis, vel authoritatis, vel argumenti cujusvis nulla audiatur. Analogia hic perpetua est ut dixi, nulla est anomalia: hanc igitur materiam στοιχειώσεως urgeamus, subducatur ad istas logicæ leges Euclidis delectus, ellipsisque & prætermissio consideretur, & quænam sint ista, quæ Euclides sciens prudensque velut ab elementis aliena prætermiserit. Sed singula genera ex arithmeticæ geometriæque partibus subducantur, quæ in elementis esse debuerant, quæque essent necessaria, cognata, propria, intelligentur quæ desint: Mathematicæ definitiones in elementis multæ sunt, nonnullæ etiam sunt prætermissæ: Partitio autẽ in totis elementis, quod equidem vehementer admiratus sum, legitima partitionis specie prorsus nulla. Numeratio communis de additione, subductione, multiplicatione, divisione nulla est simplicium numerorum integrorum, fractorum, item comparatorum. Comparationum in rationibus genera & species tribus tantúm definitionibus multiplicis partis, partium comprehenduntur, aut ne comprehenduntur quidem. Proportio arithmetica nulla est: quæ tamen omnia sunt necessaria, cognata, propria. In ellipsi autem arithmetica numerat Proclus Apollonii perturbatas rationes, quas perinde tueri vix ausim. Ergo ista est ellipsis arithmetica. Quid é geometriæ partibus, quid Euclides in istum delectum nõ adhibuit? Nihil adhibuit, ait Proclus, de variis generibus linearum & angulorum, & certé nihil adhibuit de lineis curvis, qualia & Archimedes περὶ ἑλίκων: qualia & Nichomedes περὶ κογκοειδῶν: qualia Geminus περὶ κιττοειδῶν. Non adhibuit fabricam trianguli æquicruri & varii, ait Proclus: Verúm & alia multa á posteris de triangulis animadversa non adhibuit, quæ sunt in quinque libris á Regiomontano ex variis authoribus recollecta. De superficiebus planis tantúm præcepit: de rotundis & mistis, deque earum lineis & affectionibus tacuit. Stereometriam in solidis corporibus perexiguam proposuit. Hypsicles duos Euclidi ex Apollonio libros adjecit: Archimedis libri duo sunt, de sphæra & cylindro, de sphæroidibus & conoidibus, de quadratura parabolæ: Theodosii tres de sphæra: Apollonii quatuor de conicis: Sereni duo de sectione cylindri, quot & quantas res hic addiderunt? Quare tot ac tanti authores Euclidis studium non æquarunt

tunt modó, sed multis modis superarunt. Nullum enim Euclidis inventum ne á Proclo quidem ipso cõmemoratur. Solæ demonstrationes Euclidi attribuuntur. Nihil verò est ê tam multis ab Euclide prætermissis, si non partibus omnibus, saltem genere ipso non κατὰ παντὸς, καθ' αὐτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον. Deinde elementa dicis matheseos tanquam rudimenta, quæ vulgó grammaticis appellantur. Quid igitur in Euclidis elementis faciet puer rudis & ignarus additionis, subductionis, multiplicationis, divisionis, quid, inquam, rudimentis illis atque elementis ignoratis faciet? Quare qui laudat Euclidem quod hæc omnia contempserit, quomodo defendet eos qui addiderunt? Facessat igitur ista laus, & confiteamur in hac ellipsi magnam prorsus esse obscuritatis caussam. Neque verô exceptionem Ptolemæus audiet, quod noluerit hæc Euclides, quod illa sola voluerit Euclides: Voluntas enim Euclidis ad bene docendum pluris logico nunquam fuerit quàm catholicæ bene docendi leges: Neque Euclidis nomen pro demonstrationis argumento in elemẽtis ipsis adhuc á Theone appellatum est: neque inter illas pactas & constitutas leges, in quas conventum, in quas juratum est, voluntas aut consilium aut authoritas Euclidis recepta est. Ego verò viam istam inficiabor esse regiam, nec inficiationem nostram Ptolemæus improbabit. Euclides igitur potius á nobis laudetur, ut Thales á Pythagora, Pythagoras ab Hippocrate, cæteríque illi doctores á sectatoribus & æmulis suis laudati sunt. Quod igitur Euclides potuit, laudo: quod non potuit, quod ignoravit, rejectum ab eo despectumque equidem non arbitror. Reddantur igitur elementis tam multa aut saltem ex his necessaria, cognata, propria, erit via ad mathematicam plana, simplex, directa, ideoque magis compendiaria, quàm Euclidis στοιχείωσις tot interjectis præcipitiis interrupta. Quid multa? Via hæc regia erit, illa non erit: Aristippos, Epicuros nihil metuo: nihil enim de totis rebus istis omissis intelligunt: mathematicos potius rebus ipsis instructos, logica destitutos vereamur. Sed matheſis est ἀπαθὴς, veri tantùm est amans & studiosa, á receptis legibus oculos non deflectit, eoque duntaxat intentas omnium mathematicorum mentes esse confido. Quare prætermissa illa obscuritatis minimé prætermissæ argumenta prætereamus, redundantium, quæ multó plura sunt, obscuritatem multó majorem attendamus: de redundantia in elementis primum dicamus: ea duplex est, altera logica, altera mathematica. Logicã dico quæ temeré ex logicis in mathematicam accersita est, qualis redundãtia est partim é Proclo, partim ex Euclide. Ergo Procli τῶν ἐπλογῶν antè examinemus. Multa enim Proclus in cõmentariis cõmentus est ex sese, vel ab aliis elementorũ interpretibus cõmenta sibi vendicavit, quæ non solùm in mathematicis elementis, sed in logicis ipsis, unde traducta sunt, plané sophistica sunt & nugatoria, ut scholæ de talibus nugis logicæ plenius exposuerũt. Quare in singulis breviter & succinctè artificiũ Procli perstringatur. In enuntiatis verò Euclidis explicãdis subtilis prorsus artifex est, dum quęstionũ, principiorũ, propositionum, cõversionum differẽtias persequitur. Proclus igitur ad primã Euclidis propositionẽ: Omnia quæstionum genera adhibet Euclides, ait. Quærit enim an est, quid est,

quale

quale quid est, propter quid est. At Procle diligentissime Euclides nusquam quærit an sit, aut quid sit linea, superficies & corpus, sed sine quæstione docet & definit: problemata quidem quæstiones quædam videntur esse, quomodo fabrica constituenda sit, sed vanitas ista mox apparebit: & tamen problemata ista affirmant non dubitant. Quamobrem, autem nullo in elementis loco quæritur. Commentum hoc ex Aristoteleæ demonstrationis commento Proclus huc attulit: non observavit ex elementis Euclidis, in quibus nusquam quæritur διότι, sed ὅτι tantum concluditur. Perge igitur, totum hoc negotium est alienum negotium verò obscuritatis plenum, mathematicæ artis inane. Age verò, quid sequitur? Proclus lib. 2. cap. 8. principiorum genera distinguit in hypotheses, postulata, axiomata: quomodo definitiones facit Proclus suppositiones, & tria principiorum genera in elementis ita distinguit. At ista divisio principiorum, licet nobis diutissimè nondum ejus fuco in mathematicis explorato placuerit, tandem tamen aliquādo valde displicuit. Definitiones enim, divisiones, & propositiones quævis aliæ per se manifestæ admittuntur in disciplinis, non postulati, vel axiomatis, sed ipso tantùm suæ claritatis & perspicuitatis nomine: Et si quam utilitatem ea partitio haberet, in omnibus artibus parem haberet. At in nullius artis constitutione discrimen illud adhibetur, & ab Euclide tantùm adhibetur primo libro, in cæteris postea libris contempta est ista principiorum differentia. Archimedes initio isorropicorum vocat αἰτήματα pro axiomatis, ut Geminus adnotavit: totamque hanc bellam principiorum differentiam pro nihilo habuit: Euclides ipse uno nomine in opticis & catoptricis hypotheses nominat quæcunque principia. Hæc secunda obscuritatis in Procli delectu redundantia est: Euclidi verò propositio proprie est enuntiatio dubia & demonstrabilis. Propositio, inquit Proclus, habet duas partes, datum & quæsitum: ut, Super data recta, triangulum constituere: hic datur recta, quæritur constitutio trianguli. At propositio, inquam, sæpe nullum datum habet, ut 10 p 4, ut ait Proclus idem & datorum apud Euclidem ipsum geometria quod aliquid detur ratione, situ, magnitudine, specie, alio tempore cujusmodi sit considerabitur: quare partitio nugatoria est. Perge, propositio, ait lib. 2. cap. 8. est Euclidi problema vel theorema. Problema, est propositio quæ proponit aliquid invenire & machinari, ut invenire maximam mensuram, secare lineam, constituere triangulum, describere quadratum, & similia in magnitudinum additione, subductione, contractu, sectione, positione, applicatione: & quidem proponit enuntiatione tantum imperfecta. Proponit enim possibile esse invenire, secare, constituere, describere, verbumque δυνατὸν, id est possibile interdum adhibet, ut 18 & 19 p 9. Itaque talis propositionis explicatio demonstratione continetur. Theorema verò cognoscere demonstrareque statuit inventæ & constitutæ rei qualitatem. Itaq; Euclides istam differentiam singulariter videtur observare, & in conclusionibus problematum dicere, quod fecisse oportuit: quia in problemate fiat, in theoremate demonstretur aliquid. Hæc à Proclo differentia mathematicis adhuc valde placuit. Sic initio tertii libri proponitur à Pappo, sic uulgo à mathe-

mathematicis problemata, sic theoremata nominantur: At inanis est planeq; sophistica, nec ab Euclide ipso observata, qui sæpe in eodem theoremate, ut secundo & sexto libro, & deinceps aliis libris & fabricam & fabricæ proprietatem proponit: imo definitione nonnunquam istam fabricam tanquam per se manifestam comprehẽdit, ut in circulo, sphæra, cono, cylindro. Neq; fere ulla in totis elementis Euclidis fabrica est, quæ disertis verbis expressa, postulanda non fuerit. Quapropter Euclides in illis definitionibus, materiam fabricandi & machinandi satis ostendit non esse problematis propriam: imó verò aliquando problematis materiam specie theorematis, Euclides ipse proponit, ut 1 p 7. ut 8, 9, 10 p 8, ut 11, 12, 13, 18, 19 p 9: ubi proponit inventionem mediorum possibilem, quod problematicum est: Inventionem autem ipsam non proponit. Ita de problemate fecit imperfectum theorema: contrà in 1 p 7. é problemate fecit theorema integrum. Quin differentiam illam clausularũ, quod fecisse, quod demonstrasse oportuit, Euclides ipse valde ridiculam ostendit, cum in illo 1 p 7. problemate theorematicé proposito dicat, quod demonstrasse. At in 2 p 7. ubi problema item problematicè propositum est, dicit etiam, quod demonstrasse: in 3 p 7. ubi problema item problematicé propositum est, dicit, quod fecisse. Denique in hac differentia nihil aliud possis animadvertere, quam Euclidis á vero & logico doctore differentiam. Quin Euclides ipse in Opticis 18, 19, 20, 21. problemata quæ dicuntur in elementis, Theorematum nomine appellat. Enimverò post Euclidem, Archimedes bellam istam problematis & theorematis differentiam, non re sed verbis tantùm constare docuit secundo de sphæra, ubi ait se é problematis theoremata fecisse, tanquã materies una esset, sed orationis forma discreparent, cũ problema breviter & imperfectè proponatur, theorema plena enuntiatione comprehendatur. Quin Archimedes in quadratura parabolæ, theorema nudis exemplis tantùm proposuit, nulla omnino propositione expressa. Quænam igitur occasio talis confingendæ differentiæ fuit? Sanè difficultas orationis, in cujus studio minus essent exercitati, videtur mathematicos rerũ ipsarum cogitatione vehementer occupatos ad istam problematis & theorematis differentiam adduxisse. Sic Archestratus ait apud Athenæum pythagoreos tacuisse inopia verborum: & quidem verborum & orationis difficultas in Euclide, Archimede, Apollonio, Theodosio, cæterisque tanta plerumq; est, ut é rebus divinanda sit orationis intelligentia. Quin etiam plerumque videas in problematis tantam esse, non geometricam lineamẽtorum, sed grammaticam verborum difficultatẽ, ut de summis difficultatibus pertinacia nostra devoratis, hæc una imprimis facile mihi videatur. Tam sæpe Euclidi & Theoni Aristarchi grãmaticam optavi: tam sæpe geometras Cratylo cõparavi: ut enim philosophus ille digitis, sic geometræ radiis potius & literis quàm verbis locuti sunt. Ita mathematicis grammatica inventa est, quæ non aures auditu & sonis, sed oculos visu & pigmentis institueret. Verumtamen plerisque locis etiam problematis caussam deprehendi: Studium demonstrandi, ut postea plenius exponam, insanum quoddam in mathematicis fuit scholis: Neq; tamẽ si disertis verbis pro-

blema esset expressum, quicquã demonstrandũ supererat. Itaq; problematis epi gramma demonstrationum caussa factum est: quæ caussa est etiam absurdior superiore. Illic inopia tantùm orationis, hîc vanitatis copia arguitur. Quare cùm differentia problematis & theorematis rebus subjectis nulla sit, sermonis difficultate sublata, si quis oratione plena propositiones omnes in elemẽtis proposuerit, sustulerit magnum artis impedimentũ. Quod Archimedes in paucis fieri posse docuit, & nos ejus exẽplo in omnibus idem tentavimus. Itaq; appellato omnes propositiones theoremata, ut Speusippus, Amphinomus, Archimedes, Theodosius, é recẽtibus itẽ Vitellio fecêre, vel problemata, ut Menechmus dicit appellasse. Sic enim veterũ alii, ut Pappus tertii libri initio docuit, nominarunt omnẽ propositionẽ, pblema, alii theorema, nihil in sciẽtia intererit. Si nõ partẽ propositionis, sed totũ una oratione proposueris, magnũ mathematicis emolumentũ, & ad intelligẽtiã & ad memoriã attuleris. Quare tota ista problematis & theorematis differẽtia, scholastica & cõmentitia est, mathematica nõ est, neq; tamẽ istã in delectu tertiã redũdantiã Proclóne an Euclidí potius attribuam, satis intelligo, cùm in totis elementorũ libris græcé æditis ea differẽtia nusquã sit, alterutrius tamen esse necesse est, utrilibet igitur assigniato. Postrema apud Proclũ de enuntiatis laudis euclideæ cõmendatio est conversarum propositionũ. Varias, ait Proclus, conversionum species Euclides habet modó simplices, modó cõpositas, modó tota totis cõvertentes, modó tota partibus, modó cõtra quasdam partes quibusdam partibus. Antea Proclus laudavit in Euclide varias differentias propositionũ: nunc conversionũ genera simili commendatione prosequitur. Hæc una laus fortasse superiora illa tam multa redundãtiæ sophismata diluet. Audiamus igitur. Negatio generalis generaliter convertitur, affirmatio utraque specialiter tantum, negatio specialis non convertitur, ait in analyticis Aristoteles. Verùm, deus bone, propositionum conversio in totis elemẽtis nulla prorsus est: est tamẽ conversio rerum seu terminorũ, ut scholæ vulgó loquuntur, frequentissima præsertim subjecti & proprii adjuncti: ut, Si quatuor numeri sunt, proportionalis factus à mediis æquatur facto ab extremis, & si hoc, illud: Nulla autem est propositionis talis cõversio, neq; hujus cõmentitiæ conversionis usus ullus est ad ullam quæstionẽ probandam, nec homines unquã humanitatis tam expertes erunt, ut ullus esse possit, sicut septimo scholarũ logicarum libro copiosé docuimus: nec in totis Euclidis elementis ulla demonstratio hinc sumpta reperietur, ut antecedens per cõversam, vel conversa per antecedentem demonstretur, sed conversæ plerumq; probantur per impossibile oppositũ antecedentis. Commẽti hujus occasionem Proclus arripuit é vitiosis quibusdam Euclidis propositionibus, qualis est sexta primi libri, ubi & præclaré artes conversionum istarum repetuntur, qualis item 8, & 19 p 8. & locis quibusdam aliis. Quare mirabile Procli videatur ingenium in hoc primo logici judicii delectu Euclidem sic efferentis, ubi bene attentis judicibus turpiter prævaricando vituperare potius videatur. Atq; hic postremus tam nugatoriæ laudis elenchus pars aliqua Euclidis esse videatur, qui tam importunis nugis argumentum æmulis &

lis & sectatoribus, ut nunc Proclo, præbuerit. Quamobrē ê logica in elemētis â Proclo redundantia, quantā & quantæ obscuritatis caliginē intuemur? Sed obscuritas ista Proclo, sed obscuritatis hujus culpa Proclo potius quám Euclidi tribuatur, & redundantia rerū quidē prorsus inutiliū & elementis extrinsecus additarū. Verum â sophismatis istis digrediamur. Ingrediamur igitur in ipsa Euclidis elemēta, inque viscera ipsa penitus subeamus: sanguinē, spiritum, carnē, ossa retexamus: intimas propositi ad curandū morbi caussas perscrutemur. E logicis sophismatis temere in mathematicas â Proclo accersitis redundātia illa tota est. Quænā deinceps logica vel mathematica ab Euclide ipso in elemētis redundantia erit? Quinquaginta elementorū logicorū arithmeticorū redundantia illa est: E logica rationū & proportionū, primo sunt novem definitiones quinti, ut 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13. Sunt itē propositiones novē ê materia logica 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16. Deinde propositiones quatuor libri septimi de alternatiōe repetitæ ê lib. 5, 9, 10, 13, 15: illic enim fuerāt magnitudinis nomine: hęc prima redundantia est duarū & viginti elementorū ê logica materia in mathematicas artes traducta. Secūda redundantia est arithmetica repetitarū ê quinto libro in septimum trium definitionū, partis, multiplicis, proportionis: item octo propositionum, quæ nomine magnitudinis fuerant item quinto in libro, & tandē nomine numeri repetūtur septimo: nēpe 5, 6, 12, de cōpositione: 7, 8, 11, de divisione: 14 de æquatione ordinata: 22 de perturbata. Atq; hæc redundantia magna quidē est, sed redundantia etiam absurdior est octodecim specialiū propositionū nullum habentiū usum, quem generales non habeant uberiorem & promptiorem, imó quæ speciem doctrinæ nullam novam habent: sed speciem tantūm exempli subjecti, ut quod generaliter de omnibus proportionalibus præcipi potest, præcipitur de multiplicibus, de partibus quotis & quantis, qua inani redundantia licebat per omnia genera inæqualitatis excurrere, & similiter præcipere de superparticularibus, & subsuperparticularibus, de superpartientibus & subsuperpartientibus: & cæteris generibus. Tales propositiones sunt undecim quinti libri ut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 14, 20, 21, 24, 25. item sex propositiones septimi, ut 5, 7, 8, 9, 10 p 7. itē 20 p 9. Talis igitur Euclidis redundantia in elemētis quinquaginta in mathematica secundū receptas leges instituta redundantibus. Atque hæc logica & arithmetica redundantia est. Perge verō, quæ reliqua est Euclidis in elemētis geometricis redundātia? Sane primis in libris rarior est â nobis animadversa: est tamē ea quædā ut 7 p 1. ut (ne singulas referā) exceptis symmetrorum & rationaliū definitionibus totus decimus liber. E quinq; postremis libris, qui stereometriæ attribuūtur: si 24. propositiōes subduxeris ex 85, reliquæ 61. speciales ê generalib. deductæ aut prorsus inanes & otiosæ reperientur. Atq; ita geometrica & stereometrica redundātia erit 171. propositionū: quæ si prioribus aggregētur, redundātia erit 222. elementorū, ut ea etiam prætereā, de quib. dubitatio aliqua possit esse: de quib. omnibus suis locis accuratius agetur. Hæc igitur est ê redundantib. elemētis obscuritas tāta: obscuritas tamē nō potius Euclidis, quā Hippocrat. Leontis, Theudii, Hermotimi, veterumq; mathematicorū

omnium, ſed obſcuritas tamen doctrinæ perſpicuitati contraria, ideoque tollenda. Quare Ptolemæus obtinebit hac tam multorum elementorum redundantia ſublata viam magis cõpendiariam ad mathematicas artes, magiſq; regiam fore. Sané in demonſtrationibus redundantia vix eſt credibilis: & Theonis culpa hæc videri propria poſsit, qui demõſtrationes aſſumpſit ſibi. Enimverò quæſtio hæc præcipué conſideranda, præcipué animadvertẽda eſt. Obſcuritas enim mathematicarum artium incredibilis hinc eſt orta. Incredibile enim dictu eſt, quanta ambitio mathematicum ferè præſtãtiſsimum quemq;, inſano quodam demonſtrandi ſtudio ita tranſverſum egerit, ut nihil ſit in totis mathematicis magis deplorandum. Matheſis ſimplicior fuit in Thalete, Pythagora & reliquis, uſq; ad Hippocratem: deinceps cum fœcundis frugibus inutiles herbas neſcio quomodo collegit. Itaq; ut quiſq; ſibi paulò ingenioſior atq; acutior viſus eſt, ita non uſu & exemplis inſignibus, ſed ſyllogiſmis undecunq; expletis, quamcunq; rem oblatam demonſtrandam ſibi judicavit. Sed tamen artificiũ demonſtrandi Euclideum videamus. legem demonſtrabilis enuntiati, legem etiam demonſtrationis exquiramus. Ea verò utraque jam ante cõprehenſa eſt: Materies artium non eſt uniuſmodi, elementa alia per ſe clara & manifeſta ſunt, ideoque definitionibus, partitionibus declarãda, poſtulãda, omninoq; in principiis numeranda: judicio denique νοητικῷ contenta: alia ſunt elementa per ſe obſcura & ignota, ideoq; ſyllogiſmo demõſtrabilia, & διανοητικῷ judicio ſtatuenda. De prima parte primo loco agatur, de ſecunda ſecundo. Principia non ſunt demonſtrabilia ſyllogiſmo, ſed exemplis duntaxat inducenda: ſenſu denicq; & digito, ut Ariſtoteles loquitur, 7. cap. 2. poſteriorum demonſtranda. Lex igitur illa Ptolemæo & Euclidi, vel Theoni potius, communis eſto. Principia ne demonſtrato. Hic mathematicos attentos & conſideratos exopto. Rem enim non ſolùm novam prorſus & inauditam antea, ſed incredibilem dicere exiſtimabor: at cauſſam ſuſcepi regiam & publicam. Itaque dicendum, agendum, aſſerẽdum quidquid ad eam pertinebit. Dico igitur magnam partem indemonſtrabilium elementorum ab Euclide in demõſtrationum quæſtiones adduci: Dico materiam principiorum, definitionum, partitionum, poſtulatorũ, dico quod præcipué incredibile ſit, niſi penè oculis cernenti & intuenti ſyllogiſmorum complexiones demonſtrationibus ab Euclide ſubjici: ideoq; infinitam quandã demonſtrationum multitudinẽ redundare: indeq; infinitę obſcuritatis cauſſam exiſtere, ut ex elementis mathematicis, velut ænigmata non pueris, qui olim pomis & cruſtis ad has artes invitabantur, ſed viris ætate confectis ænigmata, inquam, facta eſſe videãtur. Exempla rerum quædam hic indicabo, res ipſas diſceptabo ſuis locis amplius. Definitiones alternationis, compoſitionis, diviſionis, æquationis ab Euclide ſunt in dubias propoſitiones converſæ in quinto & ſeptimo libris. In geometricis id eſt rarius, aliquando tamen: ſic é definitione æqualium angulorum facta eſt 23 p 1. ſic ê definitione parallelogrammi factæ ſunt 33, & 34 p 1. E' partitionibus ſunt etiam factæ propoſitiones, licet non multæ: attamen quædam, ut in arithmeticis 4, & 34 p 6: é definitione bimediæ & partitione

tione simul 25 p 10: Postulatorum verò materies in propositiones demonstrabiles conversorum infinitior est. In arithmeticis postulanda prorsus sunt omnia, quæ quidem utilitatem insignem & artis nomine dignam habeant, aut protinus é propinquo elemento deducenda, ut demonstrationibus Euclidis in arithmetica nihil opus sit. Tales sunt propositiones quatuor librorum Arithmeticorum, ne singulas recenseam, quinti, septimi, octavi, noni. In geometricis turba minor est, sunt tamen propositiones quædam, ut primi libri 2.3.31. 46. ut secundi decem primæ, quæ numeris etiam possunt explicari, ut tertii præsertim 5.6.10.11: quarti & sexti non tam multæ sunt, sunt tamen nonnullæ, ut quarti problemata diserté expressa, 1,6,7,8,9,12,13,14: sexti autem propositiones 16, 17, 21. Decimi libri præcipua ἀλογία ista fuit. Materies enim illic fuit definitionum tantùm & partitionum: In undecimi libri propositionibus quadraginta, nulla propositio fuit, quæ si generales antecederent, syllogismum requireret, in reliquis libris apodictica Euclidis vel Theonis non multo accuratior fuit Quæ elementa tam multa cur nequaquam isto modo demonstranda sint, suo tempore & loco diligenter & accuratè disseretur: exempla tantùm hic indico. Quamobrem quantam demonstrationum redundantiam, quantam matheseos obscuritatem, quàm discentibus difficilem, quàm odiosam, quàm publicis studiis pernicioſam hîc esse arbitramur? Ego verò ista consideranti non dubito furoris similem ambitionem in tam multorum principiorum demonstrationibus visum iri: Attamen furor iste animi eò pervasit, ut sol ille in mathematicis elementis clarissimus, Quæ eidem æqualia, etiam demonstrabilis visus sit. Apollonius enim alioquí præstantissimus author, demonstrare tentavit, quem videlicet æmulatus esse dicitur Regiomontanus, ingenio fortasse nihil inferior. Prima siquidem arithmeticæ elementa de additione, subductione, multiplicatione, divisione, Euclidis theorematis demonstrare conatus est, indeque algorithmus ab eo creditur esse demonstratus: qui morbus ignavis & inertibus ingeniis accidere non potest, sed generosis tantùm mentibus, tãquam victa quavis oblata rerum difficultate, olympicũ aliquod præmium expetentibus. Morbus tamen est gravissimus, cujus contagione nobilissimas disciplinas ad interitum penè redactas animadvertimus: principia namque sumenda & postulanda, cætera autem ex iis demonstranda. Hæc partitio tenenda est, inductione, exemplis, sensu, digito illo Aristotelis hîc opus est, non syllogismo. Hoc igitur primũ in demonstrationibus sophisma est obscuritatis immensæ, quo principia demonstrantur, quo hypotheses, id est definitiones, partitiones, quo postulata demonstrantur, quantum erit & quantæ obscuritatis sophisma, quo syllogismi positis antecedentibus complexiones demõstrantur? Syllogismus enim est singularis & summa in judicio enuntiatorum dubiorum regula, potiusque omnes mathematicæ artes falsæ fuerint, quam syllogismi concessis propositione & assumptione, conclusio nõ vera sit: & mathematici quicunque unquam fuerunt, syllogismum concludendæ veritatis & judicandæ instrumentum esse crediderunt: secus quid erat opus syllogismo, nisi veri examinandi instrumento?

Attamen Theon hoc tanto, tamque divino judicii lumine tenebras demonstrationum suarum clariores esse putat. Ecquis igitur credet syllogismi complexionem, syllogismi judicium á Theone demonstrari? Nemo ita me deus amet, nisi qui rem ipsam oculis subjecerit, nisi qui manu tractaverit. Syllogismus aliquando plenus sæpius enthymemate solo comprehenditur. Syllogismus integer est, in 14. & 16 p 8. hoc modo. Si quadratus metiatur quadratum,& latus metietur latus. Et si latus metiatur latus,& quadratus metietur quadratũ.Si quadratus nõ metiatur quadratũ, neq; latus metietur latus.Et si latus nõ metiatur latus,neq; quadratus metietur quadratũ. Hic duo syllogismi sunt involuti,evolvantur hoc modo.Si quadratus quadratũ metiatur, latus metietur latus.Ergo si latus nõ metiatur latus,neq; quadratus metietur quadratum. Secundus est hoc modo.Si latus metiatur latus,& quadratus metietur quadratũ. Ergo si quadratus nõ metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Propositiones amborum syllogismorũ sunt in 14 p 8 Assumptiones & complexiones sunt in 16 p 8 ubi é complexione syllogismi,data nempe & concessa propositione & assumptione Theon facit propositionem demonstrabilem, non alio tamen, quod magis mirere, argumento, quam syllogismi ipsius.Tales syllogismi sunt in 30 p 1, in 4, 9, 21, 24, 30, 33, 34 p 3, in 11 p 5, in 15, 17, 18, 37, 41 p 7: in 1, 3, 7, 15, 17, 22, 23, 24, 25 p 8: in 3, 4, 5, 6 p 9: in 7, 8, 9, 10, 16, 18 p 10. de quibus suis locis subtilius & accuratius agetur. Quamobrem in ista syllogísticæ complexionis demonstratione, Euclidis vel Theonis logica, quid aliud indicare potest quâm Theonem, quamvis arithmeticum & geometram tantum,tamen in docendi & demonstrandi arte non satis attentum logicum fuisse? justissimamque adversus tales elenchos Ptolemæi querimoniam esse? Atque hæc de syllogismo perfecto. Quid enthymema, ubi saltem pars omissa manifesta sit,etiamne á Theone demõstratur? Equidem Euclidis diligentiam plerisque locis laudabilem hac in re animadverto: siquidem ubi animadverterit ipse é demonstrato aliquo aliquid concludi posse,fecit λῆμμα καὶ πόρισμα sumptum & corollarium. Lemma quod aliqua tantum declaratiõe indigeat.Talia sunt lemmata ad 22 p 6,& 28 p 10.Corollarium,quod protinus é facta demonstratione tanquam lucrum aliquod accipitur.Ejusmodi corollaria sunt ad 4 p 2 & 1 p 3,& 16 p 3,& locis præterea plurimis. Et de iis tres libros ab Euclide scriptos esse antea dictum est. Atque in his lemmatis & corollariis, enthymematum judicium Euclidis vel Theonis valde laudandum est: quippe qui viderit quid ex quo jam esset demonstratum,ne inutiliter nugando idem repeteretur.Veruntamen diligẽtia ista perpetua non fuit.Frequenter enim enthymematis propositio vel assumptio præterita erat manifesta.Atque ex ejus tacitæ intelligentia,syllogismi judicium facile potuit expleri.Attamẽ tanquã nusquam ea fuisset,ita propositiones demõstrabiles ex talis enthymematis cõplexione quadam factæ sunt,ut 4 p 1.ubi deest syllogismi propositio illa cõmentariis Procli declarata: imo ab Euclide ipso in 23 p 1 conversa ex axiomate æqualiũ angulorum.Anguli cruribus congrui sunt æquales. Itaque si æquicruri sunt æquales, æquantur basi.Hinc de æqualitate

qualitate reliquorum angulorū & basis assumitur 4 p 1, & cōcluditur sine alio ullo argumento. Ad æqualitatē autē triangulorū propositorū, quæ tertia pars est propositionis, ἐφαρμογὴ & cōvenientia sola ab Euclide adhibetur, nobis autē cōsectariū est ex æquealtis: Ex quo eadē æqualiū angulorū axiomate ingēs propositionū familia, primo libro demōstrat̄, ut suo loco patebit. Ergo Theonis sophisma inde est. Illic igit̄ propositio syllogismi deest, propositio tamē ex sese manifesta, quia axioma est æqualiū angulorū. Aliquādo contra assumptio deest enthymemati, cū propositio ejus antē expressa sit, ut in 19 p 7. Sic Euclides loquitur, Si quatuor numeri sint proportiōales, factus é primo & quarto est æqualis facto é secundo & tertio. Deinde sequitur in 20 p 8. Si tres numeri sint cōtinué proportionales, factus ab extremis est æqualis facto à medio. Euclides nō facit cōsectariū, sed propositionē demōstrabilē. Verūm assumptio tātūm deest ejusmodi. At tres cōtinui sunt quatuor ratione, & medius est pro secundo & tertio. talis est logica Theonis ad propositiōes secūdi libri, sæpeq; alias: Quid multa? admirabilis sanē é tali logica minime necessariarū demōstrationum turba nata est. Si quis enim subtiliter, ut græci permulti fecére, versus heroici modo quindecim elementorū libros metiatur, supra quadraginta millia versuū in demōstrationib. ejusmodi reperiet, tāta oneris importunissimi mole nobilissimas artes gravatas & oppressas animadvertimus. Aristoteles in veterū philosophorū decretis, multa peccata, ait esse διὰ ἀπαιδευσίαν τῶν ἀναλυτικῶν, cujusmodi exempla ista sunt insignia. Quamobrē Euclides vel Theon demōstrat cōplexiones syllogismi, demōstrat cōplexiōes enthymēmatis, omissa parte clara & manifesta. Ecquisnā mirari poterit, si Ptolemæus στοιχείωσιν magis cōpendiariā requirat? Si regiā in tali doctrina viā desideret? Si redūdātiā tā multarū demōstrationū in mathematicis, ut infinitæ obscuritatis caussā improbet? Euclides demōstrabat antea principia, ut definitiōes & partitiōes, itē postulata, id est clarissima enuntiatorū singulorum judicia: nunc denique syllogismū & plenum & enthymemati cum, quamvis omissā parte probatum, attamen probat & demonstrat. Quare redundantia ista tam multiplex, tam multis locis cumulata, longissimē superiorem redundantiam superat, tantoque justiorem caussam Ptolemæi superioremque efficit. Atque hæc de apodictica Euclidis Theonisque laude prima pars est, quod Euclides vel Theon demonstret indemonstrabilia. Secunda pars superest de modo & artificio demonstrationis. Legem igitur demonstrationis etiam hîc constituamus. Demonstrativa methodus, inquit Proclus, est transitus á principiis ad quæsita. Hîc Proclus demonstrationem facit quæstionis ex caussa conclusionem, quæ demonstratio sola legitima est solaque scientiam parit: quia ex caussis prioribus & notioribus sola progreditur. At si caussa sit ignota, quæstio occurret, utrum præstet inductioni & experientiæ rerum simpliciter credere, quam á posterioribus argumentis licet necessariis, ut adjuncto signo, ut oppositio impossibili, ut proportionali comparato rem antecedentem & natura priorem demonstrare: sophisma enim hîc est Aristoteli τὸ αἰτεῖσθαι τὸ ἐξ ἀρχῆς petere propositum, non demonstrare. Itaque

re. Itaque & mathematicorũ elementorum veteres illi authores, Thales, Pythagoras, Oenopides, Anaxagoras, Theodorus, per impossibile nihil demonstrarunt. Primus Hippocrates, ut antè Proclus ipse nos docuit, ἀπαγωγὴν in mathematicas artes induxit, & quidem hæc demonstratio docet tantùm per accidens, ait Proclus ad 1 p. 1, nec ideo scientiam ullam parit. Quæ caussa fuit ut στοιχειῶται sequuti quidam talem demonstrationem rejecerint, ait idem Proclus lib. 2. cap. 6. ubi etiam ait á nonnullis & comparationis argumentum repudiatum esse. Nec enim comparatio est apodicticum scientiæ argumentum. Quæstio, inquam, illa occurret, ubi caussa ignoratur, utrum inductioni exẽplorum & experientiæ sit acquiescendum potius quám á posterioribus & obscurioribus argumentis verum utcunque syllogismo convincendum. Atqui, inquam, ubi res aliqua dubia fuerit, ibi ferè Euclides, Hippocratis ἀπαγωγὴν, vel comparationem aliquam adhibet. Ex caussa autem demonstratio rarissima est. Hæc, inquam, quæstio occurret, cui responderi possit argumentum ex caussis & subjectis esse quidem natura prius: ex oppositis & comparatis, non esse posterius ut falso putatur, sed esse natura simul, ut in logica docuimus: & in totis syllogisticis demonstrationibus, quæri non διοτὶ (ut falso putavit Aristoteles) sed ὁτὶ, & utrum verum, quod quocunque argumento modo necessario & aperto cõclusum sit, satisfactum videatur: & tamen qualiacunque argumenta sint, si propositiones (é quibus demonstratur) sint generales & universales, caussæ erunt specialium: quod in logica ad caput de methodo differuimus. Sed tamen perge: videamus in rebus demonstrabilibus á Proclo demonstrationis artificium. Omnis, ait Proclus, problematis & theorematis partes sunt sex: propositio, expositio, determinatio, constructio, demonstratio, conclusio. Propositionis partes duæ, datum & quæsitum. Datum quadrupliciter fit, ratione, situ, magnitudine, specie, ut prædictum est. Expositio est dati, ideoque quatuor illis modis fit. Determinatio est quæsiti, constructio est adjectio deficientium dato ad quæsiti venationem. Demonstratio, collectio propositi ex concessis: conclusio reditus ad propositionem confirmando. Conclusio est duplex, alia prorsus respondens propositioni, alia rem generaliter propositam specialiter concludens, sed á particulari ad universale recurrens. Hoc proleum est mathematicæ demonstrationis artificium, quo, deum immortalem, quid ineptius excogitari possit! Primum propositio genus est problematis & theorematis, & hic tamen pars efficitur. Deinde Proclus ipse eodem loco bellam hanc partitionem sex partium refellit, tresque necessarias esse dicit, propositionem, demonstrationem, conclusionem. At, inquam, Procle ingeniosissime, conclusio ipsa pars est demonstrationis, & re ipsa debet esse eadem cum propositione demonstrabili, neque conclusio duplex est illa, sed exemplum quod subjicitur, est exemplum propositionis universalis. Quare sophismata hæc procul amandentur, & tamen sophismata non Euclidis sed Procli, & indigna sane quæ pluribus refellantur. Perge, Euclidei judicii laudes expone. Euclides, ait Proclus, omnes syllogismorum species habet á caussis, á signis. Equidem ne prolixius idem repetam,

petam, elementorum illorum omnium minimé demonſtrabilium demonſtrationes omnes vacare & redundare dico, totque cauſſas obſcuritatis adnumero. In reliquis autem, quæ neceſſariæ videntur, nulla omnino talis eſt, qualem duobus de demonſtratione libris Ariſtoteles comminiſcitur: ubi proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur: imó verò per naturam eſſe nulla poteſt: proprietas enim illa ineſt per ſe, ut ex Ariſtotele ipſo in analyticis demonſtravimus, & admirabile tanti philoſophi commentum, vel potius horribile monſtrum eſt, artem profiteri, cujus exemplum nullum profeſſor ipſe unquam viderit: imó per naturam artis ac ſcientiæ, rerumque arte & ſcientia comprehenſarum comminiſci non poſsit. Apodictica verò Ariſtotelis, analytica illa ê mathematicorum ἀποδείξεα ſatis conſtat in logicas artes derivata eſſe, ſed derivatione valde tortuoſa: Satis enim ſuperque é mathematicis ipſis conſtat apodictica eadem ad ſyllogiſticæ concluſionis regulam ſine exemplo ab Ariſtotele derivata eſſe: neque in totis mathematis ullam eſſe demonſtrationem, ubi ſyllogiſmo proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur. Eheu miſeris mortalibus! Ecquis impoſtura tam incredibili tot ſecula, tot hominum græcorum latinorumque millibus impoſitum eſſe crediderit? At impoſitum eſt, nec impoſturæ tamen Ariſtippi ignari atque inertes patroni deſunt, qui publicorũ ſtudiorum miſeria paſcantur. Verùm, perge. Demonſtratio proprietatis de ſubjecto per cauſſam propriam nulla ſyllogiſtica ſit in demõſtrabilibus elementis. Quænam igitur erit? præcipua demonſtratio eſt, ubi ex cauſsis non propriis, ſed generalibus ſpeciales propoſitiones explicantur: quam equidem ſuſcipio libenter & retinendam cenſeo: Hæc πρῶτα μέτρα hic ſunt, quæ Philoponus (ut Ariſtoteleæ demonſtrationis fabulam tueretur) δεύτερα facit. Turba verò illa multo eſt maxima, ut dixi, per impoſsibile, perque ſimile, unde tamen non univerſa propoſitio, ſed ſingulare aliquod exemplum in eo comprehenſum concluditur, diciturque idem futurum de cæteris. Utrum verò dicetur fictum é literis exemplum pro generali propoſito eſſe? Dicatur ſanè, neque enim id urgeo, & jam dixi oppoſita & comparata non eſſe poſteriora natura, ſed ſimul: Et ſi Philoponus ex ipſa elemẽtorum geometria quam ex Ariſtotelis perſona hãc quæſtionem cõſiderare maluiſſet, δεύτερα μέτρα geometricæ demõſtrationis hic collocaſſet, eaque πρῶτα feciſſet. Sed tamen quæ totis elementis per ſimile, perq; impoſsibile ſit iſta demõſtratio, ſi quis logico & cõſtanti judicio reputet quibuſdam locis non ſophiſmata argumẽtorũ, ſed prodigia quædam mentiũ reputabit. Laus doctrinæ eſt in ſuccincta & brevi perſpicuitate: Atqui hiſce noſtris demonſtratoribus demonſtratio præſtantiſsima viſa eſt, quæ prolixiſsima eſſet & quamplurimas antegreſſas propoſitiones complexa: ut 35 p 11. ſex & quadraginta ſyllogiſmos habet, cui par eſt 11 p 13. in quibuſdam ſyllogiſmorũ medius fidius oceanus eſt, ut in ultima noni: actum demonſtratio demonſtratori ſuo viſa eſt pulcherrima & excellentiſsima, cum eſſet prolixiſsima & obſcuriſsima. Atque proportionum & ſimilitudinum tam multiplices tamque varii nexus ferendi ſint, præ quibuſdam propoſitionibus ad impoſsibile. Etenim,

Barbara pyramidum ſileat miracula nemphis:
Aſſiduus jactet nec Babylona labor.

Miracula illa corporum & manus opere factorum, nihil præ noſtrarum demonſtrationum miraculis fuerint: labyrinthos, Aegyptus, Creta, Samos, Italia meandris inextricabilibus admirabiles imperitis habuerunt: Demonſtrationes autẽ 2,5,10,11,12,18 p 12. per impoſsibilia majoris & minoris, quibus ambagibus involutæ & implicatæ ſunt? An nõ livianus ille neſcio quis præceptor, qui diſcipulos obſcurare quæ dicerent, jubebat, σιώπησον illud ſuum mathematicis dictaſſe ac promulgaſſe videatur? Res modõ tantùm propono, ſuis locis ſingula ſubtilius explicabo: atq; abunde, ut bona ſpes eſt, ſatisfaciam. Unum certẽ demonſtrationis genus eſt in elementis rariſsimum, ſed animadverſum á nobis ſecundo libro, ubi demonſtratur aliud quàm propoſitũ fuerat: æqualitas planorum illic proponitur, figura autem & fabrica demonſtratur, quod non tantùm logicam, ſed memoriam demonſtrationis mirabiliter arguit. Demonſtratio igitur ejuſmodi ad redundantiã ſine dubio pertinebit, & inter obſcuritatis cauſſas erit Quamobrem ut ſyllogiſticæ redũdantiæ ſumma concludatur, omnium ex elementorum materia obſcuritatum, obſcuritas demonſtrationum præcipua & maxima eſt, cùm elementa minimé demõſtrabilia, ut definitiones, partitiones, poſtulata, ſyllogiſticæ cõplexiones demõſtrãtur: Secunda eſt cùm dubiæ propoſitiones per ſimile vel per impoſsibile tam odioſis ambagibus demõſtrantur. Quare ſi principia in principiis habeãtur, ſi demonſtrabilia ex cauſſis generalibus demõſtrentur, aut ſaltem ex oppoſitis vel comparatis manifeſtis ſuccincte addiscãtur, lux magna mathematis afferatur, omninoque ſi quis ea quæ deſunt, expleverit, & quæ redundant, amputaverit, mathematica στοιχειώσεως laude Hippocratẽ, Leontẽ, Theudiũ, Hermotimũ, Euclidem, Theonem ſuperaverit: Id enim certamẽ, eamq; palmã στοιχειῶται omnes illi ſibi propoſuerũt. Veruenimverò duo capita laudis euclideæ facta ſunt á Proclo ἐκλογὴ καὶ τάξις delectus & diſpoſitio: delectus multas obſcuritates habuit in ellipſi prætermiſſorũ: ſed longè plurimas in redundãtia aſſumptorum: ἡ τάξις collocatio & diſpoſitio univerſorũ elemẽtorũ & methodus ſupereſt, quæ fortaſſe ſua virtute ſuperiores illas offenſiones perſpicuitate aliqua cõpenſabit. Ergo caput hoc reliquũ ſtudioſè expendatur & exploretur. Methodi legem antè pactã & compromiſſam rurſum paciſcamur, denuo compromittamus, Univerſa diſciplinæ & ſcientiæ elemẽta & documẽta ordine naturæ collocata, naturaque priora præponito, poſteriora poſtponito. Hæc igitur in hoc reliquo judicio ſancta lex eſto. Quid Proclus? qualem ordinem, quam viam, quam denique methodum in Euclidis elementis approbat? quomodo denique regiam viam (hîc enim cardo regii problematis vertitur) quomodo, inquam, regiam viam, quo artificio ſibi vindicat? Artificium Procli ſingulare antea explicatum eſt, idem & hîc explicatur. Euclides (ait Proclus) præcipuè ſuſpiciendus eſt & admirandus τῆς τάξεως ἕνεκα, gratia ordinis & collocationis, omnes dialecticas methodos adhibuit, διαιρετικὴν divisivam ad ſpecies inveniendum, ὁριστικὴν definitivam in eſſentiæ rationibus,

rationibus, apodictica in trāsitu á principiis ad quæsita, analytica in quæstionū reditu ad principia. Verum divisio, definitio argumēta sunt ad disponēdū methodo, ppositā, & tāquā lapides sunt in hac architectura methodica, ἀπόδειξις syllogismus ex caussa concludēs effectū, ut rectē hîc Proclus loquitur. Analysis est quædam inversio ἀποδείξεως, ex effectis nempe caussam cōcludens, qualē significat Proclus in totis elemētis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam esse. Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinq; tantūm propositionibus reliquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p 13. Archimedes secūdo de sphæra in aliquot propositionibus usurpavit: Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis ἀναλύσιν nullā talē animadvertit: vera est analysis & quadrati & cubici lateris, & imprimis utilis: & sæpe, pdest absoluti operis caussā analysi investigare: at tales analyticæ demōstrationes (quales illæ sunt in elemētis planē) sunt sophisticæ, duasq; ejusdē rei doctrinas, alterā apodictica, alterā analytica facere, ut illic Theon & Archimedes & Pappus faciunt, sophisma est. Nā si ex caussis rē intelligēter & perspicuē demōstrasti, demōstras insciēter & obscurē ex effectis. At in quā hæc omnia definitio, divisio, ἀπόδειξις, ἀνάλυσις sunt tanquā lapides in ædificiis ipsis, collocādi aūt & disponēdi logicā (qua res invētæ & sigillatim judicatæ collocētur inter se perpetuo ordine, ac disponātur) id est methodū nullā afferūt. Hęc perspe jā surdis Aristippis cecinimus: aliam esse logicam cogitandis & inveniēdis argumētis singulis, nec totis artib. aliā collocandis & æstimādis: in singulis generib. species distinguēdas esse, argumētū nō esse neq; enūtiatū, neq; syllogismū, neq; methodū. Ergo si Euclides definitiōe, divisiōe, ἀπόδειξει, ἀνάλύσει utatur, methodos propterea collocādis doctrinæ suę partib. & mēbris varias nō habet: nisi methodi nomine lubet argumētū, aut docēdi modū quēpiā cōfusē potius, q̄ ppetuæ per totā artē dispositionis ordinē distinctē significare. At logici artificii gradus distinctē modo disquirimus, de argumēto, de enūtiato, de syllogismo dictū est antea, & qd in quaq; parte desideraret aut redūdaret: nūc de methodo parte ultima & ab illis separata differitur: nihil igitur cōfusē est agēdū. Sed Procli culpa ista sit Euclidē fucatis laudib. exornātis: Proclus tamē eodē loco verā tandē methodū attingit, ubi τὴν συνέχειαν, τὴν οἰκονομίαν, τὴν τάξιν cōtinuationē, œconomiam, ordinem in elementorum antecedentium & consequentium collocatione singularem esse confirmat, quodque Euclides sive addat, sive adimat: nunquam tamen é scientiæ loco excidat, nec labatur in contrarium errorem vel ignorantiam. Ista igitur est quæstio methodi propria, ubi inventorum, imo etiā νοητικῷ enuntiati, nec διανοητικῷ syllogismi judicio judicatarum compositio antecedentium, consequentiumque per totam artem ordo digeritur, quam methodum, quem ordinem, quod totius doctrinæ judicium imprimis intelligi cognoscique cupio. Hæc enim logicarum laudum & virtutum maxima est, quæque ad mathematicas artes constituendum vires præcipuas habet. Hoc instrumēto singulariter Aristoteles unus licet in partib. plurima peccarit, ad artes distinguēdū usus est, infinitos antiquorū cōmētarios ex Europa, Africa, Asia jussu Alexādri collectos generatim subducēdo & ordinādo, rhetorū in rhetori-

cam, logicorum in logicam, mathematicorum in mathematicam, physicorũ in physicam, ethicorum in ethicam. Hanc methodicæ collocationis prudentiã in rebus astronomicis Ptolemæus, ut antea subtilius explicavi, imitatus est, Timocharis, Hipparchi, Menelai, Chaldæorũ omnino, Aegyptiorũ, Græcorumq; omnium confusos labores digerendo & disponendo. Hanc methodicã philosophiam in rusticis rebus explicandis physici præcipuè adamarunt. Quinquaginta scriptores græci infinitos de agricultura libros ediderant, hos methodi nobilitate præteriit Mago carthaginensis, res tam dispersas tamque dissipatas comprehendens libris duodetriginta. Cassius uticensis Magonem laude methodi antecessit græca lingua opere ad libros uiginti redacto. Cassium eadem laude vicit Diophanes, sex libris eadem omnia complexus. Varro methodica trium librorum brevitate cunctos tandem superavit. Justinianus eandem laudem in opere longé maximo ac celeberrimo sequutus est, at facilius assequutus esset, si Aristotelem operis illius architectum non Tribonianum nactus esset: eadem in mathematis contentio nostris mathematicis institutoribus fuit. Hippocrates nõ fuit primus in Græcia mathematicæ magister, sed quia primus ordine mathemata composuisset, primus στοιχειώτης perhibetur. Leon non superavit Hippocratem mathematica solertia, sed quia matheſim doctrinæ copia usuque accuratius ordinavit, secundus στοιχειώτης appellatur: Denique logica eadẽ Theudium Leonti, Hermotimum Theudio, Euclidem Hermotimo, Euclidi Theonem præposuit, præstantioriſque formæ authorem, præstantioris etiam matheseos authorem doctoremque judicavit. Hoc igitur certamen omnium disciplinarum studiosis olim gloriandum & prædicabile videbatur: quod multis seculis extinctum prorsus jacuit: Renovata autem ætate patrum nostrorum & excitata species ejus quædam est, sed in præstantium authorum scriptis legitimæ tantùm lectioni restituendis, ficâ doctis hominibus castigati & emendati poëtæ, historici, oratores, georgici, iurisconsulti, sacri etiam Vates: hinc adnotationum, castigationum, emendationum, variarum lectionum, adversariorum & ejusmodi titulorum libri eruditæ & laudabilis industriæ testes locupletissimi: Hinc Rhenani & Erasmi in Germania: Politiani & Victorii in Italia. In Gallia verò collegarum meorum Turnebi & Lambini labores laudatissimi. Plerique jam receptos ac probatos authores interpretandos & vigiliis suis illustrandos sibi proposuerunt, quæ Merceri & Quinquarborei collegarum item nostrorum in Hebraicis literis perpetua laus erit. Nonnulli etiam corpora artium ad illam veterem limam expolienda sibi proposuerunt: Hinc grammatica primum ad usum aptior, deinde rhetorica & logica: sed in medicina duo singularem liberioris & justioris philosophiæ laudem sunt adepti Vesalius & Argenterius: E Parisiensibus autem medicis Brissotus primus post Cannensem barbarorum cladem ad bene sperandum signum sustulit: literas latinas & græcas, sed & mathematicas præcipuè tenebat, unde judicii libertatẽ constantiãque sibi paraverat. Deinceps ab isto Marcello medicorũ collegiũ omni doctrinæ laude celebratũ est, in eoq; medici præcipuè

duo ad

duo ad ingenii & doctrinæ gloriam diversis viis pervenêre: Gorræus medicis definitionibus diuturna doctissimi cuiusque græci latinique authoris lectione comparatis, Fernelius omnibus medicæ artis tanquam membris á summo ad imum usque deductis & explicatis. Neque despero ex hoc collegio futurum, ut Brissotus alter excitetur, non qui incendat medicorum libros in Aesculapii templo, ut Hippocrates incendisse dicitur, sed certé qui medicorum omnium medicas sentẽtias igne methodici judicii liberius exploret, breviusque & accuratius complectatur. Verùm methodi quæstionem concludamus, & tantam in collocandis mathematicis elementis tamque necessariam logicam imprimis intueamur. Nam si methodum veram secutus est Euclides, pleraque illa superiora defectus & redundantiæ peccata facile diluerit, seque á Ptolemæi quęstione liberarit: Sin præposteram quandam ac perversam confusionem in elementis adhibuerit, in errorem omnium fœdissimum turpissimumque adductus intelligetur. Quare seduló atque attentè causa ista disceptetur. Euclides igitur, ait Proclus lib. 2. cap. 8, quæstionem istam repetens communia principia primo ordine constituit, propositiones ex his conclusas secundo collocavit, easque problematis & theorematis distinxit Hæc methodus est Euclidis á Proclo variè & variis locis commendata. Quin etiam, ait Proclus, si quis principia, & quæ de principiis oriuntur, permiscеat, totam perturbabit scientiam. Sic igitur Euclides â Proclo commendatur, ut μεθοδικώτερον nihil effici posse videatur: Et nos adolescentes eadem opinione adducti, consimili laude Euclidem exornavimus: Verùm logicæ accuratioris studia & exercitationes aliud judicium sequi coegerũt. Quapropter ista laus expendatur: utrum, ut ait Proclus, universa elementa legitimo sint ordine collocata. Verumenimverò quadruplicem in elementis confusionem mathematum corpora, membra, genera, species propê incredibilem continent. Agedum quænam, & quot in elementis mathematicis corpora nominas? Duo, inquam, nomino, alterum est arithmeticum, alterum geometricum: utrum verò natura prius & simplicius est? Arithmeticum, respondet ex Aristotele Proclus, ideoque & geometricum δευτέραν ἔχει τάξιν, secundũ habet ordinem, ait, post arithmeticum, ab eoque perficitur ac terminatur. Quicquid enim est in geometria ῥητὸν καὶ γνωστὸν explicabile & cognobile, arithmeticis rationibus explicatur & cognoscitur. Hæc Proclus verè respondet, & ita 5, 6, 7, 8 p 10 libri docetur. At Procle acutissime, Euclides tuus longé alio ordine disposuit & collocauit geometriam de planis primo elementorũ loco, arithmeticam in totis quinto, septimo, octavo, nono libris ordine lõgê diverso permiscuit. Ecquid, inquã, cujusmodi patrocinium & encomium tuum est? Laudas Euclidem quod mirabili ordine elementa disposuerit, priora natura priore loco, posteriora posteriore: neque tamen cogitas interea eum ipsum, pro quo dicis, suo ipsius facto atq; argumento contrario teneri, cùm geometriam natura posteriorem parte quadam pręponat, arithmeticam natura priorem postponat? Hic primus est in methodo & ordine Euclidis elenchus: Hæc obscuritas est prima non dormitantis, sed altê atque arctê dormientis, vel potius stertentis & somniantis γοιχαώτης. Et

mirabile eſt tot ſeculis tam craſſum, tam oculis incurrentem elenchum, laudatum & probatum eſſe. Atque hic methodicæ confuſionis patronus non deerit, comminiſcetur enim aliquis ac turbabit. Quid igitur, inquiet? Utrum dicet ab Euclide non arithmeticam hîc inſtitui, ſed arithmeticæ tantum aſſumi, quãtum reliquis elemẽtis demonſtrandis ſatis eſſet? at contra logicas illas antè receptas leges, contraq; methodum, de qua nunc agitur, nihilo levius peccatũ eſſet: Arithmetica enim arithmeticè, geometrica geometricè docẽda ſunt, & natura priora priore loco & antè docẽda: & Arithmetica legitimo ordine percepta, paria tamen vel ampliora futuris geometriæ demonſtrationibus adferret. Itaq; ſatisfactio iſta gravioris culpæ erit accuſatio. Pergamus igitur, hæc duorum in mathematis corporum confuſio eſt ex neglecta methodo. Quænam deinde eſt membrorum principum compoſitio? Proclus ſtudio laudis occæcatus nihil hîc planè videt. Principia, inquit, primo ordine conſtituit Euclides: Utrum, inquã, principia arithmeticæ & geometriæ cõmunia? An principia Arithmeticæ? Communia enim præcederent utramque artem, propria arithmeticæ arithmeticã antecederent. Utrum, inquam, Proclus? Neutrum horum putat, ſed geometrica principia. Ergó Euclides geometriam arithmeticæ, quamvis ſimpliciori, quamvis natura priori, tamen præpoſuit: neque tamen Proclus id in Euclide ſentit, ſed principia novo quodam genere logicę Euclides accumulat primo libro planorum, tertio curvilineorum, quinto & ſeptimo numerorum, decimo triplici loco ſymmetrorum, aſymmetrorũ, rationalium, irrationalium, ſecũdo binoniorũ, tertio reſiduorum, undecimo ſolidorũ: At methodus iſta valde agreſtis eſt, valde ruſtica. Neque enim natura initio ſylvæ, omnium arborum radices præpoſuit: nec architectus initio civitatis omnium ædificiorum fundamẽta collocavit, ſed ſuis arboribus ſuas radices natura, ſuis ædificiis ſua fundamenta architectura ſubjecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum, quadranguli quadrangulorũ, multanguli multangulorum doctrinæ præponere: eamq; viam in cæteris principiis ſervare. Quamobrem Ptolemæus jam duobus argumentis inſignibus problema ſuum probabit, de methodo perfectiore. Præpoſuit Euclides geometriam arithmeticæ: at arithmeticam geometriæ præponere debuit. principia membraque omnium generũ ante genera omnia cumulavit: at ſingula ſingulis prætexere debuit. Hyſterologia duplex tam manifeſta admonere Proclum potuit, ne methodũ & ordinẽ in Euclidis elementis tam ſine judicio laudaret. Quapropter gemina iſta & corporum & membrorũ confuſio obſcuritatem mathematis incredibilem attulit, neque ullis exceptionibus, voluntatis, conſilij, authoritatis excuſabilem. Perge, quiſnam, aut qualis tertius ordo eſt in generibus? Potuit enim utroque illo modo præpoſterum & perturbatum ordinem Euclides ſequi, directum & ſimplicem in generibus habere. Artium enim tanquam corporum membra principiaque diſſoluta eſſe potuerunt: genera membrorum principiorumque legitimè collocata eſſe. Quid igitur, qualis logicus hic eſt Euclides? nolite diſſimilem putare, idem eſt, qui antea fuit: Hyſterologia in generibus propoſitionum par eſt & eadem, ſive arithmeticam,

ſive

ſive geometriam Euclidis cõtemplêre, obſcuritaſque par & eadem. Genera numerorum non ſunt digeſta, comparatorum genera toto quinto libro, & ſeptimi parte præceſſerunt, ſimplicium ſecuta ſunt: Eadem in figuris hyſterologia eſt: figuræ planæ ſunt natura priores ſolidis, & ita geometria á ſtereometria diſtinguitur. At 1, 16 p 12: item 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, præcipuaque pars 13, 14, 15 p 13. ſunt geometricæ de figuris planis, neque quidquam ſtereometria utuntur, ut nullam ordinis cujuſquam hac in parte rationem Euclidi propoſitam fuiſſe palám ſit. E geometriæ figuris, planæ & rectilineæ ſunt priores curvilineis, ideoque omnino præponendæ. Euclides tertio libro præpoſuit curvilineorum, id eſt circulorum doctrinam: rectilineorum autem partim præpoſuit primo & ſecundo, partim poſtpoſuit ſexto: rectilinei & curvilinei adſcriptionem comprehendit quarto. E figuris planis rectilineis priora ſunt triangula quadrangulis. At triangulorum & quadrangulorum doctrina permiſta omnino eſt, nulla cujuſquam anteceſsionis vel conſecutionis cura: ut credibile ſit Euclidem de logicæ diſpoſitionis doctrina nihil unquam didiciſſe: imó nihil inaudiſſe, neque aliud quicquam ei in totis elementis propoſitum fuiſſe, quàm ut bellis illis demonſtrationibus elementa exornaret: utrum prioribus, an poſterioribus, utrum notioribus, an ignotioribus nihil cogitaſſe, aut quod etiam abſurdius ſit, judicaſſe, totam iſtam perſpicuitatis in ſyllogiſmo & methodo logicam, nihil ad bene docendum pertinere. Atque ita una generum & arithmeticorum & geometricorum hyſterologia in elementis eſt perpetua, ut ad geminam illam corporum & membrorum confuſionem, & obſcuritatem tertia hæc addita, nil ad obſcuritatem & confuſionem reliqui feciſſe videatur: Quid igitur reſtat denique? Corporum, membrorum, generum hyſterologia iſta eſt in Euclide, utrum generum ſaltem ſpecies, ordinem logicum habuerunt, ut ſingulæ ſuis generibus ſint attributæ & ſubjectæ? Legem pacti & compromiſsi recitato, Genus natura prius eſt, ſpecies poſteriores. Sancito igitur: Generalia ſpecialibus præponuntor. At, inquam, iſta lege non minus tenetur Euclides. Propoſitiones enim ſpeciales plerumque generalibus antepoſuit. Propoſitiones arithmeticæ eiuſmodi ſpeciales multæ ſunt, ut é redundantibus illis 1, 2, 3, 4, 5, 6 p 7. ad 12, 24, 22, 16, 19 p 5 & 11 p 7. Sic 5, 6, 7, 8, 9, 10 p 7. ad 12, 11, 13 p 7. Geometricæ ejuſmodi item multæ ſunt, ut 16, 17 p 1. ad 32 p 1. ut 4, 8, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45. ad 1 p 6. Sic 11, 12 p 8. ad 18, 19 p 8. ſic 3 p 9. ad 4 p 9. Sic in ſtereometricis 29, 30, 31 p 11 ad 32 p 11: imó verò pro paucis propoſitionibus generalibus de proportione ex altitudine, reciprocatione, ſimilitudine infinitas ſpecialium propoſitionum facta eſt. Hyſterologia ejuſmodi ab Ariſtotele valde ac vehementer damnata eſt: id Proclus legerat: atque ita principia jubet anteponi propoſitionibus: ſecus affirmat totum diſciplinę ordinem perturbari. Sed affirmat imprudens & inſciens, prorſuſque aliud agens: neq; cogitat affirmatione ſua Euclidis methodicas laudes, quas tam altè exaggerat, penitus affligi & labefactari.

Hunc

Hunc igitur hysterologiæ elenchum non tam obscurum cognitu, quâm elementa obscurantem cum triplici superiore convictum & manifestum teneamus, totisque elementis ab Euclide arithmeticam & geometriam, id est arithmeticæ & geometriæ corpora, membra, genera, species, perversè & præposterè permisceri & cõfundi judicemus, caussamque obscuritatis immensam inde nasci, ut si corpora duarum artium separata suo ordine doceantur, principiaque generibus, genera speciebus suis præponantur, facilitas doctrinæ & perspicuitas singularis orietur. Quapropter totam regii problematis querimoniam cõcludamus. Ptolemæus queritur Euclidis στοιχείωσιν obscuram & difficilem esse: Euclides contrà confirmat esse perspicuam & facilem, ut si quis illustriorem aut expeditiorẽ requirat, lubricam semitam quærat, non viam regiam. στοιχείωσις Euclidis defenditur à Proclo, caussa regis à nobis suscepta, & hactenus secundum leges consensu partium laudatas ac probatas, acta est. Proclus laudavit delectum Euclidis in omissione plurimarũ rerũ: nos contrà differuimus ab Euclide multa necessaria, cognata, propria, neque cõmodè, neque legitimè prætermitti, indeque mathematicã artem obscurari. Proclus Euclidem laudavit, quod omnes haberet differentias quæstionum, an est, quid est, quia est, propter quid est, tum enuntiatorũ immediati, ut axiomatis, postulati, hypothesis: mediati, ut problematis, theorematis, tum conversionum universalium, particularium. Nos cõntra in his omnibus secundum præsentis quæstionis legem, meras Procli tantumque mathematicam obscurantes nugas esse docuimus. Proclus Euclidem laudavit quod omni syllogismorũ genere concluderet, omnesque dialecticas facultates in demonstrando expromeret: Nos contrà è constituta bene demonstrandi lege infinitam atque immensam mathematũ è demonstrationibus euclideis caliginem convicimus, qua principia definitionum, partitionum, principia etiam syllogismorum incredibili modo obscurarentur: quæ demonstrationem requirerẽt legitimo demonstrationis argumento per caussam rarissimè demonstrari: per simile, multoque frequentissime per impossibile pleraque magnis ambagibus obscurari. Atque hæc omnia in uno delectu elementorũ. Proclus Euclidem laudavit ordinis gratia, quod στοιχειώτας omnes ante se natos lõgissimè superasset, principia præponendo, propositiones principiis attexendo, ut melior & accuratior ordo optari non posset: Nos contra exposita inter nos, ordinis, viæ, methodi lege quadruplicem hysterologiam in elementis intolerabilem opposuimus: quod Euclides geometriam natura posteriorem arithmeticæ natura priori præposuisset, quod omnia principia planorum rectilineorum, quod curvilineorum, numerorum, symmetrorum, asymmetrorum rationalium, irrationalium, binomiorum, residuorum, quòd solidorum in varios cumulos confudisset, quòd genera non perpetuò distinxisset, quod specialia elementa plerumq; generalibus præposuisset, nec unam ac perpetuam ordinis viam tenuisset. Verumtamen quamvis res ita sit, uti disputavi, incredibile tamen plerisque videbitur atq; adeo impossibile, ut tanti viri quales Euclides & Theon fuere, toties & tot modis errarint, authoritasque animo semel impressa, nullis argumentis evelli

evelli poterit, imponiq; sibi potius aliqua disputādi subtilitate à nobis arbitrabuntur, quam rem quamvis verisimā, tamen veram esse credant, aut si tot obscuritatis elenchos animadverterint, securi tamē derideant, dicantque satis esse si verum doceant, neq; omnino aliud Euclidi propositum fuisse: At monui Euclidem Theonemque mathematis excellere potuisse, omniaq; vel numerorum vel figurarum opera facere, qui logica tamen nequaquā excellerent, quiq; ideo mathematicam non satis accuratè docuissent. Noluerunt, inquis, accuratius docere: Ergo, inquam, tanto gravius peccarunt, si sponte peccarunt, siquidem peccare est tanquā justitiæ lineas transilire: Neq; enim justum est voluntati Euclidis vel Theonis logicam subjectam esse, sed Euclidis & Theonis voluntatem subjici logicæ, id demum verum & legitimū jus est. Et tamen qui isto modo Euclidem vel Theonem defendit, contumelioſus est Euclidi Theonique: Nam verum docuerant illi veteres στοιχειώται: Euclides tamen mathematicæ laudē permagnam sibi proposuit, si facilius & accuratius doceret. Et laus Euclidis à Proclo singularis illa fuit. Euclides ipse verum docuerat: Theon tamen mathematicæ laudem permagnam sibi proposuit, si perspicuitate & accuratione superaret Euclidem. Quare facessat ista defensio: resque, ut est, ita per se consideretur. Mathematicam igitur illam antiquam sequamur, & institutam quæstionem concludamus. Demonstravimus logicam magistris elementorum valde ac vehementer defuisse. De logicis enim instrumentis illis ad instituendas artes necessariis, unicum fore κατὰ παντὸς Euclides & Theon in mathematicis sibi proposuerūt, ne quid falsum docerent: de cæteris omnibus non admodum soliciti fuerunt: nihil fere καθ' αὑτὸ in regundis finibus: nihil καθ' ὅλου τρῶτον in generalibus generaliter, specialibus specialiter explicādis: nihil prope in demonstrādo natura priores & antiquiores causſas exquisierunt, nihil valde regiam à natura prioribus methodū viamque: nihil, inquam, illa tam necessaria doctrinis informandis instrumēta admodum cogitarunt unquam vel curarunt. Itaq; judicium, quod modò exercetur, non mathematicū, sed de mathematis logicum est. Quamobrē omnes mathematicos logicis artibus instructos & idoneos judices regii problematis hujus appello, ut cōtraria causſarum momenta perpendant atque examinent, deque nostra in colligendis tam multarum tamque variarū obscuritatum causſis diligentia statuant: utrum Ptolemæus justa & legitima ratione moveatur ad Euclideæ στοιχειώσεως obscuritatem improbandum, ad clariorem & promptiorē στοιχείωσιν requirendum. Ponite itaque ante oculos quicunq; controversiam istam disceptare & dijudicare contenditis: ponite, inquam, ante oculos logicas illas leges, quas judex æquus nemo velit, nemo possit inficiari: logicas, inquam, leges de condendis & constituendis artibus ante oculos ponite. Comparate in Euclidis elementis materiam, formamque considerate. Postremo statuite quomodo via tam multis impedimentis & difficultatibus obstructa & obscurata possit regia videri: ac decernite tamen utrum meritò de obscuritate mathematicæ disciplinæ Aristippus & Epicurus conquerantur (neque enim tot causſis impulsi injuria queruntur) sed tamen neque satis idoneo argumento moventur ad ma-

thematicam ſcientiam calumniandum ac penitus improbandum. Obſcuritas enim eſt, ſed humana, quæque viribus humanis domari: imo verò funditus atque in perpetuum tolli poſsit, & quamvis egregiè animatus ad hunc laborem acceſſerim: ſpero tamen certatim pleroſque accurſuros, vel potius advolaturos eſſe, qui nobis iſtam palmam præripiant. Verumenimverò Britanniam antea cohortati ſumus, Germaniam laudavimus: Italia verò omni genere laudis & cohortationis mihi complectenda eſt, artium præſtantia ingeniorumque claritate, ait Plinius, rectrix parensque mundi. Italos itaque ptolemaici problematis non ſolùm arbitros & judices, ſed aſſertores ac vindices mihi propoſui. Habet Italia multas & nobiles academias, in quibus ſi ſuus honor mathematis habeatur, ut latinis græciſque literis, ut rhetoribus, logicis, phyſicis, medicis, jureconſultis habetur, dubitare equidem nullo modo poſſum, quin Pythagoras in Italiam propediem redeat, & mathemata rurſus principia reliquæ deinceps philoſophiæ conſtituat, omniaque clariora & illuſtriora efficiat. At neſcio quo temporum fato in Italia frigeſcere ſtudia mathematum, & mathematicæ profeſsiones minus honorari cœperint, cùm tamen ſive arithmetica in numeris, ſive geometria in mechanica, architectura, optica, pictura ſpectetur, matheſeos uſus nulla in gente ſit inſignior. Arithmetica non numerorum potius, quàm nummorum non in Italia modò, ſed in Gallia, Britannia & reliqua Europa, credo etiam in Aſia & Africa italorum trapezitarum manibus exercetur: ſi quis uſquam muniendis urbibus & caſtellis mechanicus, ſi quis regum palatiis ædificandis architectus, ſi quis vivis rerum imaginibus exprimendis pictor egregius eſt: italus eſt. Et tamen cùm percuntarer de academiis Italiæ, quos profeſſores mathematicos, quibus ſtipendiis atque honoribus haberent, nil admodum Italia dignum comperiebam: imò ſi qui mathematis ſcribendis aut explicandis delectantur, eos non profeſsionis munere, ſed ingenii atque otii oblectatione ductos animadverti. Scripſit Hieronymus Cardanus doctiſsimè mathematica plurima, medicinam tamen profitetur. Maurolycus maximam ſpem dederat fore ut omnes antiquæ mathematicæ doctores ipſius diligentia velut ab inferis in hanc iterum lucem excitarentur, & orbi terrarum communicarentur: Fama illa, quæ tantoperè increbuerat, neſcio quomodo evanuit. Piccolomineus editis in Ariſtotelis mechanica commentariis oſtenderat, quantus mathematum artifex futurus fuiſſet, ſi ſeſe penitus illi ſtudio dedidiſſet. E' veneta nobilitate Barocius converſo, & pleriſque locis emendato Proclo: item Daniel Barbarus explicato Vitruvio animi cauſſa non matheſeos profeſsione mathematici eſſe voluerunt: Sic Commandinus è græco in latinum elegantius fideliuſque converſis doctrinæque rarioris acceſsione illuſtratis Archimede, Apollonio, Sereno, Ptolemæo ampliſsimè de mathematicis rebus meruit, non tamen ut in cathedram aſcenderet. Quamquam talis commentatio profeſsio quædam ſit, eaque illuſtrior fortaſſe & glorioſior. Itaque Commandine, præſentes futuroſque latini nominis mathematicos vigiliis tuis tantoperè obligatos eſſe, tibi gratulor, utque quotidie magis

ac magis

ac magis obligentur, ut de Pappo præsertim postremis literis nobis recepisti, felicem ac fortunatum longioris vitæ cursum ex animo tibi deprecor & exopto. Quid multa? Italia tota nobilissimus ferè quisque mathematicas artes ad ornatiũ ingenuitatem, ad domesticos vel bellicos usus adamavit: tametsi mathematicæ professiones & scholæ minus frequentes ac celebres habeantur. Quamobrem Italiæ principes, liberæ civitates, reges, pontifices vestram liberalitatem mathematicæ artes jam implorant, ut non tantùm privatim amentur colanturque, sed in publicas academiarum vestrarum cathedras vestra insigniore munificentia inducãtur. Platonis votum illud est 7. de repub. stereometriam conquerentis vix adumbratam esse. Principes, ait, in rebuspublicis liberales optandi sunt, qui præmiis & honoribus excellentia, ad istam inquisitionem ingenia cohortentur. Itaque Emanuel dux & princeps excellentissime huc te imprimis appellabo, qui viros qualibet eruditione præstantes undique ad Augustam Taurinorum tuorum academiam frequentandum & exornandum magnis præmiis evocas: qui mathematicis artibus & artificibus & instrumentis mirandum in modum delectaris, ut nihil usquam rarum aut singulare mathematici generis prædicetur, quod tibi quovis sumptu comparandum non existimes: qui Margaritam uxorem habeas heroinarum nostri seculi facile principem, pari virtutis amore tecum certantem, teque quotidie vehemẽtius ad omnes egregias laudes incitantem. Vobis hic ampla sempiternæ gloriæ seges est. Cæteræ vos patronos & mecœnates habẽt disciplinæ. Pythagoras, Plato, Aristoteles mathematũ, id est ingenuę eruditionis elemẽtorũ, professionẽ á vobis postulãt. Hieronymus Roverius Taurinorũ archiepiscopus, vel potius episcoporum elegãtiore literatura coryphæus, Molinæus condiscipulus quondã meus vobis pro raris & medicinæ & prudẽtiæ dotib. charissimus: Cujacius nostrorũ jurisperitorũ decus postulationẽ, sat scio nequaquã improbabunt. Ac si vestris præclaris virtutibus accessio ista facta sit, omniumque linguarum atq; artium laudandarum cognitio & scientia populis omnibus magnificentia vestra patuerit:

Fortunati ambo, si quid mea carmina possunt,
Nulla dies unquam memori vos eximet ævo.

Eadem mihi cohortatione cohortandi essent duces Ferrariæ & Florentiæ, nisi multis insignibus in doctos cujusq; doctrinę professores exemplis mihi planè persuasum esset, ducatus potentiã ducibus ipsis virtutis & doctrinæ gloria chariorem non esse. Florentiæ tamen avitum illud literatis omnibus hospitium, & duabus præterea academiis pisensi & senensi exornatum mathematicis artibus ducalem, vel si Porsena pro antiqua dignitate nominetur, regalem ducisque imò regis gloriæ honorem parem vehementius efflagitat. Venetiæ verò cur mihi cohortandæ potius quàm omni genere laudis exornandæ? Mitto miraculum urbis, omnium urbium quæ unquam fuerint, pulcherrimæ, sed urbis velut insularis, omnibus tamen viis ac regionibus subternavigabilis, classemq; Xerxis verius, quàm fixã ædificiis urbẽ referentis. Quid veneti ipsi? nónne quot patritii, tot non dico solũ reges, ut Cyneas ille de senatoribus romanis dixit, sed

Pythagoræ, Platones, Archytæ, Aristoteles suspiciendi atque admirandi? Quid industria Venetorum opificum? Equidem quod quotidie nō à Venetis modò, sed ab hominibus nostris sæpe jucundeque narrantibus audio: si mechanicus ille geometriæ usus, de quo diximus, totus undiq; in unum locum conductus quæreretur, armamentarium venetum conductum demonstraret. Quid vis amplius? Veneti opifices, quamvis græcarum latinarumque literarum rudes & imperiti, tantum arithmeticæ, tantum geometriæ usum habent, ut libros de arithmetica deque geometria subtilissimos conscribant. Tartalea testimonium laudis hujus amplissimū perhibuit. Itaque Veneti professores eloquentiæ, philosophiæ, medicinæ, jurisprudentiæ patavinam academiam jampridem celeberrimam fecerunt: Si Euclides mathematicis elemētis, Ptolemæus reliquis partibus professores accesserint, cumulum perfectæ eruditionis adferent. Quare patricii Veneti curam hanc vestro patriciatu dignam suscipite. Vestra civitas, licet infinitæ potentiæ hostibus tot annos undique obsessa & circunvallata, tamē Archimedeis illis viribus incolumis & libera permansit: Auctis igitur iisdem & amplificatis æternum in terris beatæ civitatis exemplum permaneto. Bononiam equidem unicé amo coloque, non solūm quia me professorē optaverit, sed multo maximé quia una inter doctissimas Italiæ academias consensu omnium omnis doctrinæ laude princeps habeatur. Hunc doctrinæ principatum peperit Bononiēsium humanitas in peregrinos, amor singularis erga omnes virtute & doctrina præstantes, & quidem admiratio veneratioque tanta, ut honor virtuti ac doctrinæ nusquam verior ac plenior habeatur: Senatus φιλοτιμία quædam magnifica & generosa in professoribus deligendis: ut plerisque populis non sit major ambitio de amplificandis finibus, quàm Bononiensibus de oratore, philosopho, medico, jureconsulto undique exquirēdo, & liberalibus præmiis ornando augendoque: doctorum nempe & eruditorum hominum dignitate, civitatis quoque dignitatē præcipué contineri arbitratur. Ergo Bononia doctis professoribus semper excelluit semperque floruit: hinc præsentia ornamenta bononiensis academiæ Sigonius orator, Cardanus medicus, Papius jureconsultorū Crassus Scævolaque: Cupio tamen Bononiam sine exceptione laudare, audio Mariam mathematicū insignem & Copernici magistrum Bononiæ professum esse, Simum deinde successisse. Itaque mathematicæ disciplinæ studia (Quadraginta viri verè nobiles vereque imperio majore digni) tueri ac sustentare, imò verò amplificare vestræ gloriæ proprium est. Hæc ingenuæ & liberalis doctrinæ principia & elementa si Bononiæ Pythagora, Platone, Ptolemæo, Archimede dignum honorem adepta fuerint, non Athenas modò sed Metapontum, sed Alexandriam, sed Syracusas, sed si quid usquam in terris nomine doctrinę clarum atque illustre fuerit, Bononiēsis academia sibi vindicato. Quid verò te Philippe tam multorum regnorum regem cohorter, ut Ticinum Insubribus: Salernum Picentinis: Parthenopem Campanis: Palermam Siculis: Pinciam, Siguntum, Complutum, Salamanticam, Toletum Castellanis: Hispalim Granatam, Ossimam Beticis: Oscam, Illerdam, Valentiam Tarraconen-

raconenſibus: Louanium & Duacum Belgis: quid, inquam te cohorter ut tot tamque nobiles academias ditioni tuæ ſubditas mathematica ſcientia exornes? Gloria ſiquidem illa majorum tuorum quondam longê maxima maximeque literis & linguis omnium gentium celebrata fuit. Alphonſus rex in tabulas aſtronomicas convocatis undique mathematicis inſignibus quâdringenta coronatorum millia impendit, Alexandri ad Ariſtotelem in animalium hiſtoriam liberalitate penê exæquata. Quare ut numero regnorum reges Europæ reliquos ſuperas, ſic excellentibus cûm reliquarum doctrinarum tum mathematicarum doctoribus ſuperato. Nonius Luſitaniam ſuam mathematis luculenter exornavit: ac ſi adhuc quod vehementer opto, patriæ ſuperſit, non dubito quin adhortationem noſtram regi ſuo, licet adoleſcenti, tamen facile comprobet, perſuadeatque Ulysbonam & Conimbricam mathematicis ſtudiis inſtruendas eſſe, neque quicquam illi eſſe aptius ad oras univerſi maris inſulaſque toto orbis oceano diſperſas retinendum. Enimverò cum chriſtianæ Europæ provincias ferè omnes mathematica commendatione peragraverim, quo te piaculo Pie quinte pontifex Romane præteream? Academiæ academiarum principis dominus es: unde cæteris etiam omnibus academiis orbis Latini tempora ſtudiorum promotionumque gradus, ordines facultatum, laborum præmia & privilegia deſcripta ſunt. Itaque tua ſingularis cura hîc eſſe debet, ne qua in academiis uſquam diſciplina liberalis, mathematica præſertim omittatur. Deus enim primis hominibus nullam grammaticam dedit, quia uno ore atque eodem ſermone omnes, natura penê ipſa docente, utebantur: neque forenſium cauſſarum rhetoricam, quia in tanta morum innocentia lis nulla naſcebatur: puriſsimæ mentis & immaculatæ ratio logica ipſa tum fuit. Ergo artes mathematicæ divinitus vel oblatæ vel inventæ, quæ dei potentiam in mũdi creatiõe, ſapiẽtiã in adminiſtratiõe, pietatẽ ex infinita bonorũ omniũ erga genus humanũ largitate demõſtrarẽt: illa primorũ hominũ, ut antea docui, theologia ſingularis & eximia fuit, quã reſtituere & ſtabilire tuæ authoritatis imprimis fuerit, ut iis præclaris artibus erudita juventus, cûm judiciũ ratione obfirmare didicerit, neque cuiquam vanitati temere aſſentiri conſueverit, non facile à uera pietate ad aniles fabulas abducatur. Hæc ad te eô liberius conſtantiuſque dicuntur à nobis, quod fama raræ virtutis, & jampridẽ in romanis pontificibus inauditæ celebraris: ambulare pedibus per urbem: ſine ſatellitibus eſſe palàm: ſine armis, in benevolentia civium & conſcientia rectæ vitæ cuſtodiam corporis collocare: ex immenſis romani pontificatus opibus minimam partem pontifici condonare, maximas partes in publica religionis negotia impendere: ſtuprorum labes & impuritates antea tota urbe liberas ſecernere á caſtis oculis atque auribus: quæ laudabilia quidem ipſa per ſe ſunt, ſed majora & ſplendidiora poſtulantur. Romã triumphantem hiſtorici deſcripſere heroicis civium virtutibus apud exteras nationes admirabilem. Romam expleto heroibus omnium ſcientiarum atque doctrinarum: ut cûm ê provinciis vel apud ſuos eximii theologi, jureconſulti, medici, mathematici, oratores, linguarum

magistri in urbem venerint: reperiant tamen doctores, à quibus possint eruditi, fateanturque Romam academiarum omnium dominam reginamque academiam esse. Id verò futurum est, si à præmiis virtutis & doctrinæ purpurati Aristippi atque Epicuri procul arceantur: Pythagoræ, Platones, Euclides, Ptolemæi, Hippocrates, Solones, Lycurgi, præcipueque Moses & Pauli ultrò accersantur, summique professores illi ut grammatici grammaticæ, rhetores rhetoricæ, logici logicæ, mathematici mathematicæ, philosophi reliqui philosophiæ reliquæ, sic non Aristippi non Epicuri quamlibet genere lauti ac splendidi, sed theologi omnibus illis antecedentibus studiis perfecti & cõsummati theologiæ & cujuslibet de religione controversiæ judices atque arbitri constituantur, primosque in urbe idcirco honores assequantur. Hos enim pædonomos in beata civitate honoratissimos esse jubet Plato. Tum impietates é christiana religione & immanes sectas Christiani sublatas esse lætabuntur. Romam tum denique veré triumphantem omnes confitebuntur, lætisque animis prædicabunt, hunc aureum pontificatum omnes mortales complectentur, fovebũt, osculabũtur. Sed ô me somnio nescio quo tota cohortatione felicẽ ac fortunatũ! Sũ P. Ramus regius Lutetiæ professor solicitus de crastina mathematũ prælectione, & tamen é bibliotheca egressus, Britanniam, Germaniam, Italiam, Siciliam, Hispaniã peragravi, Romam veni: Reges, principes, liberas civitates, duces, põtifices invisi coramque liberé compellavi: jam domũ ad me, meosque in bibliothecã redeo regiumq; diploma initio mihi propositũ meditor, ad quod impetrandum si me Aemari Vabrei regii secretarii & opera & industria & populari illa publicas in causas liberalitate singulariter adjutum oblitus essem, ingratã mihi atque acerbam vitã esse arbitrarer: Diploma igitur hoc unũ mathematicis, imó quacunq; doctrina doctis omnibus impetratum nobilibus atq; ingenuis artibus gratulabor: collegasque meos ad extremum propriè cohortabor. Itaq; collegæ mei mathematũ professores ac magistri, excitate animos, & de professionis gloria magis ac magis cogitate.

Sint Mecœnates, non deerunt, Flacce, Marones:

ait Martialis: At ego etiam contrà:

Non Mecœnates deerunt, sint, Flacce, Marones.

Ut enim artes auxilio librorum, expedito vitæ viatico, honore laboribus proposito facilius & alacrius percipiuntur: ita qui præstant artibus privatæ & publicæ vitæ utilibus, non possunt nõ protinus à mortalibus omnibus amari atq; honorari. Ecquis vestrum, si optio fieret non malit se Syracusis Archimedẽ mathematicũ, quàm tyrannũ Dionysiũ fuisse? Ecquid, si jam Noribergam cõtrariis simul portis, altera summus urbis magistratus, altera redivivus Regiomontanus adventare dicerentur, utro frequentiorẽ concursum credimus futurũ? Fructus certè longé nobilissimus ingenuis studiis deesse nõ potest. Fuit igitur quõdam romanæ reipub. principibus gloriosum vias prætorias & consulares sternere, suisq; nominibus appellare, Appiã, Flaminiam. Itaq;, ait Galenus, simili in quæstionis genere, cum veteres in Italia viæ injuria temporum neglectæ difficí-

ficiliores essent, Trajanus imperator hoc regium vereque imperatorium opus aggressus, omnes vias refecit: quæ partes humidæ ac lutosæ essent, lapidibus constravit, aut editis aggeribus erexit, quæ sentibus circumseptæ & asperæ essent, perpurgavit, flumina, quæ vado transiri non poterant, pontibus conjunxit, ubi flexus longior esset, brevius iter direxit, sicubi verò propter editum collem aditus arduus esset, per mitiora loca deflexit. Denique si viâ obsessa feris vel locorum solitudine deserta esset, per cultas regiones & habitatas deduxit, aspera omnia complanavit. Quamobrem, per deum immortalem, mathematici professores, ubicunque terrarum estis, suscipite istam prætoriam vel consularem provinciam, hanc regiam & imperatoriam curam, & quidem tanto majorem & præstantiorem, quanto viæ per artes ac disciplinas gratiores, hominibus & fructuosiores futuræ sunt quibuslibet viis per paludes, sentes, flumina, montes, solitudines directis. Via hic appia, illic flaminia dicta, arithmetica vestri nominis fama, geometria vestri nominis gloria prædicabitur. Turpe est posteris habere expressa à majoribus suis exempla diligentiæ, laboris, industriæ, ignavia autem & inertia languere & torpere. At verò Pythagoras Thaleti, Hippocrates Pythagoræ, Plato Hippocrati, Architas Leonti, Eudoxus Platoni, Theudius Eudoxo & Leonti, Hermotimus Theudio nequaquam istas pectoris delitias, tamque degeneres angustias ostendere: non turpitudinis, sed mortis instar generosis illis mentibus fuisse arbitror, nihil ad inventa majorum adjungere: acceptum doctrinæ patrimonium non auctius & locupletius efficere. Itaque ducentis annis tot ac tanta mathematicæ disciplinæ monumenta Proclus concluſit. At nos mathematici annum propè sesquimillesimum eximii videlicet facti simus nihil addendo: imò vix, ac ne vix quidem relictæ doctrinæ millesimam partem intelligendo, nihil exercendo. Quamobrẽ expergiscimini aliquando, & in studium tam illustre, tam magnificum, tam laudabile ardentius incumbite. Materies varia est & multiplex & copiosa non in Euclide solùm & Theone, sed in aliis præterea primariis authoribus, Diophanto, Archimede, Theodosio, Apollonio, Sereno, Pappo: multo etiam major in reliquis illis quæ Aristoteli φυσικώτερα dicuntur. Conformatio materiæ illius compositioque, id est methodus à vobis expectatur & postulatur, ut mathematicis elementis regia via dispositis propositiones singulæ suam veritatem non solùm proponant, sed ordinis sui argumento præcipuè demonstrent: Neque verò demonstrent veritatem solùm, sed multo maxime utilitatẽ, neq; Platonis aliquando non satis neq; sapiens neq; hominum generi commoda sententia de mathematum contemplatione tam superstitiosè vel ambitiosè audiatur: Sed Pythagoræ popularis illa in docẽdo simplicitas: deinde Archytæ, Leontis, Eudoxi, Archimedis, Heronis præcipuè mathematica utilitas exerceatur & excolatur. Quid multa? mathematicum judicemus, qui non solùm propositiones arithmeticæ & geometriæ syllogismo aliquo concluserit, sed multò magis qui exemplo atq; opere fructum arithmeticæ, utilitatem geometriæ præstiterit. Quod si quãdo cõtigerit mathematica elemẽta nõ solum à doctis hominibus

nibus ætate & labore confectis, uti nunc fit, sed à pueris, á mechanicis, ab architectis, á pictoribus facilius ediscentur, facilius exercebuntur. Quamobrem deum optimum maximum oro & obsecro, ut ad hoc opus catholicis illis & methodicis legibus conformandum, & modis omnibus exercendum & tractandum, omnes ubicunque terrarum sint, hujus tam præstantis scientiæ peritos & intelligentes excitet. Thales & Pythagoras musis mathematicis bovem immolarunt, cùm theoremata quædam geometrica invenissent. Ego verò bovem opimam vel hecatombem potius totam philosophis illis & cupidissimè voveam, & voti damnatus sanctissimè persolvam, á quibus mathematicas artes pueris faciles, opificum vulgo familiares, cognitione denique & usu non tantùm mirabiles, sed etiam populares factas esse videam. Ad te postremò, Catharina Medicea, redeo, & cohortationem in te concludo. Primo libro mathematicos omnes tibi proposui, qui te cùm inventorum suorum varietate & præstantia, tum personarum ipsarum fama ac dignitate commoverent, ut se hospitio tuo dignos judicares. Secundo libro mathematum utilitates declaravi: quę tibi demonstrarent, quot & quantis bonis Caroli filii regnum auctura esses, si mathemata per omnes Galliæ academias docerentur atque exercerentur. Tertio disputavi mathematicas artes via quadam faciliores & clariores effici posse, ne studiosa juventus in posterum á tam nobilibus disciplinis obscuritate ulla revocetur: ad mathematicam scientiam denique suscipiendum & celebrandum mortales omnes exhortando, Britannos, Germanos, Italos, Hispanos cõplexus sum, id est testem postulationis meæ orbem terrarum, vel adstipulatorem appellavi. Itaque cogita iterum atque iterum te in amplissimo gentium omnium theatro positam, infinitis oculorum millibus circumspectari, exitumque nostræ cohortationis expectari non ab exteris tantùm, sed multo magis á sede cim amplissimi regni academiis Parisiorum, Aureliorum, Biturigum, Andiũ, Pictonum, Rhemorum, Divionensium, Cadomorum, Nannetum, Burdegalẽsium, Aqueensium, Gratianopolitanorum, Valentinensium, Tholosatum, Cadurcorum, Nitiobrigum: Avenionem, adderem nisi pontificis quàm regis esse mallet: urbi tamen urbium gallicarum elegantissimæ ad egregias reliquarum artium professiones mathematum quoque elegantiam exoptabo. Tot igitur academiis christianissimum regnum ornatum est, sed multo ornatius & splendidius fururum sit, si tot regni partibus mathemata, id est clarissima liberaliũ artium lumina pelluceant. Excita igitur mediceum illum animi vigorem, spemque nostram vincito. Si Britannia, Germania, Italia, Hispania nostris votis respõderint: attamen tu omnium omnes laudes superato, gymnasiumque Catharinæ Mediceæ antè conditorum gymnasiorum non solùm splendore ædificiorum, opulentiaque fundorum, sed multo maximè ingenuarum disciplinarum mathematicarum imprimis professione præstantissimum ac nobilissimũ facito.

FINIS.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER QVARTVS IN primum librum Arithmeticæ.

TRibus superioribus libris proœmium quoddam fuit cohortationis ad artes mathematicas, deinceps materies nobis presſior erit in singulis præceptis mathematicis. Quartus itaque liber erit in definitionem & partitionem mathematicæ, & in primum librum nostræ arithmeticæ. Quid igitur est mathematica? Est (inquam) doctrina quantitatis: ut verò definitur arithmetica benè numerandi, geometria bene metiendi doctrina, sic generali verbo, modo ex suo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi. Sed tamen non si vocabulum deest, res ipsa minus intelligatur: nomen autem μαθήσεως, μαθήματος, μαθηματικῆς, generale est, & disciplinam significat, ut μανθάνειν discere, μαθητὴς discipulum: specialis tamen intelligentia facta est ad doctrinam quantitatis exprimendum. Synecdoche generis pro specie causſam hinc habuit, quod diutiſsime mathemata sola ex artibus discebantur, ut primo libro patuit, cum nulla dum esſet, neque grammatica, neque rhetorica, neque logica: Itaque tanquam hæ solæ essent artes, artes etiam sunt appellatæ: postea autem propter excellentiam generale nomen retentum est, quia hæ disciplinæ omnium certiſsimæ essent & accuratiſsimæ: quæque doctoris lumen præcipue requirerent ut solæ artis & doctrinæ nomine dignæ viderentur. Atque hæc mathematicæ definitio qualiſcunque esto. Partitio autem est in arithmeticam & geometriam: quia quantitas mathematica est discreta ut numerus, aut continua ut magnitudo. Procli de hac partitione commentatio duobus capitibus libri primi duodecimo & decimotertio producitur. Quapropter partitionem mathematicæ ex ejus sententia declaremus. Quid igitur mathematica, quotuplex mathematicis visa est? Pythagorei mathematicæ partes quatuor numerant, arithmeticam, musicam, geometriam, astrologiam: quoto enim & quanto dividunt quotum per se esse, aut referri ad aliud: item quantum quiescere aut moveri: In primo arithmeticam: in secundo musicam: in tertio geometriam: in quarto astrologiam collocant. At partitio ista non est κατὰ παντὸς, imò plane falsa est: musica non docet doctrinam numerorum, sed rationes & proportiones sonorum: neque astrologia docet quantitatis doctrinam in linea, superficie, corpore, sed naturam & affectionem corporum cælestium. Utuntur artes omnes nominibus & verbis: item argumento, enuntiato, syllogiſmo, methodo, artes tamen earum rerum sunt grammatica tantum & logica: Itaque dicendum musicam & astrologiam uti numeris & lineamentis, id est quantitatibus in arithmetica & geometria declaratis, quã titatis tamen doctrinam tantum esse arithmeticæ in numero, & geometriæ in magnitudine. Quare quadripartita distributio mathematum est falsa. Geminus partitionem aliam paulo subtilius instituit, quod mathematica sit intelligibilium vel sensibilium: Intelligibilium, ut arithmetica & geometria: sensibilium, ut

lium: ut Mechanica, Astrologia, Optica, Geodæsia, Canonica, Logistica. Atque Geminus licet Logicus adversus Euclidem nonnunquam acutior, attamen non multo accuratius quàm Pythagorei partitus est. Artes enim omnes sunt rerum generalium & universalium, alioqui non essent κατὰ παντὸς, ideoq; intelligibilium, neque magnitudo minus est naturalis & sensilis quàm sol vel luna. Sed Aristoteles partitionis hujus lucem, licet non satis aperte locis omnibus, aliquando tamen acutius vidit. Secundo physico quærit quomodo differat physicus à mathematico, cum uterque lineamenta & figuras consideret, & respondet illa considerari à mathematico abstracta à motu & materia, à physico autem contra permista & conjuncta materiæ motuique. Sed Aristoteles multò gravius veriusque in philosophia philosophatur, cum ab eo totum illud ἀφαιρετικὸν abstractivum mathematicæ disciplinæ genus deridetur, appellaturque πλασματίας ὁ λόγος fabulator sermo, tamque ἀφαιρετικὴ efficitur physica & medicina, quàm mathematica, quod verissimū est. Leges enim formandæ artis κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον communes sunt omnium artium, & perinde à singulis rebus præcepta generalia, homogenea, propria abstrahi jubent: Sed abstractio mathematica clarius explicatur in metaphysicis, quod abstrahere magnitudines nihil aliud sit, quàm considerare sine grauitate, leuitate, duritie, mollitie, raritate, densitate, calore, frigore, cæterisq; physicis accidentibus: quod quidem uerissimè dictum est, sed tam verè etiam de coloribus abstractio diceretur, si Apelles aliquis de coloribus artem aliquam scriberet. Considereret enim à cæteris rebus nihil naturæ coloris essentialibus abstractos & separatos colores. Quærit etiam Aristoteles eodem physico secundo, utrum astrologia sit pars physicæ, quod idem quæri poterat de Optica & Musica. Sed obscurius ea quæstio dissoluitur: respondet enim Aristoteles hæc è mathematis esse φυσικώτερα magis physica: vel potius mathematis cõtraria, quia geometria lineam quidem physicam considerat, sed geometricé, id est per se, & solitariam: physica autem geometritam, sed physicé, id est cũ reliquis physicis accidentibus alligatam. Sic (inquam) Aristoteles dissolvit, sed neq; satis aperté, neq; satis logicis informãdarum artium legib. congrué, ut ad 2 cap. 2 physici dictum est à nobis. Nam quod physicus considerat lineamẽta & figuras, considerat non physica, sed mathematica facultate: & si physica sit scientia corporis materiati & sensilis, certé astrologia pars sit physicæ necesse est, & Optica pars erit physicæ de visibilibus, ut musica de sonis, & tanquam diceretur de audibilibus. Quare bimembris illa mathematum partitio teneatur. Mathematica igitur est arithmetica in numero, geometria in magnitudine, musica autem, astrologia, cæteraque illa φυσικώτερα non sunt artes mathematicæ. Nihil enim præcipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, sed de re physica numerata, de re physica magna. Itaque mathematicæ non sunt. Logisticam verò ab Arithmetica, ut geodæsiam à geometria σφαιροποιϊκὴν, μεθεωροσκοπικὴν γνωμονικὴν ab astrologia separare non major ratio fuit, quam grammaticam & grammaticæ usum duas artes efficere, sic pleraque in mathematicis vulgò numerata artificium quoddam

sepa-

separatum habent, ut Cosmographia, Geographia, in quibus Ptolemæus princeps fuit. Mechanica & Organica, in quibus Archytas, Eudoxus, Archimedes excelluere: ταυτοματοποιητικὴ, cuius principes Etesibius & Hero fuere: ἰσορροπικὴ de ponderum æquilibrio, quam celebravit Timæus, sed maximè Archimedes: hinc libræ & trutinæ: τακτικὴ in re militari, cujus magistri Polybius & Aelianus apud Græcos, Vegetius apud Latinos: Architectura, de qua Vitruvius præcepit. Veruntamen non est illud prætereundum, quod Proclus communiones & differentias arithmeticæ & geometriæ hic etiam collegit, fecitque Logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inversione, fecit (inquam) Logica mathematicæ communia quædam principia. In quo nihil errat, quod Logicam putat esse communem mathematicæ. Est enim omnium artium & omnium rerum communis, & in Logica propriè præcipitur de generali arte rationum æqualium, majorum, minorum, proportionum directarum, inversarum, alternarum, sed errat si putat præcepta illa communia esse præcepta artis mathematicæ: specialia sunt ubi numerus specialiter attingitur & eo numeratur, ut duplum, triplum, sesquialterum. Aristoteles autem in analyticis & metaphysicis verius illud admonet, communia eadem illa non esse mathematicæ, sed altioris disciplinæ theoremata. Age verò differentias Arithmeticæ & Geometriæ similiter audiamus. Quatuor enumerantur à Proclo, in quibus multus est lib. 1. cap. 3. & lib. 2. cap. 2. Prima est. In numeris datur minimum: in Geometria non datur, ut in quadrato, gnomones arithmetici dantur minimi: in Geometria non dantur. At hæc differentia ut vera sit, nihil tamen admodum ostendit: Nam ut magnitudo infinito dividi possit, potentia tamen illa est mentis, qua possit etiam unitas in scrupla, & secunda, & tertia, & sic deinceps infinite dividi. Secunda differentia est, quod numerus non habeat situm, magnitudo habeat. Id ex Aristotelis Categoriis discrimen est: & occupatio loci est magnitudinum propria, resque ipsæ Physicæ beneficio magnitudinum situm & locum occupant. Tertia est quod symmetria primum sit in numeris, deinde ratione numeri sit in magnitudine. Contra figura propriè sit in magnitudine κατὰ ἀναλογίαν in numeris. At mensurabile & commensurabile non aliud est quàm numerabile & communi numero numerabile. Itaque symmetria est numerorum. Secunda pars autem huius differentiæ valde notanda est, quod figura primò & propriè consideratur in magnitudine, in numero autem tantum per analogiam, attamen non perpetuam. Nec enim numeri possunt omnes figuras omniumque figurarum proprietates numerare. Multiplex enim & varium hic est ἀνάρρυθμον, ἄλογον, ἄρρητον. Duplicari potest quadratum in magnitudine, nempe si ex diametro quadrati dati fiat quadratum, erit duplum dati: in numero autem non potest, sed in quibusdam tantum proximum quiddam est: ut è 5 quadratus numerus est 25. ê 7 est 49 uno minor quàm duplus. Attamen hæc ipsa figuratorum numerorũ doctrina licet arithmetica tota esse videatur, quia sola multiplicatiõis consideratiõe cõtenta sine ulla figurę cujusquã similitudine percipi exercericq; possit,

attamen geometricis figuris alligata est, nec extra vllum usum habet. Itaque geometricis etiam figuris quibus inserviet adjungenda. Quarta differentia est πάντα λόγον εἶναι ῥητὸν omnem rationem esse explicabilem: proprium est arithmeticæ. Sunt enim in geometria καὶ ἄῤῥητοι λόγοι. Sed hæc differentia perinde est, tanquam si diceres omnes numerorum comparationes explicari numero posse, magnitudinum autem non omnes posse, vt axis ad latus scosaedri & dodecaedri. Sed tamen istæ in artibus differentiæ & dissimilitudines patent ex cognitis partibus: separatim verò colligi prorsus est nugatorium & inutile: talia sophismata Porphyrii & Aristotelis logicæ scholæ refutarunt. Quamobrem si mathematica generaliter definienda: si definitæ partitio facienda sit, definiatur mathematica doctrina numeri & magnitudinis, duplexque efficiatur arithmetica & geometria, cætera φυσικώτερα suo tempori & loco reserventur

In Cap. 1.

ARithmetica est doctrina bene numerandi: Hæc definitio in elemẽtis nulla est, imo ipsum numerandi verbum ad unam divisionis speciem à Boetio, Jordano, Campano & alijs astrictum est, ut sit idem quod Euclidi metiri id est dividere. Elenchus Euclidis est omissæ definitionis: at Boetii & aliorum Elenchus est generis pro specie, generale nempe verbum specialiter usurpantium, cùm tamen species ipsa proprium verbum habeat, ut dicetur suo loco. At nomen numerandi, additionem, subductionem, multiplicationem, divisionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur: denique bene numerare est arithmeticæ vim & facultatem exprimere, ubi opus sit. Eadem ars apud Platonem logistica interdum dicitur, tametsi aliàs nomen logisticæ vulgarem tantum calculum significat, & sic λογίζεσθαι ratiocinari pro computare dicitur. Atque hæc è generali definitione arithmeticæ. *Partes arithmeticæ.* Hæc partitio in Euclide non est, imò prorsus nulla, saltem specie partitionis usquam proposita in totis elementis partitio est, ut in tertio libro dictum est. Nos igitur omnia complexi, quæ arithmeticæ necessaria, cognata, propria fuerint, ea bifariam partimur è generali differentia numerorum simplicium & cõparatorum. Neque partitione Platonis movemur arithmeticam aliam vulgi, & practicam, aliam philosophorum & theoreticam facientis. Hac enim logica feceris duas grammaticas aliam practicam, aliam theoreticam. At omnium artium præcepta theoriam habent: eorum verò exercitatio & usus praxim, neque propterea duæ sunt artes, ars & usus artis. Alii faciunt arithmeticæ partes vel species, numerationẽ, additionẽ, subductionẽ, duplicationẽ, multiplicationẽ, dimidiationẽ, divisionẽ, progressionẽ, extractionẽ, quæ logica talis esset, ac si diceres grammaticæ partes esse nomẽ, verbũ, adverbiũ, cõjunctionẽ, syntaxim nominis adjectivi ac substantivi, particulas enumerãs, non partes, neque tamẽ particulas omnes, ut suis locis de singulis istiusmodi particulis intelligetur. Arithmetica simplex & absoluta interpretatur simplices qualitates numerorum, in quibus nempe nulla arithmetica cõparatio est neque rationis, neque proportiõis.

Aequa-

Aequalitatis enim & inæqualitatis comparatio quædam erit, sed logica & quæ Arithmeticam comparationis doctrinam nullam requirat. Atq; hæc é generali definitione arithmeticæ unde numerus generaliter definiendus fuerat: quo u/numquodq; numeratur. Numeri verò, notæ decẽ quæ hic adscribuntur recẽtes sunt: his enim Euclides vel Theon nusquam usi sunt, nusquam Archimedes, aut veterum quisquam. Nicomachus ait numeri significationem per unitates esse φωνὴν κατὰ ἀμέθοδον, ideoque simplicissimam. Græcas autem literas νόμῳ καὶ συνθήματι ἀνθρωπίνῳ lege & constitutione hominum significare, ut I quo 10. K, quo 20 significantur, denique apud veterum neminẽ notare potui has notas 1.2.3. &c. Alii referunt ad Phœnices inventores arithmeticę, propter eandem commercio rum causſam: Alii ad Indos: Ioannes de Sacroboſco, cujus ſepulchrum eſt Lutetiæ in comitio Maturinenſi, refert ad Arabes: nec opinio aliena eſt, cùm orbis terrarum Arabes potirentur, etiam diſciplinarum potiri voluiſſe. Itaque eorum multa ſcripta extãt in Philoſophia, medicina, mathematica, unde Algorithmus pro arithmetica, Almageſtum pro ſyntaxi magna: quia al Arabibus regula eſt, ἀριθμὸς græcé numerus, μέγιστον maximum: permiſtis igitur ex arabico & græco vocabulis facta ſunt nomina algorithmi & almageſti. Quicunque autem fuerit inventor decem notarum, laudem magnam meruit, res certé ipſa tantum placuit, ut omnium gentiũ conſenſum meruerit, quod é libris hodie Latinẽ Græcé Hebraicé editis patet: Mathematicis enim his notis utuntur, ſicuti numerus, ut in paginis & foliis exprimendis. *Circulus.* Circulum appellamus cum multis, quam alii thecam, alii figuram nihili, alii figuram privationis, ſeu figuram nullam vocant, alii ciphram, cùm tamen hodie omnes hæ notæ vulgó ciphræ nominẽtur, & his notis numerare idem ſit quod ciphrare. Romani autem literis ſeptem utuntur I.V.X.L.C.D.M. ad omnem numerum deſcribendum: I. ſignificat unum: X ſignificat decem, quia decuſſis denariũ ſignificat, & decuſſatio hic fiat verticalibus angulis: V autem eſt dimidium ipſius X: C verô ſignificat centum, & ita olim ſcribebatur [: & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M mille ſignificat, & olim ſcribebatur ſic (I), ut dimidium ipſius fuerit D pro nota quingentorum. Fuit verô etiam Romanis arithmetica quædam ê digitorum geſtu. Hinc Juvenalis locus ille:]

—— *Atque ſuos jam dextra computat annos.*

Et Quintiliani locus duplex, alter primo libro. Si actor, non dico circa ſummas trepidat, ſed digitorum indecoro geſtu á computatione diſſentit, indoctus habetur. Atque iterum lib. 10. de geſtu digitorum, poculum poſcentis, aut verbera minantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c. Sic apud Plinium lib. 34. cap. 7. Præterea Janus geminus á Numa rege dicatus, qui pacis bellique argumento colitur, digitis ita figuratis, ut trecentorum quinquaginta quinque dierum nota per ſignificationem anni, temporis & ævi ſe deum indicaret. Quales loci veterum authorum plerique ſunt, & χειρονομίαν ipſam Beda de natura cap. 1. deſcripſit, imagines etiam ab illo additæ, ut licet ex eo cognoſcere. Numerus verò dividitur ab authore Algorithmi demõſtrati in digitum, articulum,

lum, compositū. Digitus est quivis numerus minor denario, ut sunt 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Articulus est numerus qui potest dividi in decē partes æquales, ut 10.20.30. Compositus qui fit ex articulo & digito: ut 15.24. &c. Digitus etiam monadicus, ut articulus decadicus græcis verbis ab aliis dicitur. Sed partitio in digitum, articulum, compositum est puerilis & sine ullo fructu, & tantū videtur conficta, ut esset materies confingendarum regularum & demonstrationum planè ineptarum, quibus Algorithmus ille consarcinatus est. Quatuor verò sunt in communi & generali numeratione, quod duobus oblatis numeris tertius invenitur, quod inductione partium, quod notæ tanquā solitariæ spectantur, quod mente reservatur nota quę sequenti numerationi servire debeat. *Partium similiū.* Similitudo partium nullam nobis hic numerorum proportionem indicat, sed ὁμογένειαν quandam logicam, ut in partibus intelligetur. Inductionis verò causa est logica, quia totum suis partibus est æquale.

IN CAP. II. DE ADDITIONE.

Additio est numeratio. Sic Euclides definit numerum per additionem unitatum, A speciem numerationis pro toto genere accipiens, sed ante Euclidē Aristoteles id apertius docuit in philosophia lib. 13. cap. 7. his verbis Ἀνάγκη ἀριθμεῖσθαι τὸν ἀριθμὸν κατὰ τὴν πρόσθεσιν, οἷον τὴν δυάδα πρὸς τῷ εἷς ἄλλος εἷς προστεθέντος, καὶ τὴν τριάδα ἄλλος ἑνὸς πρὸς τοῖς δυσὶ προστεθέντος, καὶ τὴν τετράδα ὡσαύτως. Necesse est numerari numerum secundum additionem: ut binarium uno ad unum addito, & ternarium uno duobus addito, & quaternarium similiter. Quare qui numerationem primā ab additione diversam fingunt Arithmeticæ quandā partem, vehementer errant, seque in logicis valde rudes esse profitentur. Additionis autem ut cujuslibet numerationis species infinitæ sunt, ut si posito numero addatur unitas unica vel duæ vel tres vel quatuor, & sic in infinitū: ut quando numeras 1.2.3.4. vel 1.3.5.7. vel 1.4.7.10. vel 1.5.9.13. Hæc Arithmeticæ prima est infinitas, quam in solis primū numeris docuit Euclides, quæ in omnibus Arithmeticæ partibus deprehendetur. Punctis distinguūtur millenarii loci in additione continua, alii faciunt idem literis a.b.c. sed commodius est punctis. Romani ultra centum millia non numerabāt nisi per adverbia, ut decies, centies, quod multis apud Ciceronē exemplis in Verrinis præsertim cognoscitur. Itaq; si voles Romano more dicere summam aliquam, distinguito punctis notas à fine, tertiam, sextam, nonam, & sic deinceps binis intermissis, hunc in modū 3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Hîc quinque summæ sunt. Prima est tricies bis millies millies centena millia. Sępissime verò verba illa centena millia reticētur, ut duodecies millies sestertiū idem est, quod duodecies millies centena millia sestertiū. Secunda summa est, centies novies millies centena millia. Tertia octingenties septuagies sexties centena millia. Quarta quinquaginta quatuor millia. Quinta trecenta viginti unum. Atque hæc arithmetica veterum Romanorum fuit, quæ multò est expeditior notis arithmeticis. E' definitione autem harum notarum author algorithmi demonstrati fecit definitionem limitis, id est collectionis notarum. Limes itaq; primus

primus est digitorum: secundus primorum articulorum: tertius secundorum, & sic deinceps: fecit itē conceptiones & petitiones. Conceptiones ita sunt. Omnis limitis numeri decuplātur á numeris proximi superioris limitis quilibet á suo relativo. Omnis numerus limitis totiens continet primum sui limitis, quotus ipse est in limite. Petitiones ita sunt. Omnem figuram significativam significare totum numerum limitis quota ipsa est in ordine figurarū. Omnem figurā signi ficativam quoto loco ponitur, toti numerū limitis significare. Cyphram nihil significare, sed ideo præponi figuræ significāti, ut ipsa toto loco ponatur, quoto poni debet. Figurā præponi quæcunq; dexterior est. Hæc authoris illius princi pia & verba sunt ad demonstrationē additionis, subductionis, & reliquarū nu merationū, de qua demonstratione postea. Præcipitur vulgó ut de numeris ad dendis major superscribatur, minor subscribatur. Id verò nihil est, sed ut quisq; numerus proponitur major aut minor supra infrave, nihil interest, quod etiā de Sacroboſco monet. Præcipitur item ut additi numeri duo deleantur. Id itē nihil est, collectus enim ex additis infra scriptus notat supra scriptos jam additos es se, litura igitur hîc ut in multiplicatione nihil facit. de partibus & particulis, ut de libellis, assibus, denariis, hic etiā quidā magistri præcipiunt. Sed de partium doctrina, decq; reductione partiū ad numeros integros, vel contrá de reductio ne integrorū ad partes, deque tota partium numeratione, separata doctrina erit postea. Abacus autem in singulis numerādi generibus quatuor vulgó per tabu lam Pythagoream proponitur: at abacus meditationis nostræ multó magis Py thagoreus est & mathematicus. Itaq; non temerè tantopere á nobis cōmenda tur. Additionis demonstrationē nonnulli triplicē faciunt per 9 vel 7, per addi tionē contrario ordine, per subtractionē: ut si scire velis in additione $\frac{12}{15}$ $\frac{}{27}$ an re ctè operatus sis, jubent ut 9 tollas de addendis tanquā separatim consideratis quoties poteris. Itē de summa collecta, si reliquū fit æquale, probam additionē, secus vitiosam, ut in exēplo posito nihil manet. At demonstratio valde simplex & imperita est. Quid enim si peccatum sit in summa, & pro 27 collegero 36, sub ducito 9 quoties subduci potest, nihil manet. Itaq; fallere potest: demonstratio per 7 eadem est, ut si proponātur addenda 43 & 52 & collegero 59 pro 95. sub ducito 7 quoties potest, utrinque nihil manet, & tamē falsa additio. Quod si au thores demonstrationis hujus præcepissent, ut 9 tolleretur ab addendis quoties potest, & toties á summa tolleretur, tutius præcepissent, & caussam credo intelle xissent. Si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua fore æqualia. Veruntamen etiam intelligerent id per reliquos numeros similiter fieri posse. Secunda demonstratio est, ut á sinistra dextram versus numeri addantur. At id dif ficile sit, si majores notæ fuerint, ut hic $\frac{8}{8}\frac{7}{9}$. Tertia per subductionem im peritè etiam fit: quia demonstratio per 9 & per 7 est etiam quamvis diversa, attamen subductio. Atqui lex & regula additionis est vera demonstratio operis & exempli recti aut vitiosi. Nam si exemplum cum artis regula convenit, est re ctum, secus est pravum & vitiosum. Et valde stultum est, obscurū argumentum petere,

petere, cúm perſpicuũ é cauſſa propria lex tibi ſuppeditet. Regula enim additionis ſervata, eſt cauſſa additionis benefactæ, non autem regula ſubductionis: Et quamvis contraria contrariorum conſequentia plerumque ſint, attamen clarior diſputationis & judicii via eſt per cauſſam: ut autẽ inductio rudibus & novitiis ſit facilior initio & tutior, compẽdium erit ſingulas inductiones, dum ſeparatim aguntur, ad præceptũ artis iterare. Id enim examen facilius erit in ſingulis partibus quàm totam numerationem peractam ab extremo ad initium repetere, ut per partes non tantum numeretur, ſed etiam numeratio examinetur.

IN CAP. III. DE SUBDUCTIONE.

Subductio duos tantum numerorum ordines habet, alterum ſubducendi, alterum à quo ſubductio fit. Alter vulgó creditor, alter debitor appellatur. In ſubductionis regula omnes, quotquot legerim, doctores artis jubent ſiniſtrorſum, ut in additione, progredi, mutuando unum ẽ proxima nota ſuperiore, ſi major eſt ſubducendus, quod inferiori proximo reddatur: ut à 27 tollo 19. non potes 9 à 7 tollere, mutuaris 1 á 20 & á 17 tollis 9, manet 8: deinde illum reddis inferiori ꝓximo, ut é creditore illo nihil deleatur, & 2 tollis á 2, nihil manet. Veruntamen quamvis in omni numeratione generali poſsis ſiniſtrorſum progredi, ut quidam numerant, attamen quia ſubductio additioni contraria eſt, illaq; eſt amplificatio, hæc diminutio, ut illa procedit à minoribus notis ad majores, ita hæc à majorib. ad minores debet deſcẽdere. Neq; mutuandũ aut reddendũ quicquam in contraria via erit: ut à 27 tolle 19: primo à 2 tolle 1, manebit 1: tum á reliquis 17 tolles 9, manebũt 8. Illic obſcura rudibus cogitatio eſt illius mutui & accipiendi à ſuperiore numero, & reddendi inferiori, qui tamen creditor non erat, hic ante oculos eſt in exemplo tuo, quid & unde ſubducas, & ſic in additione didiciſti ſervare i mente. Quare quamvis utraque via ſit vera, tamen duplex fructus hic major eſt, primo quod difficultas illa mutui & accipiendi à ſuperiore, & reddendi inferiori, tum perplexa hîc tollitur. deinde quod argumentum præcipuũ eſt, in diviſione, quæ ſubductio multiplex eſt, ſiniſtrorſum progredimur, & vel inviti cogimur, ſi multis notis diviſor conſtet, de ſingulis conſiderare, quoties unaquæque ſubduci poſsit à ſuprapoſita, antequã diviſio fiat. Quapropter uſitatam viam ſubductionis omiſimus, quia obſcura & moleſta eſſet, & futuræ diviſioni contraria, contrariam á ſiniſtra ſecuti ſumus, quia facilis, quia ad diviſionem accommodata, quia denique logica. Nonnullis alia ſubducendi quoque via eſt, quoties ſubducenda nota major eſt, ut ejus differentia à denario addatur ſuperiori, & totus ſit pro reliquo, tum unitas reddatur proximæ notæ ſubducẽdæ: ut ſi à 34 tollenda ſint 27, differẽtia 7 á 10 eſt 3, quo ad 4 addito totus eſt 7 pro reliquo adnotandus, tum unitas reddẽda 2, ut 3 tollat̃ á 3, ſic.

3	4
2	7
7	

Si

Si nota ſubducenda ſit 9, nil ei addatur, ſed ſuperior aſcribatur integer pro reliquo, ſic.

4	3	4
	9	7
3	3	7

Si nota ſubducenda ſit 0, unitas tollitur â ſuperiore, ut

2	4
0	7
1	7

Si ſupra ſit etiam circulus, 9 quæ diſtantia eſt unitatis â 10 reliquo ſcribitur, ut hic.

2	0	4
1	0	7
1	9	7

Si nota ſuperior fuerit 0, ſubducenda autem nota ſignificans, diſtantia inferioris â 10 pro reliquo notatur, ut hîc.

1	0
	2
8	

Atqui hæc ſubducendi ratio longé etiam ineptior eſt illa ſuperiore, de qua dixímus. Demonſtratio ſubductionis hic item triplex, prima per 9 & 7, ut in additione, quæ perinde fallere poteſt, ſed in ſubductione ſubductus & reliquus æquantur tertio. Secunda fit per ſubductionem, nempe reliqui â tertio ut antea, ſubductus relinquatur, quæ demõſtratio petitio principii eſt ejuſdem per idem. Tertia eſt per additionem, ſic ante demonſtrata eſt additio per ſubductionem quæ contrarii demonſtratio ridicula eſt, cum cauſſa ſit in promptu. Quapropter ſi quis exiſtimet Euclidem vel Theonem ſolum iſto demonſtrandi morbo laboraſſe, fallitur, morbus hic hæreditarius eſt, á patribus ad poſteros pervenit. Euclides vel Theon, vel potius perverſa quædam mathematicarum ſcholarum conſuetudo, jam olim ab Hippocrate chio obtinuit, nihil eſſe in mathematicis præſtantius demonſtratione. Itaq; omnium ferê rerum etiam plerumq; indemonſtrabilium, tamẽ demõſtrationes inventæ, utque vulgo juriſperitos ſine lege, ita & mathematicos ſine demonſtratione loqui pudeat: At ut quædam per ſe juſta ſunt, neque alia lege judicantur, ſic quædam per ſe clara & manifeſta nullam demonſtrationem requirunt, ut principia definitionum, partitionum, poſtulatorum, ſyllogiſmorum. Hic verô Deus bone, cujuſmodi demonſtrationes eſſe arbitramur? Nec enim in hoc primarum demonſtrationum artificio ſolum ſubtilitas eſt inanis & otioſa, ſed logicæ incredibilis illa non curantia, de qua libro 3 dixi. Syllogiſmi enim complexio hic demonſtratur. Propoſitio eſt definitio additionis vel ſubductionis, aſſumptio eſt exemplum. Complexio eſt veri-

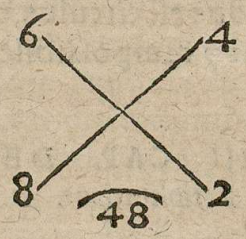
tas & constantia exempli hoc modo. Numeratio qua numeri inductione partium similium adduntur & habetur totus, est additio legitima. Exempli hujus numeratio est ejusmodi. Quare legitima est additio. Simile est in subductione. Itaque qui concessis tum definitionibus, tum exemplis ad definitionum legem constructis de constantia exemplorum dubitat, dubitat de complexione syllogismorum, concessis tamen antecedentibus. Hæc judicii inopia, hæc logicæ artis egestas perabsurda sit, si cum cæteris artibus conferatur. Interrogetur puer, utrum Deus sanctus sit oratio latina, ita respondebit, oratio adjectiui & substantiui congruentium numero, genere, casu, est latina, at Deus sanctus est oratio adjectiui & substantiui congruentium numero, genere, casu: est igitur latina. Dubitent hi jam nostri demonstratores de judicio complexionis hujus, & demonstrationem adhibeant, simillimum egerint atque in demonstrationibus additionis & subductionis agunt. Quamobrem logicam istam tã logicę expertem, tam omnes mathematicæ partes, obscurantem, mathematicæ musæ procul amandate à vestris scholis, & vestris discipulis persuadete, ne in his sophismatis imposterum studia melioribus horis debita consumant. Itaque author algorithmi demonstrati subtiliores etiam demonstrationes hic commentus est per descriptiones, conceptiones, petitiones propositas, algorithmũ ipsum demonstratum probandum, eximium, exaratum maximi & doctissimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctissimi, denique arithmeticum his demonstrationibus paratum tantum differre ab imparato, quantum oculus differat à cæco. Hæ laudes sunt istarum demonstrationum, sed laudes ejusmodi, quales antea Procli in Euclide fuerunt. Laudatores porrò ejusmodi Phavorinos illos Gellianos esse credas exercendi ingenii gratia, non παραδοξον αλλ' ἀδοξον καὶ ἀτοπον ὑπόθεσιν declamantes. Veruntamen si quando mathematici homines præsertim tam excellentibus ingeniis prædití quibus illí fuere, de quibus loquimur, cogitarerint paulò impensius de suis istis demonstrationibus, sibi ipsis opinor displicebunt, cum intelligant talí demonstrationum genere non modo nihil demonstrari, sed artes per se illustres vehementer obscurarí. Quamobrem rejectis nugis talium demonstrationum examen inductionum singularum antea propositum revocatis singulis inductionibus ad legis præscriptum hic etiam percommodum fuerit: ut autem in additione, sic in subductione solet mentio fieri partium & particularum. At hæc partium cum integris numeratio doctrinam propriam habet, de qua postea. Itaque ne quidquam confundatur, id suo loco præcipietur. Ad exercendum verò subductionis abacum illum non fuit inutile quæstiones illas ponere per mutuam solutionem additionis & subductionis: ut à quo numero tollenda sunt 4 ut restent 3? Adde 4 & 3 habes 7 quæsitum numerum. à quo numero tollenda sunt 7, ut maneant 8? additio 7 & 8 ostendit 15. Cõtrà, cum quo numero addenda sunt 4, ut totus sit 7? Tolle 4 à 7 reliquum erit 3, quæsitus numerus. Cum quo numero addenda sunt 8, ut totus sit septemdecim? tolle 8 à 17, reliquus erit 9 quæsitus

nume-

numerus: á quo numero tollendus est circulus, ut maneat o ℄ á nullo: Cum quo numero addenda sunt 8 ut fiant 7 ℄ impossibile. Tonstalí præstantis arithmetici quæstiones hæ sunt.

IN IIII CAP. DE MULTIPLICATIONE.

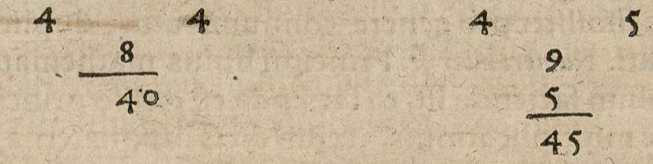
Multiplicatio. Hæc definitio ex Euclidis 15 d 7 est: Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur, qui multiplicatur, & fit aliquis. Definitio autem hæc in quandam analogiam incidit, ut 1 ad multiplicantem, sic multiplicandus ad factum. Itaq; si unitas est minor multiplicante, multiplicandus erit minor facto, si æqualis, æqualis, si major, maior. Quare multiplicatio per 1 est multiplicatio 1, & in exemplis ex inductione partium constantibus, unitas fere semper aliqua est. Nec multiplicare est multiplicandum sæpius addere, quamvis id in numeris multitudinis perpetuum sit, & multiplicationis nomen ipsum inde sumptum sit, sed multiplicare est toties multiplicandum sumere, quoties unitas in multiplicante continetur. Itaq; si unitas ne semel quidem contineatur in multiplicante, multiplicandus ne semel quidem assumetur, sed diminuetur, eritque major facto, quia unitas erit major multiplicante, ut postea in doctrina partium intelligetur. Quamobrem teneatur analogiam quandam in multiplicatione versari, quamvis ea non attendatur. Species verò multiplicationis, ut additionis, subductionis, infinitæ sunt species, per 2 duplicatio dicitur, per 3 triplicatio, & sic deinceps, nec tamen duplicationis ars ulla specialis est. Docuimus antea numerationẽ, quæ vulgò á magistris arithmeticis appellatur, esse additionis speciem, propterea q; imperita partitione speciem pro genere numerari, eadem partitionis elegantia. Hîc apparet, cùm species similiter pro genere connumeratur, duplicationem á multiplicatione separari. *Numeri inter se.* Principii huius mathematici declaratio, si qua præter exemplum facienda sit, ea facienda est ex illo principio totius & partium & definitione multiplicationis, ut cùm dicis bis quaterna, perinde facis ac si 4 & 4 adderes, unde colligeretur 8. Itẽ cùm dicis quater bina, perinde facis ac si adderes 2 & 2 & 2 & 2, unde colligeres 8. Quo genere demonstrationis utitur Theon in 1 p 5. in 4.5.6.7.8.9.10 p 7. Itaque siqua præter exemplum declaratio hic esse debuit, illa esse debuit. At nulla opus est, cum principium sit exemplorum inductione & experientia tantum collectum, & principium in multiplicatione valde necessarium. Euclides autem fecit é principio isto propositionem demonstrabilem 16 p 7. Quidam instituunt sex multiplicationis species ex tribus numeri generibus digiti per digitum, articuli per articulum & per compositum, tum articuli per compositum. Sed digiti per digitum multiplicatio præcipuè ab iis instruitur, & modis duobus. Primo multiplicatur utriusq; differentia á denario, & factus pro nota ultima notatur, tum alterius ab altero differentia tollitur, & reliquum pro prima nota præponitur, sic é sexies octonis fiunt 48, ut hîc vides.



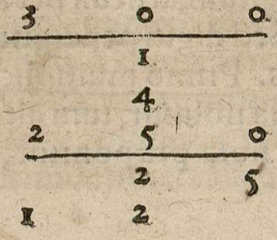
At hic ſubductio differentiæ duplex eſt, ſecundo multiplicatio differẽtiarum, tertio eſt tertia ſubductio, ita artificiũ triplicis ſubductionis & multiplicationis unius pro una multiplicatione hic involutũ eſt. Secundo digitus alter deducitur â ſuo articulo toties, quot unitatibus differt reliquus digitus à denario: ſic ê ſexies octonis fiunt 48.



In quo artificio primũ multiplicatio eſt alterius digiti per 10, ſecunda eſt ſubductio reliqui digiti à denario, ut differẽtia habeatur, tertio eſt multiplicatio primi articuli per inventã differentiam, quarto eſt ſubductio facti ſecundi à primo facto. Itaq; hic ſcilicet inventũ eſt compendiũ quadruplicis numerationis pro una. Ratio vero multiplicationis hujus pendet ex eo quod multiplicandus ſibi toties additus, bis amplius quàm oportuit, ideoq; toties ſubducitur. Illius etiã ratio licet obſcurior, tamẽ eodem redit. Inventũ eſt etiam artificiũ ſimile in multiplicatione per quinarium: ut ſi multiplicandus fuerit par, dimidio ejus circulus, ſin impar minori parti quinarius poſtponatur, ut hic.

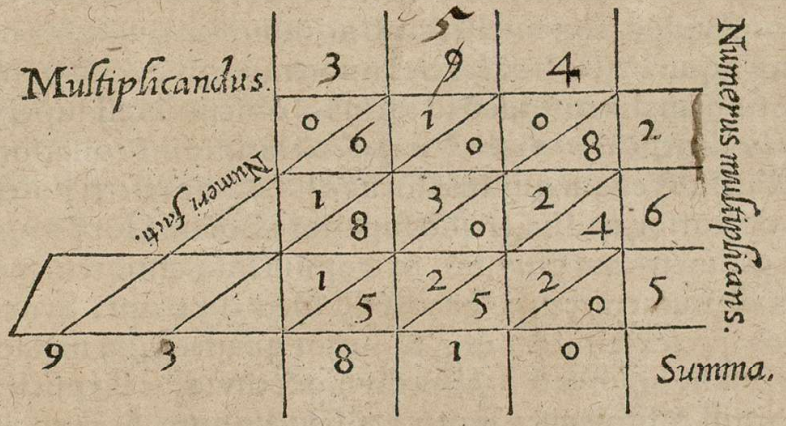


In tali multiplicatione digitorũ author algorithmi demõſtrati ſeptem theoremata prolixa cõſumpſit. Ejuſmodi veró & quotquot præter logicã inductionis viam excogitari poſſunt, pedicæ ſunt argutiarum novitios & rudes impedientium, omninoque digitorum inter ſe numerorum multiplicatio ſi quid obſcuritatis habeat, inductio adhibeatur nulla brevior, nulla planior & facilior via eſſe poteſt. Nonnulli dextrorſum multiplicationem deducũt, ut hic vides 25 per 12 multiplicatis fieri.



Hæc

Hæc autem via obſcuriſsima eſt & maximê lubrica, ideoque talis in arte ſubtilitas eſt fugienda. Nec enim arti propoſitum eſt omnia docere quæ fieri quecunque modo poſſunt, ſed quæ poſſunt commodiſsime fieri. Mercatorum quidam libri ſpeciem multiplicationis præterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula ſectis longo, quot notæ fuerint multiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colligũtur ſummæ ſequẽdo diagonios, ut hic vides.



Verum multó major eſt hujus abaci conſtituendi labor, quam multiplicationis ipſius, & ſi quis numeros ſingulares inductione colligere neſciret, neque unum mente reſervare, & omnino addere neſciret, propterea neque multiplicare, nec ei quicquã artificium hoc proderit. Abacus autem noſter ê novem notis inter ſe multiplicatis communis eſt omnium exemplorum & ſola mente cuſtodiendus: quem qui comprehendere non poterit, is certê ſemihorulæ meditationem & laborem ferre non poterit, & hoc tamen leviſsimo labore devorato, labor in reliquis omnibus poſtea nullus futurus ſit. Probatio multiplicationis prima hic adhibetur per 9 & 7, ut antea, de qua iccirco idem quod antea judicandum, altera per diviſionẽ: ſic probatio duplicationis per dimidiationem: At neque diviſio neq; dimidiatio dicta adhuc eſt. Hyſterologia talis antea fuit in demonſtratione additionis per ſubductionem & ſubductionis per additionem. Author algorithmi adhibet hic etiam 17 vel 18 p 7 elementorum. Sed omnia hęc artificia demonſtrãdi exempli ê definitione protinus aſſumpti jam refutata ſunt â nobis. Quare multiplicationis ne quid in majore opere labores, approbatio optima quæque fuerit ſingulares inductiones ad regulam revocãdo.

IN CAP. V. DE DIVISIONE.

DEfinitio diviſionis in elementis nulla eſt, licet ſæpe Euclides in propoſitionibus & Theon in demonſtrationibus utatur. Multiplicatio addit multiplicandum quoties unitas in multiplicante continetur & habetur factus: termini proportionis hic tres offerũtur unitas, multiplicans, & multiplicandus. Diviſio ſubducit diviſorem â dividendo quoties in eo continetur & habetur quotus, duo tantum termini proportionis hic exprimuntur, dividendus & diviſor: di-

videndus respondet facto, divisor multiplicando, quotus multiplicanti, analogiaque respondet, sed ἀνάπαλιν, ut in multiplicando termini essent 1. 3. 4. 12: in dividendo contrà, 12. 4. 3. 1. divisionis autẽ verbum generale est Euclidi & Theoni pro quacunque sectione in partes æquales vel inæquales, ut compositio pro quacunq; amplificatione additionis vel multiplicationis. Sic διαίρεσις καὶ σύνθεσις opponuntur lib. 5. Verba autem μέτρεω, μετρεῖν, μετρέμενον & sunt Euclidi & Theoni idem quod divisor, dividere, divisus, sed metaphora geometrica, & in arithmeticis obscuriore & vulgo non intellecta ab arithmeticæ quibusdã magistris, qui non intelligentes quo verbo hæc species numerationis appellaretur in elemẽtis παραβολὴν divisionem dixerunt, sed id rarius & obscurius est superiore. Nicomachus παραβλητέον dicit, & τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς latitudinẽ collationis, quã quotum dicimus. Euclidis etiam quidam locus ê lib. 6. huc referri potest, sed geometricus tropus obscurior, ut dixi, est illo superiore. Boëtius, Iordanus, Campanus metaphoram geometricam vitantes, in tropum insolentiorem inciderũt, dum verbum generale numerare pro speciali dividere dixerunt. Synecdoche enim hæc generis pro specie est insolentior, & durior quàm est illa metaphora geometrica similis, p similí. μερισμὸς & μερίζειν divisio & dividere Hypsicli in scholio 15. libri elementorum, & Ptolemæo 9. cap. 1. cõstructionum, & Eutocio & recentioribus mathematicis verba sunt propria & usitata, quæ ideo sequemur, metaphoram geometricam Euclidis & Theonis synecdochen, licet arithmeticam, tamen duram & cõfusionis causſam vitabimus, speciem propriam speciali & proprio nomine appellabimus. Iordanus appellat quotum dividẽtia, sed quoti nomen est aptius. Euclidi sunt μέρος & τὰ μέρη pars & partes. Pars est numerus minor metiens majorem, ait 3 d 7. Partes est numerus minor non metiens majorem, ait 4 d 7. Pars quota vulgò dicitur. Partes autem dicit Euclides partem quantã, quæ dicitur, propterea quod pars quanta non sit illa quidem quota pars unica, sed multæ. Accidit autem sæpe ut numero plurali quotæ partes dicendæ sint, & tum quantæ dici viderentur, quæ essent quotæ. Vitandæ igitur ambiguitatis gratia, præstaret partes quotas & quantas dicere: si quid tamẽ utilitatis ea res haberet. At hæc differentia partis & partium, seu partium quotarum & quantarum, tantum videtur inventa, gratia inanium quarundã Euclidis propositionũ in quinto & septimo libris, in quibus pars & partes ad hanc differentiam nominat. At pars seu pars quota, si quid prodesse potest, potest in divisione per numerũ multitudinis, ubi quotus eit pars quota divisi, quæ nempe divisum numerum & fecerit & propterea dividat. Atque illic pars ipsa quota ex doctrina divisionis intelligitur: quantæ verò partis usum præter inanes illas propositiones nullum didici, nec alius esse potest, quàm ut scias non esse factorem, non esse divisorem. Quare partis & partium differentiam sustulimus ex Arithmetica, ut inutilem. Sed tamen hæc una tam bella differentia partium quotarum & quantarũ, partitioque in Euclide & Theone mirabiliter demonstrata ad 4 p 7. de qua dicetur suo tempore. In divisione jubent doctores artis, cùm consideraveris quoties divisor subduci possit, & quotum habueris, tum multiplices quotum cum divisore, &

re,& factum numerum á dividēdo ſubducas. Quod verum quidem eſt,ſed jam res acta rurſus agitur. Nam cùm conſideras quoties ſubduci poſsit, & quid relinquatur, tum multiplicas & ſubducis, nec omnino alter quotus haberi poteſt. In magnis tamen exemplis oblivionis aut erroris metu tutius fuerit ſubductiones jam factas multiplicatione quoti per diviſorem colligere,& ſummas collectas à dividendo tollere. Atque ut antea reſervatum eſt aliquid in additione, ſubductione,multiplicatione: ita in diviſione majus illud multiplicatiōis opus reſeruatur. Atque ut in multiplicatione antea propoſitus eſt abacus, ſic in diviſione paulo ſecus proponitur. Scribantur ordine novem notæ,& ad lævam diviſor primo unitati opponatur, ſecundo duplicatus opponatur binario, tertio addatur duplicato, totus opponatur ternario, tum diviſor addatur huic toti, totuſque opponatur quaternario,& deinceps ſimiliter, donec ad novenarium ventum ſit,ut hic vides diviſorem 54.

	5	4	1
1	0	8	2
1	6	2	3
2	1	6	4
2	7	0	5
3	2	4	6
3	7	8	7
4	3	2	8
4	8	6	9

Per hunc diviſorem ſi voles 7 8 4 1 8 dividere,notabis, ut antea,numeros,& quotos ex abaco repetes. Nam quotus erit é novem notis, is cui reſpondebit in abaco dividendus, aut proxime minor, ut hic. Erit quotus 1, cui reſpondet in abaco proxime minor unitas,& manent 24, ſic.

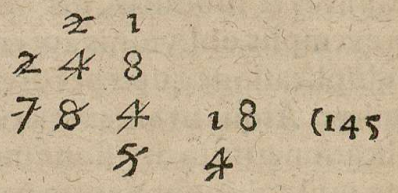
2 4
7 8 4 1 8 (1
5 4

Deinde pars cognominis erit 4,quia 216 proxime minor dividēdo ei reſpondet in abaco. Res igitur ſic erit.

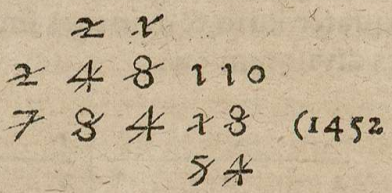
2
2 4 8
7 8 4 18(14
5 4

Tertio

Tertio quotus erit 5, cum 270 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 11, sic.



Quarto quotus erit 2, cum 108 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 10, sic.



Verum quoties divisor mutabitur, toties abacus mutandus erit, & ante divisionem totam peregeris quam abacum talem construxeris. Postremo rudis ille cui paratur hic abacus, caussam quoti hic constituti nesciet. Quapropter ut in multiplicatione, sic in divisione abacum talem valere jubeamus. Docent quidam velut compendium divisionis prolixæ & magnæ idem esse dividere dividendum per datum divisorem & dividere primo per factorē divisoris alterum, deinde quotum inventum dividere per factorem ejusdem dati divisoris reliquum: ut dividere 288 per 12, idem fuerit ac dividere primo per 2, & quotum 144 dividere per 6 reliquum factorem, quotus enim erit 24, qui fuisset, si 288 divisa primo essent per 12. Id, ubi magna divisionis prolixitas metuitur, profuturum censent: ut si dividendus proponatur 9740740652121 per 789 cujus divisoris factores sunt 3 & 263. Itaq; divide illum magnum numerum, primó per 3, deinde quotum 3246913550 7 divide per reliquum factorē 263, habebis quotum 1234567 89. qui fuisset in prima divisione, si magnus ille numerus esset primo divisus per datum divisorem 7 8 9, quod adjumentū non omnino repudio, cùm inductionis sit, sed tamen quantum sit, usus ipse declarabit, abacum illum additionis, subductionis, multiplicationis cōmunem etiam in divisione teneamus: hoc in arithmeticis nihil locupletius aut divitius esse potest, imo nihil promptius atque expeditius. Quin etiam tria illa principia totis elementis arithmeticis á Theone in demonstrationibus usurpata teneantur. Qui dividit partes, dividit totum, ut 2 dividit 4. 6. 14 constituentes totum 24: Ergo 2 dividit & totum 24, quod ex additione est. Item, Qui dividit totum & subductum, dividit reliquum: ut 3 dividit totum 36 & 9 subductum: Ergo dividit 27 reliquum, quod é subductione est. Qui dividit factorem, dividit factum: ut 4 dividit 8 factorē ipsius 48: Ergo dividet ipsum factum 48, quod est é multiplicatione.

tiplicatione. Quinetiã licet hic quæstiões multiplicatiõis & diuisionis cõmunes agitare: ut quis numerus dividendus est in 5, ut quotus sit 7? multiplica 5 per 7. factus 35 erit numerus quæsitus. Per quem numerum dividenda sunt 36, ut quotus sit 9? 36 diuisus per 9, exhibet 4 numerum quæsitum. Per quem numerum multiplicanda sunt 9, ut fiant 36? divide 36 per 9, habebis in quoto 4 numerum quæsitum. Atque hæc in singulis notis meditatio abacum divisioni singularem comparabit. Habet verò & divisio suarum quoq; demonstrationum ineptias per 9. per 7. per multiplicationem, habet per regulas algorithmi demonstrati omnium primas. Sed demonstratio per multiplicationẽ, quæ proponitur absoluta divisione, valde simpliciter à magistris arithmeticis proponitur, tanquam divisio non sit ipsa primo multiplicationis cum subductione meditatio, deinde memoria custoditæ tum multiplicationis, tum subductionis repetitio. Multiplicas igitur in qualibet inductione, & subducis meditando & in memoriæ custodia deponendo, ejusq; depositi velut prædes & sponsores habes divisorem & quotum: deinde ab iis sponsorib. repetis depositam multiplicationem, unde facti subductio ante meditata restituitur: denique fides modicæ divisionis multiplicatione confirmatur. Itaque qui multiplicationem tandem rursus adhibet ad fidem totius divisionis, non cogitans á se toties factum, quoties inductio iterata est, fallitur, si dubitatio sit de errore. Conferatur exemplum cũ lege divisionis. Ea enim demõstratio sola legitima: Analogia enim multiplicationis & divisionis alternè quidem respondet: at contrarium contrarii causſa esse non potest. Quare teneatur, quod antea monui, exemplorũ examen ab artis regula, per quam facta sint, repetendum esse, & quidem in singulis partibus ipsius inductionis. Quod si commodum est in ulla alia numeratione, commodissimum est in divisione, neq; certius aut accuratius hic est quicquam quam unamquamque inductionem repetere singulis in locis, & ad legem examinare, id experientia probabit. Alii probant duplici divisione per factores divisoris: ut si 24 diviseris per 12, quotus erit 2: at si sumpseris 3 & 4 factores 12, diviseriſque 24 primo per 3, tum quotũ 8 diuiseris per 4, tedibit 2 quotus primo inventus. Atque compendium illud est magnæ & prolixæ divisionis, ut duabus exiguis divisionibus quotus facilius inveniatur. Solent verò quæstiones omnis numerationis communes proponi, quibus discipulum oblectare non alienum fuerit. Nummorum, quos erogare tribus amicis velis, dimidium dederis primo & 2 nummos, secundo reliqui dimidium & tres nummos, tertio reliqui dimidium & quatuor nummos, & unus tandem supersit, quot initio nummos habebas? Recurre gradatim ab ultimo ad primum: ad de 1 reliqui ad 4, habes 5, & his duplicatis 10. his adde 3 datos secundo ultra dimidium, habebis 13, & his duplicatis 26, his rursus duos nũmos supra dimidium dato, primo adde, facies 28, & his duplicatis 56, summam primam: hic additionis & multiplicationis numeratio est, & de pluribus eadem ratio fuerit. Incidis in 3 latrones, primo nummorum, quos habes, dimidium tradis, & is commotus, 2 tibi reddit: secundo offers dimidium reliqui, hic liberalior 4 reddit: tertio demum reliqui dimidi-

um donas ac omnium liberalíssimus, & restituit, & elapsus 12 habuísti, quot ínitio nummos habebas, & quot singulis dedísti? Tolle 6 restitutos à 12 reliquis multiis, in quib. nempe continentur, manêt 6, quib. duplicatis fiunt 12: Ab his tolle 4 redditos, manent 8, quibus duplicatis fiunt 16, à quibus tolle 2 redditos à primo, manent 14, quibus duplicatis fiunt 28, summa nummorũ, quos habebas ínitio. Porro de 28 da dimidium primo latroni, & reddat 2, retinet 12, de 16 reliquis da dimidiũ secũdo & reddat 4, retinet 4, de 12, da dimidiũ tertio & reddat 6, nihil retinet. Hic divisionis deductionis multiplicationis numerratio est, quæ de pluribus eadem fuerit. Quod si plus restitutũ dicas quã datũ sit, id ipsum etiã falsum, solutio declarabit: ut si dicas datum primo dimidium, & restitutos 4, secũdo datũ dimidiũ & redditos 6, tertio datum dimidiũ & redditos 8. Denique si dicam restare minus vel æquale reddito, aut omnino plus restitui quã datum sit, falsa quæstio erit. In sæculo tres communem aureorũ summam habebant, sed suæ quisq; summæ ignari. At primus scit socios habere 150, secundus scit socios habere 240, tertius itẽ socios habere 326, tum congerantur aurei omnes in alienæ pecuniæ grandem acervum, quot aureos & universi & singuli repetent? Adde omnes numeros à singulis cognitos, totus erit 716, numerus hic pecuniam habebit à singulis cognitam, quæ summã universorum duplam continet. Quare dimidium 358, summa est quam universi repetent tum á 358 tolle 150, manent 208 summa primi: deinde iterum é 358 tolle 240, manêt 118 summa secũdi: denicq; á 356 tolle 326, manêt 32, summa tertii. Hic divisio & subductio. Quod si de quatuor, quinq;, aut pluribus quæstio sit, summa singulorũ addita ter, quater, denicq; uno minus, universorũ summã contineret, ideoq; per 3 aut 4 aut deinceps majorẽ numerũ dividenda esset. Sunto tibi tres conviuæ, & é 24 calculis da primo in manum 1, secundo 2, tertio 3, tum colloca propalã a, b, c, id est anulum, bullã, cyathũ, & cũ tu aversus fueris, singuli ex illis trib. reb. unã abscõdant: deinde qui abscõderit a, capiat é reliquis calculis quot jã cepit: qui vero b, duplum capiat: qui c, quadruplũ, tũ reversus vide reliquos calculos, qui sunt vel 1 vel 2, vel 3 vel 5, vel 6 vel 7. Si reliqu⁹ fuerit 1, primus abscondit a, secundus b, tertius c. Si 2, primus abscondit b, secundus a, tertius c, reliquos modo ex tabella connexa intelliges.

Residuum	Persona	Res	Residuum	Persona	Res
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

Tres

Tres verò res occultæ sex tantum modis disiungi possunt, quorum nullo cõtingit ut 4 calculi relinquantur. Convivarum unus repertum annulum gestat certi digiti, certo articulo, quæritur quis sit hic conviua, quoq; & digito & articulo annulum habeat. Primo rogo te (qui scis) ut notes personã aliquam, unde cæteræ numerentur: deinde sinistrorum pollex dextræ primus sit digitus, & pollex sinistræ ultimus, articulus vero ungui proximus, sit primus. Tum vero á prima persona incipiens tacitus, numera usque ad annulatam personam, eumque numerum deculpa, decuplo adde numerum digiti, totum rursus deculpa, & tandẽ adde numerũ articuli, cumq; id tecũ egeris, tãtum sum mã mihi dicito, tũ respondebo. Totius numeri prima nota significari personã, secũda digitũ, tertia articulũ, ut á persona prima annulatus, sit quintus, digitus septimus, articulus tertius, 5 numerũ annulati decuplabis & facies 50, addes 7 numerũ digiti, totº erit 57, q decuplatus erit 570, adde 3 numerũ digiti, totº erit 573, & prima nota personã significabit, secũda digitum, tertia articulum. Si penultima figura sit 0, sume 10 á prima pro secũda, ut in eodẽ exemplo. Si digitus sit decimus & articulus secũdus, primo 5 decimus decuplatus facit 50, & 10 additis totus est 60, decuplus est 600, & addito 2 pro numero articuli, totus est tãdẽ 602. Itaq; prima nota erit 5 cum detraxeris 10 pro secunda. Talis est ludus de Christianis & Sarracenis in eandem navim inclusis: qui versibus istis cõtinetur

Post quatuor, quinque da,
Post duos, unum colloca,
Tres numerabis,
Postea unum colloca.
Unum dic pariter
Et duo consequenter,
Duos post opponas
Et tres simul hic apponas,
Semel dic ante bis
Post duos, unum collocabis
Primi Christiani sunt, Sarraceni que secundi.

IN CAPITA RELIQUA PRIMI LIBRI.

NUmeratio minus in elementis tractata est, quæ tamen & natura prior & ad usum potior erat, specialis magis est demonstrata & quidem curiositate valde sophistica: de numero impari & pari sunt elementa 19 in definitionibus septimi lib. 5: in propositionibus noni sunt 14. ê quibus retinemus definitiones 4, propositionem unicam: de primis & compositis elementa 28: in definitionibus septimi libri 4, in propositionibus item septimi 24, quarum propositionum 7 tantum retinemus: de numero perfecto sunt elementa 2: in definitionibus septimi 1: in propositionibus noni 1: hîc nihil retinemus. Itaque ex elementis apud Euclidem 49 retinemus tantum 16: reliqua 33 omisimus, quia nullum earum usum ad bene numerandum necessarium perspeximus: id est nihil hic ad finem artis καθ' αὐτὸ cognovimus: neque tamen pluribus hic persequimur, quia scholæ in Euclidem id sigillatim disceptabunt:

Imparis & paris doctrinam eam tantum retinemus: cujus utilitas nobis apparuit: pariter par in Euclidis demonstrationibus adhibetur ad 28 p 10: ad 16 p 12. sic aliquãdo ab Archimede usurpatur. Sed in re militari egregium illud Aeliani fuit 8. cap. de numero pari, & cujus gratia theorema illud fuit retinendum. Primorum & compositorũ arithmetica plenioris est emolumenti, & iccirco tractata plenius á nobis: locus verò Platonis ẽ quinto legum, siquis requirat ita est, dum philosophus civitatem querelis & inimicitiis vacuam meditatur.

Vide Archim. fol. 13

c Quis igitur (ait) legitimæ distributionis modus? primum quidem æstimanda
c est quantitas numeri, quantum esse conveniat, deinde statuenda divisio civi-
c um in quot partes multitudine & quantitate sit facienda. Postremo agri & fun-
c di quám maxima æqualitate partiendi. Quæ amplitudo verò idonea non aliter
c rectè definietur, quám pro agrorum & vicinarum civitatum ratione: Ager verò
c tantus sit, ut temperatos & frugi habitatores alat, majore etenim opus nihil
c est: Populus autem tantus ut possit & vicinorum injurias propulsare, & vicinis
c ipsis injuria affectis opem non leviter afferre. His provisis atque exploratis,
c tum agrum, tum vicinos reipsa pariter & oratione definiemus. Nunc igitur
c informationis descriptionisque gratia ut res concludatur, ad legislationem o-
c ratio descendat. Quinquies quidem millenî & quadraginta ad congruentis
c numeri speciem agricolæ ac defensores lege definiuntor, definitosque ager &
c possessiones iisdem partibus æquabiliter describuntor, ut viritim sortes & par-
c tes quotę congruant. Atque imprimis duas quidem in partes universus nu-
c merus dividendus est, deinde in tres, tum verò licet in quatuor & in quinque
c & ad decem usque continentor. Numeri verò peritum atque intelligentem
c hactenus legumlatorem esse necesse est, ut judicet quis & qualis numerus civi-
c tatibus maxime sit accommodatus. Ajo verò esse qui plurimas & continuas di-
c visiones suapte natura maximè complectitur. Nec enim omnis numerus o-
c mnes omnium partium sectiones capit: at quinquies millenorum & quadra-
c ginta numeris tum bello pacique, tum commerciis omnibus, tum communi-
c bus tributorum, largitionumque rationibus in divisiones, unde sexaginta di-
c vidi potest ab una quidem ad decem usque continuas. Ergo hæc Platonis ora-
tio est de numero 5040. Additur huc tertia simplicis numeri differentia in numero imperfecto & perfecto á nobis præterita: imperfectus est cujus divisores sunt inæquales toti: estque redundans aut diminutus. Redundans cujus divisores sunt majores toto: in 12 divisores sunt 1. 2. 3. 4. 6. qui additi sunt 16. Hic numerus dicitur Nicomacho Briareus, Geryon, qui etiam impar esse potest, ut Jordanus docet 7 & 50 p 7, qualis nempe est 48045. Diminutus est cujus divisores sunt minores toto, ut 2 dividitur ab 1 sola præter ipsum sic 3. 5. Perfectus est numerus æqualis suis divisoribus, ut 6 æqualis 1. 2. 3 suis divisoribus. Adde enim 1. 2. 3 totus erit 6. Si é numeris continué duplicatis ab unitate totus sit primus factus ab eo per ultimum erit perfectus 36 p 9, ut hic vides 1. 2 3. 6, adde enim 1 & 2 totus 3 erit primus, & multiplicatus per 2 ultimum facit 6 perfectum solum intra decem. Sic 28 perfectus est intra centum, ut hîc vides.

1. 2. 4.

1. 2. 4 | 7. 28.

Adde enim 1 & 2 & 4 totus erit 7, primus & multiplicatus per 4 ultimũ ex additis facit 28 perfectum, cujus divisores habebis per generalem regulam. 1. 2. 4. 7. 14. Sic 496 perfectus est intra mille, ut hic vides.

1. 2. 4. 8. 16. | 31. 496.

Adde 1. 2. 4. 8. totus est 15 compositus, prætereatur igitur: additis aũt 1. 2. 4. 8. 16. totus est 31 primus: qui multiplicatus per 16 faciet 496. Cujus partes invenies, 1. 2. 4. 8. 16. 32. 62. 124. 248. Quas potes etiam invenire, si post totum primum continuẽ duplicentur, quot ante duplicati fuerant: quatuor enim duplicati sunt in hoc exemplo ante inventum primum, & totidem postea duplicantur: sic deinceps à 1000 ad 10000 perfectus 8128, nec singulis gradibus plures uno perfectos invenias: imó gradibus nonnullis nullos invenies: de quo liber est à Carolo Bovillo populari meo conscriptus. Sed hæc tertia est imperfecti & perfecti numeri differentia, quam unica & definitione & propositione perfecti numeri Euclides complexus est, nos prorsus omisimus: reliqui infinite amplificarunt: at hæc libenter in arithmeticam recipiam, cum talis subtilitatis usum aliquem extra artem ipsam cognovero. Cæterum subtilitas in arte non satis est nisi sit utilitati conjuncta. Si quis uspiam in rebus vel mathematicis vel physicis vel politicis & popularib. ullum usum extra scholam & artẽ animadvertat, adnotato. Atq; hæc de numeris integris arithmetica tum generalis, tum specialis fuit, cui de partibus arithmeticam subjecimus, in qua si quis putet hyperologiam aliquam esse, quia comparationum in ratione & proportione aliqua mentio fiat, præsertim in reductionib. cogitabit totam comparationis illius doctrinam esse logicam, & logico sensu cõtentam: neq; postea generalem illam & logicam doctrinam repetimus in sequentib. & inferioribus artib. In reductione autem & multiplicatione partium proportio duplex est, altera in numeris, altera in nominibus. Tota proportio in $\frac{3}{4}\frac{2}{3}$ sic esset $1\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{6}{12}$: ut enim 1 ad 3, sic 2 ad 6: Item ut 1 ad 4, sic 3 ad 12: quod é definitione multiplicationis est, ut enim 1 ad multiplicantẽ, sic multiplicandum ad factum.

P. RAMI SCHOLARVM ARITHMETICARUM LIBER QUINTUS IN *secundum librum Arithmeticæ.*

IN CAPVT I.

Vperiore libro adnotavimus ea paucula, quæ arithmeticã simpliciũ numerorũ attingere viderẽtur: major brevitas in posterũ nobis erit, propterea quod ea quæ dici possint, dicentur in mathematicis elementis. Spreta aũt hæc est cõparationũ doctrina à practicis arithmeticis, unica triũ (ut appellatur) regula cõtentis: at rationũ & proportionũ doctrina etiã recõditior illa quæ docetur in elemẽtis, praxim istorũ magistrorũ totã continet. Itaq; subtiliter interpretati sumus. Comparationis

logica totidem generibus in numeris reperitur, sicut in lineamẽtis & omni ente & non ente: nec aliter logica esset. Itaque logica illa communia non iteramus. de axiomatis autem æqualitatis & inæqualitatis differetur plenius ad primum librum elementorũ. De numeratione rationum sumpta est arithmetica ê 5 d 6 elemẽtorum Euclidis. Hic Proclus, Nicomachus, Eutocius multiplicant indices rationũ seu nominatores pro terminis: ut pro $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, id est pro dupla & tripla multiplicant 2 per 3, & accidit 6 nomen sextuplæ rationis, sed id prolixius est, & molestius, quærenda essent prius illa nomina divisione terminorum, & postea é ratione nominis rursus quærendi termini: Eutocius ad 4 theo. 2. de sphæra reprehendit Arcadium, Pappum, Theonem, interpretes elementorum, quòd definitionem Euclideæ compositionis nõ demõstrarint, sed habuerint in principio: ipse verò demonstrat, ut demonstrat scholiastes græcus, sed tali demõstratione, quali demonstravit Apollonius, Quæ eidem æqualia: Verum multo major hic quæstio est, utrum sit aliqua rationum additio & simplex & subductio. Plerique enim putant compositione rationũ additionem ab Euclide definiri, & quidem duplici de caussa. Prima est, quod compositionis verbum in elementis sit additionis: sic numerus definitur libro septimo ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος ex unitatibus composita multitudo, id est addita: sic libro quinto σύνθεσις compositio, id est additio dicitur: at idem verbum aliquando ab Euclide dicitur pro multiplicatione: sic septimo libro σύνθετος compositus numerus factus multiplicatione, & sic quinta propositione octavi συγκείμενος λόγος cõposita ratio dicitur, quæ fit multiplicatione alternorum laterum, & sic in 5 d 6 quantitates in seipsas multiplicatæ rationẽ cõponere dicuntur. Itaque prima hæc caussa nulla est, cur potius hîc additio quàm multiplicatio intelligatur. Secunda caussa est, quod Euclides aliã multiplicandarũ rationũ doctrinã tradidit 10 d 5 & postea, cum duplicare triplicare rationẽ dicit. Itaque si illa multiplicandarũ rationũ doctrina ab hac diversa sit, necesse videatur hanc nõ esse multiplicandarũ, sed addendarũ rationũ doctrinã. Sanè huic argumẽto veré respõderi posset 5 d 6 ab Euclide generalem multiplicãdarũ rationũ doctrinã doceri, alias specialẽ, nẽpe quadratã cubicam. Nã duplicare rationẽ est terminos rationis bis ponere, & ita multiplicare, triplicare ter ponere, & ita multiplicare. Sic ratio $\frac{2}{3}$ duplicata facit rationẽ $\frac{4}{9}$: sic eadem ratio $\frac{2}{3}$ triplicata facit rationẽ $\frac{8}{27}$. Sic enim sunt multiplicãdi termini $\frac{2\cdot2}{3\cdot3}$. Itẽ $\frac{2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3}$ utsatis patet 10 d 5. Quare si docuerit Euclides generalẽ multiplicãdarũ rationũ doctrinã nõ est alienũ ab eo specialẽ ejus usum tradi: multiplicãdi enim species sunt duplicare triplicare. Ad secundũ aũt argumẽtũ addi potest ex authoritate scholii græci ad hãc definitionem appositi. At hîc scholiastes si tamẽ unus est, in prima parte facit multiplicationẽ quantitatũ, per nominatores rationũ. In fine aũt secũdæ partis ait: Si à cõposita ratiõe altera subducatur, alterã relictũ iri, nec dicit quomodo. Nã si simpliciter à 6 nominatore sextuplæ rationis subducatur 2 nominator duplę, relinquetur 4 nominator quadruplę, qui reliquus nõ erat: cùm esset 3 nominator triplæ rationis. Itaque ut sibi cõstaret, debuit dicere subductionẽ fieri divisione, quia additio fieret multiplicatione, sic divisio 6 per 2 quotus o-

tus o=

tus ostenderet 3 nominatorē reliquæ ratiōis, attamē nominib. abuteretur. Quare hic interpres συνθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν quidē appellat, at multiplicationē terminorū & divisionē reipsa dicit. Quare hic incertus author nihilo certiores nos efficiet. Deniqꝫ in totū cōcludā, talibus argumētis nō cōcluditur simplicē additionē rationū ab Euclide multiplicatiōe diversam definiri. Verūtamē potius animadvertēdū, quod cōtra disseritur. Alexāder enim Achillinus & Volumnius, qui additionē rationū à multiplicatiōe separāt, magnū sententiæ suæ argumētū videtur afferre ab experiētia & exēplo rerū naturaliū, id est rerū numeratarum, ut equus (ajunt) vehat pōdus aliquod, cujus triplū vehere possit, alter vehat idē pōdus & quadruplū vehere possit, jam duo ad unū idē pondus cōjungantur equi, ecquænam virium ad pondus ratio erit? sextupla, respondent authores hi, cujus sententiæ fidē exēpla antiquorū cōfirmāt. Aristoteles enim Theone & Euclide antiquior pro Volumnio & Achillino facit, cū isto additionis genere tertio rhetorico videatur uti, dum Pæanis quarti é trib. brevibus & quarta lōga, rationē cōpositā esse docet ex rationibus tū dactyli lōga una, & brevibus duab. cōstantis: tū lambi brevi & longa cōpositi, in quib. omnibus syllaba brevis unū tēpus, lōga syllaba duo: Statuātur igitur termini hotū pedū, dactyli & lambi per sua tēpora, dactylus rationē habebit æqualitatis 2 ad 2, vel ut Aristoteles loquitur 1 ad 1. lambi 2. ad 1. & sic erunt termini $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ & additi etūt $_{2}$, quæ sesquialtera ratio est, Pæanis triū tēporū é tribus brevib. ad 2 ex una longa. Atqui si multiplices vel quantitates harū rationū, vel indices rationū, habebis rationē 2 ad 1. Quāobrē certissimo argumēto jam cōcludi videatur, hic ab Euclide multiplicationē rationū doceri, à qua additio diversa est. Cardanus vir cū plerisqꝫ aliis artib. tū mathematicis insignis istā controversiā cōponere voluit, & utrāqꝫ opinionē verā putavit. Cum rationū duarū termini (ait) ad eundē terminū cōparātur, fit additio, sic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciunt 7, secus (ait) rationū cōpositio nō est nisi multiplicatio, ut hic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciūt $1\frac{1}{3}$, id est ut ipsemet ait rationē quadruplā. Attamē id etiā attētius spectandū fuerit: possunt enim hæ rationes duæ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ ad eundē comitē redigi: sic $\frac{4}{3}$ $\frac{9}{3}$ & tū additæ facient rationē $1\frac{3}{3}$ diversam ab illa ratione quadrupla per multiplicationē cōpositā. Addit præterea Cardanus causſam erroris esse, quod Euclides in proposito nō assumit duas rationes, sed tantū unā, duas cōtinētē in virtute duorū terminorū. Et Cardanus Alcindū hujus interpretationis authorē adhibet. Alexāder verō & Volumnius, ut idē Cardanus ait, assumūt tres terminos, & ita duas rationes. Vēruntamē Euclidis verba diligētius hīc spectāda sunt, cū Euclides sic loquitur 5 d 6. Ratio ex rationib. cōponi dicitur, cū rationū quātitates in seipsas multiplicatæ faciūt aliquā rationē. Hic enim Euclides apertē & manifestē nō rationē unā, sed plures statuit, unde multiplicatis in seipsas quātitatibus quātitates aliquæ proindeqꝫ ratio aliqua cōponatur. Quāobrē vellē Cardano libuisset alioqui diligētissimo, tamē paulo diligētius hāc cōtroversiā disceptare. Nec enim dubito quin pro singulari doctrina qua præditus est, verū explicaturus fuerit. Quid igitur tādē in re tā incerta & cōfusa sequamur? Certū (inquā) disciplinarū usum, quę quod animadvertere potuerim, aliā cōpositionē rationū

non ha-

non habent, quám quæ fit terminorum multiplicatione, nec aliam ſubductiõnẽ, quã quæ fit terminorũ diviſione. Quin à Ptolemæo diviſio ipſa interdũ appellatur ſubductio, & exempla Alexãdri & Volumnii ſunt rerũ nõ rationũ, nec Ariſtoteles ſatis accuratè illo in loco philoſophari & loqui videatur. Quapropter intelligamus numerorum, qui omnes inter ſe rationales ſunt, eſſe additionẽ, multiplicationẽ ſubductionẽ, diviſionẽ diſtinctas & diverſas: rationũ ſolã additionẽ & ſubductionẽ, quæ etiam fiant terminorũ rationalium multiplicatione & diviſione: longius autẽ ſi progrediare ad proportiones nullam prorſus neque additionis, neque multiplicationis, neque ſubductionis, neque diviſionis numerationem invenies.

IN CAPVT II.

GEnera verò rationis generumque ſpecies ſubtilius exequuti ſumus ex Nicomacho de noſtro ordine: Tametſi de iis nullum eſſet in Euclidis elementis verbum, præter definitiões tres multiplicis, partis, partiũ. Ratio prima & cõjuncta nobis eſt idẽ quod ſimplex & multiplex: ſed ſimplex ,ptinus & multiplex dicetur. In qua etſi nulla ſit rerũ repugnantia: tamen verborũ quandam velut ἀντίφασιν vitare maluimus. Exercuit verò Nicomachus Pythagoream quãdam & Platonicam philoſophiam in tota rationum doctrina jucũdam magis quám neceſſariam, dum ſingulorum inventiones ſtudioſè perſequitur. Totus eſt in geneſi numerorũ ad bene numerandum inutili & ſupervacua. *Superbiparticularis.* Primũ genus ſimplicis rationis ἐπιμόριον eſt græcis, à Boëtio cõverſum eſt ſuperparticulare, ſpecies eius magis latinè ſunt uſitatæ ſeſquialterũ, ſeſquitertiũ, ſeſquiquartum, & ita deinceps, ipſumque ſeſqui totum & dimidiũ, vel majus dimidio, pleriſque in rebus uſurpatur. Ita fit dactylus æqualis, duplus jambus, ſeſquipæan ait in oratore Cicero: ſed in cõpoſitione ſæpius, ut ſeſquihora, ſeſquimẽſis, ſeſquimodius, ſeſquiopera: habet verò & hęc ſpecies, & deinceps reliquæ manifeſtam illã à partiũ doctrina differentiã, quod partes in quoto non ſunt unitatis, quales in dividendo fuerunt, ſed conſequẽtis ſunt partes. Nicomachus autem hic ortum ἐπιμορίων inſtituit, ſeſquialteri habent antecedentes omnes triplices à ternario, conſequentes à binario pares. ut hic.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10
3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30
2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20

Seſquitertium habent duces à quaternario quadruples, comites à ternario triples. ut hic.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32
3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24

Sed Nicomachus hic omnibus elegans illud, & eximiũ jmprimis adjunctum admiratur, quod primæ radices & minimæ ſuperparticularium vicinæ ſint & contiguæ: ſecundæ differunt uno numero, tertiæ duobus, quæ tribus, & ſic deinceps:

deinceps: Atque hæc elegantia illi singularis est, deinde ut doceat in tabula Pythagorea rationem multiplicem antiquiorem esse superparticulari, & cæteris generibus, quod tamen falsum est, rationū longum sermonē conficit, ubi tantum de multiplici agit & superparticulari, denicq; digreditur in admirationem quadratorum & alterolongorum in tabula repertorum. Itaque quæstionem obliviscitur, & res alias agit, has doctrinæ delicias ad bene numerandum inutiles non sequimur. *Superpartiens.* Hoc genus est græcis ἐπιμερὴς λόγος, species ἐπιδιμερὴς, ἐπιτριμερὴς, & c. Est verò in hac altera specie simplici infinitas non tantum generum, ut antea, sed generis cujusque alia infinitas alia sumpta è nomine partium ut superbipartiens tertias, quintas, supertripartiens quintas, superquadripartiens quintas, septimas, in quo tamē non est continuatio nominum, secundum naturalem numerorum seriem, neque enim est ulla ratio superpartiens, ubi nomen partium posit à numero dividi, ut si diceretur ratio $1\frac{2}{4}$ $1\frac{2}{6}$ id est superbipartiens quartas, superbipartiens sextas. Hæ namque rationes reductis terminis sunt $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$, sic $1\frac{3}{6}$ $1\frac{4}{8}$ $1\frac{5}{10}$, & similes sunt superparticulares, quod Boetius ê Nicomacho docet postea ad caput 26. Inventionem autem terminorum, generis cujusque superpartientium Nicomachus docet multiplicatione per 2 in primo genere, per 3 in secundo, & sic deinceps: ut si dederis 5 ad 3 rationem superbipartientem tertias, facies hunc modum $\frac{5}{3}$. In secundo sic $\frac{7}{4}$. $\frac{2}{1}$ $\frac{1}{2}$. $\frac{6}{3}$ $\frac{3}{6}$, & ita deinceps. at idem fieret multiplicatione cujuscunque numeri per 17 & 18 p 7. De duplici autem appellatione Nicomachus ita præcipit. Considerandum verò cùm duę partes in majore supra totum minorem fuerint, tertium subaudiri, cùm tres, quartum, cùm quatuor, quintum, cùm quinque, sextum, & sic deinceps similiter progressus secundum nomen. Talis est superbitertius, superbiquartus, superquadriquintus, tùm superquintisextus, & similiter in reliquis. Verba græca Nicomachi in fine mendosa sunt, sed sensus ita est. Boetius autem locum hunc interpretatus est hoc modo. In hoc quoque videndum est, quoniam cùm duæ partes minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur: ut superbipartiens qui dicitur: quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias. Et cùm dico supertripartiens, subaudiri necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuperat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas, & ad eundem modum in cæteris: uno semper adjecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc sint, ut qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius: qui dicitur supertripartiens, is sit supertriquartus: & qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur superquadriquintus, eademque similitudine usq; in infinitum nomina producantur. Hæc Boetius, ubi de exemplis Nicomachi verba sunt, quæ dicit de omnibus in universum vera non sunt. Nā superbipartiens potest dici non solum tertias, sed quintas, septimas, nonas, ut 7 ad 5, 11 ad 9, item supertripartiens non solum quartas dici potest, sed quintas, septimas, decimas, ut 8 ad 5, 10 ad 7, 13 ad 10, & sic in generibus aliis. *Multiplex.* Hæc primi generis species posterior est utraque superio-

re. Posterius enim est multiplum esse, quàm superparticulare aut superpartiens: Nicomachus autē multiplicum ortum reperit in hac naturali serie 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. Primo enim partes continui sunt dupli, deinceps ab unitate parium & imparium: ut 2 est duplus ad 1: 4 ad 2: 8 ad 4: & sic deinceps infiniti dupli: 3 est triplus ad 1: 6 ad 2: 9 ad 3: sic deinceps duobus intermissis: 4 est quadruplus ad 1: 8 ad 2: & sic deinceps tribus intermissis omnes: 5 est quintuplus ad 1: 10 ad 2: & sic deinceps intermissis quatuor reliqui. Dupli autē quadrupli, octupli sunt tantum pares. Tripli, quintupli alternē. *Conjuncta.* Duo genera rationū reliqua sunt composita é primis multiplici & superparticulari: multiplici & superpartiente, in cujus utriusque inventionibus diligentiam eandem adhibet Nicomachus. Primó in naturali serie á 2 comites in serie imparium, á 5 duces reperit cujusque generis multiplicium superparticularium hoc modo.

5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Deinde separatim singulorum generum, ut quoti deinceps indicant.

$2\frac{1}{2}$ duces diffe.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	
Comites pares	2.	4.	6.	8.	10.	12.	
$2\frac{1}{3}$ duces diffe.	7.	14.	21.	28.	35.	42.	49.
Comites diffe.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
$2\frac{1}{4}$ duces diffe.	9.	18.	27.	36.	45.	54.	
Comites diffe.	4.	8.	12.	16.	20.	24.	
$3\frac{1}{2}$ duces diffe. 7.	7.	14.	21.	28.			
Comites pares	2.	4.	6.	8.			
7							
$3\frac{1}{3}$ duces diffe.	10.	10.	20.	30.	40.		
Comites diffe.	3.	3.	6.	9.	12.		

Atq; hæc inventio est multiplicis superparticularis. Multiplicis autem superpartientis inventio nulla speciatim á Nicomacho facta est, hæ verò tam variæ tamque multiplices terminorum rationalium inventiones usum arithmeticum prorsus nullum habent. Duæ viæ illæ generales inveniendi rationem ê datis terminis, inveniēdi terminos é data ratione, totam de rationibus utilitatē continēt. Tota hæc subtilitas γενέσεως qualis fuit in paribus, imparibus, perfectis, imperfectis arithmeticæ artis impedimenta tantū continet. Quare omnes istas inventiones ex arithmetica arte sustulimus. Nicomachus verò post expositā rationum doctrinā duo prolixa capita cōsumit in Pythagorea contemplatione, qua rationes omnes inæqualitatis ab æqualitatis ratione deducūtur, & ad eam reducuntur, summas comprehendamus, deductionis regula primum sic erit.

Si datis tribus terminis tres alios æquaris primum primo, secundum primo & secundo, tertium primo & tertio, & duplici secundo, facies ex æqualibus duplos,

plos, eademque via de duplis triplos, de triplis quadruplos, & sic deinceps in-finite hoc modo.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Ac de iis ordine conversis eadem via fient superparticulares sesquialteri de duplis, sesquitertii de triplis, & sic deinceps, sic.

4	2	1
4	6	9
9	3	1
9	12	16

Contrà é conversis superparticularibus similiter fiunt superpartientes hoc modo, é sesquialteris superbipartientes, é sesquitertiis supertripartientes sic.

9	6	4
9	15	25
16	12	9
16	28	49

E' directis superparticularibus sesquialteris fit multiplex superparticularis dupla sesquialtera.

4	6	9
4	10	25

Sic é directis sesquitertiis fiet dupla sesquitertia.

9	12	16
9	21	49

Sic ê superpartientibus directis superbitertiis nascentur multiplices dupli superbipartientes tertias.

9	15	25
9	24	64

Sic é superpartiẽtibus supertriquartis fiẽt multiplices dupli supertriquarti.

16	28	49
16	44	121

Hæc deductio est ab æqualitate, sequitur breuior ad æqualitatem reductio.

Si datis tribus continuis ejusdem rationis terminis, primus statuatur primo loco, differentia primi ad secundum, secundo differentia primi & secundi reliqui duplicis ad tertium, tertio termini rationis prioris, tandemque æqualitatis restituentur, ut.

8	32	128
8	24	72
8	16	32
8	8	8

Hæc contemplatio Nicomacho elegantissima videtur, & quidē theologiam Pythagoream quandam continet dei primi rerum authoris, unde bona omnia sed inæqualiter imperfecta oriuntur, & quo eadem referuntur. Sed sine contemplationibus his otiosis & inertibus theologia vel é solidis artium mathematicarum & utilibus documentis sanctior habeatur, contemplanda divinorū operum sapientia in numero, mensura, pondere. Quare totum hoc mathematum genus non inutile solum, sed plane nugatorium á seriis mathematum præceptis amandetur.

IN CAPITA RELIQUA.

Logicas datæ proportionis differentias inversæ, alternæ, disjunctæ, continuæ in præceptis arithmeticis non ponimus, quæ jam posita sunt in logicis. Genera autem proportionis duo tantum instituimus, quia hæc sola simplicia & mathematica sunt. Nicomachus fecit decem. Jordanus addidit undecimam: sed de his omnibus authores sui legantur. Proportionis arithmeticæ doctrina est in Nicomacho: in Euclidis autem elementis prorsus nulla, quamvis usus sit Euclides aliquando ut alternè ad 7 9 p 10. Illic enim & Theon, & Campanus proportione arithmetica utuntur: In proprietatibus autem arithmeticæ proportionis requirimus terminos quantitate medios, secus, ut mox apparebit, proprietates illæ impropriæ essent. Proportionis arithmeticæ disjunctæ proprietas duplex est. Primæ ratio quædam subductis differentiis æqualibus, posteaque additis posset ex illo theoremate deduci. Si æqualibus æqualia addantur, tota erunt æqualia. Sed malo proprietatem ex sese notam & manifestam sumere, & exemplis tantum inducere. Secundæ proprietatis inventionem sibi Nicomachus attribuit, eamque appellat elegantissimam, & est sane: Ejus usus est apud Archimedem ad 9 th. 2. de sphæ. Illic enim Eutocius adhibet hoc theorema, & demonstrat per 5 p 2. Si numerus fuerit sectus magis & minus inæqualiter oblongum, minus inæqualium est majus oblongo magis inæqualiū. At hoc theorema speciale est, & potest ex hoc nostro videri deductum. Quoties enim numerus idem bis dissimiliter secatur, semper fiunt termini quatuor arithmeticé proportionales. Itaque non tantum constat factum mediis esse majorem, sed tanto majorem esse. Termini tamen hic quantitate medii sumendi sunt: nec enim conveniet exemplum 12. 8. 16. 12. quamvis differentiæ sint eædē: nec idem conveniet exemplum

plum 12. 8. 12. 16. Ergo theorema noſtrum plenius & uberius eſt: cujus tamen cauſſam nullam requiro, ſicuti neque illius antea requiſivi, poſtulo tanquam proprietatem catholicam, & indemonſtrabilem. Hinc proprietates duæ ſequentes aſſumuntur in continuis & concluduntur. Tertia enim primam, quarta ſecundam ſequitur. Hanc conſecutionis logicam Nicomachus non intellexit, quia ſpeciales regulas præpoſuit. Addit Nicomachus & quintam differentiam. Quod differentiæ ſint ad differẽtias, ut ſinguli termini ad ſe ipſos, id eſt ut æquale ad æquale: quod novi nihil eſt. Id enim definitione proportionis arithmeticæ continetur. Progreſſionis arithmeticæ proprietates quinque vulgò traduntur. Tres primas omiſimus, quia nullam earum utilitatem videremus, prima eſt. Si tollatur primus terminus ab ultimo, reliquuſque dividatur per numerũ terminorum unitate minutum, quotus erit differentia: ut dato numero terminorum 5: datiſque progreſſionis extremis 2 & 10, tollo 2 á 10, reliquuſque 8 dividatur per 4 minorem unitate, quàm 5 eſt numerus terminorum, quotus erit 2 differentia. Secunda eſt. Si tollatur primus ab ultimo, & reliquus dividatur per differẽtiam, quotus unitate diviſus erit numerus terminorum: ut in eodem exemplo tollo 2 á 10. reliquus 8 diviſus per 2 differentiam dabit quotum 4, qui auctus unitate erit 5 numerus terminorum. Tertia eſt. Si tollatur unitas á numero terminorum, & à reliquo factus per differẽtiam tollatur ab ultimo, reliquus erit primus terminus: ut eſto differentia 2 numerus terminorum. Nam tollatur unitas á 5, reliquuſque 4 multiplicet 2 differentiam, factus 8 ſublatus á 10 ultimo relinquet 2 primum. Has tres inventiones omiſimus, quia, ut dixi, notam & illuſtrem utilitatem nullam haberent, inſtruximus quartam & quintam propter utilitatem manifeſtam. Quatuor autẽ primæ per analyſim ſunt factæ. Nam qui geneſim contrariam conſiderabit, intelliget analyſeos cauſſam. Itaque in prima proprietate primus tollitur ab ultimo, & reliquus factus á differentia per numerum terminorum unitate minutum habeatur. Itaque dato facto, & facto re altero, reliquus habetur diviſione. Eademque ratio eſt in ſecunda proprietate. In tertia autẽ & quarta proprietate analyſis apertior eſt. Dantur enim factores, unde factus habetur, cujus ſubductione vel additione, habetur primus & ultimus. Quintæ proprietatis cauſſa alia eſt, é ſecunda nempe proprietate proportionis diſjunctæ: ut in quatuor terminis facilius eſt intueri. Nam cùm medius uterque ſit æqualis extremo ſimulutrique, ut ſumma habeatur, duplicetur ſumma extremorum additorum, id eſt multiplicetur per dimidium numeri terminorum, idem erit in quamlibet magna ſumma, propterea quod bini extremi & medii ſunt æquales. Proportionis geometricæ tantus uſus eſt in omnibus rebus, ut hæc ſola proportio doceatur in elementis. Exempla proportionis innumerabilia ſunt, quæ varium quoddam ingenii acumen perpetuo requirant. Ex infinitis igitur illuſtria ſelegimus & digeſsimus, quibus ad reliqua generis ejuſdem diſcipulus arithmeticæ exerceatur. Quæſtiones autẽ capitum ſequentium ſunt é variis authoribus collectæ: quædam etiam é græcis epigrammatis aſſumptæ: ut illud de ſtatua Palladis, & armentis Herculis, quæ ad verbum, ut

deinceps reliqua convertimus. Sic autem sunt.

Παλλὰς ἐγὼ τελέθω σφυρύλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται, δῶρον ἀοιδοπολῶν,
ἥμισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοατὴν δὲ
Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔθηκε Σόλων,
αὐτὰρ ἐεικόστην Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα,
ἔννεα, καὶ τέχνη δῶρον ἀριστοδίκου.

Pallas ego sum malleata, sed aurum
Iuvenum est, donum poetarum,
Dimidium quidem auri Charisius, octavam autem
Thespis, & decimam partem posuit Solon,
Sed vigesimam Themison, reliqua veró talenta
Novem, & ars donum Aristodici.

αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Αλκεέδαο
πληθὸν βουκολίων διζήμενος, ὃς δὲ ἀπάμειπτο
ἀμφὶ μὲν Αλφειοῖο ῥοὰς φίλος, ἥμισυ τῶν δέ
Μοίρη δ' ὀγδοάτη ὄχθον χρόνου ἀμφινέμονται,
Δωδεκάτη δ' ἀπάνευθε ταραξιπποῖο πάρ' οὖρον,
ἀμφὶ δ' ἄρ' ἤλιδα διᾶν ἐεικοστὴ νεμέθονται
αὐτὰρ ἐν Αρκαδίῃ τρηκοστὴν προλέλοιπα
λοιπὰς δὲ ἀυλσυόσεις ἀγέλας, τὸ δὲ πεντήκοντα.

Augeam interrogavit magna virtus Alcidæ
Multitudinem armentorum quærens, ipse veró respondit,
Circa quidem Alphei fluvium, amice, dimidium quidem horum,
Pars autem octava collem Saturni circumpascuntur,
Duodecima autem secessit Taraxippi ad montem,
Circa veró Elidem divinam vigesima pascuntur,
Verum in Arcadia tricesimam reliqui,
Reliquos autem videbis greges hic quinquaginta.

Paulo dissimiliter solvitur græci item epigrammatis illa quæstio fratrum Zethi & Amphionis, matrisque Antiopes.

ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν
Ζῆθος τὲ χ' ὁ ξύναιμος. ἢν δὲ μοῦ λάβῃ
Τρίτον, τὸ τέταρτόν τε τοῦ δ' ἀμφιόνος
ἐξ παντ' ἀνευρῶν μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

Ambo quidem nos viginti minas trahimus
Zethusque & germanus. At si de meo sumpseris,
Tertiam & quartam Amphionis,
Sex omnia inveniens, matris invenies pondus.

Primum simulutriusque quæsiti numeri id est 20, cape $\frac{1}{4}$, quæ nẽpe sit unius & alterius quæsiti $\frac{1}{4}$ communis, ea erit 5:6 autem matris numerus continet hanc communem $\frac{1}{4}$ & præterea unũ id est $\frac{1}{12}$ primi quæsiti numeri, ut perspicies tollendo

lendo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, unde proportio de primo quæsito numero cõcludetur, $\frac{1}{12}$ valet 1, ergo 1 id est totus valet 12. Hic numerus est Zethi, quo de 20 sublato, manet 8 numerus Amphionis. Nam $\frac{1}{3}$ de 12, item $\frac{1}{4}$ de 8 sunt 4 & 2, & simul uterque 6 numerus Antiopes. Idem verò concludi potest, sumendo primum ejusdem totius 20 $\frac{1}{3}$ id est 6 & $\frac{2}{3}$: 6 enim superatur ab eo $\frac{2}{3}$ id est $\frac{1}{12}$ secundi quæsiti: cujus $\frac{1}{4}$ quæritur: unde concludetur, $\frac{1}{12}$ valet $\frac{2}{3}$, ergo 1 valet $\frac{24}{3}$ id est 8. Hic numerus est Amphionis, quo de 20 sublato restat 12 numerus Zethi: sed tamen quæstio per Algebram melius explicaretur. Est in epigrammatis græcis de tubis fontis simile.

Χαλκέος εἰμι λέων, προιωὶ δέ μοι ὄμματα δοιά
Καὶ στόμα σὺν δέ θέναρ δεξιτεροῖο ποδὸς,
Πλήθει δὲ πρατῆρα δὺ ἤμασι δέξιον ὄμμα
Καὶ λαῖον τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ
Ἄρκιον ἐξ ὥρεας πλῆται στόμα, ἐν δὲ ἅμα πάντα
Καὶ στόμα καὶ γλῆνα, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον?

Aeneus sum leo, tubuli autem mihi oculi duo
Et os cum palma dextri pedis,
Implet autem craterem duobus diebus dexter oculus
Et sinister tribus, & quatuor palma
Sufficiens sex horis implere os, insimul autem omnia
Et os & oculi, & dic quantum?

Cape hic ut antea, antecedentes proportiones, invenies impleri 1 hora $\frac{12}{12}$ lacus, unde concludes totum impleri $\frac{12}{15}$ vel $\frac{4}{5}$ id est 48 minutis unius horæ. Lubet porro addere & epigramma græcum aliud, quod tametsi facilius per algebram expediri possit poterit etiam per numeros absolutos. Est autem sic.

ἡμίονος καὶ ὄνος φερέοντες οἶνον ἐβαίνον,
Αὐτὰρ ὄνος γενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτον ἑοῖο,
Τὴν δὲ βαρυγενάχουσαν ἰδὼν ἐρέεινεν ἑκείνη,
Μῆτερ, τὴ κλαίεις' ὀλοφύρεαι ἠὲ πόρῃ,
Εἰ μέτρον ἐμοὶ δοίης, διπλάσιον σέθεν, ἦρα,
Εἰ δὲ ἐμὸν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρικὴς ἐυπλίγτορ?

Asina & asella ferentes vinum ibant,
Sed asina ingemiscebat præ sarcina oneris sui,
Hanc verò graviter ingemiscentem conspicata interrogavit illa,
Mater: quid mœrens lamentaris seu puella?
Si mensuram unam mihi dederis, duplum tui tulero.
At si unam vicissim ceperis, omnino æqualitatem servabis.
Dic mensuram optime geometriæ doctor.

Esto numerus asinæ, 1 numerus, addatur ꝙ 1 ab asella erit 1. numerus 12. 1. Itaꝙ $\frac{1}{2}$ é numero asinæ, & $\frac{1}{2}$ unitatis relinquetur asellæ: reddatur autem asellæ sua unitas, habebit illa $\frac{1}{2}$ é numero asinæ, & 1 $\frac{1}{2}$ suæ unitatis. Iam idẽ est asinæ detrahere 1, & idem asellæ addere, & 2 addere asellæ, & nihil detrahere asinæ: adde igitur 2

asellæ:

asellæ: jam $\frac{1}{2}$ é numero asinæ & $3\frac{1}{2}$ ê numero asellæ, æquantur asinæ numero: dimidius autem $3\frac{1}{2}$: ergo totus $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$ est numerus asinæ: huic adde 1, totus erit 8 duplus ad 4 reliquum numerum asellæ, cui redde 1 ablatum; totus erit 5 numerus asellæ initio propositus. Idem invenies si ab asella incipias. Esto igitur pro numero asellæ 1 numerus: addatur ei 1 é numero asinæ habebit 1 numerum & 1, tantumque restat asinæ, nempe 1 numerus & 1: redde asinæ suam 1, habebit 1 numerum & 2. jam idem sit detrahere asellæ 1, & addere idem asinæ: ac nihil detrahere asellæ & 3 addere asinæ, ut constat in 6 & 9; ut alter alterius duplus sit: addãtur igitur 3 asinæ, habebit 1 é numero asellæ & 5, qui totus est duplus ad asellæ numerum: dimidius autem est 5, qui numerus asellæ initio fuit.

DE REGVLA FALSI.

Ad ejusmodi quæstiones quidam afferunt regulam falsi, quæ divinationis cujusdam similis est, ut tres habuere singuli nummos, sed casu uná confusos, bini tamen summas suas norunt primus & secundus 50, secundus & tertius 70, tertius & primus 60. Quæritur summa singulorum quæ fuerit. Conjicito primi aureos fuisse 20. Relinquantur secũdo 30, & tertio 40, reliqui nempe é 70. Hæc conjecturæ sors apte ceciderit: neque falsi hypothesis est in eo, & quæstio ista, jam ante â nobis non conjiciendo, & divinando, sed arithmeticé ratiocinando explicata est. At si falsa conjectura sit, notetur excessus cum signo plus sic †, vel defectus cum signo minus ——: factique â falsis per alternas differentias adscribantur. Hic signa similia sunt, aut dissimilia. Si similia tollantur, minor factus â majore, & reliquus dividatur per reliquum differentiæ majoris supra minorem, quotus erit quæsitus, ut aspiciens quidam alterius loculos (inquit) videris mihi habere aureos 100. Minime (inquit alter) sed si addideris $\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}$ & 1 habebo 100. Quæritur igitur quot aureos habuerit. Conjiciatur primum fuisse 12, ad quæ propositis additis id est 6.4.3.1. totus 26 á 100 deficiet 74. Hic defectus notetur cum signo —. Túm veró duplicato falsam hypothesim & 24 conjicito, ad quæ propositis additis id est 12.6.8.1. totus 51 á 100 deficiet 49. Hic item defectus notetur cum signo —. jam sequere arithmeticam falsi, exemplũ totum sit.

12 —— 74
24 —— 49
1774
588
$\frac{1188}{25}$ ($47\frac{13}{25}$ quæsitus: $\frac{1}{2}$ est $23\frac{19}{25}$: $\frac{1}{3}$ $15\frac{21}{25}$: $\frac{1}{4}$, $11\frac{22}{25}$

Quibus omnibus additis & 1, totus est 100. At si dissimilia signa sint, totus é differentiis & factis dividatur per totum é differentiis, quotus erit quæsitus: ut in exemplo asinæ & asellæ. Conjicito pro numero asellæ esse 3, addito 1, totus erit 4: pondus igitur asinæ matris erit 5: at si é 3 numero asellæ 1 addideris ad 5, totus

totus 6 esset, non duplus reliqui 2, sed triplus. Conjectura itaque prima superat 2. Adnotetur igitur cum signo †. Tum veró divinato asellæ numerum fuisse 6, duplum antea falso conjecti 3 : 1 assumpto totus erit 7. Itaque numerus matris erat 8 : at si 1 ad 8 addatur, totus 9 non est duplus reliqui 5, sed 1 deficiet : adnotetur igitur & hæc falsa hypothesis altera. Denique artem falsi exequere, totum exemplum sic erit.

3 † 2
6——1
3
12
15 (5.
3

Et 5 erit numerus asellæ, cui si unitas addatur detracta numero matris, totus erit 6 : numerus itaque matris erit 7. Atque hæc ars est falsi conficta ab arithmetico aliquo, logicorum Aristotelis dogmatum videlicet æmulo : ut enim Aristoteles in logica docuit ex falsis verum syllogismo posse concludi, sic in arithmeticis Arithmeticæ hujus invẽtor invenit quomodo ex falsis verum colligeretur. Sed generis hujus exempla quæ per falsas hypotheses explicantur, per arithmeticam veram possũt explicari : & quicquid hic est, præterea ex algebra est : de qua dicetur suo tempore.

PRAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 6. IN DEFINITIONES *primi libri Euclidei.*

Libri quartus & quintus mathematicarum scholarũ in nostram arithmeticam adhuc fuerunt, reliqui libri erunt in elementorum Euclidis & Hypsiclis libros, sed pro subjecto argumento dissimiliter amplificati vel contracti : sextus itaque erit in definitiones primi libri. Geometria igitur definita nobis est ars bene metiendi, qua generali significatione á Platone definitur 7 de rep. μετρικὴ μήκους καὶ ἐπιπέδου, καὶ βάθους, tanquam diceres mensurativa longitudinis & planiciei, & altitudinis. Sed veritas ista commodissime dijudicari potest inductione στοιχειώσεως & institutionis geometricæ, si á primo geometricorum librorum elemento ad ultimum subducas. Comperies enim omnia ad unũ bene metiendi finem referri. Congruentia prima mensura erit applicata metiendis magnitudinibus, tum similitudo triangulorum ad lineas metiendum : deinde quadrangulum rectangulum mensura erit & sui & trianguli, & reliquorum rectilineorum : imo veró etiam circulorum & circularium sectionum : in solidis bases & altitudines, in prismatis & cylindris & eorum ratione, in pyramidibus, polyedris ordinatis, conis. Hæc (in-

quam) universa omnium elemẽtorum inductio planum faciet geometriam esse artem bene metiendi. Proclus lib 2 cap 2 huc respicit. Geometria (ait) est cognitiva magnitudinũ & figurarum & in his terminorum & rationũ & affectionum, variorumq; situum & motuum. Hæc Procli per partes definitio idẽ comprehendit, quod illa subtilior inductio. Verum iste bene metiendi finis in Euclidis geometria obscurior est, quia nominatim nullum unquam de fine geometriæ, nullum de usu verbum in elementis factũ est, & zelotypia illa Platonis videlicet occultum est de industria, tanquã á pontificibus hoc totũ geometrici usus mysterium: imo vero verbũ ipsum metiẽdi in elementis nusquã appellatum est, quin geometrica metaphora ad numeros translatum sæpe in arithmeticis elementis usurpatur, & occasione numeri ad symmetriam magnitudinũ decimo libro refertur. At nos Archimedem cum Euclide & artis utilitatem cũ veritate conjungere instituimus. Itaque definitio geometriæ ex illo vero geometricæ στοιχειώσεως fine teneatur. Geometria est ars bene metiendi. Sed mensura mensuræq; species ex arbitrio assumuntur: sic Persæ parasangas: Aegyptii schœnos, aliique populi mensuras alias habent, & plerumque in eadem civitate varias pro variis fundorum dominiis mensuras offendes. Sed geometricæ mensuræ genera nõ tantum ex variis hominũ ingeniis, sed ex variis rebus varia sunt, alia magnitudinibus spatiorum, alia liquidorum, alia frumentorum, atq; omnino locum & situm occupantium. Neq; mensuræ solæ sunt, quæ vulgo nominãtur, sed mensuræ sunt, aut mensuras ipsas in sese continent, radius & dioptra Hipparchi, regulæ, armillæ, astrolabium Ptolemæi, torquetum Regiomontani, sed umbræ etiam mensuræ sunt, quibus per ellipses mathematici dimensi sunt magnitudinẽ solis, lunæ, terræ elementaris á terra regionis ad ipsa sydera & intervalla ipsorum inter se. Mensuræ itẽ sumũtur é jactu teli & bombardæ: é volatu avium, ut caponis: é sonis etiam & vocibus intervalla judicantur, quæ ipsa etiam vel longissima continuãtur vocibus: Sic Xerxes biduo per interpositos certis intervallis homines denuntiavit é Græcia in Persidem Susas usq;, quæ Athenis agerentur, ut Cleomedes ait initio secũdi libri, & quale Cæsar 7 belli gallici de Gallis commemorat, ita vox humana hic tanquam decempeda sæpius iterata mensura tam longi itineris accipi queat. Subtilissima omniũ mensura est per tabulas subtensarum. Denique nullum est in geometria elementũ, quod mensuram aliquam aut mensuræ subsidium non suppeditet. Mensuræ tamen nomen in totis geometricis elementis nusquam appellatur, appellatur tamen in arithmeticis, ut de verbo μετρέω jam dictum est, & inde transfertur ad symmetriam magnitudinum lib. 10. Sed in vestibulo nimium diu moramur, ad Euclidem venio. Geometriæ primus liber habet principia decem librorum communia: & ut Proclus ait, principia rectilineorum in triangulis & parallelogrammis. Itaq; præter illa communia principia, tres partes Proclus primi libri facit. Prima cõtinet triangulorum ortus & proprietates, ipsorumque inter se comparationes. Secunda parallelogrammorum ortus & qualitates, parallelarumque in iis proprietates. Tertia triangulorum inter se, & parallelogrammorum comparationes: At partitio ista valde rudis

dis est.

dis est. Nam é 48 propositionibus primi libri de lineis, earumq; angulis, id est de prima magnitudinis specie considerata & per se & cum superficie, propositiones sunt sedecim, de triangulis sunt una & viginti, de quadrilateris undecim, nempe de parallelogrãmo seperatim sunt quatuor, & tres de ipsius æqualitate cum triangulo & una cum rectangulo, de quadratis sunt tres. Itaque si facienda partitio talis fuit, fuit utique linearum mentio facienda: quæ multo majorem libri partem aufferunt, quam parallelogramma. Sed tota ista partitio in Geometria methodicé descripta nullum haberet locum, in qua singula magnitudinum genera, differentiæ, species, proprietates seperatim explicarentur. Jam ad primam primi libri partem de principiis accedamus, & primum definitiones perpendamus: quæ sunt numero triginta quinque, quæque primas magnitudinis & figuræ differentias plurimas interpretantur.

1 *Punctum est cujus pars nulla.* 1 d 1. Definitur σημεῖον, quod verbum verbo signum est, sed latinis punctum hic usitatum est, cujus pars nulla, nec in longum, nec in latum, nec in altum. & sic in academicis definitur á Cicerone. Punctum est quod nullam magnitudinem habet. Reprehensa tamen est ista definitio, quod negatione fieret, & certe negatio nihilum & non ens quodlibet ista definitione punctum fuerit. á Proclo autem defenditur tanquam necesse sit negatione principia definiri. At pleraque vel é principiis Euclidis nequaquam definitione tali definiuntur. Signum definitur ab Herone terminus lineæ, in libro definitionũ authore Valla, quomodo linea definiretur terminus superficiei, superficies corporis. quod vix probari possit. Sed majorem habet quæstionem utrum punctum ipsum magnitudo sit, cum Platoni punctum sit individua linea, ut in physicis & metaphysicis scholis disputatũ est: & magnitudinis individuæ defensores cum Platone sint Pythagoras, Anaxagoras, Leucippus, Democritus, Xenocrates, id est mathematicæ disciplinæ facile principes. At hęc quæstio ad 10 p 1 disceptabitur. Adfert huc Valla differentiam signi & puncti. Quod nullam divisionem patiatur, punctum vocatur, cum medium tenet figuræ. Si autem principium lineæ est, vel linea, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod sine partibus intelligendum sit, nec tamen obtineat figuræ mediũ, signum dicitur. At inquam punctum latinis non aliud omnino est, quam σημεῖον nũc Euclidi, nec in medio figuræ consideratur propriè & solum, sed centrum.

2 *Linea autem longitudo latitudinis expers.* Aristoteles cap 3 topici 6 reprehendit hãc definitionem, quia negatione fiat: Potest enim definiri linea, magnitudo longitudinis tantum particeps, ut mox superficies definietur. Potest etiam definiri (ut Heron definivit) fluxus puncti, ut postea Euclides efficit circulum fluxu seu motu lineæ, & sphæram fluxu semicirculi, & conũ, cylindrumq; motu trianguli, & parallelogrammi.

3 *Lineæ autem extrema signa.* Proprium est lineæ punctis terminari, cum scilicet ex puncti fluxu in punctum concipiatur: ideoque linea omnis actu finita est, & quod interdum infinita linea ab Euclide nominatur, ut 12 p 1, infinitas intelligatur quanta satis sit.

4 *Recta linea eſt, quæ ex æquo intra ſua ſigna interjacet.* Eadem autem definitio à variis authoribus varie facta eſt (ait Proclus) nam præter Euclidis, Archimedis, Platonis definitiones quarto recta definitur, quæ inter extrema eſt ordinata. Quinto quod ipſius pars quidem non eſt in ſubjecto plano, pars autem in ſublimi: ex qua tamen definitione non animadvertit Proclus primã libri undecimi propoſitionem factam eſſe: Melius tamen in principiis id habebitur quàm in dubiis propoſitionibus, quod etiam tum dicetur. Sexto quod omnes ipſius partes omnibus ſimiliter conveniant, quæ definitio ex homiomeria eſt. Septimo quod extremis manentibus & ipſa manet. Sed hæ duæ poſtremæ minus perſpicuæ & accuratæ ſunt. Octavo quod cum ſui ſimili ſola figuram non facit. Sed hæc etiam poſtrema obſcurior eſt & circularis aliqua cum ſui ſimili figuram nõ facit, nec ideo tamen recta. Atqui decimum eſt hoc axioma. Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt. Quare definitiones hæ non ſatis attente & conſiderate pro eadem proponuntur. Sed tamẽ Euclides, quem Proclus ſæpe Geometram, nonnunquam στοιχειώτην vocat, definivit rectam lineam: κυκλικὴν non definivit, neq; miſtam: ut ἑλικοειδῆ, κογχοειδῆ, κυττοειδῆ ſpiralem, ſimilem flexibus conchæ, hæderæ: de circulari tamẽ defendit Euclidem, quod peripheriam in circulo deſcribat. In miſta non defendit, quin ait ipſum tamen uti miſto illo genere, ut in ſemicirculis, & reliquis ſectionibus, item in ſolidis, ut in cono & cylindro. Miſtæ verò lineæ ſpecies variæ ſunt, aliæ enim ſunt in planis, ut κυττοειδεῖς quæ referunt flexus hæderæ, ut helices variæ quæ in infinitum producuntur: aliæ circa ſolida, ut helices circa ſphæram & cylindrum & conum, aut in ſolidorum ſectionibus, ut conicæ & ſpiricæ. Cæterum multitudo miſtionum eſt infinita. De omnibus autem lineis ſolæ ſunt ὁμοιομερεῖς rectæ, circularis, helix cylindricæa, duæ illæ in plano ſimplices, tertia miſta circa ſolidum. Quod Geminus demonſtravit, cum præterea id demonſtraſſet. Si ad ſimilarem lineam ab uno ſigno duæ rectæ productæ fuerint, æquos in ipſa angulos facientes, æquales ſunt. Hæc ex Proclo: ex quo item & aliis lubet recollígere quæ de homoiomeria cõperi. Magnitudo ſimilaris eſt magnitudo, cujus quælibet pars cuilibet parti congruit: ὁμοιομερὴς καὶ ὁμοιομερὲς ſimilaris & ſimilare latinè certe uſitate in ſcholis dicitur. Sic igitur linea recta eſt ſimilaris, quia pars quælibet & cujuslibet rectæ cuilibet parti congruit, ſic & ſuperficies recta ſeu plana ſimilaris eſt: Sic apud Proclum ad 4 d 1 Apollonio in libro de cochlea definitur helix cylindracea quę habet ſimiliter omnes partes omnibus partibus congruentes, quibus in locis tres linearum ſimiliarium ſpecies efficiuntur, recta, peripheria, & helix cylindracea: ſuperficies autem plana tãtum & ſphærica ſunt eidem Proclo ſimilares ad 7 d 1. Ptolemæo primo magnæ conſtructionis, non omnis plana ſuperficies ſimilaris eſt, ſed circularis tantum, ita ſuperficies plana circularis & ſuperficies ſphærica ſolæ Ptolemæo ſimilares ſunt, quia ut Theon ait, circularis ab una linea ὁμοιοχήμονος ſimilis figuræ comprehenditur. Quibus in locis ὁμοιοχήμων videtur idem eſſe, quod ὁμοιομερὴς, quod Proclus in Timæum Platonis aſſumpſit. Verum Procli definitio accuratior videtur, & plani pars quælibet plani parti cuilibet congruit, non tamen pars

men pars cylindracea ſuperficiei parti cuilibet ejuſdem cylindraceæ ſuperficiei convenit, quomodolibet accepta. Ideoque vere negat Proclus ſuperficiem cylindraceam eſſe ſimilarem. Hinc ὁμοιομέρεια phyſicorum corporum quæ partes, & inter ſe & toti ſimiles habent: ut partes terræ, aquæ, aeris, ætheris, ſanguinis, oſsis, carnis ſunt inter ſe ut ſua tota terra, aqua, aer, æther, ſanguis, os, caro: & ὁμοιομέρεια Anaxagoræ ideo fortaſſe infinita fingitur, & ὁμοιομέρεια & infinitas è geometria ad phyſicam derivantur. Atque argumentum Ptolemæo phyſicum eſt, quia æther ſit corpus λεπτομερίστερον καὶ ὁμοιομερέστερον partiũ magis ſubtilium & ſimilarium, quam ullum corpus aliud: idcirco ſimilari quoque figura figurandum fuiſſe: ſimilaris figura in planis ſit circularis, in ſolidis ſphærica, ætherem non planum eſſe ſed ſolidũ, ideoque ætherem eſſe ſphæricum. Quamquam ὁμοιομέρεια phyſica ſecundum metaphoram quandam potius dicitur, quam ſecundum geometricam veritatem: ἐφαρμοστὶς enim nulla phyſica eſt. Utrum vero rectum obliquo prius eſſet natura, magna inter excellentes mathematicos controverſia fuit, quæ negligentius judicata magnam geometriæ confuſionem attulit. Itaque diſceptanda eſt accuratius. Ariſtoteles (quod in ejus ſcriptis aliunde collectis neque attentius conſideratis frequentiſsimum animadverti) utramque partem contradictionis hujus prodidit. Nã 4 c 2 de cælo diſputat peripheriam rectã, & circulum rectilineo priorem eſſe natura, primo quia perfectior, cũ nihil ei poſsit addi: poſsit autem rectæ: ſecundo quia circulus eſt ſimplicior, cum ſit unius termini rectilineum multorum terminorum. At ut peripheriæ nihil addi poteſt, ut peripheria ſit: ſic neque rectæ poteſt quicquam addi, ut recta ſit, neque perfectior eſt hoc argumento peripheria quam recta: neque tamen perfectius protinus etiam natura prius eſt. Nam perfectius eſt animal ſemine, neque tamen natura prius. Quare primum argumentum neque verum eſt, neq; ſi verum ſit, quidquam concluderet. Neque ſecundũ argumentum quidquam conſtantius eſt, neque ſimplicitas arguitur numero terminorum, ſed potius numero terminatarum rerum: unico ſiquidem termino comprehenditur mundus, neque tamen ſimplicior eſt arbore, leone, homine, aut qualibet alia mundi parte, quin rotundum ipſum Ptolemæo polygonia, imo vero Ariſtoteli ipſi hujus erroris authori ὅλη γωνία totus angulus 8 cap 3 lib. de cælo dicitur, tanquã figura rotunda ſit, non ſolum multangula, ſed totangula. Itaque eodem Ariſtotele judice rotundum licet unico termino comprehenſum magis multangulum eſt magiſque multilaterum, quam ullum omnino rectilineum. Quare nihil duobus illis argumentis moveamur. Ariſtotelis hunc errorem Plutarchus in quæſtionibus platonicis uno præcipue argumẽto diſſolvere videtur. Recta (inquit) eſt mater peripheriæ, motuque extremi in recta puncti circa fixum reliquũ punctum deſcribit peripheriam, deinde totius ſui motu deſcribit tum recto rectilineum, tum rotundo circulum. Sic plana ſuperficies deſcribit corpus motu ſui ſecundum rectam, ſi rectilinea ſit priſma, circa rectã, ſi triangula, parallelogramma, ſemicircularis conum, cylindrum, ſphæram. Itaque recta magnitudo videtur parens & genitrix obliquæ, ideoque natura prior: Quin Ariſtoteles in me-

chanicis adnotat in rotundo ἐναντίωσιν esse convexi & concavi. Quod Proclus ad 4 d 1 repetit, & dissimilitudinem nullam ait esse in recta, quæ tamē sit in peripheria ut convexi & concavi. Item si peripheria sit, esse rectam licet non juxta generationem, attamen juxta respectum ad centrum: unde concludit rectam peripheria simpliciorem esse. Atque ex hac recti priore & antiquiore natura merito natum proverbium ab Aristotele ipso celebratum 5 cap 1 de anima, τῷ εὐθεῖ καὶ τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον γινόσπομεν περιτὸς γὰρ ἀμφοῖν ὁ κανὼν, τὸ δὲ καμπύλον οὐτε ἑαυτὸ, οὐτε εὐθέος. Recto & ipsum & obliquum cognoscimus: Regula enim est judex utriusque, obliquum vero neque sui neque recti judex est: Sic posthea recta magnitudo erit judex rectæ & obliquæ: sic angulus rectus judex recti & obliqui: sic triangulum rectangulū judex obliquangulorum, & parallelogrammum rectangulū reliquorum. Hinc rectum pro vero & justo, obliquum cōtra pro falso & injusto accipitur. Quare rectum in partienda linea præponatur obliquo, & deinceps in unoquoque genere, rectum obliquo prius habeatur. Et quæstio illa 7 c 2 post. quod recta esset pulcherrima linearum, videatur generis hujus fuisse, ut pulchritudo pro præstantia capiatur.

5 *Superficies autem est, quod longitudinem & latitudinem tantum habet.* Hæc definitio nō fit negatione ut duæ præcedentes, & tali affirmatione linea definiri poterat. At Proclus putat illud tantum negationi crassitudinis par & idem esse: quod superiori ejus rationi, qua principia definienda negatione statuebat, par & idem est. Definitur etiam aliter. Superficies est magnitudo duorum intervallorum: Item superficies est terminus corporū. at duo intervalla tam videātur esse latitudo & altitudo quam longitudo & latitudo, neq; dum corpus est definitum. ἐπιφάνεια græcum nomē est tanquam diceretur apparentia, quia magnitudinis nihil visibile sit nisi superficies: sic ἐπιφάνεια καὶ πρύψις emersus & occasus syderum opponuntur: superficies autem latinis nō est ipsa ἐπιφάνεια & extrema facies, sed quod super faciem ipsam, ut superficies ædium quæ super aream est: scholis tamē geometricis usitatum verbum teneatur.

6 *Superficiei autem extrema linea.* Hæc item definitio demonstrat omnem superficiem actu finitam esse.

7 *Plana superficies est, quæ ex æquo intra suas lineas interjacet.* Græca litera Euclidis habet & apud Proclum & apud Theonem ἐπὶ ταῖς ἐυθείαις, intra rectas, non ἐπὶ ταῖς γραμμαῖς intra lineas: at veritas definitionis exigit extrema superficiei generaliter esse lineas: & sic proxime dictū est superficiei extrema esse lineas, non autē rectas. Et planæ superficiei extrema ut circuli, ut spiralis spatii sunt lineæ nō rectæ.

8 *Planus angulus est in plano duarum linearum sese tangentium, & non in directum sitarum mutua linearum inclinatio.* Hic angulus efficitur πλάσις inclinatio, neque tamen angulus omnis, sed tantum planus definitur, neq; per inclinationem apte, quia proprie inclinatio est anguli acuti, ut constat é 5. 6. 7 d 11, & genitivus linearum frustra bis iteratur: 11 d 11 definitur angulus solidus á pluribus quam duabus lineis tangentibus se se, & non in eadē superficie positis ad omnes lineas inclinatio. Hæc definitio item facit angulum solidum inclinationem terminorum non

lineatum

lineatum in terminorum cõmuni sectione, nec tamen satis apte solidi terminos lineas facit, neque omnis angulus solidus á planis comprehenditur: est enim sphæricus, est item mistus. Sed tanquam Euclidi dubia esset ista definitio, aliter ibidem definitur, qui comprehẽditur á pluribus angulis planis quam duobus non positis in eodem plano ad unum signum collectis: quæ definitio paulo videtur accuratior superiore, neq; videtur facere angulũ inclinationem vel comprehensionem terminorũ, sed quod comprehenditur á terminis, & addit in uno puncto, quæ Carpi, quæ Apollonii, quæ Plutarchi, quæ nostra quoq; definitio est angulum esse lineatum in communi sectione terminorum. Atqui de duabus Euclidis definitionibus 8 d 1 & 11 d 11 utra γεωμετρικωτέρα esset, geometria ipsa judicare debuit. Nam tota geometria locis omnibus angulũ superficiem aut corpus id est lineatum facit, nusquam facit inclinationem, neq; inclinatio secatur. Itaq; Proclus merito inclinationẽ in Euclidea definitione reprehẽdit, quamvis inepto argumento tanquã Euclides faciat angulum ad aliquid, & ideo ex unica inclinatione fiat unicus angulus, quia relata inter se duo tantum sunt, & tamen (ait) ex unica inclinatione plures anguli fieri possunt, ut secto cono per verticẽ ad basim. Verum Proclus logicam nescio quam huc adhibuit: inclinatio enim duplex tum erit, si fiat angulus duplex, altera rectæ ad rectã, unde fiet trianguli angulus rectilineus, & rectæ ad obliquam lineam in superficie. Quare argumentum reprehensionis ineptum est, reprehensio tamen vera, sed veritas toto geometriæ ipsius usũ vera probatur, & reprehensio tamen Euclidis ab Euclide erit non á Proclo, qui definitionis accuratioris caussam præbuerit. Anguli verò separatam geometriam facere ut Eudemus peripateticus dicitur fecisse, logicum non est, nõ magis sane, quam rectitudinem, obliquitatem, sectionem, tactum & affectiones geometriæ reliquas separata geometria tractare, sed anguli generalem doctrinã in subjecto generali, specialem per species lineati deducere, ut planum angulum in plana superficie, circularis sectoris & sectionis in circulari sectore & sectione, solidum in solido corpore, sphæricum in sphæra. Talis in physica Peripateticorũ error fuit de facultatibus animæ separatim ab animalis physica præcipere. Non est verò geometricum, quod Proclus ait in unica linea cyttoide, quæ est similis hæderæ flexibus & involucris, aut hipopeda, quæ equinæ pedicæ similis est, angulum fieri, secus in circulo & sphæra statues innumerabiles angulos. At ille unicus est terminus, nec ideo est communis sectio terminorum, & partes cyttoidis & hippopedæ si faciant angulum, pro duabus considerari necesse erit terminantibus suo concursu incluſam superficiem, quam nempe duæ rectæ pari intervallo includerent.

9. *Quando autem comprehendentes angulum rectæ lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur.* Euclides hic morem suũ retinet, é multis generibus primũ duntaxat interpretatur: ista fortasse & ejusmodi sunt, quæ Proclus putat ab Euclide de industria prætermissa esse, quia tantum elementa mathematicæ non totã mathematicam tractaret. At ista tamen sunt catholica, & iis ipsemet doctor utitur. Ergo rectilinei anguli tres species deinceps aperiuntur, rectus, obtusus, acutus.

10. *Quando autem recta insistens in rectam, deinceps angulos inter se æquales fecerit, rectus est uterque*

uterque æqualium angulorum. Et insistens recta perpendiculum appellatur ejus in quam insti-terit, 10 *d* 1. Rectus porro angulus quid sit non videtur hic definiri, neque definitio hic esse, sed postulatum vel axioma quoddam de proprietate vel fabrica angulorum rectorum, qui omnes inter se sunt æquales: ut decimo axiomate continetur, & recti anguli natura est ex ipsa perpendiculi efficientia & proprietate. Itaque angulus rectus perpendiculo declaratur: verissime igitur definietur angulus rectus, cujus latera sunt inter se recta & perpendicularia: si lineæ rectæ & perpendiculares inter se definitæ generaliter essent, uti decuit, facilis modo esset anguli definitio. Sed *καθ' ὅλου πρῶτον* neglectum hunc elenchum genuit.

11 *Obtusus angulus est, qui major recto est.*

12 *Acutus angulus est, qui minor est recto.* Quia rectus æqualitatis est, necesse est reliquas non recti differentias ex æqualitate deduci. Itaque alter est major, alter est minor: In his verò inæqualibus rectilineorum angulorum differentiis, genus ipsum intelligendum esse Proclus admonet. Nam rectilineus quidem rectus recto angulo circulari major est, nec tamen est obtusus: & circularis rectus minor est recto rectilineo, nec acutus. Atque hæc differentia ê lateribus oritur, quibus perpendiculum aliter atque aliter accipitur. Sed de angulo plano, rectilineo, recto, obtuso, acuto satis, ad superficiem revertamur, ea potest infinita, & tãquam diceres infigurata cogitari, potest & figuræ aliquo genere figurari.

13 *Terminus est, quod alicujus est extremum.* *ὅρος* terminus est, verbum Aristoteli in logicis usitatissimum, ubi syllogismi termini tres, enuntiationis duo dicuntur, & *ὅρος* idem est quod *ἄκρον* extremum, quomodo etiam Proclus in signi definitione sæpius usurpat. Sic definitione Euclidis punctum est lineæ terminus, quia ejus est extremum, sic linea superficiei. Hic tamẽ *ὅρος* idem Proclo videtur quod *περιοχὴ* ambitus, comprehẽsio: ut *ὅρος* species sit *τοῦ ἄκρου*: & addit *ὅρον* verbum esse veteris Geometriæ, quæ definiendis agris adhibebatur: quomodo & Aristoteles *ὅρον* pro definitione usurpat, quæ totam rei essentiam naturamque suo ambitu complectatur. At Euclidis doctrina hanc intelligentiam termini refellit, nam si terminus totum significaret ambitum, unicus esset figuræ terminus, at duo, tres, pluresve esse possunt, ut mox figuræ dividentur. Terminus verò potentia, quo nempe continui partes continuantur, ab Aristotele dicitur *κοινὸς ὅρος*, cõmunis terminus, qui Euclidi *κοινὴ τομὴ* communis sectio dicitur. Cõmunis aũt terminus Aristotelis *κοινὴ τομὴ* cõmunis sectio nominatim ab Euclide appellatur de puncto ad 4. 5 p 11, de linea ad 6 d 11: ad 3. 16. 19. 39 p 11. Et si superficies secet corpus, cõmunis sectio erit superficies, ut intelligitur ad demõstrationẽ 17 p 12: & omnino ex Archimede Theodosioque intelligitur, si sphæra secetur plano, cõmunem sectionem esse circulum. Itaq; si generaliter intelligas punctum, lineam, superficiem transire per lineam, superficiem, corpus, communis sectio erit punctum, linea, superficies. Itaque Aristotelis *κοινὸς ὅρος* est Euclidis *κοινὴ τομὴ*. Linea vero etiam corpus secat, ut Aristoteles ait in categoriis: ubi etiam affirmat corporis terminum posse accipi lineam, qua partes corporis continentur: sed tamen quod

men quod ait lineam sectricem fieri corporis, accipio sectricem superficiei corpus terminantis: ut quando cogitas corpus secari linea, tum secatur superficies corporis: & motu lineæ ad oppositam superficiem superficies intermedia creatur sectrix corporis, quomodo & puncto secaretur superficies, quia punctum secaret utrinque terminantem lineam, & suo motu intermediam lineam efficeret, â qua corpus secaretur. Linea vero corpus terminare propriè non potest, sed tamen quod Aristoteles ait lineam corporis terminum fieri posse, id nempe sit, quod Porphyrius interpretatur solida quædam esse, quæ habeant continuationem secundum lineam, ut si duo prismata communi latere continuentur. Secat verò linea lineam, sed puncto, quia punctum est communis terminus: sic linea secat lineam ad 10.15.27.28.29 p 1: ad 3.4.10.35.37 p 3, & plerisque aliis locis: secat linea superficiem, ut ad 17 p 11, quia est communis terminus: superficies secat superficiem ad 3.16.19.35.38.39 p 11: secat superficies corpus ad 25.28 p 11. Utrum vero corpus corpore secari potest? Id enim Vitellio ostendit ad 80 p 1, ut sphæra sphæram secans relinquit triplicem communem sectionem, primo peripheriam in superficie summa, deinde superficiem qua sphærarũ intersectarum partes dividuntur: denique corpus medium inordinatum conflatum ex intersectis sphæris, quod concipies animo si sphæram alteram viridem, alteram rubram finxeris. At hæc intersectio videtur optica lucis & coloris nullũ occupantis locum, non geometricæ magnitudinis situm & locum explentis. Neq; corpus est communis terminus corporearum partium. Quare punctum terminat tantum & secat, non terminatur, non secatur: linea & superficies terminant & secant, terminantur item secanturque. Utrum corpus tantum terminatur & secatur, non terminat, nõ secat? Et cum serra serrat lignum, non secat geometricè dividendo tantum commune vinculum, sed scobe medium corpus atterit. Neque verò propriè punctum superficiem, neque linea corpus secat, neque puncto superficies, neque corpus linea terminatur, ἐφάρμοσις tamen etiam est corporum. Porphyrii itaque Simpliciique defensio pro Aristotele consideranda est in categoriis, Porphyrii nempe corpora illa esse solida, quæ habeant continuationem secundum lineam, item Simplicii de angulo solido, in quo solida plana parallela per lineam angularem conjungantur. Ut verò communis sectio appellatur communis ille terminus sectæ magnitudinis, sic bisectio dici possit communis sectio magnitudinis in duas æquales partes sectæ: sic enim bifariam secare ad 17 d 1: ad 9.10.34 p 1: ad 6.10 p 2: ad 30 p 3: ad 6.7 d 7: ad 28.38 p 11 dicitur, quod dici unico verbo possit bisecare: ut διχοτομία ipsa bisectio. Hinc continuum jam nobis apertius intelligetur, cujus partes communi termino continẽtur: sic enim partes lineæ continentur communi puncto, superficiei communi linea, corporis communi superficie, nõ quod in magnitudinis partibus intermediis sit actu terminus ullus, sed quod intelligatur uinculum quoddam commune, quo magnitudo continuatur, & partibus cohæret & copulatur, qui est Aristoteli ut dictum est, κοινὸς ὅρος, Euclidi, κοινὴ τομή. Ita continuum est in Physicis 5 lib. cap. 3: quod secundum factum est unum, quia videlicet communis ille terminus, qui

actu nullus terminus est, quamvis potentia sit in qualibet continui parte, tactu percipi non potest, & sic 13 cap 4 phys. συνέχεια cõtinuitas dicitur ἕνωσις tanquam dicas, unitio, quod repetitur 1 cap 6 phys. Atq; partes continui (quæ dicuntur) potentia sunt intelligendæ, ut termini communes item potentia simul intelligendi sint.

14 *Figura est quod ab aliquo vel ab aliquibus terminis comprehenditur.* Hæc definitio non satis explicat quidnam sit quod termino aut terminis comprehenditur, possit enim aliquis lineam duobus punctis terminatam suspicari: cum tamẽ lineatum tantum possit figurari & undique terminari id est comprehendi, quod verum esse ex totis elementis inductio potest probare de figuris omnibus, deque earum generibus, ubi figura est terminatũ undique lineatum & περιέχεσθαι comprehendi euclideum verbum fere usurpatur pro terminari undique & definiri id est figurari, & similiter pro eodem usurpatur περιλαμβάνεσθαι ad 14. 18. 21 d 11 de sphæra, cono, cylindro, ut περιοχὴ & περίληψις sit idem quod ὁρισμὸς definitio, totaque terminatio, ut etiam peripheria faciat figurã, quomodo & Theoni prius dicta est ὁμαιχήμων, & Geminus ait apud Proclum 4 d 1 á peripheria figuram fieri, quomodo & Euclides aliquando proprie loquitur, ut 12 ax. Duæ rectæ spatium ὃ περιέχουσι non comprehendunt, id est non figurant. Euclides igitur figuram definit apte rebus geometricis, & accommodate, ut Proclus interpretatur, figuratumque & materiale, quantitatique connexum figuram vocat Euclides. Posidonius verò Euclidem hic reprehẽdebat, & in illum superiorem elenchum incidebat, definiendo figuram πέρας συγκλεῖον terminum concludentem: figuram enim á quantitate separat (ait idem Proclus) statuitque ipsam esse caussam definitionis, comprehẽsionis, terminationis, quia claudens â clauso & terminans é terminato differat. Denique videtur Posidonius respicere ad terminum extrinsecus circumpositum. Euclides ad totum subjectum, proindeque Euclides dicet circulum secundum totum planum, totamque exteriorem comprehensionem figuram esse. Posidonius juxta peripheriam tantum, cogitans figuræ rationem definire, quæ quantitatem terminat & concludit. Itaque in definitione anguli & figuræ Euclides & Posidonius contrarios elenchos fecerunt, & tamen angulus & figura aliud est, aliud angulatum & figuratum, sed geometricus usus sequendus est, qui angulum figuramque accepit pro magnitudine angulata figurataque. Itaque geometras hactenus sequemur, quatenus geometriæ commodis inservient.

15 *Circulus est figura plana ab una linea comprehensa, quæ peripheria vocatur, ad quam ab uno signo in figura posito, omnes cadentes rectæ æquales inter se sunt.* Circulus primum est figura plana: quomodo inquies? nec enim ex æquo intra suas lineas sita: at si peripheriæ multas partes feceris, ab una ad aliam superficies æquabitur spatio intra eas comprehenso: est itaque plana. Hoc in definitione primum & generale est, & commune cum triangulo, quadrangulo, multangulo. Additur igitur differentia, quod circulus ab una linea comprehendatur & concludatur: quo

dividitur

dividitur circulus â rectilineis: at id etiam ovatæ figuræ commune. Linea verò quæ sola circulum terminat, peripheria vocatur: Hæc parenthesis non habetur in litera Procli, habetur in litera Theonis: ad quam ab uno signo in figura posito omnes cadentes rectæ æquales sunt inter se. Hic circulus dividitur ab ovato: hæ lineæ ἄκτινες Platoni, Ciceroni radii sunt. Radios autem æquales efficit ductus & motus ejusdem lineæ duobus circini pedibus comprehensæ: æqualitasque radiorum in rotundo inde est, quod omnes velut effigies sunt eidem effectricis lineæ æquales: Aristoteli in mechanicis perpetuo dicitur radius ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, at Euclidi dicitur quæ ex centro. sphæræ verò cõmune etiã est, quod paribus â medio radiis extremum attingitur, sed id fortasse accipit â circulo: circuli enim innumerabiles in sphæra, ut innumerabilia puncta in linea potentia sunt: vel potius dicamus circulum dividi â sphæra, superficie plana: ut circulus sit planum rotundum, sphæra solidum rotundum. Quod si peripheria antè definita esset, ut decuit, circulus etiam definiri potuisset planũ peripheria comprehensum, ut triangulum â tribus, quadrangulum â quatuor rectis comprehensum, sic enim figuræ â terminis definiuntur.

16 *Centrum verò circuli, signum vocatur.* Centrum circuli definit hic Euclides, qui potius generaliter definire debuerat centrum figuræ, ut καθ' ὅλου πρώτου servaret.

17 *Dimetiens autem circuli est recta quædam per centrum acta & terminata in utramque partem â peripheria circuli, quæ etiam circulum bifariam secat.* Diametros latinis usurpatum etiam vocabulum, quo Columella utitur. Plinio dimetiẽs est. Significat autem Euclides dimetientem circuli propriam non esse, cum ait non simpliciter dimetiens, sed dimetiens circuli, sicuti paulo ante centrum circuli dixit, non absolute centrum. Est enim dimetiens parallelogrammi, ut patebit primo libro, sed propriè διαγώνιος, ab angulo nempe ad angulum producta, ut Vitruvius ait, & sic Euclides propriè loquitur 28 p 11. Itẽ dimetiens est sphæræ, sed propriè in sphæra dicitur axis. Sed tamen ut circulus in superficie sphærica & varia, sic dimetiens esse potest sphærica & varia, & hîc καθ' ὅλου πρώτου exigeretur. Genus igitur dimetientis circularis est recta: differentia, per centrum agi & utrinque peripheria terminari, unde sequitur circulum ab ea secari bifariam, id est in duas partes æquales. Sic enim δίχα est Euclidi ut in sectione anguli, lineæ, numeri paris: διχοτομίας autem hujus, id est sectionis in duas partes æquales caussa est ipsa lineæ per centrum rectitudo. Thales (ait Proclus) demonstravit hanc dichotomiam: Nam si sectiones circuli per dimetientem sectæ, æquales non essent, altera major esset, altera minor, & cum utraque per centrum agatur, accideret â centro radios majoris sectionis majores, minoris minores, æquales tamen esse: hæc Thaletis fuit demonstratio, sed Euclidi ridicula, quæ definitionem id est principium conetur demonstrare, & per impossibile demonstrare: quales tamen demonstrationes in Theone multę sunt non multo meliores. Quæstionem

hic etiam movet Proclus, ab Aristotelis interpretibus postea agitatam. Si dimetiens secet bifariam circulum, & dimetientes infinitæ sint, eveniet utique duplicia infinitorum infinita esse: at magnitudo infinite quidem secari potest, actu tamen infinitas partes non habet, nec ideo infinita erunt, multoque minus infinitorum duplicia.

18 *Semicirculus est figura comprehensa à diametro, & per diametrum intercepta circuli peripheria.* Circulus est figura monadica ex uno termino (ait Proclus) tum ἀνοειδῆς, biformis sequitur, é duplici nempe termino recta dimetiente, & perimetro circuli per dimetientem abscissæ: duæ siquidem rectæ, ut post erit, locum non concludunt. Sed ista proles biformis mista est, non simplex. Itaque simplicium terminorum figuras præcedere non debuit. Sed tamen circulus secatur æqualiter vel inæqualiter: διχοτωμία facit semicirculos duos, inæqualitas majorem faciet & minorem sectionem.

19 *Segmentum circuli est, quod comprehenditur à recta & circuli peripheria.* Hæc definitio non est in litera Procli, nec omnino â Proclo explicatur: Iteratur autem prorsus eadem initio tertii libri. Neque vero ante tertium librum usus est ullus semicirculi vel sectionis cujusquã circularis, majoris aut minoris. Imo in bene & methodice constituta Geometria nullus esset usus circuli in tota rectilineorum doctrina: quia tota rectarum linearum, planarumque & rectilinearum superficierum doctrina prior est, & circuli propter radios tantum facta mentio est, non quod ipsa circuli natura quidquam momẽti afferret ad doctrinam rectilineorum, sed id postea. Proclus in proxima definitione videtur dicere sectiones circuli hic interpositas esse, ut gradatio quædam servaretur, ut dixi, quia circulus est unius termini, sectio duorum, trilatera figura trium. Atque ut in numeris binarius est medius inter unitatem & ternarium, quia unitas sui secum additione plus efficit, quam multiplicatione: ternarius contra plus efficit multiplicatione quam additione: binarius autem efficit idem additione & multiplicatione: sic semicirculus medius est inter circulum unius termini, & triangulũ trium terminorum, cum ipse sit duorũ, rectæ & peripheriæ. At tota hæc collatio ridicula est, nec redditio convenit: dissimilitudoque potius est, quam similitudo. Sed Proclus ad hunc locum pro ista definitione aliam habet: hanc nempe: Centrum autem semicirculi idem est quod etiam circuli, quæ tamen definitio quem usum habitura sit in tota geometria considerato.

20 *Rectilineæ figuræ sunt, quæ comprehenduntur á rectis lineis.*

21 *Trilateræ quidem, quæ á tribus.*

22 *Quadrilateræ autem quæ á quatuor.*

23 *Multilateræ verò quæ á pluribus quam quatuor.* Atq; hic in prima definitione tautologia est quædam ex 8 d anguli plani rectilinei. Eadem enim utrobiq; definitio est à rectis comprehendi. figura dividitur é laterum & angulorum differentia: & prius é laterum differentia, & recte. Latera enim sunt efficientes causſæ angulorum, de quibus consectaria fieri possunt é lateribus, ut trilaterum est, quadrilaterum, multilaterum: Ergo triangulũ, quadrangulum, multangulum. Sed tamen

tamen totum hoc genus differentiarum commune est omnium figurarum solidarum sphæricarum, variarum. Nam quod latus hic dicitur, postea erit in solidis facies, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum. Sphærica autem varia triangula, quadrangula, multangula etiam tractantur à mathematicis, totaque hæc doctrina valde sit ad lancem καθ' ὅλα πρῶτον & vehementer examinanda. Multilatera verò rectilineam sequi debuit, ut circulus qui sit ipse multilatera quædam figura, omnium quippe multilaterarum ultima. Itaq; Platoni & Plutarcho πολυγωνία dicitur, Aristoteli ὁλυγωνία, ut antea patuit.

24 *E trilateris autem figuris æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia:*

25 *Æquicrurum, quod duo tantum æqualia habet latera:*

26 *Varium, quod habet tria inæqualia.*

Hæc trilateræ figuræ divisio ex æqualitate & inæqualitate laterum est, ubi σκαληνὸν Euclides specialiter accipit, quod Apollonius nona definitione primi conicorum opposuit recto, conus enim est illi rectus vel σκαληνὸς id est obliquus. Hãc verò trianguli differentiam ratione laterum nullam in arte separatam fecimus: sensu communi verborum contenti fuimus: ut Euclides ipse contentus fuit in cæteris figuris: nec enim æquilaterum quadrilaterum aut multilaterum definit, & re ipsa nomine æquicruri etiam æquilaterum comprehendit, ut 5 & 6 p 1: neque Euclides triangulum æquiangulum, aut triangula æquiangula definivit. Proxima differentia ex angulis usu potior est, & à nobis est retenta.

27 *Tum verò è trilateris figuris rectangulum triangulum est, quod unum rectum habet angulum.*

28 *Obtusangulum quod unum habet obtusum angulum.*

29 *Acutangulum quod tres habet acutos angulos.* Unicus rectus angulus in triangulo esse potest: unicus item obtusus, quoniam etiam recto est major: at ex uno acuto non appellatur acutangulum. Sic enim quodvis triangulum esset acutangulum. Sunt enim duo minimum acuti in omni triangulo, sed acutangulum est triangulum ex omnibus angulis acutis. fit autem ista duplex trilaterorum divisio, quia non omne triangulum est etiam trilaterum (ait Proclus) Sunt enim quædam triangula etiam quadrilatera quæ ἀκιδοειδῆ cuspidata dicuntur à mathematicis, à Zenodoro ποικιλογώνια cavangula, ut si intra trilaterum, aliud trilaterum erigatur, ut in geometria 6 e 6: quinetiam unumquodq; trianguli latus extrorsum inflecti potest, & triangulum erit sex laterum, quæ figura est trifolii. Itaque trilaterum non satis proprie triangulum appellatur, nec nomen rei nominatæ omnino convenit: teneatur tamen, quoniam usitatum est, sed ista ratione definitum, ut triangulum sit idem, quod figura trilatera: Utrum dici potest triangulo tres angulos duntaxat effici? figuris autem cuspidatis & cavangulis plures tribus effici, propterea que triangula non esse, nec interesse, utrum intus anguli an foris, modo fiãt ab iisdem lateribus? an figuræ definitio interiores duntaxat & figura ipsa comprehensos admittet? utrumque enim disputari potest: Sed definitio figuræ tamen sequenda. Posidonius hinc septem species triangulorum faciebat, æquilaterum acutangulum, æquicrurum autem & varium tri-

pliciter partiebatur in rectangulum, obtusangulum, acutangulum. At totum hoc artificiolum ineptum est, cum ipsa é laterum æqualitate differentia arte indigna sit.

30 *Quadrilaterarum autem figurarum quadratum quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum.*

31 *Oblongum autem quod est rectangulum quidem, non autem æquilaterum.*

32 *Rhombus verò quod æquilaterum quidem, non autem rectangulum.*

33 *Rhomboides autem quod oppositis lateribus & angulis æquale, neque æquilaterum est, neque rectangulum.*

34 *Præter hæc autem quadrilatera trapezia vocentur.* Τετράγωνον quadrangulum est, commune quippe nomen omnibus quadrilateris: Græca vero hic synecdoche generalis nominis pro speciali, idque propter excellentiam figuræ & perfectionem, qua etiam proverbio quadratus vir bonus dicitur, & sic quadrati boves Columellæ thorosi & membris apti. At latini distinctius eam speciem quadratum vocant. Potest enim quadrangulum esse quinquelaterum, uno quippe latere introrsum rejecto, & multo major numerus laterum esse potest numero angulorum (ut de trilateris dictum est) Quare latinum verbum græco certius est. Veruntamen in ista partitione Posidonius Euclide logicus valentior videri voluit. duas enim præcedentes partitiones Euclides hic omisit, ut antea in anguli plani definitione omiserat. Nam quadrilaterum est parallelogrammum aut nõ parallelogrammum. Parallelogrammum aut rectangulum & æquilaterum, ut quadratum, aut horum neutrum, ut rhomboides, aut rectangulum quidem, sed non æquilaterum, ut oblongum, aut æquilaterum non rectangulum, ut rhombus. Non parallelogrammum autem, aut duobus lateribus est parallelum, ut trapezium, aut nullis, ut trapezoides, tum denique trapezii parallela latera æqualibus lateribus conjunguntur, aut inæqualibus. Illud trapezium, æquicrurum, hoc trapezium variũ, trapezoides. Ita videlicet Posidonius æquavit partitionem quadrilaterorum partitioni triangulorum. atque hanc in triangulis & quadrilateris divisionem Proclus perfectam putat. Defendit tamen hic Euclidem, quod nullam mentionẽ fecerit adhuc de parallelis & parallelogrammis, sic errorem Proclus excusat errore. At si methodum legitimam spectasset Euclides, omnes linearum proprietates ante declarasset, quam præcepisset de superficie ulla, & modo prius genus ipsum parallelogrammi definisset quam species ejus, & magnus postea elenchus erit ê prætermissa parallelogrammi definitione facere 33 & 34 p 1, ut tum differetur amplius. Atqui neque Posidonius perfecte divisit ut Proclus putat. Debuit enim quadrilaterum partiri in parallelogrammum & trapezium: illud in rectangulum & obliquangulum: rectangulum in quadratum & oblongum, obliquangulum in rhombum & rhomboides. Quare Posidonius quidem superat Euclidem partiendi diligentia, sed emendari ipse potest.

35 *Parallelæ rectæ sunt, quæ in eodem plano sitæ, & in infinitum utrinque productæ, neutrò inter se coincidunt.* Duo vero hic necessaria sunt, primum ut tales rectæ sint in eodẽ plano.

plano. Nam si altera sit in subjecto plano, altera in sublimi, accidet ut non coincidant, nec tamen erunt parallelæ: secundum est, ut neutram in partem possint coincidere. Definitio ista apud veteres jam ætate Aristotelis reprehẽsa fuit, retẽta tamẽ in elementis nõ magno judicio, & à tribus mathematicis oppugnata Aristotele, Posidonio, Gemino. Aristoteles primum reprehẽdit quod rem generalẽ specialiter definit. Non coincidere enim commune est linearum rectarum, & peripheriarum. Deinde definit ex adjuncta qualitate, quę demonstrari possit. Hoc utrumque vitium notavit Aristoteles quinto capite primi posteriorum, quando de universali præcipit, quod sit partibus æquale & reciprocum. Itaque si generale specialiter, aut speciale generaliter doceatur, non docetur καθολικῶς, sed σοφιστικῶς, ut si quis (ait) demonstraverit quod rectæ non concurrant: videatur hujus esse demonstratio, quia in omnibus sit rectis, non est autem. Si quidem non quod sic æquales sint id fit, sed quatenus quomodolibet æquales. Hæc Aristoteles, quibus ostendit nõ concurrere commune esse omnium linearum quomodolibet æquidistantium: deinde demonstrabilem esse hanc non concursus affectionem: æquidistantia enim caussa est, non concursus. Itaq; hæc duo prima sunt in ista definitione: deinde rectas parallelas definire debuerat Euclides ex caussa, nempe quod æqualiter ubiq; distarent: hæc enim caussa facit parallelas, & sic Posidonius in Euclidis definitionem inquirens definit, quæ in eodem plano æqualia habẽt perpendicula à punctis alterius ad reliquam. Sic igitur & Posidonius emendaverat Euclidem ex Aristotelis argumento: Geminus autem alterum Aristotelis argumentum arripit, & objicit utramque definitionis Euclideæ partem peripheriis concentricis convenire, quia sunt in eodem plano, & nunquam concurrunt. Huic argumento resistere Proclus videtur, quia infinita productio requiritur, ut parallelæ sint quod peripheriis repugnat, quæ perfectæ sint, nec augeri queant. Sed hæc jejuna solutio est, cum istud infinitum in mathematicis intelligatur non actu infinitum, sed quantumlibet longum. Neq; enim mathematici (ut ait Aristoteles 3 phys. cap. 7) infinito indigent, neque utuntur, sed solum esse definitum, quantum volunt. Quare solutio Procli non efficit, ut paralleli etiam circuli ista definitione non sint, qui revera sunt & appellantur, in sphæra præsertim. Deinde objicit idem Geminus utrunque illud & in eodem plano esse, & nunquam concurrere, nõ rectis solum & peripheriis, sed helicibus circa rectas positis convenire, denique hyperbolem ad rectam, & conchoidem ad rectam, licet intervallum semper minuatur, tamen nunquam concurrere, quod in Geometria παραδοξότατον theorema est, inclinationem linearum esse, quæ coire nunquam possint, neque huic secundæ responsioni à Proclo quidquam responsum est. Quamobrem videmus unam definitionẽ à tribus authoribus Aristotele, Posidonio, Gemino variis nominibus accusari: definit specialiter quod generale est, definit argumento non essentiali, definit denique argumento linearum rectarum, rotundarum, mistarum. Atque hæc adhuc de primo principiorũ genere in definitionibus, quæ Proclo ac Procli logicæ similibus singulari methodo videntur esse collocatæ, quia propositiones per eas sunt postea demon-

demonſtrandæ. Equidem valde probo & laudo, ut principia omninoque natura priora præcedant. At in iſto definitionum cumulo ad ſequentes propoſitiones comparato, quomodo natura priora præcedunt? linea recta, rotunda, miſta, earumque genera, ſpecies, proprietateſque natura præcedunt ſuperficiem. Itaque illa omnia ante definienda fuerunt, quam de ſuperficie ageretur, ſimiliſque methodus deinceps in ſuperficiei & corporis doctrina requirebatur, & ſic ab Euclide ipſo paululum quiddam eſt factum initio ſecundi & tertii libri. Accumulare vero hunc in modum definitiones omnes initio doctrinæ, perinde eſt ac ſi quis in Pariſienſium tot ædificiis extruendis cenſeret omnium fundamenta ſimul eſſe initio urbis coacervanda, quia principia præcedere debent. At (inquam) aliis alia locis regionibuſque ponenda & diſtinguenda, urbemque ingreſſus domos alias perfectas ante vides, quam aliarum fundamenta tibi poſſint occurrere: fundamenta linearum præcedere debuerunt, earum exædificatio ante tota perfici, quam de fundamentis ſuperficierum cogitaretur. Itaque ſi Euclides tantus logicus fuiſſet, quantus erat mathematicus, interroganti Ptolemæo regi nunqua ad mathematicam philoſophiam via brevior elemētis eſſet, nequaquam (opinor) reſpondiſſet ſemitam ad has artes regiam non eſſe. Poteſt enim non tantum brevior ſed planior & amplior, regia denique poteſt effici, ſed logicis hic inſtrumentis opus eſt, inſtrumētis cognitu quidem facillimis, uſu vero difficillimis. Itaq; dirigi complanariqueviaiſta poteſt, ſed ad ejuſmodi directionem & complanationem diligentia, labore, induſtria majore opus eſſe confitebor, quam cuiquam fortaſſe credibile videatur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 7. IN POSTULATA & AXIOMATA.

Αἰτήματα καὶ ἀξιώματα poſtulatum & dignitas jam dicenda ſunt: Poſtulatum eſt principium explicationis cujuſdam levioris indigens, quo concedi poſtulatur aliquid ἐυπετὲς, ἐυπόριστον, ἐυμήχανον, πρόχειρον facile, parabile, obvium, promptum: addit etiam Proclus poſtulatum eſſe geometricæ materiæ proprium, denicq; problemati proximum. Utrumcq; enim geometricam materiam tractat, ſed ἄξιωμα eſt principium, & per ſe manifeſtum, problema eſt propoſitio, quæ alienæ fidei & lucis indiget. Nomine hoc mathematici varié uſi ſunt, ut de problemate & theoremate dictum eſt prius. Archimedes initio æque ponderantium. Poſtulamus (inquit) æqua ponderа, ab æquis longitudinibus æque pōderare, quod axioma potius eſt, quam poſtulatum, totaque iſta axiomatis & poſtulati differentia ſcholaſtica eſt. Quid quid enim per ſe clarum eſt, ſumitur in arte, non demonſtratur. Appellare axioma vel ἄξιωμα ad artis inſtitutionem & uſum nihil attinent: ſed hac de re antea ſatis. Quinque autem poſtulata poſuerat Euclides, & Proclus totidem ediſſerit adhibita

adhibita ipſa Euclidis litera. Deducũtur autem poſtulata, é definitionibus: primum & ſecundum é definitione rectæ lineæ.

POSTULATA.

Poſtulatum eſto,

1 *Ab omni puncto in omne punctum rectam lineam ducere.*

2 *Et terminatam rectam in continuum & rectum producere.* Hoc utrumque poſtulatum eſt ex ea lineæ definitione deductum, quæ lineam facit fluxum puncti, & quæ rectam facit fluxum æquabilem non inflexum minimum. Infinitum igitur mathematicum in lineis per hæc duo poſtulata declaratur, ut quamlibet longê deſcribantur & producantur. Fabrica porró ducendæ & producendæ lineæ licet mentis, attamen cum in actum opuſque ipſum venit, regulam ducem & judicem habet. Hoc geometriæ primum inſtrumentum eſt. Atque iſta regula rectas lineas & efficit & factas dijudicat. Ideoque hæc duo poſtulata poſt lineæ & plani definitionem ſtatuenda fuerunt. Illic enim eorum eſt ordo & locus: imo ut dixi, origo, & inſtitutio: & tamen utrumque etiam videtur ad alias lineæ ſpecies referri poſſe, quarum etiam & ducendarum & producendarũ inſtrumenta ſua ſunt. Unum verò poſtulatum é duobus in geometria fecimus, quia producere eſt etiam ducere. fuit verò ſicuti Marlianus ait ut arithmeticis, ſic geometris abacus hyalini pulveris reſperſione coloratus, ne in multiplicationibus & partitionibus & podiſmis fallerentur, de quo 5 e 5.

3 *Et omni centro atque intervallo circulum deſcribere.* Tertium hoc poſtulatum ad ſecundam lineæ ſpeciem attinet peripheriam, unde eadem opera circulus exiſtit. Definita eſt utcumque peripheria 15 d 1. Atque illinc etiam hoc poſtulatum deducitur, ut duo prima é rectæ definitione. Inſtrumentum verò geometricum peripheriis & circulis faciendis eſt circinus: utque longitudines regula, recti anguli perpendiculo & norma, ſic peripheriæ & circuli circino & fiunt & dijudicantur. Ergo ut poſt definitam lineam poſtulata illa ſtatuenda ſunt, quibus poſtulatur ut liceat á puncto ad punctum rectam ducere, & ductam longius producere: ita poſt peripheriam definitam poſtulatum hoc eſto, quo liceat dato puncto & intervallo peripheriam deſcribere, & peripheriam tamen non ſolum planam, ſed ſphæricam, ſed fortaſsis etiam variam ducere. Atque hæc tria poſtulata vera poſtulata ſunt, principia nempe, quibus opus aliquod & cognitu & factu facile poſtulatur: duo reliqua, quartum & quintum poſtulata non eſſe Geminus contra Euclidem diſputaverat, neque Proclus defendit. Quo argumento motus ſive Theon ſive alius elementorum interpres in axiomata tranſtulit, fecitque numero decimum & undecimum, de his itaque tum dicetur. Quæret autem aliquis fortaſſe in his poſtulatis, cum motus ductæ, productę, circunductæ, lineæ audierit, quomodo mathematicæ res dicantur á motu ſeparatæ & ſejunctæ? cui reſpondendum eſt motus iſtos non phyſicos in materia quippe ſenſili, ſed mathematicos in magnitudine intelligibili. Habet enim matheſis ſuam materiam, ſuum motum, ſed phyſicæ materiæ & phyſici motus diſſimilem. Sed jam nugatoria illa differentia convicta eſt, & notabilius multo illud fuerit cum fa-

brica lineæ rectæ procreandæ primo & cõtinuandæ, tum rotundæ describendæ in principiis habeatur, ut habebitur postea fabrica sphæræ, cylindri, coni, cur nõ etiam fabrica reliquorũ schematum postuletur? Valde autẽ in postulatis & axiomatis occupatus est Proclus, ut differentiam doceat postulati & axiomatis. At si definiret accurate postulatũ & axioma, definitionibus duabus nõ solũ utriusq; naturã, sed alterius ab altera differẽtiam cõplecteretur. Dicamus igitur quid sit axioma. Axioma (ait Aristoteles) est principiũ per se manifestum & clarũ. Itaq; á Philopono ἀυτόπιστον per se credibile dicitur, quodque παρὰ τεχνίτου τινὸς διδασκάλου ab artifice & magistro nõ capiatur. Proclus ait esse & inerudítis per se clarũ & manifestum, rei factæ qualitatẽ declarãs: Ideoq; appellat ἀυτόθι καταφανὲς, ἐνεργὲς, πρόχειρον τοῖς ἀδιδάκτοις, per se perspicuum, illustre, vel indoctis facile. Deinde axioma est cõtemplationis, deniq; theoremati proximũ: sed axioma est principiũ, theorema propositio: Ergo postulatũ fabricatur, axioma contemplatur. Postulatũ factu, axioma cognitu facile est. Hæc sunt á Procló. Nomina tamẽ hæc sæpe confundũtur, & á Stoicis omnis enuntiatio axioma dicitur. Et de tota ista vanitate dictũ est libro tertio. Axiomata porró decẽ Proclus enumerat, Theõ duobus illis postulatis additis facit duodecim: quorũ titulus est in Theone αἱ κοιναὶ ἐννοίαι communes notitiæ, quæ definitio quædã est axiomatis. Proclus appellat axiomata verbo nõ periphrasi, satisq; indicat é tam lõga postulati & axiomatis differẽtia titulũ hic fuisse Axiomata, si tamẽ titul⁹ fuit, & verbũ axiomatis apud Aristotelẽ in logica & philosophia hac de re id ipsum satis indicat. Aristotelẽ igitur & Proclũ hic sequemur: Porro é duodecim axiomatis á Theone hic enumeratis primũ, secundũ, tertiũ, quartũ, quintũ, sextũ, septimũ, nonum Logicæ sunt, quatuor sola, octavũ, decimũ, undecimũ, duodecimũ Geometriæ relinquũtur.

AXIOMATA.

1 *Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.*

Axioma est catholicũ. Nam si duorũ inter se æqualiũ alterum sit alicui æquale, & reliquũ eidem æquale erit. Hoc axioma omniũ axiomatum, ut ordine sic usu primũ est. Itaq; Aristoteles 3 cap. 4 philos. axiomata ejusmodi συλλογιστικὰς ἀρχὰς principia syllogistica appellat, & quidẽ recte. Est enim principiũ logicũ & argumenti á paribus & æqualibus axioma propriũ. Nec Euclides alligavit proprie aut numeris aut magnitudinibus, sed omniũ rerum fecit cõmune, cum isto modo proposuit, ut etiã septem deinceps alia proposuit: Sed axioma hoc primum utilitatis est immẽsæ. Algebra contemplationes arithmeticas singulares habet, at summa contemplationum earũ axiomate isto cõtinetur: Hinc enim est æquatio, cõparatio nẽpe in quantitate, qua figurati diversi & affirmati secũdum hypothesim inter se ideo æquantur, quia eidẽ tertio æquantur: hinc æquationis & genera & species: hinc frequentissimũ geometricæ mẽsionis judiciũ deducitur, sic enim longitudinũ, latitudinũ, altitudinum æqualitas approbatur: nõ potest planus ager agro plano applicari, ut æquales appareant, mẽsura adhibetur, cui, quia utercq; est æqualis, ideirco æquales esse judicantur. Ergo primũ axioma in-

gentes

gentes prorſus commoditates habet, ſed quia noſtris judiciis tam familiare eſt, quã oculis eſt naturale lumẽ, iccirco imprudẽtes minimeq; animadvertẽtes eo utimur: & tamẽ hæ cõmoditates nõ minores erunt cũ in logica arte cognitũ huc afferretur, quã ſi miſceretur in geometria. Sed tamẽ quamvis logicũ axioma tantæ lucis plenũ ſit, Apollonius Pergęus vir ſane in mathematicis excellẽs aliquid eo clarius etiã tentavit, ut nõ principiũ indemonſtrabile, ſed propoſitio demonſtrabilis eſſe videretur, cujus eſſet aliqua cauſſa. Sit enim (ait) a æquale ipſi b, & b æquale ipſi c, dico quod etiã a ipſi c æquale eſt. Cũ enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locũ, quẽ b, & quoniã b ipſi c æquale eſt, eundẽ quẽ & ipſum occupat locũ, & a igitur eundẽ occupat locũ, quẽ c. æqualia igitur. Sic igitur Apollonius axioma primũ demonſtraſſe ſibi viſus eſt. Veruntamen primũ nõ ſatis attendit, quo argumento quã quæſtionẽ concluderet. Quæ (ait) eidem tertio ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia, quia eundẽ locũ occupant: Hæc Apollonii cauſſa eſt. At (inquã) iſta cauſſa ſpecialis eſt, & geometrica tantũ: logica enim æqualitatis ratio, loci mẽſura nulla cõtinetur. Quare axioma, Quæ eidẽ æqualia, inter ſe æqualia, multo altius eſt geometrico axiomate, Quæ eundẽ locũ occupant, ſunt æqualia, nec ideo ſpeciale principiũ, generalis principii cauſſa eſt, unde ſequitur ab Apollonio poſtulari quod erat in principio, ut Ariſtoteles loquitur, nõ autẽ demonſtrari. Quod ſi Apollonius diſſeruiſſet in arte geometrica logicũ principiũ quodlibet eſſe ἀγεωμέτρητον, ideoq; pro illo commmuni, Quæ eidẽ æqualia, Geometriæ propriũ aſſumendũ, Quæ eundẽ occupãt locũ, inter ſe æqualia eſſe: Geometrã libenter audirẽ de regẽdis artis ſuæ finibus logicé & accuratè philoſophantem: eundẽ enim locũ occupare καὶ ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα & cõvenire inter ſe, quod Euclides in geometricis principiis ſtatuit, idẽ aut vicinum admodũ videatur eſſe: & ſic Euclides de gravi leviq; ait æqualia eſſe magnitudine, quæ replent eundẽ locũ, ut cõſtat e 1.2.3 d libelli illius. Si (inquã) id Apollonius diſſeruiſſet, valde probarẽ & laudarẽ. At dubitãtem & principiũ logicum & generale principio geometrico & ſpeciali concludentẽ neq; laudare neq; probare poſsũ. Sed elenchus ille petiti principii elenchus eſt Euclidis quinto de rationibus, ſexto de rectilineis ſimilibus, ut tũ dicetur, ne quis errorẽ Apollonii propriũ hic exiſtimet: ut aũt axioma illud eſt certiſsimum, ſic ei vicinũ ſophiſma valde inſidioſum eſt, Quæ eidẽ inæqualia ſunt, inter ſe inæqualia. Nã 2 & 2 ſunt inæquales 3, & tamen non ſunt inæquales inter ſe. Sed ad cætera axiomata venio: quorũ prima quatuor miſtũ quippiam habent é poſtulato & axiomate, faciũt enim quippiam & machinantur addẽdo ſubducẽdoq;, tum facti æqualitatẽ contẽplantur.

2 *Et ſi æqualia æqualibus addantur, tota ſunt æqualia.*
3 *Et ſi ab æqualibus æqualia ſubducantur, & reliqua ſunt æqualia.*
4 *Et ſi inæqualibus æqualia addantur, tota ſunt inæqualia.*
5 *Et ſi ab inæqualibus æqualia ſubducantur, reliqua ſunt inæqualia.*
6 *Et quæ ejuſdem duplicia, æqualia inter ſe ſunt.*
7 *Et quæ ejuſdem dimidia, æqualia inter ſe ſunt.*

Hæc axiomata videntur eſſe propria arithmeticæ propter voces additionis & ſubdu-

ſubductionis. At non numerorũ additio & ſubductio eſſe poteſt, ut æqualia addantur & ſubducantur, æqualia non numero, ſed pondere, facultate, aut aliquo quodã genere. Duo autẽ prima in æquationũ algebrearũ reductionibus uſum perpetuũ habẽt. Cũ aliquis numerus figuratus negatus eſt, additur æqualibus partibus, & toti ſunt æquales, cum figuratus idem bis ponitur, tollitur utrinq;, & reliqui ſunt æquales. Sextum autem & ſeptimũ non ſunt axiomata generalia & catholica. Potes enim dicere. Quæ ejuſdẽ æqualiter multiplicia, ſuperparticularia, vel ſubmultiplicia, ſubſuperparticularia vel omnino: Quæ ſunt eidẽ æqualiter inæqualia, ſunt inter ſe æqualia: imo ſextum conſectariũ eſt ſecũdi, ſeptimũ tertii. Nã ſi dimidii æqualibus æqualia dimidiũ nempe huic & illi addãtur, tota erũt æqualia: Itẽ ſi dupli æqualibus æqualia, dimidiũ nempe & huic & illi, ſubducãtur, reliqua dimidia erunt æqualia: & cõſectaria ſunt é 15 & 9 p 5. Nã partes æquemultiplicibus ſunt proportionales, & ad idem proportionales ſunt æquales. Talia axiomata non dico mathematica non eſſe, ſed omnino cũ ſint axiomatum conſectaria, axiomata eſſe nego, in quibus Euclides Apollonii ſe longe diſſimilem præſtitit. Apollonius enim é principiis indemõſtrabilibus propoſitiones demõſtrabiles effecit. At Euclides contra é demonſtrabilibus propoſitionibus facit indemonſtrabilia principia. Atq; illis arithmeticis axiomatis ſecundo tertioq; Pappus adjungit alia, ut.

Si æqualibus inæqualia addantur, totorum exceſſus æqualis eſt exceſſui additorum: & contra.

Si inæqualibus addantur æqualia, totorum exceſſus exceſſui à principio poſitorũ æqualis eſt. Hæc axiomata Procli tempore in elementis habebantur, à quibuſdam tamen rejiciebantur, ideo quia poſſent é ſecundo & tertio deduci.

8 *Et quæ conveniunt inter ſe, æqualia ſunt inter ſe.* jam tandem Euclides geometræ perſonam ſuſcipit. Hoc enim vere geometricum axioma eſt, & in geometria ideo diligentius expoſitum.

9 *Et totum majus eſt ſua parte.* Axioma eſt item logicũ in diſtributionis loco proprium, nec ideo geometricum putandum eſt, quia geometres eo utatur: Utitur enim tota logica, nec ideo logicam ſubjeceris Geometriæ. Axioma tamen non videtur catholicum, nec enim quod parte alia majus eſt, id protinus eſt totum. Duo ſequentia axiomata Proclus numerat in poſtulatis: Theon in axiomatis conſtituit. At ſi rectẽ definitum ſit poſtulatum quod fabricatur, axioma quod contemplatur, axiomata utique potius quam poſtulata fuerint.

10 *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.* Euclides, ut dixi, poſtulatum fecerat, & quartum poſtulatum vocatur 24 p 1 datorum. Geminus pervicit ne poſtulatum crederetur, quia nihil faciendũ machinandumve præciperet. Conſectariũ igitur eſt é perpendiculi vel potius é recti anguli definitione deductum. Nam ſi recto angulo rectus aliquis inæqualis eſſet, latera non eſſent recta, ſed alterum alterutro inclinaret, omninoque ſi rectus recto inæqualis eſſet, eſſet utique obtuſus aut acutus. Pappus in iſto axiomate accuratior eſt, docet axioma catholicum & reciprocum non eſſe, nec omnino converti, omnis rectus (ait) eſt æqualis recto, ergo omnis æqualis recto rectus eſt. Omnis enim ut putat rectus eſt

recti-

rectilíneus, at rectilíneo potest æquari nõ rectilíneus, nec ideo quamuis æqualis recto rectus, de quo in geometria 6 e 3. Hæc Pappi demonstratio est, unde percipis non solum æqualitatem & rectitudinem anguli non idem esse, nec necessario reciprocari, sed etiam heterogeneas magnitudines rationales esse, ut hic rectilíneum angulum cum curvilíneo, quo refellantur ii qui τετραγώνισμον impossibilem ideo censent esse, quia homogeneorum tantum sit ratio. Sed præterea notabile est angulum rectum non quemlibet recto cuilibet æqualem esse. Nam rectus rectilíneus major est recto rotundilíneo, neq; axioma hoc verum fuerit, nisi de homogeneis intelligatur.

11 *Si in duas rectas recta incidens interiores eadem parte angulos duobus rectis minores faciat, productæ in infinitum duæ ipsæ rectæ coincident inter se, qua parte sunt duobus rectis minores anguli.* Euclides in hoc elemento graviter urgetur á Ptolemeo & Gemino: Ptolemeus ajebat hic principium indemonstrabile nullum esse, sed theorema valde demonstrabile, quodque multa dubitatione refertum sit. Nec enim anguli ad eandem partem interiores duobus rectis minores non parallelas concurrentes efficiunt, sed contra non parallelæ & concurrentes tales angulos faciũt: imo verò illi minores anguli possunt esse, ubi concursus necessario non fuerit. Nam líneas quasdam infinitè quidem semper inclinatas, neque tamen unquam concurrentes, etsi incredibile & admirabile videatur, est tamen verum & necessarium, ut ante patuit. Itaque Euclidis theorema multorum antecedentium subsidio indigeat, de quibus Ptolemeus in quodam libro disseruit, quem postea Proclus citat ad 29 p 1. Geminus eodem tendit, aitque ridiculum esse eas sententias velut indemonstrabiles facere, quarum conversæ sunt demonstrabiles. Hujus autem sententiæ. Si duæ rectæ recta connexæ faciant angulos interiores duobus rectis minores, concurrent, conversam. Si duæ rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis, esse demonstrabilem, imo ab Euclide ipso 17 p 1 demonstratam. Quamobrem Proclus pro Ptolemeo & Gemino aduersus Euclidem pronuntiat hic axioma nullum esse, sed theorema valde demonstrabile. Argumentatio tamen Ptolemei sustineri possit, si intelligamus rectas in eodem plano: quia productæ concurrent: Gemini logica pressior est: ut vel axioma istud ex axiomatis sit tollendum, vel 17 p 1 é numero propositionum eximenda: at antecedentem & conversam propositionem malim constituere in principiis, quia veritas protinus é perpendiculo, regula quippe parallelissimi possit intelligi. Et Euclidis elenchus hinc natus est, quod Posidonii Geometria illa in parallelis omissa est. Nam si docuisset Euclides parallelas communibus perpendiculis dividi, é contrario contrarium utique jam perciperetur, quia duæ rectæ recta connexæ communibus perpendiculis non dividerentur, parallelas non esse. Itaque axioma istud undecimum est consectarium ê definitione parallelarum, ut nos in geometra fecimus.

12 *Et duæ rectæ aream non comprehendunt.* Consectarium est ê rectilínearum figurarum prima specie trilatera: ut patet 6 e 6: utitur autem Euclides hoc theoremate ad 4 p 1.

PRAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 8. IN PRIMAM

primi elementorum partem de lineis & triangulorum ratione.

Epicuri aspernatores mathematicæ

Epicurus apud Ciceronē Polyænū Geometriæ dedocuit.

VEruntamen de principiis hactenus, quæ plerique labefactare conati sunt, Epicurei præsertim, qui totā mathematicam vel ignorabant, vel aspernabantur. Epicurus ipse Polyænum (cum voluptatis illecebris pellexisset) quamvis magnum mathematicum, attamen Geometriam dedocuit, eiq; falsam esse persuasit (ait Cicero.) Deinde ex Epicureis Zeno Sidonius disputavit etiam é principiis propositiones nequaquam demonstrari. Zeno (inquam) Epicureorum acutissimus, ideoque & eorum princeps & coryphæus appellatus: hic cæteros philosophos figebat maledictis, Socratem scurram Atticum, Chrysippum nunquam nisi Cysippam vocabat, ab hoc Cicero Epicuream philosophiam didicit, ut est 3 Tusc. & primo de natura deorum. Hic igitur philosophus, Geometras præcipue exercuit, sed ejus argumentis á Posidonio responsum est, ut suis locis intelligetur. De principiis igitur hactenus, propositiones sequuntur. Propositio est Euclidi dubia & incerta sententia, quæ aliunde fidem suæ veritatis & approbationem requirit. In omni autem propositione Proclus quinque ait esse, præter ipsam propositionem ἔκθεσιν, διορισμὸν καὶ κατασκευάσιν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα, expositionem, definitionem, constructionem, demonstrationem, complexionem, de quibus tertio libro ante dictum est. Propositiones autem ad verbum hic frustra non repetam, nisi quod erit necessarium, licebit eas in Euclidis vel in nostra geometria legere, uti propositæ sunt.

Zenonis Sidonij in Socratem & Chrysippum maledicta.

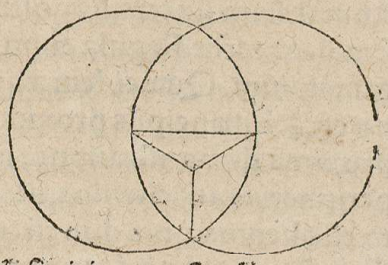
Quid proposito Euclidis.

5 partes Propositionis

1 *Super datam rectam finitam triangulum æquilaterum constituere.* Proclus hic putat ex caussis demonstrationem: quomodo inquam? Duæ enim rectæ datam æquantes & cōnectentes ipsæ sibi cōterminæ quærebantur, & inventæ sunt peripheriarum auxilio, in quibus radii cōprehensi illæ ipsæ rectę sunt quę quęrebantur, & peripheriarū cōcursus est cōcursus ipsorum. Itaq; causſa est hic quædam, sed generalis & minime propria, neq; quęstio est quamobrē? neq; proprietas de subiecto: ut ἀπόδειξις Aristotelea dici possit, qualem Proclus videretur hic demonstrationem facere. Duo autem reliqua latera æqualia multo promptius invenirentur applicatione datę rectæ, vel regulæ comparatione, per illa scilicet principia. Quæ inter se cōveniunt. Et quæ eidem æqualia, sed cōcursus in abaco nō pateret. Tum uerò quamobrem Euclides præcipuam figuræ hujus fabricam dedit? Duarum enim figurarum planarum totis elementis fabricæ demonstrantur, trianguli æquilateri, & quadrati: Reliquorum generum tam multorum fabrica specialis ab Euclide nulla demonstratur: oblongum, rhombus, rhomboides, trapezium, multilatera, circulus ipse problema suæ fabricæ nullū habent. Quid igitur? utrum æquilateri trianguli proprietas quædam est præcipua, ut ei

quoque

quoque problemate præcipuo esset opus? Postea dicet Proclus ad quadragesimam sextam, ex æquilateris fieri mundanas figuras, sed tum respondebitur Proclo. Caussa verò videtur Euclidi fuisse, quod in plerisque postea propositionibus ut 9. 10. 11. sit opus triangulo æquilatero: ut 16 p 4. Verum quæcumque trianguli æquilateri est utilitas, eam ipsam & multo ampliorem 22 p 1 præstabit. Est enim ad istam generalis: imo 9. 10. 11 p 1 absque ulla trianguli ope expediri possunt, ut á nobis in geometria. Itaque in prima propositione protinus λαθ' ὅλου πρῶτον videmus ab Euclide nihil curari, tantum abest ut ullum demonstrationis Aristoteleæ exemplum possit hinc assumi. Et tamen id tanto mirabilius quod 22 p 1 demonstretur iisdem plane principiis quibus hæc ostenditur. Hæc igitur in Euclidis propositionbus protinus hysterologia deprehenditur. Quinetiam fabrica hæc διαγραμμάτων scholasticorum tantum caussa videtur inventa, non ad usum quenquam geometricum extra scholasticum pulverem. Nam arbores in variis sylvis dissipatæ mihi quærendæ sint unde triangula moles aliqua machinanda sit, nihil proderit hoc problema. Et diagrammata ipsa in abaco per æquicrurũ commodius fiunt, quam per æquilaterum, & sic 12 p 1 Theon æquicruro potius utitur. Aequicrurum autem super datam constituitur semel aucto vel minuto circini intervallo, ut varium utrinque variato. Atq; hæc de prima propositione dicta sint: Zeno Sidonius etiam positis antecedentibus principiis, conclusionem tamen cavillatur. Nam (ait) nisi positum sit duarum rectarum partem nullam communem, rectæ á contactu peripheriarum partem aliquam communem habento, tum triangulum æquilaterum non constituetur, cum duo singula latera reliquo majora sint, ut hic vides.



Huic Posidonius respondet, Zenonis principium definitione rectæ lineæ comprehensum esse, quod etiam per impossibile docet Proclus. Nam sequeretur semicirculum semicirculi partem esse, toti denique partem, æquari: Idem hoc impossibile Zeno aliter concludebat, sed unde rursus efficeret aliud principium, peripherias nullam cõmunem partem habere, quod in principiis euclideis adhibitum non esset. Cui paulo secus Posidonius respondet, quia par impossibile sine Zenonis principio concludatur. Addit etiam hic Proclus fabricam æquicruri & varii, triaque problemata pro uno vigesimæ secundæ propositionis problemate facit. Atque illa est nimirum sophisticæ tautologiæ doctrina ab Aristotele in analyticis reprehensa, cum specialia generalibus præponantur, idem sæpius inutiliter iterari, quod præposito genere semel explicari satis erat. Quamobrem propositio ista consectarium speciale nobis est é generali.

2 *Ad datum punctum datæ rectæ æqualem ponere.* Hæc propositio multiplicem explicationem habet, cujus unicam speciem tantum exposuit Theon, unde reliquæ tamen concipi queant. Quatuor verò modis & exemplis variari potest fabrica & cõstructio: aut enim datum punctum est in data, aut extra datam: in ipsa aut extremum

extremum ejus alterum, aut inter extrema: at si extra aut á latere, ita ut ab ipso ad datæ extremum protracta angulum faciat, aut é directo datæ, ut ipsa producatur extra oppositum signum coincidat, omnes tamen illi modi communi & eadem fabrica continentur. Tertium modum sequutus est Euclides (ait Proclus) Theon sequutus est secundum, ut apparet é demonstrationibus. verunta men qualis est ista demonstratio? Principia posuit Euclides. Quæ inter se conveniunt. Quæ eidem æqualia: an igitur his principiis uti non licet? an omnino non licet applicare datæ punctum dato puncto, & æqualem altero puncto facere? An non licet regula datæ æquali æqualem á dato puncto metiri? an geometricorum instrumentorum regulæ & circini imbecillitati nihil confidendum? At Euclides in fabrica circulorum quibus hic utitur ad demonstrationē sumit per hæc instrumenta: per hæc principia, radios æquales datæ rectæ, radios (inquam) regula ductos & radios sectos peripheriis ope circini descriptis: é lateribus enim infinitis amputat æquales radios. Itaq; utitur Euclides illis ipsis principiis, quibus videtur uti noluisse. Et quidem quæ causa quæque veritas facit radios peripheriæ æquales, eadem faciet ad datum punctum rectam æqualem datæ rectæ. Nam radii ideo sunt æquales, quia rectæ duobus circini pedibus comprehensæ sunt æquales. Itaque radiorum æqualitas non erit antiquior æqualitate rectarum hic propositarum. Quare ut postulatur á puncto ad punctum rectam ducere, sic postuletur ad datum punctum describere rectam æqualem datæ rectæ. Regula enim eadem utriusque perinde judex & effectrix erit, vel principium, Quæ eidem æqualia, etiam hic valebit, an quia facilis demonstratio est, & é principiis proxime deducta demonstratio non est? Enimvero ut in proxima demonstratione, sic in ista præposterum est de rectæ æqualitate per peripherias aut circulos, ut facit Euclides, vel pro Euclide Theon. Sed hic multo est alienius, quia duo circuli facti sunt, ut duæ rectæ æquarent datam, sicut recta rectæ æqualis á dato puncto inveniretur, primum peripheriæ duæ, tum rectæ duæ, & duæ productiones laterum, & peripheriæ rursus duæ adhibentur, id est octo lineæ pro una. Quamobrem hæc propositio in rectæ lineæ postulatis esto. Regula aut circinus melius ejus opus efficiet. Neque dixerit nobis isto loco Proclus exercitationis gratia ista proponi: Neque enim artes sui studiosos in sophisticis documentis exercere debent, satis enim materiæ supereſt & laboris in geometria, ubi cōmodius & utilius discentis animus exerceri possit, hoc sophismate multæ artes ingenuæ nimium diu impeditæ sunt.

3 *Duabus datis rectis inæqualibus, á majori æqualem minori aufferre.* Hic Proclus casuum & modorum suorum multitudinem comminiscitur. Sex enim modos facit, quod datæ inæquales vel conjunguntur extremo, vel distant, vel secant seſe, & quidem partibus æqualibus vel inæqualibus, vel mistis, vel altero uno extremo secat alteram, & quidem major minorem, vel minor majorem, quæ subtilitas puerilis est, & Aristotelis judicio sophistica, quia tot doctrinas pro una faciat: præsertim cum Proclus ipse dicat admirabilem Euclidis demonstrationem, quia omnibus illis constructionibus sufficiat. Attamen Euclides ut Proclo non

sit in

ſit in eo comparandus qui ad æqualitatem duarum rectarum accumulet huc ê ſecunda propoſitione lineas novem,& duas hic addat, cum una (ut in duabus ante propoſitionibus) geometrica regulæ linea æqualitatem poſtulatam geometrico principio metiatur. Quamobrem propoſitio illa tertia aggregetur ad ſecundam & poſtuletur,uti poſtulata eſt á nobis utraque. *Datis duabus rectis inæqualibus á majore æqualem minori ſecare.*

4 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, & angulum angulo æqualem habeant ab æqualibus rectis comprehenſum,etiam baſim baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquale erit, reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, ſub quos æqualia latera ſubtenduntur.* Quarta propoſitio verboſe proponit quod perſpicue breviterque comprehendi poſsit. Triangula æqua angulo æquicruro æquilatera eſſe: ideoque æquiangula, ut 1 & 2 e 7 comprehendimus:æqualitas autem triangulorum eſt ê triangulis æquealtis, ut patet 6 e 7. Hoc igitur theorema comparationem duorum triangulorum continet, in qua datur æqualitas binorum utriuſque laterum, ſic tamen ut non utraque utrique,ſicuti ambiguitas græcorum verborum ſignificare poſsit. Nam ἑκάτερος & uterque & alter dicitur, ſed alterum alteri æquale ſit. Sic enim cuivis trianguli generi comparatio conveniet. Sic (inquam) æqualitas laterum ſingulorum cum ſingulis accipienda, alioqui ſi utriuſque cum utroque æqualitas intelligatur, ſic ut alterius trianguli unum duobus lateribus ſigillatim reliqui ſit æquale, & reliqua ſimiliter iiſdem. Id tantum triangulo æquilatero & æquicruro conveniet, non vario: nec theorema erit generale: vel ſi unius trianguli utrumque latus ſimul,cum alterius trianguli utroque latere ſimul intelligatur, falſum etiam eveniet. Perimeter enim æqualium laterum æqualis eſſe poteſt perimetro,ut area areæ ſit inæqualis: contraque area æqualis areæ,ut perimetri æqualium laterum inter ſe ſint inæquales. Quare intellige latera unius trianguli duobus lateribus alterius duobus alterum alteri æquari. Hæc prima æqualitas datur in binis lateribus. Secundo dantur anguli ab æqualibus illis lateribus comprehenſi æquales inter ſe, quia cum latera æqualia ſint ſuperpoſita convenient. Ex qua duplici æqualitate data demonſtratur triplex æqualitas, prima baſis cum baſi. Secus duæ rectæ aream concluderent contra 12 axio. vel ſine Euclidis impoſsibili duæ baſes æquabuntur, quia duæ rectæ ab eodem puncto ad idem punctum congruunt, ideoque ſunt æquales. Secunda æqualitas eſt angulorum reliquorum binorum unius trianguli, cum reliquis binis angulis alterius trianguli, ſeparatim tamen ſingulorum inter ſe, & quidem ab æqualibus lateribus comprehenſorum. Tertia æqualitas eſt totius trianguli cum toto triangulo, quam tamen Euclides ὕστερον πρώτερον ſecundam fecit, cum tamen cœpiſſet ab æqualitate laterum. Hanc duplicem reliquam æqualitatem & angulorum,& triangulorum,ut demonſtret Euclides ἐφαρμοσιμ & convenientiam aſſumit,ſuperpoſitis & applicatis triangulorum lateribus inter ſe. Itaque (ait Proclus) demonſtrationis euclideæ cauſſa eſt ἐφαρμοσις convenientia, demonſtratioq; tota ab ipſo ſtatim principio cõcluſa,ut Euclidis judicio ἐφαρμοσις

fundamentum ſtatuatur infinitorum, quæ deinceps per 4 p 1 demonſtrantur. Itaque Euclidis iſta demonſtratio per convenientiam conſideranda imprimis ideo eſt, quod inde cognoſcimus tres antecedentes propoſitiones eadem convenientia multo verius & perfectius demonſtrari potuiſſe, ſolamque regulæ convenientiam in illis problematis demonſtrandis fuiſſe neceſſariam. Hoc (inquam) demonſtrationis euclideæ genus tam expeditum tamque facile vehementer amplector. Atque utinam pleriſque locis aliis facilitatis hujus tam ſtudioſus Euclides fuiſſet, minus hodie nobis laborandum eſſet. Exemplis pluribus ἐφαρμοσιν illuſtravimus 9 e 1. Verum ſi quis accuratius theorema ipſum penitiuſque intueatur, duo poſita antecedentia cauſſam demonſtrationemque continent duorum conſequentium: primo baſium æqualitas ex æqualitate anguli cum angulo deducitur. Nam ſi ſtatuiſſet Euclides æquales angulos qui cruribus congruerent, ſicuti ad hanc propoſitionem & imprimis ad octavam poſtea Proclus ſtatuit, & poſtea Vitellio uſurpavit, & Euclides ipſe ad 23 p 1 problematicé propoſuit: ſi inquam ſtatuiſſet Euclides æquales angulos eſſe, qui cruribus congruerent, ad illud principium propoſitio quarta aſſumptionem ſyllogiſmi ſuppeditaret. Hic æquales eſſe angulos æqualium laterum qui cruribus eſſent congrui. Itaque baſes æquales eſſe, quia baſes etiam congruerent & unæ eſſent. Ex qua concluſione aſſumitur pro reliquis angulis: at hic æqualium laterum baſes ſunt æquales, ergo ſunt æquales anguli. Enimvero diligentius & accuratius conſiderandum eſt, quod hic admoneo. Eſt enim principium obſcuritatis permagnæ ex uno axiomate æqualium angulorum præterito. Atque inde elenchus admirabilis eſt ortus (de quo tertio ſcholarum mathematicarum libro admonuimus.) Etenim poſito axiomate illo tanquam propoſitione ſyllogiſmi theorema Euclidis aſſumptionem & complexionem ſuppeditaret, ac jam poſitis & conceſsis antecedentibus, de conſequente dubitare hominis fuerit logicam ſyllogiſmi doctrinam plane ignorantis, ſingulariaque humani judicii fundamenta ſubvertentis. Ante verò mathemata omnia falſa ſint quam poſitis in ſyllogiſmo propoſitione & aſſumptione complexio non vera ponatur & concedatur. Theorema igitur in duabus primis partibus ſine convenientiæ principio ſua ipſius luce clarum & evidens erit, quod multo clarius eſſet & evidentius, ſi eſſet ipſum ſuo loco & ordine poſitum. Trianguli enim ſimplicis doctrina prior eſt quam comparati. De trianguli ſimplicis ratione in ſuis lateribus & angulis propoſitiones ſunt primi 5. 6. 18. 19: & in exterioribus angulis 32 & 16. tum de trianguli æqualitate cum triangulo erit propoſitio 8. 7. 4. 26. Reliqua deinceps doctrina de comparatione triangulorum primo & ſexto libro habetur. Quamobrem Euclidis demonſtratio per convenientiam probanda quidem & laudanda eſt ob eam præcipue cauſſam, quod inde intelligamus per talem convenientiam tria præcedentia problemata demonſtrari multo facilius & verius potuiſſe, quam hyſterologia circulorum utcumque concluſa eſt, ſed multo tamen vicinior demonſtratio eſt conſequentis é poſitione & conceſsione antecedentis. In utroq; enim argumento ratio quidem

certa

certa est, sed in convenientia est communis, hic est affinior, & reciproca, ut apparebit in 8 & 26 p 1. Quamobrem licet hinc jam serio γεωμετρεῖν, deque geometriæ commodiore statu melius sperare, cum propositionum quatuor primarum obscuritatem nullam videamus. Veruntamen in ista de triangulis planis geometria id etiam monendum est, pleraq; esse sphæricis communia. Hæc enim propositio primum tota cõmunis est, ut constat apud Regiomontanũ de triangulis 36 p 3, & probatio per æqualium triangulorum axioma etiam cõueniet.

5 *Aequicrurorum triangulorum anguli ad basim inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis sub basim anguli æquales inter se sunt.* Contra & propositionem & propositionis demonstrationem quæri multa possunt. Propositionis primus author Thales Milesius fuisse perhibetur, & ei gratiæ propterea sunt habendæ. Verum proponit ista propositio de triangulis æquicruris, ut videri possit comparatio de pluribus esse cum de unico agatur, deinde specialiter proponit, quod commune est omnis trianguli duo latera æqualia habentis, sive æquilaterum sive æquicrurum fuerit. Imo (ait Geminus) trianguli permisti cõmune id est: Demonstravit enim. Si duæ lineæ rectæ æquales, in lineam similarem, seu rectam, seu rotundam, seu helicem cylindraceam inciderit, angulos ad basim æquales esse, & si anguli ad basim sint æquales, latera quoque esse æqualia. Hoc primum est in propositione. Secundo quærit hic Proclus, quorsum laterum productio cum exterioribus angulis nusquam postea Euclides utatur? Deinde respondet idem more Rhetorum Euclidem præponere tanquam præsidium quo esset usurus adversus calumnias. Proclus talis est ad septimam propositionem. Verum dici potest additionem propositionis quintæ in thesim quartæ incidere, cujus conversa quædam sit vigesima sexta propositio. Atq; hæ nimirum cõversiones sunt, quibus Proclus dicebat ab Euclide totũ cum parte cõverti. At prima pars reciprocatur, & secunda cõsectariũ est primæ. Atq; hæc de propositione, demonstrationis inquisitio non minor est, quæstio est de æqualitate interiorũ angulorum unius trianguli. Euclides probat per exteriores angulos adhibitis é tertia propositione lineis decem & é quarta propositione triangulis quatuor, quæ hysterologia manifesta est, cum de unius trianguli proprietate agatur, comparationem triangulorũ pro argumento demonstrationis usurpare. Pappus id vitium in Euclide de interioribus per exteriores demonstratis quodammodo animadvertit, simpliciusq; uno triangulo, tanquã sibi ipsi lateribus oppositis superposito interiorum angulorũ æqualitatẽ sine exterioribus angulis demonstravit. Verum & Pappus ipse in hysterologiã licet minorẽ, attamẽ incidit, quia de simplici triangulo per cõparationem triangulorũ agit. Atq; hæc de interiorũ angulorum demonstratione. Exteriores iterum demonstrat Euclides per collationẽ triangulorũ ad thesim quartæ propositionis: Denicq; Euclidis in hac propositione demõstratio ad unius simplicis trianguli proprietatem declarandũ, adhibet comparationẽ sex triangulorũ, quæ hysterologia præcedentibus etiam major est. Verum axioma angulorũ æqualiũ cum thesi propositionis rem perspicue demonstrabit, quia anguli duo habebunt æqualiũ laterum bases æqua-

les. Itaque trianguli æquicruri proprietas ista protinus ex axiomate assumetur: idemque de triangulo æquilatero & vario assumetur, quod omnes anguli sunt æquales, quod nulli anguli sunt æquales.

6 *Si trianguli duo anguli æquales inter se sint, & sub æquales angulos subtensa latera æqualia inter se erunt.* Ἀντίστροφον est quintæ propositionis, sed multo disertius expositum quám fuit hypothesis antecedens. Hic enim de triangulo generaliter agitur, nõ de æquicruro, restat tamẽ & hic Gemini ratio, quod id cõmune sit etiam curvilíneorũ. Quomodo tamẽ possit ista ꝓpositio intelligi ut sit omnino catholica & ex illa antecedẽte hypothesi, istaq; cõversa possit & debeat una ꝓpositio fieri sic. *Si trianguli duo latera sint æqualia, duo anguli erunt æquales: & si duo anguli sint æquales, duo etiam latera erunt æqualia.* Demõstratio Euclidis habet hic impossibile ex quartæ thesi, quia sequeretur triangulũ totũ suæ parti ęquale esse: imo (inquam) sequeretur impossibile triplex ut bases inæquales essent æquales, ut anguli inæquales essent æquales. Sed hysterologia est eadẽ superiori de proprietate unius triãguli per collationẽ multorũ triãgulorũ philosophari. At impossibile multo brevius cogi potuit, ut in nostra geometria. Atq; utraq; ꝓpositio & quinta & sexta sunt cõmunes sphęricorũ, ut costat é 40 & 41 p 3 apud Regiomontanũ. Sed quærit præterea Proclus, cur Euclides secundã partẽ quintæ propositionis nõ cõvertit & ipsemet ἀντίστροφον ejus convertit. Si productis lateribus anguli sub basim sint æquales, duo latera quoque esse æqualia, quod per quartã & sextã demonstrat, respondet id postea perspicuum fore per 13 p 1. at verò ad 13 p 1. additio illa melius esset facta, ut tum dicetur á nobis.

7 *Super eandem rectam duabus eisdem rectis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri non cõstituentur ad aliud atq; ad aliud punctum, ad eandem partem terminos eosdem habentes cum primis.* Propositio ista mirificé per negationẽ proposita est. Propositio scientiæ propria (ait Aristoteles) nõ solũ affirmata debet esse, sed affirmatæ veritatis necessariæ, essentialis, reciprocæ, denicq; nullã debet habere doctrina ꝓpositionẽ nisi catholicã. Nam ex negatione neq; demonstratio, neq; syllogismus est. Quid ergo? tollendane est é Geometriæ finibus ista ꝓpositio? Proclus negat, quia sit utilis ad demõstrationẽ octavæ, & ad astronomiã plurimũ profit. Verũ octava per solã ἐφαρμογὴν magis geometricé demõstretur, et si qua utilitas sit negatę ꝓpositiõis, eadẽ erit affirmatæ. at si affirmetur, incidet in octavam propositionem. Sic enim erit. *Si super eandem rectam duabus rectis duæ rectæ conterminæ & æquales inter se eodem versus ducantur, in idem punctum convenient.* Quod idem est ac si diceretur. Si bina duorũ ejusdem basis triangulorum contermina latera separatim æqualia eodẽ versus ducantur, convenient in idem punctũ, ideoq; æquabuntur anguli angulis & triangulum triangulo. Ponit igitur hæc propositio quatuor, primo eandẽ basim, secundo rectas binas sigillatim æquales, tertio ad eandem partẽ, quarto eosdem terminos ęqualiũ. Sed hoc quartũ secundum potius esse debuerat, unde concludit nõ ad aliud atq; ad aliud punctũ conventuras. Quare si res proponatur (ut dixi) nõ tollo quidẽ ꝓpositionis hujus usum, si quis est, sed propositionẽ λογιστορίας instituo, ut usus inde facilior & prõptior habeat. Proclus valere putat ad

astrono-

astronomiã ad instantias, qualẽ etiã ipse cõminiscitur 48 p 1, at valebit ad ea omnia & ad plura, si melius instituatur. Hoc verò solũ fuit si tam perspicue dicere tur impossibile nullũ esset, quo propositio octava demõstraretur. Quid tum in quam? an non aliter poterat demõstrari? Poterat enim per quartam. Sunt enim duo triangula ad illam thesim comparata, laterum etiam omnium æqualitate posita, quæ applicata cum basim æqualem habeant, angulum quoq; æqualem habebunt angulo, sub æqualium laterum basi. Denique optima illa ex æqualium angulorum axiomate demonstratio aderit.

8 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, habeant etiam & basim basi æqualem, angulum quoque angulo æqualem habebunt ab æqualibus rectis comprehensum.* Dic, Triangula inter se æquilatera sunt æquiangula, totam istam grammaticam tot verborum comprehenderis. Euclides ἐφάρμοσιν hic adhibet, ut in quarta propositione, quod etiam studiose & attente considerandum est, sed impossibile adhibet é septima propositione, ut illic adhibuerat, verum sine impossibili potest convenientia probari, si septima propositio affirmaverit id cujus contrarium negat. At requiretur hic quid septima & octava propositio differant, cum utriusque data sit hypothesis una: utraque enim ponit æqualitatem & basium & laterum: differre tantum videntur quæsito & consequente, quod septima convenientiam totius trianguli cũ toto ex antecedente suo deducit, octava ex eodem antecedente deducit prẽterea æqualitatem angulorum. At ista differentia nihil habet re ipsa diversum. Nam posito illo antecedente, ubi convenientiam concluseris totius cum toto, angulorum etiam æqualitatem é convenientia illa concludes: itemque ubi ex eodem convenientiæ antecedente angulorum æqualitatem concluseris, indidem potes & convenientiam concludere. Quare si res spectetur propositio una est, nec duas factas ob aliam caussam video, quam ut Euclidi syllogisticæ demonstrationes suppeterent ad octavam demonstrandum. Verum octava ista ex æqualium angulorum axiomate (ut dixi) & propositionis ipsius hypothesi multo verius accuratiusque demonstraretur, & hic rursus locus est, ubi axiomatis unius omissi geometricum dispendium percipitur. Proclus istud axioma ad 4 p 1 veluti per cãcellos obscurius animadvertit, cum ait: angulorum æqualitatem sumemus juxta convenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus ejusdem speciei. At hic paulo clarius idem percipit, cum ait. Videtur autem verticalium angulorum æqualitatem laterum illos angulos comprehendentium basiumque æqualitas facere: tandemque post expositionem paulo hac de re pleniorem. Certum igitur est (ait) dicere quod & basis eadem & latera æqualia ipsius anguli æqualitatem determinant. Sed hac de re etiam plenius ad 23 p 1. Sit igitur illud axioma. Anguli cruribus congrui sunt æquales: propositio hæc ex æqualitate laterum assumptionem dabit. At hic sunt cruribus congrui, quia laterum æqualium æquales sunt bases, unde si logicus es, concludito. Ergo anguli sunt æquales. Sic igitur quarta, quinta, sexta, octava propositiones tam faciles essent adhibito illo axiomate. Geometria autem octavæ propositionis hujus non solum communis est sphæricorum

triangulorum, ſed converſio etiam in ſphæricis vera eſt, ut conſtat 54 p 3 Regiomon: quæ tamẽ in planis triangulis eſt falſa. Proclus putat octavam eſſe converſionem quandam quartæ: Repetit autem à Menechmo & Amphinomo mathematicis de geometricis converſionibus quædã, quod ἀντιστροφὴ converſio duas habeat partes, προηγούμενον καὶ ἀντίστροφον antecedẽs & converſum, & proprie converſionem eſſe, cum tota propoſitio in totum convertitur, ut ſi duo latera æqualia, duo etiam anguli, & ſi duo anguli, duo etiam latera: quandam eſſe converſionem impropriam & ἐναλλαγὴν potius quam ἀντιστροφὴν, qualis eſt converſio quartæ & octavæ. fallitur hic Proclus, converſio hic nulla eſt, ſed prima & antecedens propoſitio de æqualitate omniũ laterum, cujus ἀντίστροφον nuſquam eſt in Euclide. Nec omnino verum eſt: Si duorum triangulorum terni anguli ſeparatim ſint æquales, ut latera ſint etiam æqualia, quamvis in ſphæricis triangulis ſit verum, ut dixi. Laborat Proclus, ut hic methodum Euclidis tueatur, octava propoſitio eſt converſa quartæ, cur igitur ſtatim nõ poſtponitur quartæ, ut ſexta quintæ: quia (inquit) octava per ſeptimam, & ſeptima per quintam demonſtratur: hoc item alienum. Nec enim eſt converſa (ut dixi) deinde non vult per ſeptimam, nec ſeptima per quintam demõſtrari. Philo mathematicus hic etiam Euclidem in iſto ordine reprehẽdebat, quod octava poſſet ſine ſeptima demonſtrari. Philonis demonſtratio eſt per impoſsibile triplex apud Proclum. Sed impoſsibili Philonis nihil hic opus eſt (ut dixi) angulorum æqualium axioma totum demonſtrationis hujus pondus ſuſtinet: ut ſuſtinebit in 9. 10. 11. 12.

9 *Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.* Theon demonſtrat per 8 p 1. facilius demonſtrabitur per axioma æqualium angulorum. Propoſitio Euclidis dupliciter ſpecialis eſt, primum namque eſt de angulo rectilineo ſecando duas in partes æquales, id eſt in partes pares pariter pares 2. 4. 8. 16. 32. 64. & ſic deinceps. Nam pars unaquæque rurſus bifariam ſecatur, & hanc duplæ rationis progreſſionem in pariter paribus dichotomia iſta continet, non autẽ generalis de quocumque angulo ſuperficiario ſeu ſolido bifariam ſecando: imo dubium eſt, an res ipſa ſit poſsibilis, ut de corniculari angulo. Secundo doctrina hæc Euclidis ſpecialis eſt ad διχοτομίαν. Nec enim angulus rectilineus data ratione & in quotlibet & qualeſcunque partes iſta via ſecari poteſt, ut in partes impares, vel pares pariter, vel pariter ſimul & impariter. Rectus autem ſecatur trifariam. Si angulus æquilateri trianguli qui valet $\frac{2}{3}$ recti ſectus bifariam ſtatuatur ad angulũ ipſum rectum. Nam reliquum erit $\frac{1}{3}$. Quod Vitellio docuit 28 p 1: ſed è 22 & 9 p 1 elementi. Nicomedes omnẽ angulum rectilineum trifariam ſecuit, ait Proclus. Alii Archimedis helicibus excitati angulum rectilineum data ratione ſecuerũt, quorum doctrinam ut obſcuriorem Proclus in tertium librum rejecit: ubi nos dicemus ea de re. Euclides circulum bifariam, angulum rectilineum bifariam, lineam rectam bifariam, peripheriam bifariam tantum ſecuit. Nec vero ſectio iſta anguli rectilinei videtur in hyſterologiam triangulorũ incurrere, cum axioma æqualium angulorum latera & baſes totidem cõſideret: ſed angulus rotundilineus ſimiliter ſecatur, ſed biſecta baſi in ſphæricis.

10 *Datam*

10 *Datam rectam finitam bifariam secare.* Theon demõstrat per 4 p 1. Ergo per axioma æqualium angulorum. Atque hic sectio est in partes pariter pares ut antea, utrum verò asymmetria magnitudinum impediet, ne possit demonstratio sectionis hujus sine triangulis inveniri? Certe est propositio 9 lib 6 generalis ad istius non argumentum quidem, sed effectum, quæ docet rectam secare data ratione. Itaque ista propositio dissimilis nec specialis argumenti á nobis retinetur. At sectio rectæ quæ utroque loco instituitur, in recta tantum valet, non valet in peripheria: 30 p 3 paululum diversa erit ad sectionem peripheriæ. Etenim decima ista propositio quæstionem aliam attulit de magnitudine semper dividua. Magnitudo est continua quantitas, habet igitur partes communi termino cõtentas. Quæstio hæc Aristoteli inter gravissimas physicæ ἀπορήσεις quæstiones fuit, á quo plerique physici arguuntur individuam magnitudinem induxisse, ut 3 & 4 c item 5 c 3: item 1 c 6 physici. Anaxagoras (ut ex Philopono patet) librum de individuis lineis scripserat: item Democritus & Leucippus atomorum authores appellantur 4 cap 3 de cælo: item Pythagoras & Plato 8 cap 3 de cælo, & 7 cap 1 phil. Plato de individua linea appellatur: sed hi physici physico sensu vere id affirmare potuerunt, geometricum hic dogma est magnitudinem continuam, ideoque infinite dividuam esse, quod multis in geometria locis confirmari potest. Primo 9 p 1: ubi datus angulus rectilineus bisecatur quicunque sit. Secundo 10 p 1: ubi data recta bisecatur, neque omnino linea Platonis individua hic audiretur. Nam si linea sit, continua est, ideoque partes habet communi termino contentas. Tertio 2 p 3 recta duobus in peripheria punctis terminata cadit intra: unde concluditur, intra duo quælibet puncta lineam esse continuam, id est partes habentem communi termino contentas, ideoque dividuam. Quarto 30 p 3. Quinto & sexto 9 & 10 p 6: ubi διχοτομία item, imo quælibet sectio postulatur, & modus ostenditur datam lineam rectam secandi data parte & data ratione, datam peripheriam bisecandi: Septimo definitiones decimi fere omnes, unde concluditur asymmetras esse quasdam magnitudines, quibus metiẽdis nulla minima magnitudo sit: Octavo 1 p 10: ubi proponitur á data magnitudine perpetuo tolli posse plusquam dimidiũ: unde concluditur magnitudinem infinite esse dividuam: Nono 2 p 12: ubi statuitur rectilineũ inscribi posse circulo majus quavis superficie minore, quam fuerit datus circulus, unde etiam concluditur rectilineum nullũ circuli tantũ inscribi, quin majus etiam inscribatur: unde etiã Archimedes ad 5 theorema 1 de sphæra assumpsit spatiũ nullũ tam parvum esse, quin multanguli circulo inscripti segmenta minora dari possint. Decimo 4 p 12: ubi nominatim perpetua pyramidum divisio proponitur: Undecimo ad 17 p 12: sumitur bisectio peripheriæ infinita, unde & concluditur magnitudinis infinita divisio. Hæc igitur elemẽta geometrica sunt, in quibus tanquã principium postulatur & sumitur, magnitudinẽ infinite dividuam esse. Proclus vero vel apud Proclũ Geminus ad 10 p 1 quandã ex impossibili demonstrationẽ attulit. Si magnitudo daretur minima magnitudines omnes fore

symme-

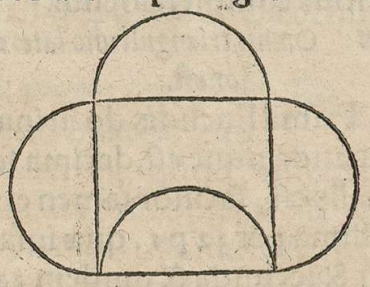
ſymmetras, ut omnes numeri ſymmetri ſunt, quia unitas minimus numerus omnes numeros metitur. Verum aſymmetria magnitudinum vera eſt, ut conſtat é toto decimo libro, & conſtabit poſtea. Quare minima & individua magnitudo nulla eſt. Hoc argumentum apodicticum quidem nequaquam eſt, verum tamen eſt poſt illam continui definitionem præcipuum. Definitiones enim decimi aſymmetriam definiendo poſtulant: & Ariſtotelis theorema, quod diameter quadrati ſit aſymmetra lateri, aſymmetriam eſſe in magnitudinibus convincit. Itaq; merito multis locis Proclus affirmat magnitudinem potentia infinite dividuam eſſe, principium eſſe geometricum, ut conſtat é tam multis antea citatis elementis geometrici principii loco aſſumptum eſſe. Quin Ariſtoteles ante Proclum hoc idem principium eſſe confirmaverat. Nam 2 cap 1 phyſicorum, cum geometram negat tetragoniſmo Antiphontis poſtulantis multangulum in circulo tot angulorum, ut latera peripheriæ congruant, reſponſurũ eſſe, quia tali poſtulato principium geometriæ tolleretur, principium hoc utique ſignificavit, magnitudinem infinite dividuam eſſe, & 5 cap 1 de cęlo: cum maximum mathematicis rebus periculum creari, ait, ſi minima magnitudo inducatur, ſignificat utique tot elementorum á nobis propoſitorum ruinam & cladem futuram. Quamobrem magnitudinem infinite dividuam eſſe, principium in geometricis eſto: & principium de geometrica, non de phyſica magnitudine, & principium de potentia infinitæ diviſionis, non de infinitatis actu. Itaq; 1 cap 6 phyſici conatus Ariſtotelis valde levis eſt demonſtrationem hujus principii tam ſollicite comparantis: cum 2 cap 1 phyſici ut principium adverſus Antiphontem poſtularit, cum revera nihil illic demonſtret. 11 & 12 p 1. Hæ duæ propoſitiones reſpondent 11 & 12 p 11 de perpendiculis ſolidis. Atq; in 11 propoſitione quamvis infinita recta non poſtuletur ut in 12 prop. attamen perinde ſtatuenda eſt, id eſt tanta quanta ſit opus, nam ſi punctum in fine detur, producenda linea eſt. Vtrumq; verò problema eſt commune ſphæricis, ut patet 44 & 46 p 3. Regiomontani. Utrum verò, ut rectarum æqualitas poſtulanda fuit 2 & 3 p 1, idq; per regulam & congruentiam, ſic modo poſtulandum gnomonis judicio perpendiculum? Neq; enim præſens perpendiculi fabrica ulli extra pulverem geometricum uſui videtur futura.

13 *Si recta ſtans ſuper rectam angulos faciat, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet.* Si angulos faciat (dixit) Nam ſi angulum tantũ faceret, unus quantumlibet magnus duobus rectis eſſet minor, aut duos rectos, nempe ſi ſtatus rectæ tantus ſit ἀπαράκλιτος καὶ ἀῤῥεπὴς, non inclinatus, non propenſus, æquales anguli ſunt. Poſtremum eſt, aut duobus rectis æquales, nempe ſi ſtatus ſit inæqualis propenſiorque in hanc, quàm in illam partem, anguli quidem inter ſe ſunt inæquales, ſed ambo tamẽ duobus rectis æquales. Proclus in hac propoſitione diſjunctionem admonet non ſatis eleganter expoſitam, quia prima pars in ſecunda contineatur. Recti enim duo ſunt duobus rectis æquales, & id ſolum converſum eſt proxima propoſitione, non autem tota diſjunctio. Sed propoſitio etiam alio elencho vitioſæ orationis laborat: Sententia enim ejus eſt.

Si recta

Si recta insistit in rectam, æquat deinceps angulos duobus rectis: Hæc enim sententia convertitur. Demonstratio Theonis hic usurpat. Quæ eidē æqualia: quoniam 3 particulares æquantur 2 rectis, & 2 obliqui æquantur 3. Ergo etiam duobus rectis. At conveniētiæ axioma promptius erat, quoniam eundem locum occupant. Nos consectarium fecimus in geometria 8 e 5 l.

14 *Si ad aliquam rectam & ejus punctum duæ rectæ non ad eadem partes angulos deinceps duobus rectis æquales faciant, in rectas inter se erunt rectæ.* Ἀντίστροφον est superioris, ut putat Proclus, sed non multo disertius expressum quam propositum est antecedens. Conversio enim cōnexi fuisset, si recta æquat duos deinceps angulos duobus rectis insistit in rectam, neque jam contra faciet instantia qua differitur, æquales esse angulos duobus rectis, & à duabus rectis contineri non esse reciprocum, ut in hac figura videbis si rectas deleas: Nā quatuor peripheriarum figura duos angulos habebit æquales duobus rectis, ut anta ex Pappo dictū est. In hoc enim exemplo recta nulla fuerit, angulos verò deinceps appellat geometres, inter quos nullus est angulus. Quare non est in litera Euclidis simplex antecedentis conversio, sed consectarium quoddam in quo Proclus tria notavit. Primum quod ad punctum non ad puncta. Nec enim sic duę continuarentur. Secundum quod rectæ sint deinceps. Infinitas enim licet ad unum punctum non continuas sumere. Tertium quod non eadem parte. Nam ad eāsdem partes nihil impossibile. fieri namque potest ut duæ rectæ deinceps non continuæ ad datæ rectæ punctum eodem actæ, duos angulos duobus rectis æquales faciant, ut si obtusus rectum & unam tertiā, & deinceps angulus reliquas duas tertias habeat, ut hic vides.





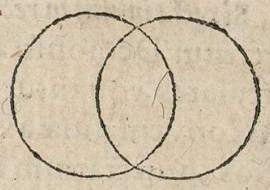
Id enim sic ostendit Proclus, & idem Porphyrius apud eum aliter ostendit. At uterque videtur agere sophisticé cum angulos sumat non deinceps, sed alterum faciat alterius partem. Demonstrat autem Euclides hanc propositionem ut antistropha solet per impossibile, quia totum parti æquaretur.

15 *Si duæ rectæ se mutuo secent, angulos ad verticem æquales efficiunt.* Cōvertit etiam Proclus hanc propositionem hoc modo.

Si ad aliquam rectam duæ rectæ non ad eandem partem sumptæ, faciant ad verticem angulos æquales, in rectam erunt inter se rectæ. Tum demonstrat & recta demonstratione é proxima & ad impossibile. Verum (ut de superiore dixi) conversio hic nulla est. Nec enim id in consequente fuerat, quod in antecedente ponitur, sed est quædam é præcedente propositione assumptio. Conversio autem connexi fuerat.

Et si duæ rectæ angulos ad verticem æquales faciant, se mutuo secabunt. Non est autem reciprocum duos angulos ad verticem æquales esse, & duas rectas mutuo secari, cum in duobus circulis se mutuo secantibus anguli lunulares ad verticem sint æquales, non tamen à rectis lineis facti. Nec omnes ad verticem sunt æquales, ut

in hac sectione circulorum anguli convexus & concavus. ille enim major est, hic minor.



COROLLARIVM.

Ex his sane manifestum est, quod si duæ rectæ secent sese, quatuor angulos quatuor rectis æquales efficiunt. Hoc primum est Euclidis corollarium á Theone prætermissum, positum tamen á Proclo nominatim & Euclidi attributum, á quo etiam libros corollariorum scriptos esse ait, sicut ex hoc corollario invētum admirabile á Pythagoreis theorema planis figuris tantum tribus compleri locum.

16 *Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utrolibet interiore & opposito major est.*

Prima Euclidis doctrina de exterioribus angulis fuit propositione quinta, secunda nunc est, decima sexta. Demonstratio Euclidis per 10.15. 4 p 1 non difficilis est, facilior tamen erit per axioma angulorum æqualium, sed longé facillima per 32 p 1. quæ ipsa generalis est ad hanc, ideoque hysterologia post 1 p 1 & secunda & quidem 32 p 1. absque hac demonstrari potuit; Proclus autem hic paulo liberior est, refertq; theorematis caussam ad inclinationē laterum majorem & minorem. Ex eoq; tibi considerandū est (ait) quomodo rerum ortus veras quæsitorum caussas in conspectum nobis afferunt: Hæc Proclus: in quo laudandus ille quidem est, quod demonstrationem ex caussis tam curiose repetat, sed multó magis esset laudandus si sequeretur: Hæc enim caussa est ex axiomate æqualium angulorum, quod tamē in demonstrando non adhibet, adjungit autem hic duo corollaria. Primum.

Tres rectæ æquales ab eodem puncto in eandem rectam non cadunt.

Quia exterior interiori opposito esset æqualis, & inæqualis. Secundum.

Si duas rectas recta tangens, faciat exteriorem angulum interiori opposito æqualem, triangulum non facient.

Quia exterior eidem esset æqualis & inæqualis: sed hoc consectarium secūdum est secunda parallelarum proprietas.

17 *Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, ubivis assumpti.*

Demonstratio Euclidis ex præcedente & decima hic assumpta est: qua interiorum angulorū ratio per exteriorem probatur: minorq; est hysterologia, quám fuit antea, attamen Proclo non probatur: ita nescio quomodo seipsómet liberior & præstantior effectus est, cúm in præcedēte, tum in hac imprimis propositione. Demonstrat (ait Euclides) rationem interiorum per exteriorem. At accidens non necessarium necessariæ affectionis caussa esse non potest: productum trianguli latus est accidens non necessarium: duos interiores duobus rectis minores esse affectio trianguli necessaria est, non potest igitur productū latus caussa hujus affectionis esse. Itaq; potest illud idem sine producto latere demonstrari, ut si á vertice trianguli recta ducatur in basim, ambo deinceps anguli duobus rectis sunt æquales, & tamen cum sit uterque exterior interiore & opposito major, ambo etiam iisdem oppositis majores, idemque de reliquis angulis probari po-

bari potest. Hæc (ait Proclus) demonstratio simplicior & accuratior est Euclidis demonstratione, nullo quippe dati trianguli latere producto, & tamen (inquam) nequaquam legitima, quia causſam non habet. Proclus autē idem multò verius causſam inæqualitatis hujus repetit ex inæquali laterum inclinatione & distantia, id est é nostro axiomate: ut si erigantur ex angulis trianguli perpendicula, rectorum excessus manifestissimus sit. Atque ista nimirum per undecimi axiomatis conversam ratio prompta sit: Duo quilibet ad basim anguli minores sunt duobus rectis, quia latera concurrunt. Itaq; si axioma illud Euclidi concedatur, & ἀντίστροφον pariter concedēdum fuit, ut tum est disputatum. Hæc enim conversa est illius axiomatis.

Si rectæ recta connexæ faciunt angulos interiores duobus rectis minores, concurrent. Et.

Si rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis.

Illa enim tum fuit instantia Gemini de Euclide conquerentis, quod principiorum ἀντίστροφα non faceret principia. Quare propositio ista principium esse debuit, aut sane protinus é principio illo deduci. Hinc verò corollarium deduxit Proclus. Duæ perpendiculares ab eodem puncto in eandem rectam duci non possunt. Anguli nempe duo ad basim, recti essent, & duobus rectis minores. Sed adversus utramque propositionis hujus utriusque demonstrationem, & si gravis est inquisitio Procli, quod causſam veri non doceat, multò tamen est illa ratio é tricesima secunda propositione gravior, quæ generalis est ad illam superiorem, ut dixi, & ad istam, ideoque si præposita esset illa hæc utraque, ut speciale consectarium deduceretur. Hæc igitur primi libri hysterologia est tertia. Itaque mirum Procli in his commentariis ingenium est, qui hæc etiam sophismata defendat, ut appareat, si quid aliquando liberius & magnificentius loquatur, non ex suo ipsum, sed alieno sensu loqui. Geminus videlicet, Pappus, Apollonius alii quis istam libertatis & veritatis philosophiam expresserat: habenda tamen Proclo etiam gratia est, quod aliquando Geometriam pluris, quàm Geometram fecerit, ut in causſa duarum propositionum proximarum.

18 *Omnis trianguli majus latus majorem angulum subtendit.* Aequalitatem angulorum é laterum æqualitate quinta propositio docuit, ut sexta laterum æqualitatē ex æqualitate angulorum. Inæqualitas cōtraria docetur duabus proximis propositionibus. In vario aūt triangulo inæqualitas maxima, media, minima est, tum laterum, tum angulorū: In æquicruro major simpliciter & minor est: In æquilateris hæc theoremata locum non habent. Itaq; ut æqualitas illa duobus generibus æquilateris & æquicruris, sic inæqualitas ista duobus æquicruris & variis convenit. Propositio igitur non satis accurata est, cum ait omnis trianguli, quia ista inæqualitas non sit omnis trianguli: demonstratio autē propositionis per 5 & 16 propositiones non est obscura valde. Causſa verò consequentis in propositione est antecedentis, latus nēpe subtendens est basis anguli, ut ante Proclus docuit, & hic diserte ait. Manifestum autē quod causſa hujus affectionis est lateris ipsius angulum subtendentis ὑπεροχὴ κατὰ μέγεθος ἢ ἔλαττωσις excessus secundū magnitudinem aut defectus. Quo iterum loco Proclum admiror tam legitime

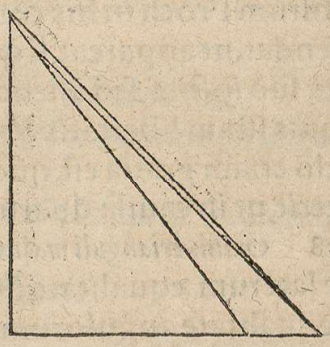
philoſophantem, ſed conſtantiam requiro in cæteris ſimilem. Axioma igitur æqualium angulorum hanc etiam demonſtrationis cauſſam præſtabit, & quidem communem cum triangulis ſphæricis, ut Regiomontanus 43 p 3.

19 *Omnis trianguli ſub majorem angulum majus latus ſubtenditur.* Converſa eſt præcedentis, ſed accurationis ſimilis, accurata autem propoſitio tota fuerat.

Trianguli majus latus ſubtenditur majori angulo, & major angulus majori lateri. Demonſtratio Euclidis per latus poſitum non æquale, quia angulus major eſſet æqualis non minus, quia minorem angulum ſubtenderet, non difficilior eſt ſuperiore, ſed nec accuratior. At cauſſa eadem eſt ſuperiori. Nam quia angulus angulo major eſt, æqualium laterum majorem baſim habebit. Et illa apodictica cauſſa eſt, quam Euclides huc afferre debuit. Axioma itaque unum etiam hic ſufficiet, & ſufficiet etiam ſphæricis, ut Regiomontanus 42 p 3. Atq; hic etiam angulum & triangulum conjuncte conſideramus.

20 *Omnis trianguli duo latera reliquo majora ſunt utlibet aſſumpta.* Euclidis demonſtratio per 5 & 19 non eſt valde difficilis, ſed eſt tamen præpoſtera, & ex ſola rectæ lineæ definitione, ſi demonſtrabilis eſſet, demonſtrari poterat. Nam intra duo puncta recta cæteris lineis brevior eſt. Reſpondet 20 p 11 & commune eſt ſphæricis, Reg. 37 p 3.

21 *Si trianguli ſuper unum latus ab extremis duæ rectæ intus conſtituantur, conſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem ſunt, majorem verò angulum comprehendent.* Propoſitio exquiſite jubet, ut exteriorum & interiorum laterum ſit una & eadem baſis. Secus fieri poſſet, ut & interiores eſſent majores exterioribus, & angulum minorem comprehenderent, ut hic vides. Quod unũ é Geometriæ mirabilibus Proclus eſſe ait, ut comprehenſæ lineæ ſint majores comprehendentibus, & comprehendens angulus ſit minor comprehenſo: at dictum hic aliud eſt, aliud res & exemplum: Verba enim non intellecta mirabilia ſunt, res minime. Et ſi quid mirabile ſit, tam mirabile eſt angulum contentum majorem eſſe continente, quam cõtentas rectas continentibus. Pappus idem mirabile miratur tertii libri theorematis tredecim: tantum nugæ otioſis hominibus placuere.

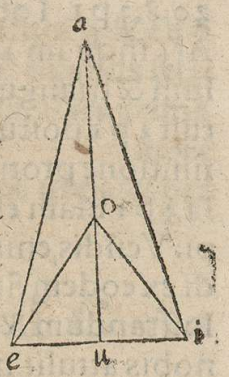


Demonſtratio demonſtrat primam partem per 20, & ſecundam per 16 p 1. At prima pars ſi res non ambigue proponatur, per ſe manifeſta eſt, ambitum nempe contenti trianguli ambitu continentis minorem eſſe. Id enim principium eſt Archimedi in libro de ſphæra: & ſecunda pars axiomate angulorum æqualium manifeſta eſt. Nam ſi trianguli continentis latera contenti lateribus æqualia ſecentur, baſis continentis erit minor, ideoque angulus minor. Pars autem theorematis hujus de lateribus cõvenit ſphæricis, ut patet 38 p 3. Reg. Pars de angulis repugnat, ut patet 47 p 3.

Itaque

Angulus

Angulus major æquatur tribus angulis cuſpidatæ figuræ. ut in figura. Nam pars ejus utraq; exterior æquatur utrique interiori oppoſito. Vitell. 33 t 1.



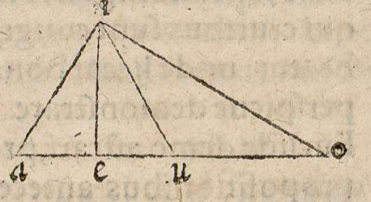
22 *Ex tribus rectis, quæ ſunt æquales tribus datis rectis triangulum conſtituere, oportet autem duas reliqua majores eſſe, utlibet aſſumptas, quia etiam omnis trianguli duo latera reliquo majora ſunt utlibet aſſumpta.* Problema hoc cauſſam proponit præter Euclidis morem, nec conſtituit triangulum é datis, quæ jam certam poſitionem habeant, ſed ex æqualibus, imo ex æqualibus æqualium: Tres autem datæ quantitatem laterum definiunt quibus velis triangulum conſtituere. Nam datis tribus æqualibus, æquilaterum; duabus tantum æquicrurum, datis autem tribus inæqualibus varium conſtituere licebit. Itaque propoſitio iſta generalis eſt ad primam, & præpoſita, ut potuit & debuit, primam inanem & otioſam aut recte conſectarium faceret. Demonſtratio enim cauſſam, ſi quid opus fuiſſet, addidiſſet. Proclus in hac demonſtratione citat Euclidem ad verbum. At verba illa nequaquam cum Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco, & pleriſque aliis notiſsimum ſit, Theonis orationem Euclidis orationem non eſſe, argumenta tamen plerumque eadem ſunt. Demonſtratio hic tertia propoſitione utitur, quæ (ut dixi) non propoſitio ſed poſtulatum eſſe debuit, quod idcirco doceo, ut pateat iſtam propoſitionem ſtatim poſt definitum triangulum ſtatuendam eſſe, nulloque prorſus Geometriæ diſpendio: imo verò compendio magno. Speciales enim de triangulorum ſpecialibus fabricis doctrinæ hac una generali contentæ erunt. Atque iſta eſt nimirum ariſtoteleæ methodi ſingularis utilitas: quod tautologia evitetur, & res una ſemel doceatur: & tamen fabrica iſta tam poſtulanda ſit quam æquatio lineæ ad 2 & 3 p 1: quam poſtulatur ab Euclide fabrica circuli 3 poſt: quam poſtulatur ſphæræ, coni, cylindri 14. 18. 21 d 11: Hic enim poſtulare triangulum æquale dato eſt poſtulare latera æqualia.

23 *Ad datam rectam, & in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.* Atqui (inquam) axioma noſtrum hoc eſt in problematis ſpeciem converſum. Interrogetur enim jam Euclides quomodo angulum angulo æqualem facias. Reſpondebit, ſi laterum æqualium baſes æquales facias: Idemque prorſus de angulo ſolido reſpondebit ad 26 p 11. tum enim anguli cruribus congruent. Bene igitur res habet, non jam nobis antiquorum geometrarum geometria ê commentariis Procli tam ſolicite eruenda erit. En nobis in ipſa elementorum officina á geometra elementorum mercatore merces iſtæ propalam collocantur. Anguli ſunt æquales (ait hic Euclides, & Euclidis ſucceſſor Theon) qui cruribus ſunt congrui. Quare magna gratia Euclidi pro tanto beneficio habeatur: unde liceat bonam magnamque de triangulorum doctrina partê tam perſpicue demonſtrare. Neque vereamur ne nobis objiciatur axioma iſtud ab Euclide demonſtrari, propterea que non aliunde quam ex hoc problemate & ê propoſitionibus antecedentibus ſumi poſſe, quia propoſitio hæc utatur 22.

20,8,3 p 1. Tot enim propoſitiones, ſi retexatur ſeries ad initiũ, hic reperientur. At (inquam) tela iſta jam nobis retexta eſt. Primo jam patuit 18 & 19 p 1 angulum & triangulum conjunctẽ conſiderari, ẽ ternis quippe lateribus: Deinde patuit 3 p 1 poſtulari debuiſſe: 20 p 1 cõſectarium ẽ trianguli vel etiam ẽ rectæ definitione protinus fuiſſe: 8 p 1 fuiſſe contentam ſola cõvenientia: item 22 p 1. ſola 3 p 1 uſam eſſe. Itaque 23 p 1 poteſt protinus ex ipſa principiorum luce accipi: Vendis enim aquam ẽ Sequana hauſtam: abs te emere nihil cogor: haurendi ex eodem flumine par & idem jus habeo. Quamobrem magnam ſpem ad illuſtrandum & conformandum ſtatu meliore geometriam hoc unum axioma nobis attulit, nec adhuc ſubſidiũ majus ullum offendimus. Sed problema iſtud Oenopides invenit, ut antea invenit ſecundũ perpendiculum: problema verò ſpeciale eſt. Nec enim de æqualitate cujuslibet anguli cum quolibet angulo, quod fieri non poteſt: duo enim tantum genera curvilineorum angulorum rectilineo æquantur lunularis, ut prius eſt dictum: & *σελενοείδης*, ſecuri ſimilis, qui ipſe etiam lunularis eſt, & fit ẽ duobus circulis per alterna centra deſcriptis. Aequatur enim talis angulus *ἡμιολίῳ τῆς ὀρθῆς* duabus tertiis recti, quod probari poteſt ẽ propoſitionibus tertii, de quo propterea tum dicetur. angulum dato brevius per æquales peripherias quæ in æqualibus circulis æquales angulos auferunt, ſed hyſterologiam in Apollonio Proclus arguit, quam tamen tot in Euclide locis animadvertere nullam potuit.

24 & 25 p. Hæ duæ propoſitiones ſermonẽ habent quartæ & octavæ. Correximus in geometria & propoſitionem & propoſitionis demonſtrationem ex axiomate angulorum: utraque uerò propoſitio eſt communis ſphæricis 50 & 51 p 3 Regiomontani.

26 *Si duorum triangulorum duo anguli duobus angulis alter alteri ſint æquales, unumque latus uni lateri æquale, aut ad æquales angulos, aut uni æqualium angulorum ſubtenſum, reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri & reliquus angulus reliquo angulo.* Propoſitio de lateris ęqualitate cum latere diſjunctionẽ videtur habere ſpecie ſupervacaneam, at revera, ac veritate neceſſariam. Secus enim diſjunctione omiſſa accidet triangulum multo majus, minori tamen æquale eſſe, quod apud Proclũ Porphyrius diſerte & accurate expoſuit. Sit enim triangulum (ait) *a e i* recto angulo *a e i*, jam erigatur ad *i*, angulus æqualis angulo *a*, rectaq; *a e* producatur in *o*, latuſque æquati anguli ad *i* ſimiliter producàtur, concurrent tandem quia duobus rectis minores faciunt, & concurrant ad punctum *o*. jam triangulum *e i o* æquaretur triangulo *a e i*, quia duos angulos duobus æquales habet & latus commune: quod falſum eſt: falſi autem cauſſa eſt, quod latus æquale nec eſt ad angulos æquales, nec baſis eſt æqualium. Quod autem primum triangulum minus ſit ſecundo judicetur ex eo, quod ejus parti ſit æquale. Detur enim angulus *e i u* ęqualis angulo *a i e*, & cõnectatur recta *i u*, theſis erit præſentis propoſitionis, proindeq; triangulum triangulo erit æquale: ut hic vides.



Atque

Atque hæc Porphyriana propositionis hujus est expositio. Cæterum 4 & 26 p 1 è triplici thesi eandem laterum æqualitatem colligunt. Itaque ê duabus fecimus 2 e 7; & eodem æqualium angulorum axiomate conclusimus. Pars prima convenit sphæricis 42 p 3 Regio. secunda non item. *Itaque Perpendicularis á vertice æquicruri in basin, bisecat triangulum in duo æquilatera*, ut patet per tertiam partem.

PRAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 9. IN *secundam partem primi elementorum.*

27. 28. 29. p.

HActenus ut putat Proclus, executus est Euclides doctrinam triangulorum, deinceps secunda libri parte de parallelogrammis agit, ad eorumque ortum parallelas rectas interpretatur, unde parallelogramma fiunt. Quod verum quidem est, tametsi de triangulis postea erit, & in hoc & in sexto libro. Neque omnino Euclides ullam sibi generum distinctionem & methodum, sed é logicis legibus unicum illud κατὰ παντὸς sibi proposuit ad necessarias conclusiones, quas demonstrationes putabat, Aristoteleæ autem apodicticæ logicam nullam sibi Euclides proposuit. In rectis autem parallelis recta sectis est symptoma triplex ἱκαρακτηριστικὸν καὶ ἀντίστροφον (ait Proclus) quod anguli interiores alternis sint æquales, quod eadem parte exterior interiori & opposito, quod interiores eadem parte duobus rectis & ex his singulis parallelæ dijudicantur: alii geometræ tres similes proprietates addidere, quod parallelæ habeant primo duos exteriores alternos æquales, secundo exteriorem & interiorem alternos æquales duobus rectis, tertio exteriores eadem parte duobus rectis ęquales, quę tres proprietates similiter cum parallelis reciprocantur. Prima autem est omnium proprietas interiores duobus rectis æquari é perpendiculo nempe cõmuni, quo parallelismus dijudicatur, atq; ex illa prima alterni & exterior interiorq; concluduntur. Itaque confusius hic ab Euclide proponuntur. Sed Aeneas Hieropolita hic aliud in Euclide reprehendit, quod trium proprietatum unicam 27 p, reliquas duas 28, omnium autem conversionem 29 p comprehendisset. Verumenimvero Ptolemæus demonstrat tertiam proprietatem & ejus conversam sine undecimo axiomate, ut deinde tertia proprietate utatur ad demonstrandum undecimum idem axioma. Antecedens autem proprietatis illius ita demonstrat. Si duo interiores duobus rectis sint æquales, nec tamen sectæ parallelæ sint, concurrent utrinque pari argumento, & sic duæ rectæ superficiem concluderent. Conversam autem ita probat. Si recta in parallelas cadens faciat interiores inæquales duobus rectis, faciet majores aut minores, neutrum autem potest: Nam si faciat majores prima parte, secunda faciet minores, quia quatuor

interiores

interiores sunt æquales quatuor rectis per 13 p 1: & contra secunda parte dices similiter etiam fieri duobus rectis majores, quia sint inter easdem parallelas, ita fieret, ut iidem duobus rectis majores essent & minores. Quare si recta rectas parallelas secuerit, faciet interiores eadem parte duobus rectis æquales. Hac itaq; proprietate ita demonstrata, demonstrat undecimum axioma. Nam si sectæ nõ concurrant qua parte sunt anguli minores, multo minus concurrent adversa parte ubi majores. Ita fient parallelæ, nec ideo per cõversam tertiæ proprietatis, interiores erunt minores duobus rectis. Quare concurrent. Disputat etiam Ptolemæus concursuras eadem parte, qua minores fiunt duobus rectis. Sed istud nobis satis esto ad demonstrationem undecimi axiomatis. Contra tamen Proclus nescio quid argutatur Ptolemæum in demonstratione cõversæ abuti & argumento, & argumentatione, quia divisio illa sit imperfecta: neque quæstionẽ concludat, sed Proclus captiose videtur agere. Nam & divisio plena est inæquale majus aut minus esse, & impossibile deinde logico syllogismo concluditur. Tandem verò Proclus sic elusa Ptolemæi demonstratione, demonstrationem ejusdem axiomatis aliam accuratiorem affert: prius assumpto ex Aristotelis principio ad 1 lib de cælo.

Si recta primam parallelarum secuerit, secundam secabit.

Quod Vitellio ex eo demonstrat 2 p 1, quia si nunquam secaret, esset eadem parallela secundæ: ideoque etiam primæ, quam tamen secuisse diceretur. Quare fit hoc ex Aristotelis principio principium.

Si recta parallelarum primam secuerit, secabit secundam.

Itaque Proclus nõ excusat Euclidem, sed emendati Euclidis laudem Ptolemæo eripit, & assumit sibi. Atque hic alter locus est deserti à Proclo Euclidis. Nam antea in anguli definitione Euclidem non probavit, neque jam probat in parallelarum affectione. Verum neque Euclides neque Ptolemæus neque Proclus satis logice videantur attendere quid hic agatur, Euclides sibi principium negationis assumpsit. Quæ rectæ non essent parallelæ, in quo fallitur: negationis enim non est scientia: neque hinc affirmatio demonstratur. Debuit igitur contrariæ affirmationis principium sumere hoc modo.

Si recta rectas parallelas secuerit, faciet angulos interiores eadẽ parte duobus rectis æquales: & si hoc, illud.

Id (inquam) Euclides affirmationis principium sumere debuit, tanquam de prima rectorum è perpendiculis angulorum proprietate proxime derivatum. Nam perpendiculum inflexum quanto una parte obtusiorem angulum facit, tanto altera parte facit acutiorem, ita quod hic imminuitur è recto, illic augetur: Ergo affirmationis principium illud Euclides assumere debuit: unde contraria negatio deduceretur. Qua in re Ptolemæus hactenus Euclide accuratior fuit, quòd affirmationis propositionem præponit, unde negationis propositio deducatur. Sed tamen in hoc non satis logicus, quod è caussa quidem facit ἀντιστροφὴν propositionis: ex effectu autem antecedens: Nam parallelæ sectæ, tales angulos faciunt: Illic igitur est caussa, hîc effectus: deinde demonstratio Ptole-

mæi,

mæi, & si vera, causſam tamen nullam oſtendit, ſed tantum per impoſsibile, id eſt (ut Proclus ait) per accidens demonſtrat. Itaque ſi Ptolemæus causſam é rectis perpendiculorum angulis ſpectaſſet, principium feciſſet, neque demonſtrationem quæſiſſet ejuſmodi. Proclus denique ipſe per Ariſtotelis propoſitionem paulo ſuccinctius concludit, quàm Ptolemæus: Sed tamen ne illa ipſa Ariſtotelis propoſitio causſa eſt quæſtionis, ſed conſectariũ ex eodem principio. Quare principii delectu judicioque conſtituto tota iſta controverſia tolletur.

30 Theon ſumptis utrinque ad mediam parallelis demonſtrat per ſecundam legem parallelarum, & primum axioma. Proclus etiam brevius. Nam ſi extremæ ad mediam parallelæ inter ſe parallelæ nõ eſſent, concurrerent cum media, neque eſſent ad mediam parallelæ, imo vero melius etiam per ſecundum axioma demonſtratur diſtantiæ æqualis additione. Sed hoc theorema tam principium videtur eſſe quam illud (Quæ eidem æqualia) nam παραλληλισμος eſt æqualitas diſtantiæ, & perinde eſt dicere (Quæ ab eodem æqualiter diſtant, inter ſe æqualiter diſtant) Quare Zenoni iſto loco adverſus Euclidem legitima querimonia fuiſſet ẽ principiis indemonſtrabilibus propoſitiones demonſtrabiles efficientem. Hæc igitur propoſitio nobis propoſitio non erit, ſed principium, neque principium rectarum, ſed quarumcunq; linearum parallelarum.

31 *Fieri vero poteſt parallela é peripheriis duabus invariato circino*, quod ſecuti ſumus.

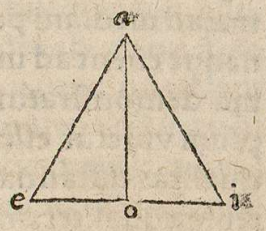
32 Hæc propoſitio generalis eſt ad 16 & 17 p 1. & ea præpoſita, ut debuit & potuit, vel ad Euclidis demonſtrationem, ſuperiores illæ duæ tantũ ſpecialia conſectaria hujus eſſent, & quidem duæ ſeparatim eſſe debuerunt. Laudat hic etiã Proclus Euclidem, nec excuſat tamen quod illa ſpecialia præpoſuerit. Ecquid igitur Euclides accuſabitur & vituperabitur quod infinitis aliis locis generalia ſpecialibus præpoſuerit? aut quænam logica tam contraria ſibi fuerit, ut perſpicuitatis & evidentioris doctrinæ causſa generalia & præponi, & poſtponi jubeat? An tautologia & ſophiſtica eſſe & apodictica poterit? Quare neque Euclidem neque Proclum in vitiis laudemus, dignitatem & præſtantiam Geometrię tueamur, quæ tum ſine dubio veriſsima fuerit, cum generalia, quæ natura priora ſunt præpoſuerit. Euclides demonſtrat primam partem propoſitionis hujus per 1 & 2 legem parallelarum, quæ abſque triangulo demõſtrari poſſunt, & ideo ſine 16 p 1. Secundam demonſtrat é prima parte & é 23 p 1. Sic Ariſtoteles in philoſophia 9 lib. quærit cur duo recti in triangulo? Et reſpondet quia circa punctum anguli æquales duobus rectis: Quod Euclides hic ſecutus eſt. Sed tamen de ſecunda parte antea Proclus monuit causſam interiorum angulorum ab exteriore angulo peti non poſſe, quia non neceſſarium neceſſarii causſa eſſe nullo modo poſsit, & nunc cum eadem quæſtio revolvatur, quomodo exterior angulus causſa fuerit, ut tres interiores ſint æquales duobus rectis? Itaque hic etiam Proclus idem quod antea ſentit: imo (ait) ſecundum communes notitias veritatẽ propoſitionis hujus apparere, ut in geometria propoſuimus. Proclus hic etiam converſas utriuſque partis adhibet ad primam partem ſic.

Si exterior angulus oppositis interioribus sit æqualis, latus unum continuê productum est. Ut patet per 14.

Secundam mutat paululum, ut convertat hoc modo.

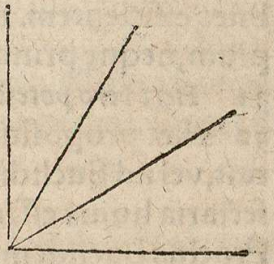
Si triangulum sit, est figura rectilinea trium interiorum angulorum duobus rectis æqualiũ. Et *Si figura rectilinea sit trium angulorum interiorum duobus rectis æqualium, est triangulum.* Ut patet per 14. In quo ineptus est logicus, qui pro simplici subjecti proprietate convertit quandam subjecti definitionem. Hinc vero etiam Proclus deducit.

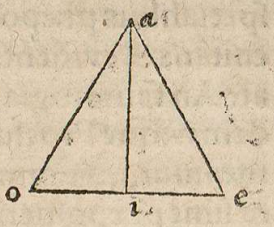
Tres ab eodem puncto rectæ in datam rectam sunt inæquales. Ut in æquicruro *a e i* cum latera *a e* & *a i* sint æqualia, si recta sit *a o* erit inæqualis utrique: secus angulus *a o e* esset æqualis angulo ad *e*, & propterea angulo ad *i*, quo tamen per 16 p 1 est major. Hinc etiam deducuntur.

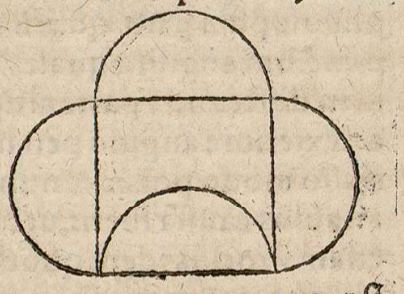


Angulus æquilateri defectus é recto & bisectus trisecat rectum. Et *Si perpendicularis in æquilatero est á vertice, desecat triangulum vario uno angulo recto, altero besse, reliquo triente recti.* Reg. 24 p 1. Itẽ

Si basis recti est dupla cruris, angulus utriusque est duplus acuti reliqui. Ut *in a e i triangulo est basis a e dupla cruris e i, dico angulum ad e duplum anguli ad a.* Nam si *e i* continuetur æqualiter sibi ipsi & connectatur *a o*, triangula *a e i* & *a e o* per 2 e 7 erunt æquilatera, & triangulum *a e o* per se æquilaterum & per antecedentem angulus ad *e* erit duplus anguli ad *a*. Sed tamen lubet in 32 p 1 paulo attentius commorari de tribus æquantibus duos rectos. Hanc enim propositionem Aristoteles in ore semper habet, & videtur hoc præcipue exemplo commotus posterioris analyseos artem commentus esse ad demonstrandum affectionem propriam (ut hominis est facultas risus) de suo subjecto per caussam propriam. At interiores angulos duobus rectis æquari non est proprium trianguli. Neque ab Aristotele per caussam propriam concluditur. Etenim ut prius illud priore loco differatur, figura non trilatera sic instituí potest, cujus interiores anguli duabus rectis æquentur, ut hic detractis rectis cernitur, quod antea patuit ad 8 e 3. Proclus hic videtur propriam affectionem tueri, quia talis figura non sit rectilinea. Sed tamen rectilinea etiam potest æquare interiores duobus rectis. Sic quinquangulum é continuatis ordinati quinquanguli lateribus factum æquat quinque interiores angulos duobus rectis, ut hic. Nam dum





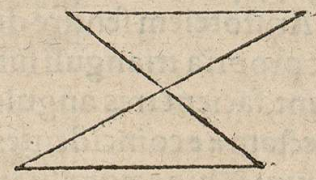


consi-

conſideras triangulum *eyo* exterior angulus *ays* æquatur interioribus ad *o* & *e*, item dum conſideras triangulum *ius* exterior *asy* æquatur interioribus ad *i* & *u*, & de quinq; interioribus *yas* æquatur ſibiipſi. Quare cũ quinque interiores æquentur tribus æquantibus duos rectos, ipſi quoque æquabuntur duobus rectis. Si reſpondeatur, hic duos vel quinque interiores non tres æquari, objicies majus & fortius argumentum, nempe in triangulo ſphærico non ſolum id proprium non eſſe, ſed plane eſſe falſum. Nam tres interiores anguli in ſphærico ſunt majores duobus rectis: ut Reg. 49 p 3 docet, imo in ſphærico anguli recti tres eſſe poſſunt. Quod ſi dicatur Ariſtotelem ſentire de triangulo rectilineo, attamen ne ſic quidem affectio hæc propria trianguli fuerit. Nam ſi duæ rectæ ad idem punctum in tertiã coinſiſtant, facient tres angulos æquales duobus rectis, ut hic in rectam *a e* coincidentes *o i* & *u i*: ubi tamẽ nullũ eſt triangulum: & hinc æqualitas in triangulum traducitur per alternos in parallelis angulos. Quare habere tres angulos duobus rectis æquales non eſt proprium trianguli, cum æqualitas iſta in coinſiſtentibus in tertiã ſine triangulo reperiatur: imo inde ad triangulum deducatur: Tum verõ ut ſuperiora illa nihil eſſent, attamen æquare tres angulos duobus rectis non ita proprium trianguli fuerit, ut hominis γελαστικὸν: Nam γελαστικὸν ipſum & ſimilia conſiderantur in ſubjecto ſolo nec uſquam cõparato, & in eo ſic actu ineſt: at æqualitas trium cũ duobus rectis nõ eſt actu in uno triangulo ſolitario, neq; duo recti in uno triangulo poſſunt eſſe: idque merito in metaphyſicis inter geometricas potentias connumeratur 9 c 9 l. Sed ineſt affectio per cõparationem externorum, ut omnis æqualitas non huic vel illi parti ſolitariæ & ſimplici, ſed ſimul ambabus comparatis partibus. Quare tres æquari duobus non eſt affectio propria trianguli, ut hominis eſt poteſtas riſus: falſumq; exemplum Ariſtoteles ſibi propoſuit, & hic primũ de duobus eſt elenchus: Tum verõ ſi maxime verũ, maximeq; propriũ eſſet trianguli rectilinei tres interiores æquare duobus rectis, tamen demonſtrationem affectionis proprię de ſubjecto per cauſſam propriam nullam philoſophus in hoc exemplo reperiret: Cauſſa enim triangularis hujus affectionis nulla huc propria adfertur: ſed cõparatio æqualium é generali & multorum præterea ſubjectorũ cõmuni principio, id eſt ẽ 13 & 29 p 1: Neq; in hoc argumento cauſſa ulla eſt, neq; efficiens, neq; materia, neq; forma, neq; finis, ſed cõparatio parium: ut Ariſtoteles 9 metaphyſico & Euclides 32 p 1 demonſtravit. Quare legitima occaſio Ariſtoteli hinc eſſe nulla potuit demonſtrationis cõminiſcendæ, qua propria affectio de ſubjecto per cauſſam propriam ſyllogiſmo concluderetur, neq; ex ullo univerſæ matheſeos, imo cujuſquam diſciplinæ elemento eſſe potuit: Nullum enim eſt uſquã in totis diſciplinis exemplum tam monſtroſi cõmenti: imo propria affectio (ut in homine

potentia risus) per se nulla alia intercedente caussa ineſt, ut horribile ſit cogitare tanto philoſopho in mentem veniſſe artis permagnæ ſpeciem prodere, cujus exemplum nullum unquam ipſe neque animadvertiſſet, neque per naturã poſſet animadvertere: & miſerabile maxime, maximeque miſerandum ſit innumerabilia tot ſæculis ingenia fuco ariſtotelei nominis tam turpiter decepta eſſe. Ingenium igitur Ariſtotelis hic laudamus, quod elementi hujus geometriam tantopere celebrarit: quod autem exemplum commentitiæ demonſtrationis hinc arripuerit, ſuaque & conſequentia poſteritatis tempora tam portentoſa cacotechnia deceperit, laudare non poſſumus.

33 Eadem parte accurate dixit. Nam dimetientes duæ poſſunt diverſis partibus æquales ſimul & parallelas conjungere, neque tamen parallelæ erunt, ut hic vides. Demonſtratio autem fit per 29. 4. & 27: at proprietas hic eſt protinus ex ipſa parallelarum definitione: connectentes enim ideo ſunt æquales, quia ſunt diſtantiæ æqualium parallelarum, & parallelæ viciſsim ſunt, quia parallelis æqualibus diſtant, atque ex hac materia definiendum & fabricandum parallelogrammum fuerat, & certe ab Euclide vel Theone ipſo definitio parallelogrammi hinc aſſumitur ad 34. 35. 36. & deinceps ad 4 & 9 p 6: Parallelogrammum nempe eſſe quadrilaterum lateribus oppoſitis parallelum. ut teſtimonio Euclidis vel Theonis pateat hic materiam eſſe poſtulati, non propoſitionis demonſtrabilis. Itaque iſta propoſitio in principiis nobis erit. Proclus initio quarti ſui libri, & ad hanc propoſitionem hæſitans in parallelogrammi definitione, ait in hac propoſitione tradi γένεσιν parallelogrammi, ideoque propoſitionem hanc eſſe μεθόριον confinium parallelarum & parallelogrammorum, & tanquam conſtituto & definito parallelogrammo Euclidem protinus ad parallelogrammi proprietatem accedere.



34 Propoſitionis hujus prima pars de laterum æqualitate jam præſumpta eſt in 33 p 1, & hic inani tautologia videtur iterari, & parallelogrammi definitio è ſuperiore propoſitione aſſumitur. Verumtamen mirum hic eſt é principio indemonſtrabili, ut in proximo propoſitionem demonſtrabilem fieri, Zenonique epicureo manifeſtam palmam præberi. Dicat enim Euclides quid ſit parallelogrammũ, quomodo dixit initio quid eſſent parallelogrammi ſpecies quadratum, oblongum, rhombus, rhomboides.

Parallelogrammum eſt quadrilaterum lateribus oppoſitis parallelum, ideoque ex oppoſito æquilaterum & æquiangulum & dimetiente ſectum bifariam.

Iſta enim æqualitas laterum & angulorum oppoſitorum principii materies Euclidi fuit in ſpecialibus definitionibus quadrati oblongi, rhombi, rhomboidis. Ecquid igitur (inquam) utrum ſpeciales definitiones in principiis erunt, generalis non erit? Deinde circulum dimetiente bifariam ſecari, principium antea Euclidi fuit, parallelogrammum dimetiente bifariam ſecari principium non erit? imo principium erit, ſed altioris & magis communis lo-

nis loci. Est enim commune cum triangulo, cum parallelogrammo, cum ellipsi, secari bifariam dimetiente: neque tamen diametri perpetuo bisecantur radiis æqualibus, ut dicemus ad 1 p 6. Itaque principium hic tanto antiquius fuerit, quanto parallelogrammum est antiquius circulo, planarum quippe figurarum ultima. Diameter autem proprie dicitur in circulo. Diagonius in parallelogrammo, ut axis in sphæra, ut antea jam dictum est. Quamobrem definitionis principium nobis in 33 & 34 p esto, ut antea jam fuit in axiomate æqualium angulorum ad 23 p, nec committamus ut in laqueos Zenonis induamur. Sex proximæ propositiones ex unico elemento quod est 12 e 4 nostræ geometriæ consectaria sunt.

35 In iisdem autem parallelis esse, & quod sexto libro dicetur, esse in eadem altitudine, idem est: altitudo enim figuræ est perpendiculum á vertice ad basim. At Posidonius, ut antea dictum est, parallelas æqualitate intermediorum perpendiculorum definiebat, & æqualitas angulorum sectis á recta parallelis ē rectis perpendiculi angulis oriebatur. Euclides tamen in sex proximis propositionibus parallelas easdem, & parallelas æqualis intervalli, id est eandē & æqualem altitudinem non accipit pro eodem: sicuti neque eandem & æqualem basim, diversas enim propositiones hic instituit: Denicq; jam Euclidis judicio, quæ sunt in eisdem parallelis, sunt æquealta, nō contra: cum æquealta quædam sint in diversis parallelis. Atque hic sophisticus sermo faciat quamvis inæqualia parallelogramma, attamē æqualia, ut hic vides: fac enim basim communē mediam lineam, tam parallelogramma erunt in iisdem parallelis, quamvis minime sint æquealta. Tollatur igitur elenchus de quo moniti sumus ab Ioāne Gosselino, regiæ bibliothecæ apud Bellaqueum fontem præfecto. Demonstratio Euclidis apud Proclum in prima specie fit per 6 axioma. Veruntamen habet ista parallelogrammorum æqualitas admirabilem caussam, quæ nequaquam illo comparationis argumento, quo Euclides & Theon usi sunt ostenditur. Nam cum latitudo & longitudo sint æquales, æquales planos numeros hinc effici necesse est. Id in magnitudine secus est: Admirabilis antea fuit duarum linearum perpetua inclinatio, impossibilis tamen conjunctio, admirabilis modo est inæqualitas parallelogrammorum, ex æquali tamen longitudine, & latitudine descriptorum. Caussa vero est é lateribus & angulis rectis. Et enim (ait Proclus) angulorum rectitudo, & laterum æqualitas totum potest ad earū amplificationem vel imminutionem: nec æqualitas angulorum omnium cum omnibus ista caussa est. Omnes enim parallelogrammorum quatuor interiores, sunt æquales quatuor rectis, ideoque quaterni semper æquales. Rectitudo (inquam) angulorum cum laterum æqualitate id efficit. Ergo parallelogramma in eadem basi, & iisdem parallelis sunt æqualia, licet latera valde sint inæqualia. Demonstratio autem Euclidis triangulis duplicatis eadem conveniet, si quis curiosus generali caussa (quam sequimur) contentus non erit.



36 *Parallelogramma in æqualibus baſibus, & in iiſdem parallelis æqualia inter ſe ſunt*: quia eidem tertio parallelogrammo æqualia ſunt. Hic vero Theon aſſumit 33 p 1 pro definitione parallelogrammi, tertiũ aſſumptum habet oppoſita latera æqualia & parallela: Ergo (ait) eſt parallelogrammum, & id antea monueram. Hinc vero etiam datur triangulum æquale triangulo in dato angulo.

37 *Triangula in eadem baſi & in iiſdem parallelis æqualia ſunt inter ſe*: quia dimidia ſunt æqualium parallelogrammorum.

38 *Triangula in æqualibus baſibus, & in iiſdem parallelis æqualia inter ſe ſunt.* Eadẽ ratio. Hic igitur Theon é ratione parallelogrammorum deducit rationem triangulorum. Contra autem rurſus 1 p 6 ratio parallelogrammorum deducetur é ratione triangulorum. Tam varia igitur & tam inconſtans eſt in iſto genere Euclidis vel Theonis apodictica, in qua etiam ſubtilitas inanis neſcio quæ hic, multiplicata eſt de baſi eadem & æquali: tanquam æqualitas & identitas aliam quãdam geometriam iſto loco requirerent. Quamobrem varietas & inconſtantia tanto argumento nobis fuit ad certiorem aliquam & conſtantiorem logicam in geometria requirendum. Etenim cum triangulum natura ſit prius parallelogrammo, quæ triangulis conveniunt & parallelogrammis ante docenda ſunt in doctrina communi & triangulorum & parallelogrammorum, ut poſtea cuicꝫ ſpeciei accommodentur. Quare totam iſtam triangulorum rationẽ in genere præponere λογικώτερον fuerit, unde transferatur ad ſpecies inde ortas.

39 *Aequalia triangula in eadem baſi & eadem parte, & in iiſdem parallelis ſunt.* Secus parallela intra verticem alterius aut extra caderet, totumque faceret æquale parti.

40 *Aequalia triangula in æqualibus baſibus & eadem parte in eiſdem parallelis ſunt.* Eadem eſt demonſtratio.

Convertit igitur Euclides in his duabus propoſitionibus duas proximẽ ſuperiores, & addidit eadem parte, eſſent enim in parallelis & æquealta æqualia, & in eadem vel æquali baſi, ſed non in iiſdem parallelis, neque in eadem altitudine quamvis eſſent in æquali. Particula tamen hæc, eadem parte inepta eſt, ut enim vera eſt propoſitio, Triangula æquealta, & in æquali baſi ſunt æqualia: ſic converſio eſt vera: Triangula æqualia & in eadem baſi ſunt æque alta. Et idem impoſsibile huc redit, quod fuit 39 & 40 p 1. Nam ſi alterum eſſet altius, amputaretur ex eo æque altum, quod æquale eſſet per 37 aut 38 p 1, at totũ parti etiam ex hypotheſi æquaretur. Quare particula eadem parte, inepta eſt, etiam de parallelogrammis Euclides ſimiles converſiones facere, & quidem potius debebat. Nam propoſitiones de triangulis hic tantum factæ ſunt é conſequentia parallelogrammorum, quorum dimidia ſunt triangula.

41 *Si parallelogrammum cum triangulo et baſim habeat eandem, & in iiſdem parallelis ſit, duplum erit parallelogrammũ trianguli.* Poterat hic Euclides de æqualibus baſibus idem dicere, & utrumque demonſtrare eodem argumento, quo prius. Conſectaria ante ſunt 41 & 42 é parallelogrammi definitione, ut ad 6 e 10 patet.

42 *Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato rectilineo angulo.* Demonſtratio inde eſt Euclidi. At conſectarium eſt, ut dixi.

43 Omnis

43 *Omnis parallelogrammi circa diametrum parallelogrammorum complementa æqualia inter se sunt.*

Diagonalia & complementa quid sint, docuimus 10 e 10 geometriæ. Diameter hic pro diagonio sumitur. Quod vero & generaliter hic instituēdum fuerat, Omne parallelogrammum æquari quatuor parallelogrammis duobus diagonalibus & duobus complementis, id postea 4 p 2 Euclides specialiter proposuit de quadrato, ut tum etiam admonebimus.

44 *Ad datam rectam dato triangulo æquale parallelogrammum comparare, in dato angulo rectilineo.* 44 & 45 sunt consectaria ē 43, ut patet ad 10 e 10: 44 p antiquum inventum est, & pythagoreæ musæ proprium, in quo Proclus exposuit accurate quid esset παραβάλλειν comparare. Cum datum spatium toti datæ rectæ applicatur, tum spatium illud dicitur comparari, at si spatium data recta majus sit, tum dicitur ὑπερβάλλειν excedere. Si minus sit ἐλλείπειν deficere dicitur. Sic veteribus παραβολή, ὑπερβολή, ἔλλειψις, nomina planorum erant datæ rectæ æqualiter vel inæqualiter applicatorum & comparatorū, ut hic Euclides & in sexto libro ad 27, 28, 29 p, quæ recentioribus facta sunt nomina linearum conicarum. Quærit hic Proclus, cur Euclides utatur problematis in ratione parallelogrammi cum triangulo, qui sit usus theorematis in ratione trianguli cum triangulo, respondet speciei cum specie æqualitatem esse promptam & facilē & sola cogitatione contentam: dissimilis autem speciei æqualitatem machinalem esse & inventu difficilem. At (inquam) parallelogrammum triangulo æquatum est in eadem basi & in iisdem parallelis solo theoremate, & totum problematis ac theorematis discrimen nullum sit, si verbis aptis proprietas problematum tota esset expressa, totumque ideo illud genus differentiæ in mathematicas artes temere & sophistice inductum esse tertio libro scholarum mathematicarum docuimus.

45 *Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato rectilineo anguli.* Proclus ait hoc problema superioribus proximis duobus esse καθολικώτερον, quia complementis utitur, nec; triangulo tantum, sed cuilibet rectilineo parallelogrammum æquat, at consectarium speciale potius est ex utroque. Nec rectilineo simpliciter parallelogrammum hic æquatur, sed triangulis rectilineum componentibus. Nec aliud hic proponitur quam quod 44 p 1, nisi quod illic recta datur quæ hic libera est. Specialis est ad istam ultima propositio secundi. Hæc enim æquat parallelogrammum rectilineo, illa quadratū parallelogrammi speciem. Est autem hæc una propositio pro trapeziis & multilateris omnibus: nec enim dimetiendis hisce figuris alia est in elementis geometria, præter istam rectilinei ad parallelogrammum reductionem: Tum enim si parallelogrammum rectangulum sit, multiplicatio longitudinis per latitudinem aream metietur. Itaque angulus hic datus assumendus est rectus ut dimensionis geometria procedat. Proclus putat mathematicos ista propositione excitatos ad inquirendam quadraturam circuli: quia parallelogrammo æquaretur rectilineum, cui circulus adeo finitimus sit. Archimedi autem visus est circulus æqualis triangulo rectangulo,

gulo, cujus unum recti anguli latus sit æquale radio, basis perimetro. Sed de hoc alias.

46 E *data recta quadratum describere.*

Subtilior est hic Proclus in differentia constitutionis, & descriptionis, tanquam ista vocabula ideo distinxerit Euclides, quod constitutio fiat ex multis, ut trianguli, ut anguli, descriptio ex uno, ut circuli, ut quadrati. At ἀναγράψαι describere etiam sexto libro dicit Euclides rectilineum quodcumque, nec istam differentiam hic spectavit. Sed enim (ait hic etiam Proclus) duas figuras ex omni genere rectilinearum Euclides præstantissimas suis problematis præcipue instituit, triangulum æquilaterum prima propositione, modo quadratum, quia ex æquilateris triangulis constant icosaedrum, octaedrum, pyramis, é quadratis cubus. Verum de æquilatero jam dictum est, ut ejus constitutio generali trianguli constitutione contineatur, & sicuti parallelogrammi constitutio quamvis perneccssaria, tamen præcipuo problemate ab Euclide non exponitur, sed é 31 & 33 deducitur, sic é ductu perpendiculi & parallelæ descriptio quadrati percipitur, nec aliud hic Theon adhibuit. Atque uti ductio, continuatio, descriptio peripheriæ, uti cõstitutio trianguli, rectanguli, obtusanguli, acutanguli, parallelogrammi, oblongi, rhombi, rhomboidis, trapezii cæterarumque figurarum principii loco sumitur, non demonstratur: sic cum definitum esset quadratum, parallelogrammum æquilaterum & rectangulum, protinus intelligeretur é perpendiculis & parallelis æqualibus constituendum. Quare problemate præcipue nihil hic opus est, & nos consectarium fecimus.

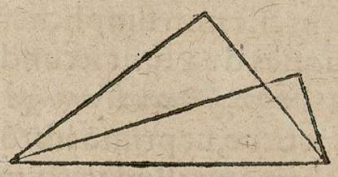
47 *In rectangulis triangulis quadratum lateris rectum angulum subtendentis æquale est quadratis laterum rectum angulum comprehendentium.*

Pluraliter propositio loquitur, singulariter tamen est intelligenda, qualis Grammatica fuit ad 5 p 1. Tertium vero hic est Pythagoreum inventum, primum siquidem fuit, tres angulos interiores duobus rectis æquari, secundum parabolæ parallelogrammi ad datam rectam, tertium hoc denique, in quo postremo præcipue celebrandus est Pythagoras (ait Proclus) sed multo magis Euclides, quia non solum perspicue pythagoreum theorema demonstrarit, sed quia καθολικώτερον 31 p 6 docuerit, quo demonstratur æqualitas cujuscumque figuræ, é basi cum figuris laterum, & demonstratur per caussam, quæ nulla hic est. Denique pleraque (ait Proclus) in sexto universalia esse, quæ primo in libro specialiter ostenduntur, quod & verum & vere dictum, & tautologia hic erit propositionis decimæ quintæ: Quatuordecim enim antea speciales animadversæ sunt. Et Proclus idem similiter hic Euclidem, atque antea excusat, & laudat, quod sine proportionum doctrina præcipi de iis non poterat, quæ sunt in sexto libro: proportiones autẽ doceri 5 libro. Hæc excusatio est Euclidis á Proclo. At (inquam Procle diligentissime) doctrina rationum & proportionum, quæ est 5 lib. totam Geometriæ doctrinam præcedere & poterat & debebat. Est enim omnino aut logica aut arithmetica, ideoque natura prior quam Geometria, & ut totas Euclidis

clidis demonstrationes in quinto libro consideres, nullum elementorum præcedentium proferri ab Euclide deprehendes, & Euclides ipse 3 lib. etiam rationem & proportionem circulorum tradidit, nondum tamen tradita quinti libri doctrina. Quare Procli excusatio ab Euclide ipso refellitur. Laudat igitur Proclus Euclidem quidem vera laude, quod magis universalia præsentibus theorematis habeat, sed non vera laude laudat, quod universalia postponat, quæ methodi judicio præcedere debuerant, ut inde specialium theorematum caussæ, principiaque perciperentur.

Itaque

Si duo triangula rectangula sunt in eadem basi anguli recti, bina crura idem poterunt. Ut hic. Et



Si basis trianguli rectanguli subtendit acutum angulum, minus potest cruribus duplici quadrato cruris minoris. Ut hic quadratum de 3. Campanus hic addit duorum quadratorũ alteri gnomonem circumponere reliquo æqualem.

48 *Si trianguli ab uno latere quadratum æquale sit reliquorum trianguli laterum quadratis, comprehensus angulus à reliquis trianguli lateribus rectus est.* Conversa est superioris theorematis, & probatur præcipue per proximam & per octavam, cum tamẽ conversæ probari soleant per impossibile ut 6. 14. 19. 26. 39. 40 p. Attamen hæc etiam conversa in generali quoque comprehenditur, ut nos 5 e 8 l docuimus.



P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 10. IN 2 LIB. elementorum.

SEd hactenus primus liber doctrinam habuit de lineis, triangulis parallelogrammis, valde obscuram & veræ logicæ valde contrariã, non solum quia multas definitiones partitionesq; omittit, sed quia pleraque generalia specialiter instituit, ut in linea recta parallelissimum qui est omnis lineæ communis, ut in angulo plano rectum, obtusum, acutum, quæ sunt omnis anguli communia. Pari vitio propositiones undecim 1. 16. 17. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 47. 48. speciales generalibus suis præpositæ sunt, item quæ cõsectaria essent, tanquã principales demõstratæ, 41. 42. 44. 45. septima prorsus inanis est, cum sit eadẽ cum octava. Linearũ parallelarum proprietates confusæ sunt: toto denique libro de lineis & triangulis hysterologia multa est. Ita exposita est doctrina linearum superficiei trilateræ in ratione trianguli, tum quadrilateræ in parallelogrammorum ratione, & tandem etiam quadratorum. Secundus liber comparat deinde parallelogrammum rectangulum cum rectangulo propositione prima: quadratum cum rectangulo & qua-

drato 4 & 12: cum quadrato 9 & 10. oblongum cum rectangulo & quadrato 37 cum quadrato 11.14.2.5.6.7.13.8. Totus enim liber sic est in cõparatione æqualitatis. De doctrina autem decem primarum propositionum Proclus superiore libro sententiam suam exposuit, sectiones decẽ primarum propositionum communes esse arithmeticæ & geometriæ, symmetriam quidem arithmeticæ esse propriam, ab eaque ad Geometriam specie & ratione pervenire, quod est verum: figuram verò propriam esse Geometriæ, ab eaq; ad Arithmeticam κατὰ ἀναλογίαν καὶ ἀντίμιμον succedere, qua de re diximus ad 9 e 4 l. Numeros figuratos interpretes esse quarundam in figuris affectionum, nõ omnium: & arithmeticam talem esse non simpliciter arithmeticam, sed arithmeticam geometricam. Definitiones duæ sunt secundo libro, eas videamus.

1 περιέχεσθαι καὶ περιοχὴ comprehendi & comprehensio nomina sunt figuræ geometricæ, ut primo libro satis est intellectum. Illic tamen paulo secus 20.21.22.23 usurpatur illud verbum. Comprehensio enim geometrica in rectangulis arithmeticæ multiplicationis similis est, & sic fieri numerus ê numeris inter se multiplicatis dicitur quo rectangulum ê duabus rectis comprehendi. Itaque & numerus rectanguli hic est interpres, & planus pro rectangulo appellatur postea ab Euclide in libris arithmeticis. Definitio autem rectanguli non satis accurata est. Nam rectangulum definiendum erat parallelogrammum, quod rectos angulos habet. Atqui definitio ista docet non quid sit, sed quomodo fiat, nempe rectæ lineæ ductu in lineam, sicuti fluxu puncti antea recta & peripheria facta est. Definitio tamen rectè & ordine ab Euclide isto loco adhibita, multoque melius de cæteris illis antea definitionibus fecisset Euclides, si suo quamque generi præposuisset. Mirum autem est hic rectanguli fabricam postulari ab Euclide, cum antea fabrica parallelogrammi & quadrati demonstrata sit.

2 Definivit Euclides parallelogrammum rectangulum, non definivit gnomonem rectangulum, sed qualiscumque parallelogrammi, ideoque gnomonis definitio, protinus post parallelogrammi proprietatem illam, quæ 43 p 1 continetur, collocanda fuit, ubi parallelogramma & ad diametrum & eorum complementa proponuntur. Gnomo autem rectangulus secundo libro adhibetur in demonstrationibus. Gnomo obliquangulus etiam erit 27.28.29 p 6. Itaque generaliter definiri potuit. fuit etiam veteribus mathematicis gnomon in numeris usitatus, quidnam autem esset Grammaticus, 3 Aristotelis physico definit ê tribus quartis unius quadrati numeri. Geometricum vero gnomonem ex isto geometriæ loco definit. Sed gnomo etiã trianguli dici possit, præsertim rectanguli, cujus duo crura angulum rectum comprehendentia proprie gnomam seu gnomonem faciunt: sed alius tum sensus fuerit. Propositiones sequuntur.

1 Propositiones primæ decem habent materiam problematicam de sectionibus linearum, & tamẽ theorematice propositam, ut monui tertio libro. Sed quatuor ex iis primæ Geometriam demonstrationum prorsus admirabilem habet ad res per sese claras & manifestas explicandũ. Prima propositio generalem rectangulorum inter se comparationem habet ex illo principio logico inde manifestam,

nifestam, quod totũ suis partibus sit æquale, quo ê principio præcipuè demonstrandæ fuerant quatuor propositiones primæ: Si quid tamen præter numeros demonstrationis requirerent. In prima vero propositione Theon mitificus est demonstrator: tanquam enim problema positum esset ad constituendum figuram, & constitutam demonstrandum: ita hic & perpendiculis & parallelis figuram constituit, & constitutam talem esse demonstrat. At ô Theon eruditissime, quid agis? Theorema tibi (ut existimas) propositum est de figurarũ positarum & concessarum æqualitate, quomodo definitum est à Proclo theorema antea, quomodo toto libro superiore theorematum figuræ postulantur & concedũntur, at de æqualitate ista nihil respondes, neque demonstrationem ullam commentaris, quamobrem proposita rectangulorũ æqualitas vera sit: nec aliud porro hic allegari poterat, quam totũ æquari partibus, aut convenire, ideoq; æquari. Deinde cur non primo rectangulum ex integris rectis propositis conficitur? cur non proximè rectangula ex insecta, & alterius segmentis conficiuntur? an datæ ipsæ non poterant ad angulum rectum constitui? Credo, translatio linearum erat mathematicis indigna: At Euclidi ista ἐφάρμοσις principiũ fuit 4, 8, p 1. Sed illud videlicet erat, nulla demõstratio fuisset: Res enim per se clarissima erat ex illo principio, Totum partibus æquari, aut convenire. Itaq; ex aliis lineis figura fuit instituẽda, quæ probaretur æqualis propositæ. Quare quisquis στοιχειώτης demonstrationes has primus cõmentus est, nõ animadvertit quod erat in quæstione positum, Aristoteliscq; Lycophronem illum imitatus est, cui cum propositum esset ex arte lyram commendare, in res alienas abiit.

2 In hac propositione & sequentibus (utlibet) significat æqualiter vel inæqualiter: & duas partes Euclides intelligit, quamvis de pluribus segmentis propositio posset accipi. Propositio prima rationem communem habet omniũ rectangulorum. Deinceps specialis erit ratio de quadratis & oblongis. Itaq; quadrati & definitio & proprietas & inventio huc interveniebat, de quibus in arithmeticis libris Euclides: Et tamen Euclides in hac propositione, ut in sequentibus, generali rectanguli nomine abutitur pro speciali oblongi, speciale quadrati nomen expressit, quoties res tulit, oblongi nusquam nisi in definitione. Quare si res suo nomine dicatur, propositio sic erit.

Si recta linea secta sit utlibet, oblonga totius & segmentorum æqualia sunt totius quadrato.

Et hæc propositio propositiones 14. 4. 12. 9. 10 sequi debebit, quia illæ comparationes altiores habent quadrati cum rectangulo, vel quadrato. Theonis logica hic similis est superiorum: demõstrat enim figuras rectangulorum, quæ ex ipsa theorematis cõmuni lege postulabantur, & assumebantur: æqualitatem rectangulorum, quæ sola demonstrãda proponebatur, omittit. Sed in hac propositione Theonis etiã logica insignior est, quod consectarium hic est, & enthymema ê superiore. Propositio enim est syllogismi. Rectangulũ ê duabus rectis, & rectangula ex altera insecta, & alterius segmentis sunt æqualia, at hic quadratum ut oblonga sunt illa rectangula, sunt igitur æqualia. Hic syllogismus propositionem habet ê 1 p 2, conclusionem ê 2 p 2: hic si ullam syllogismi speciem Theon attendisset, perfecto enthymemate perfectum quoq; demonstrationis judicium

attendisset, nec aliam demonstrationem exquisisset. At tanquam syllogismi judicium inconstãs aut infirmum sit, fabricas figurarum machinatur: de quibus tamen quæstio nulla est, aut æqualitatem istam judicatam syllogismo & conclusam, veluti neque judicatam, neque concluſam demonstret. Atque illa est Theonis vel Euclidis logica, de qua tertio libro dictum est. Posito æqualium angulorum axiomate indicavimus quæ assumptiones é propositionibus Euclidis concluderentur. At illorum in Euclide syllogismorum fundamentum tam manifestum non erat. Hic vero nominatim collocata est in prima propositione, prima syllogismi pars, unde secunda assumitur, & concluditur. Quinetiam ut consectarium illud non cogitetur, attamen æqualitas é cõvenientia rem manifestam faciet. Quare qui Theonis istas demonstrationes expendere volet, Theonem in logica non satis versatum & exercitatum judicabit.

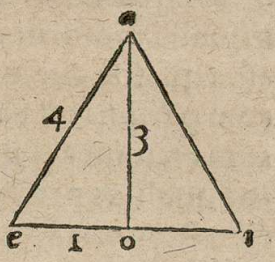
3 Etiam ista propositio rectanguli nomine primo loco proponit, quod debebat oblongi nomine dicere, sic nempe.

Oblongum é tota recta & altero ipsius segmento æquatur rectangulo utriusq; segmenti, & prædicti quadrato. Ac tum (ut antea monui) hysterologia percipietur, hic enim oblongum cum genere comparatur. Theon etiam hic quæstionem oblitus nihil de proposita rectangulorum æqualitate cogitat, perpendiculis & parallelis figuras constituit, & constitutas demonstrat. Nec enthymemati é propositione & complexione cõstituto addit assumptionem, ut syllogismi judicium compleat, sed syllogismi nihil omnino cogitat, cõpleatur igitur enthymema & judicetur. Rectangulum é duabus rectis & rectangula ex altera insecta & alterius segmentis sunt æqualia. Sed oblongum é tota & uno ipsius segmento est rectangulum ex duabus rectis, & rectangulum segmentorum, quadratumq; prædicti segmenti sunt rectangula ex altera insecta & alterius segmẽtis. Quare oblongum é tota & uno ipsius segmento, rectangulumque segmentorum & quadratum prædicti segmenti sunt æqualia. Hũc syllogismum & hujus enthymematis absolutũ judicium si considerasset Theon, alio genere demonstrationis supersedisset. Argumentum ex illo totius & partium principio vidisset, & argumẽtationem assumptione addita compleviſſet. Quamobrem & hæc altera Theonis demonstratio rem agit non solum á proposita æqualitatis quæstione alienam: sed syllogismo id est primo humani judicii fundamento repugnantem atq; contrariam. Atque hic etiam convenientia absque consectario illo satis esse poterat.

4 *Si recta linea secta sit ut libet, totius quadratum æquale erit segmentorum quadratis & dupli ci segmentorum rectangulo.* Hæc propositio comparat speciem cum genere & ipsamet specie. Itaque præcedere debuit 2 & 3. Theon verò etiam figuras fabricatur, & eas demonstrat, tacet de positæ æqualitatis quæstione: At hic etiam consectarium est é 43 p 1, quæ generalis ad istam fuerit. Parallelogrammum si quidem æquatur quatuor ejusmodi particularibus parallelogrammis, & diagonalia quadrati totius esse quadrata 24 p 6 demonstrat, quæ hanc præcedere debuit, generalis quippe de parallelogrammo, ut nobis item præcedit. Hinc sequitur

rectam

rectam posse quadruplum sui dimidii, unde & Camp. 11. 12. 13 p 14. Latus trianguli æquilateri potest sesquitertiam perpendicularis á vertice. Nam basis (ut hic a o) bisecat basim per 26 p 1. & cum o e (cujus a e potest quadruplum) potest æquale ipsi a e per 47 p 1. Itaque sublato e o quadratum a e erit ad quadratum a o, ut sit 4 ad 3.



5 *Rectangulum hic etiam pro oblongo.* Theon vero hic desiit fabricã figurarũ demonstrare. Demõstrat enim quæstionis æqualitatẽ. Demonstratio aũt prompta sit ex 8 ax. qua parte conveniunt, & per 35 p 1, cum reliqua sint parallelogrãma æquealta, latera enim quadrati diagonalis sunt altitudines, & bases sunt æquales eidem. 6. 7. 8 p 2. congruentia item cõtentæ fuerint. Nam parte conveniunt, & reliqua parallelogrãma æqualia per 36 & 43 p 1. Octavam aũt nonam & decimam omisimus, quia nullus earum solidus fructus nobis notus esset, si quis notaverit admoneto.

11 *Datam rectam secare, ut totius & segmenti rectangulũ æquale sit reliqui segmenti quadrato.* Quæstio autem hæc rectanguli nomine abutitur pro oblongo. Est autem usus sectionis hujus magnus, ut constabit é 10 p 4, & apud Ptolemæum 1 lib. cap 9. sed præcipue in totis mysteriis corporum ordinatorum quæ imprimis sectione ista proportionali continẽtur. Denique Christianis quibusdam divina quædam proportio hic animadversa est, ut inde una trinitas, & unitas trina concíperetur, quæ tota sit in toto, & in parte qualibet, totum in magno, totum in parvo, principium unicum pulcherrimum ac beatissimum.

12 & 13 Loquuntur pluraliter quod de uno singulari triangulo sit intelligendum, ut 5 & 47 p 1 loquebantur.

14 Conversa ejus quædam est in corporum ordinatorum inscriptionibus.

Si recta perpendicularis diametro est proportionalis inter ejus segmenta, terminatur in peripheria. At ista perpendicularis est media proportionalis quæ docetur 13 p 6, quæq; ad hanc generalis est. Quamobrem é quatuordecim propositionibus secundi libri, prima continet rationem rectangulorum decimaquarta, quarta, & duodecima, quadrati cum rectangulo & quadrato, nona & decima, quadrati cum quadrato: undecima secunda, tertia quinta, sexta septima, decima tertia, octava oblõgi cũ quadrato: quę nec speciatim distinctę sunt, nec idoneo ordine dispositę.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. II. IN *tertium elementorum.*

DEFINITIONES.

DEcem definitiones circularis geometriæ suo subjecto generi præponuntur, paulo diligentiore logica quam præpositæ sunt primo libro. Rectius tamen erat suæ quamque speciei præponi.

1 *Æquales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, aut quorũ quæ ex centris æquales sunt.* Quæ ex centris, periphrasis est radii. Est autẽ æqua-

libus circulis insitum, ut æqualem & radium & diametrum habeant, imo verò æqualia radiorum & diametrorum quadrata, quod etiam 2 p 12 propositum est: æqualitas item eadem é peripheriis sumi potest, æquales esse circulos quorum peripheriæ sunt æquales, quod in aliis figuris rectilineis falsum est: nec enim rectilinea sunt æqualia quorum perimetri sunt æquales. Contrà circulorũ inæqualitas percipitur, quorum nempe vel radii, vel diametri, vel peripheriæ sunt inæquales, vel á radiis & diametris inæqualia quadrata, æquales autem circuli definiuntur, non definiuntur similes, quia omnes omnibus similes sunt. Contrà autem paulo póst definientur similes sectiones, non definientur æquales. Et tamen æqualitas communis est sphæræ. Itaque in rotunda figura communiter adhibuimus, neque verò definitio hic est, sed proprietatis expositio.

2 *Recta circulum tangere dicitur, quæ tangens circulum, & producta non secat circulum.*

3 *Circuli tangere sese dicuntur, qui tangentes sese, non secant sese.* Hæ duæ definitiones specialiter definiunt vim verbi quam sequuturus est Euclides in hoc libro & quarto. Tactus autem videtur hic effici proprius peripheriæ, quæ tangitur á recta vel á peripheria: circulum enim geometra in his definitionibus, ut sæpe postea, usurpat pro peripheria.

4 *In circulo æqualiter distare á centro rectæ dicuntur, quando á centro ad ipsas perpendiculares actæ æquales sunt: magis autem distare dicitur, in quam major perpendicularis cadit.* Euclides vocat hic lineas in circulo, quas appellat quarto libro εὐαρμόστους congruentes, quas Ptolemæus vocat inscriptas: & ita intelligendam Euclidis definitionẽ, docebit hac de re propositio decima quarta huius libri. Recta igitur inscripta triangulo sic diceretur recta in triangulo, quomodo & nos in geometria loquimur. Neque hic magis definitio est, quam primo elemento fuit, sed proprietas perpendiculi altitudinem constituentis.

5 *Sectio circuli est comprehensa figura & á recta & á circuli peripheria.* Hæc definitio sine caussa primo libro adhibita est, ut circuli & semicirculi, quia totis superioribus libris nullus circuli, nullus sectionis circularis usus fuit, sed tantum peripheriæ & radii. Hæc autem definitio non generaliter quamlibet circuli partem, sed specialiter eam partem, quæ duabus lineis comprehenditur, recta & peripheria, & recta mox 7 d 3 dicetur basis sectionis, ut 23. 24 p 3. Atque ut circulus in genere obliquilineorũ prima figura est unius lateris, sic sectio est bilatera & biangula.

6 *Sectionis angulus est qui comprehenditur á recta & circuli peripheria.* Mathematici recentiores chordam & arcum hic appellant quod Euclides dicit rectam & peripheriam. Itaq; inscripta bis binos sectionis angulos efficit, duos deinceps una parte, duos reliqua.

7 *In sectione autem angulus est, quando in peripheria sectionis sumptum fuerit aliquod punctum, & ab ipso in fines rectæ, quæ est basis sectionis, connexæ fuerint rectæ, comprehensus angulus á connexis rectis.* Id est, angulus in sectione est angulus comprehensus á duabus rectis in peripheria terminatis, & cum basi sectionis connexis. Itaque angulus in sectione rectilineus est, angulus autem sectionis est mistilineus. Angulus igitur in sectione dicitur illo modo, quo dicitur recta in circulo. Angulus enim

hic

hîc in sectione est angulus inscripti trianguli, neque circuli quidquam habet præter aream.

8 *Cum autem comprehendentes angulum rectæ assumunt quandam peripheriam, in illa dicitur insistere angulus.* Hic βαίνειν verbum, suam ἐνέργειαν habet, qualis erit in propositionibus hac de re 20 p 3. ubi nominatim appellatur basis trianguli talis peripheria: item 26.27 p 3. unde intelligimus peripheriam in qua angulus insistit & innititur, esse anguli basim, nō autem eam, quæ anguli latera comprehendit, & quod subtendi fuit in triangulis, id nunc est insistere, & revera subtensæ dicuntur peripheriæ, quæ sunt bases angulorum, imo Euclides ipse nominatim hoc ipsum ὑποτείνειν verbum adhibet ad 20 p 3. Angulus tamen in peripheria ita nominatur, ut in sectione: & pars peripheriæ superior (in qua comprehenditur angulus) diceretur capere angulum, ut sectio capere dicitur. Denique alia peripheria intelligitur, in qua est angulus, alia in qua insistit: superior illa facit arcus laterum, ista basim. atqui etiam hæc definitio partem quandam circuli cōprehendit non nominatam ab Euclide: nec enim semicirculus est, neque sectio major, aut minor, imo omnino Euclidis sectio non est, quia non est figura comprehensa á recta & peripheria, comprehenditur enim á duabus rectis, & peripheria, sed mox hac de re ad 9 d 3.

9 *Sector circuli est, quando ad centrum ipsius circuli steterit angulus, figura comprehensa á rectis angulum comprehendentibus, & assumpta ab ijs peripheria.* Atqui hæc etiam definitio assumptam peripheriam ostendit esse basim anguli. Sector major reliqua pars circuli appellatur ab Archimede, sed sector omnino dici possit in centro, vel extra centrum: in centro minor vel major, æqualis enim faceret semicirculum, neque comprehenderet in centro angulum. Sector extra centrum esset figura octavæ definitionis, & reliquæ omnes majores centri sectore. Sed de his figuris geometria nulla erit futura, & iccirco videntur earum definitiones omissæ. Sector tamen in centro & sector in peripheria dici possunt. angulus verō duabus rectis in centro comprehensus non appellatur angulus sectoris, neque angulus in sectore, sed in centro, ut 20.26.27 p 3. Itaque quadruplex angulus hic consideratur sectionis, in sectione, in peripheria, in centro. Hique omnes anguli in circulo appellantur.

10 *Similes sectiones circuli sunt, quæ capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter se sunt.* Theodosius secundo libro de sphæra sic usurpat arcus similes theoremate decimo. Atque hîc anguli duplices innui videntur in sectione & sectionis, cùm dicitur per disjunctionem, quæ capiūt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter se sunt, attamen in propositionibus hac de re 23.24 p 3 anguli in sectione tantum judicantur, non anguli sectionis. Similitudo autem speciāliter hic definitur, ut postea in sexto, septimo, undecimo. Rationales sunt omnes inter se numeri, non omnes inter se magnitudines, sed homogeneæ tantum, ut dicetur quinto libro. Proportio item in numeris una generaliter definitur: similitudo (quæ species proportionis quædam est) non uno modo in magnitudine definitur, aliter definitur similitudo figurarum rectilineorum sexto libro,

& so-

& solidarum undecimo. Rotundæ homogeneæ sunt omnes omnibus similes, nec ideo definiuntur: mistorum autem similitudo aliter nunc definitur in planis, sectiones enim circuli mistæ sunt figuræ. Itaque in figurarum differentiis videmus similitudinis differentes definitiones, pro quibus una generalis esse debuerat: sed hac de re in geometria 14 e 4, & postea rursus 1 d 6. Atqui definitio non magis hic est quam fuit primo & quarto loco, sed consectariũ est ex illa generali definitione: ut nobis est 13 e 16. Tertius liber materiam minus confusam quam superiores habet: totam enim circularis geometriæ materiam fere complectitur, & distribuit minus perturbate quam antea factum sit.

PROPOSITIONES.

1 *Dati circuli centrum invenire.* Sententia est. Si inscripta inscriptam recte bisecat, diameter erit circuli, ejusque medium circuli erit centrum. Tres propositiones 1. 3. 4 diametri circularis proprietatem obscurius comprehendunt. Demonstratio Theonis ad primam hic est per 8 p 1, quia pars esset æqualis toti: ac si dicatur centrum in secantis alio loco esse, idem accidet. Nos caussam 6 e 15 proposuimus. Et valde ridiculum atque ineptum est positis circularis geometriæ principiis non potuisse primam saltem propositionem directe per ea demonstrari, nisi impossibile adhiberetur.

2 Theon adhibet hic impossibile ex 16 & 18 p 1. At hæc propositio patet é definitione lineæ rectæ, quæ brevissima est intra eosdem terminos. Hinc autem colligitur circulum esse polygoniam infinitorum angulorum, nec peripheriam esse cõpositam é rectis infinitis, quia recta intra duo quælibet peripheriæ puncta, intra circulum cadet. Certe propositio continet quandam definitionem rectæ circulo inscriptæ, quæ nempe utrinq; in peripheria terminatur, & de qua est 7 d & 1 p 4. Et tamẽ quicquid hic est, postulatur ab Archimede 1 & 2 d 1 de sphæra: quod linea quod superficies ad easdem partes obliqua non cadit extra, postulatur idem primo isorr. quod figuræ eodem obliquæ centrum intus sit.

3 Tertia & quarta propositiones rationem quandam æqualitatis & inæqualitatis de segmentis inscriptarum continent, quorum proportio dicetur ad 35 & 36 p 3. Theon demonstrat diametri proprietatem per eandem jam 1 p 3 præassumptam, jubet enim centrum per consectarium 1 p 3. inveniri, quod cõsectarium fuit præsens ista proprietas: logica igitur ista valde est ἄλογος.

4 Theon probat per impossibile é proxima: At enthymema est é diametrorum proprietate, sic. Si inscriptæ sint bisectæ, sunt diametri. Ergo si non sint diametri, non sunt bisectæ. Neque tamẽ propositio apodictice proponitur per inficiationem, cujus nullus syllogismus est, nulla demonstratio, ut antea dictum est. Quare trium propositionum primæ, tertiæ, quartæ, materia tantum diametri proprietatem continet, qua inventa, centrum quoque est inventum, mediũ quippe diametri.

5 Theon ex definitione radii & primo axiomate deducit totum parti æquari.

6 Theonis demonstratio superiori similis. Atqui propositiones hæ duæ negatione proponuntur, ut quarta, neque hic propositionis materia potius est,

quam

quam principii. Nam circulorum seſe secantium, vel seſe tangentium diversum esse centrum, per se manifestum est. Si duo autem circuli homocentrici & æquales seſe tetigerint, erit unus. Nam (ut Vitellio petit) cum duæ planæ superficies seſe contingunt, una ex iis superficies efficitur, imo Euclides ante Vitellionem, si non verbo, certe reipsa idem petivit. Quid enim aliud est ἐφαρμογὴ ad 4 & 8 p 1 ad 23.24.30 p 3? Hæc igitur materies postulati fuerat.

7 Propositiones duæ proximæ videtur e 15 p 3 deductæ, neque omnes admodum demonstratione egere. Quod autem addit Euclides ad utramque minimæ partem, id commune est etiam ad utramque maximæ partem: Denique generaliter id enuntiari potest. Duæ duntaxat utrinq; in dato puncto sunt æquales, & causſa æqualitatis videtur e 4 d 3, non ex iis comparationibus.

8 Demonstratio Theonis hic est eadem, hic item ad utramque partem minimæ nil facit, & generaliter enuntiari potest. Duæ in dato puncto, & solæ æquales. Demonstratio æqualitatis est per quartam primi, & quod solæ per quartam partem præsentis propositionis.

9 Theonis demonstratio duplex, altera per 8 p 1. altera per quartam partem septimæ. at secunda hæc promptior est, & consectarium protinus est ex illa quarta parte septimæ. Syllogismus enim est. Si punctum diametri non est centrum, duæ solæ rectæ sunt æquales. Ergo si non solæ duæ sunt æquales, punctum illud erit cẽtrum: & illud est, quod tertio scholarum mathematicarum libro monui, syllogisticas complexiones ab Euclide & Theone demonstrari.

10.11.12 Propositiones tres proximæ demonstrationes leves quidem, sed tamen faciles habent.

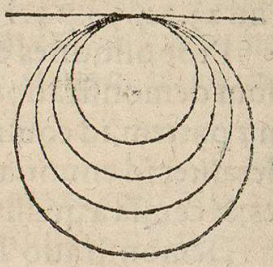
13 Theon primum impossibile deducit ex undecima, quod pars esset major toto, secundum contra 2 p 3.

14 Theonis demonstratio est per 3 p 3. & per 47 p 1. at causſa videtur e 4 d 3, unde protinus 14 p 3 concludatur. Atque hæc sola est propositio de æqualitate inscriptarum. qua Hypsicles utitur in scholio decimiquarti elementorum, tanquam sententia sit communis rotundorum, non propria circulorum.

15 Theonis demonstratio similis antecedentibus septimæ & octavæ. Imõ uerõ hæc primaria est, unde 7 & 8 p 3 deducendæ sunt. Diameter enim causſa est hujus universæ & æqualitatis & inæqualitatis.

16 Theon cogit in prima parte, quia contra 17 p 1. duo recti essent in triangulo, in secunda item cogit, quia pars toti æqualis esset, aut etiam per 19 p 1. major toto: e secunda autem tertiam & quartam deducit: At prima pars suæ ueritatis causſa est: Cum enim diametro circulus bisecetur, & perpendicularis rectum angulum una parte faciat, continuata faciet etiam deinceps rectum, nec ideo recta congruet obliquæ, vel etiam obliquior erit. Quare pars ista prima postulanda fuerat. Secunda verõ pars quæstionem altiorem continet. Si angulus contactus rectæ & peripheriæ sit magnitudo, quomodo ea dividi non possit? unde quidam moti sunt ad credendum angulum hunc magnitudinem non esse: Ideoque semicirculi angulum recto esse æqualem, fallique Campanum, qui crediderit

diderit dari majus & minus, nec tamen æquale dari posse. Quin mirabilius illud est, angulū contactus majoris peripheriæ minorem esse angulo contactus minoris peripheriæ: & tamen excessum detrahi non posse. At ista eadem veterum mathematicorum dubitatio est apud Proclum. Quare mirabilis ista res est, attamen vera, ut demonstratio convincit: hic etiam mirabile illud primo libro positum paulo dissimiliter ostenditur, lineas ad lucem propius accedere, nunquam congruere, ut si complurium circulorum intus sese tangentium diametro recta sit perpendicularis, secundi peripheria propius accedit ad tangentem, & tertii quam secundi, & sic deinceps, nullius tamen circuli peripheria unquam tam prope accedet, ut cōgruant, cum uno tantum puncto possit linea tangere, ut hic uides.



17 Theon é consectario primo proximę propositionis & 4 p 1 demonstrat.

18.19 Quæ sequentes propositiones factæ sunt é cōversa prima parte 16 p 3. Si recta est perpēdicularis extremæ diametro, tāgit peripheriā: & si tangit peripheriā, est perpendicularis extremæ diametro. Verū pro conversa una dissectæ sunt duæ, quæ tamen aliam vim nullā haberent: nos itaq; consectaria duo fecimus.

20 Theon duplicem casum hic adhibet, tertius etiam est, quando latus anguli utriusque commune est. Geometria verò novemdecim propositionum anteecedētium adhuc fuit de lineis, excepta particula 16 p 3. deinceps est de partibus circuli, ubi quædam respondent de triangulis. Atq; hic primum de sectoribus in centro & in peripheria: prima videtur occasio fuisse 21 p 1. vel potius é 1 p 6. dissimile tamen multum est in reliquis exemplis, & res in circulis multo uberior est, ut mox patebit.

21 Consectariū est ê superiore, quia omnes dimidii sunt ejusdē anguli in cētro.

22 Deducitur é 32 p 1. & 21 p 3. satisque sit duos oppositos probare duobus rectis æquales. Nam de reliquis patet, ut per 4 e 6. sed quarti libri materies hæc erit: adde quod geometria hęc congruentior fuerit ad demonstrandum 32 p 3. propositio autem aptius proponeretur ab oppositis sectionibus. nihil enim adhuc de inscriptione.

23 Melius affirmaretur hæc propositio hoc modo. Similes sectiones in eadē basi sunt æquales, quomodo & proxima affirmatur. Eadē aūt parte, quod hic additur, nihil ad veritatē ppositionis attinet, ad demōstrationē duntaxat attinet.

24 Non repetitur eadem parte, & consectariū est é proxima, demonstratur tamen á Theone. Est aūt notabilis in his duabus propositionibus ἐφαρμογὴ, in prima, quod minor sectio intelligatur tanquā pars majoris: in secūda aūt plenius apparet. Ex utraque propositione potuit una fieri. Sectiones similes in æquali basi sunt æquales, æqualitas enim etiam iisdem convenit.

25 Theon hîc frustrá tres speciales demonstrationes adhibet, cum sit una illa generalis ex inventione duarum diametrorum, imo demonstratio nulla sit consectarium é 1 p 3.

26.27 Theonis demõstratio hic per varias ꝓpositiones colligitur, & quidẽ duplex pro duplici angulo & in centro, & in peripheria, cum tamẽ ꝓpositio utraq; specialis sit ad 33 p 6. multoq; facilius per 28 & 29 p 3 probari possit, quæ ipsæ præponi debeant istis, ut mox intelligetur.

28 Deducit ẽ 26 p 3. quia ꝓtinus per 8 p 1 cõcipit ẽ æqualitas angulorũ in cẽtro.

29 Deducitur ẽ 27 p 3. Protinus enim concipitur æqualitas basium 4 p 1. Atq; ex utraq; melius una propositio fieret, sic. Si inscriptæ circulis æqualibus sint æquales, secant peripherias æquales, & si secant peripherias æquales ipsæ sunt æquales. Sed multo justius utraq; postularetur, cũ solo cõvenientia manifesta sit. Euclides eodẽ cõvenientiæ argumento usus est ad 24, & utetur apertius ad 30 p 3. Quare hæc utraq; propositio præponetur 26 & 27 p 3.

30 Hic protinus per 4 p 1. in duobus deinceps triangulis concipitur æqualitas basium seu chordarũ per 28 p 3, patet æqualitas arcuum. Atqui propositio ista singularem ἐφαρμόσεως speciem continet duobus circulis in uno consideratis, duabus peripheriis in una consideratis, ut quintum jam exemplum sit ἐφαρμόσεως à geometra usurpatæ ad 4.8 p 1. ad 23.24. & nunc ad 30 p 1.

31 Prima pars patet. Quia interior, & deinceps exterior sunt æquales, cũ utriq; reliquis trianguli lateribus sit æqualis, ut patet per 5 & per 32 p 1. vel quia anguIus in semicirculo est dimidius duorũ rectorũ. Quæ demõstratio est Aristotelis secundo posteriorũ & nono philosophiæ: & conversa quædam hinc assumitur 13.14.15.16.17 p 13. Et si angulus rectus insistit in diametrum, peripheria per eam transit. Reliquæ partes pendent é prima. Theon ê prima parte consectariũ facit. Si trianguli angulus æquatur reliquis, rectus est. Verumtamen potuit generaliter é 32 p 1 trianguli angulum reliquis ęqualem rectum esse, unde sine exteriore angulo demonstratio ista fieret, neq; ὕστερον πρότερον debuit ex ista demonstratione principium illud concludi, & Aristotelis demonstratio id nimirum præ se ferebat. Itaque geometria ista nobis erit in geometria trianguli, unde ad cætera deinceps accommodetur.

32 Theon deducit ex angulo semicirculi. At ista propositio generaliter proponit de angulis in sectione, & probari potest ex eadem generali caussa angulorum in oppositis sectionibus ad 22 p 3, item é triangulo rectangulo, ex qua deducitur æqualitas anguli in semicirculo, quod rectus sit, qui sit trianguli reliquis angulis æqualis. Ex hac aũt ꝓpositione duo deinde sequũtur problemata.

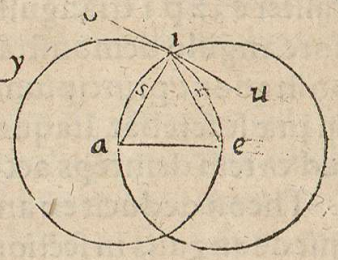
33.34 Theon demonstrat hæc problemata duo. At si verbis expressa essent, demonstrationibus nullis esset opus, consectaria specialia essent, ut nobis sunt.

35 Duæ propositiones proportionem in segmentis inscriptarum quandam instituunt, quarum ratio fuit ad 3 & 4 p 3. Theon deducit é 5 p 2 & 47 p 1. Nec tamen una specie totum genus complectitur. Itaque Campanus quinque species interpretatur, & demonstrat. Quo satis elenchum tautologiæ toties adhuc in elementis animadversum demonstrat quinque demonstrationum specialium pro una generali. Consequens autem propositionis ex

æqualitate rectangulorum satis docet partes sectarum inscriptarum proportionales esse. Sed quo principio doceri ante possit ista proportio, considerandum fuerit, utrum é diametri vel potius circuli proprietate. Præcepit Euclides sexto libro permulta de proportione figurarum rectilinearum, de circulorum & in circulo rectarum, de angulorum, deque partium proportione paucula. At res ista non indigna est, in qua Geometra nervos intendat suos.

36 Theon hic adhibet 6 p 2 & 47 p 1. Sed ex æqualitate rectangulorum quærenda hic proportio laterum fuerit, id est ex effectu considerandæ caussa. Hic enim tres sunt proportionales, ut antea fuerunt quatuor, unde etiam sequitur omnia rectangula secantium & extremorum segmentorum inter se æquari, quia æquantur eidem quadrato tangentis.

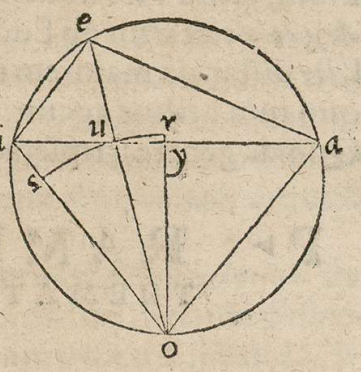
37 Theonis demonstratio similis est superiori: Conversa autem quædam est superioris. Atque hæc Euclidis sunt de circulo, quædam vero sunt apud Pappum l 4 th 11. de tribus circulis contiguis eodem circulo comprehensis, item de arbelo id est cultro sutorio, cujus instar est illa figura á tribus semiperipheriis comprehensa. His addamus & alia quædam. Demonstratum est antea rationem esse heterogeneorum, ut lunularis circuli & rectilinei: jam doceamus æqualitatem item πελεκοειδοῦς securi similis, de quo recepimus ad 23 p 1. Sint enim duo circuli se inter se secantes super centris & æquales: super semidiametrum describatur æquilaterum triangulum *a e i*. Ducatur linea *o u* contingens circulum in termino lineæ *a i*, ipsa erit perpendicularis per 18 p 3. Ergo anguli *a i o*, *a i u* sunt æquales, quia recti: Et angulus contingentiæ *o i y* est æqualis peripheriæ alteri angulo contingentiæ *u i e*. Ergo angulus *a i y* est æqualis angulo *a i e*, qui efficiuntur ex lineis rectis & ex circumferentia. Sed circumferentia *a i* est æqualis circumferentiæ *i e* per 28 p 3. Ergo convenient segmẽta *a i* & *i e*. Ergo angulus *s* est æqualis angulo *r*. Sed ab æquis æqua tollas, &c. Ergo angulus μηνοειδοῦς *a i y* est æqualis angulo trianguli æquilateri *a i e* continenti λίμοιρον ὀρθῆς.



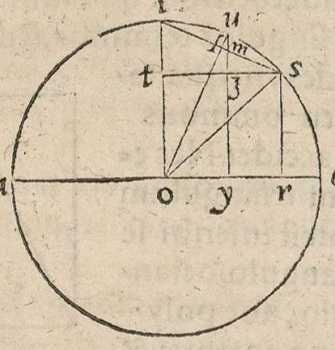
Hæc demonstratio est é tertio libro, & ideo fortasse prætermissa à Proclo, quia sequentibus propositionibus indigebat. Lubet vero etiam hic proponere Ptolemæi geometriam de disproportione peripheriarum & subtensarum. Fuerit enim ψευδολογεσφία hæc gravis & periculosa nisi caveatur. Si inscriptæ circulis æqualibus sunt æquales, secant peripherias æquales, & contra. Ergo si major, si minor secat majorem, secat minorem, hoc totum verum est. Ergo inscriptæ peripheriis sunt proportionales: falsum est, ait Ptole. lib 1 cap 9. Ptolemæi itaq; hac de re demonstratio adjiciatur.

Ratio majoris peripheriæ ad minorem major est, quam majoris inscriptæ ad minorem. Primo inscriptæ *a e*, *e i* faciant angulum *a e i*, qui bisecetur recta *e o*, tum cõnectatur *a i*, *a o*, *i o*,

io, dein sit *oy* perpendicularis ipsi *ai*. Hic latus *io* majus est latere *yo* per 11 e 6, quia subtendit majorem angulum: ideoque & *uo* majus quam *oy*. Quare si centro *o* intervallo *ou* peripheria describatur, secabit *io* & superabit *yo*: sit igitur peripheria *sur*, & continuetur *oy* ad *r*. Itaque sector *oru* major est triangulo *oyu*: item sector *ous* minor triangulo *oui*. Itaq; ut si quatuor numerorum primus sit major tertio, & secundus minor quarto, ratio primi ad secundum major est quam tertii ad quartum, sic ratio sectoris *oru* ad sectorem *ous* major est quam ratio trianguli *oyu* ad triangulum *oui*. At ratio sectoris ad sectorem est ratio anguli ad angulum per c 6 e, & ratio trianguli ad triangulum est ratio basis *yu* ad basim *ui* per 7 e 7. Ergo ratio anguli ad angulū major est quam basis ad basim. Deinceps compositiones duæ sunt & una divisio. Prima compositio est, ratio anguli *yoi* ad angulum *uoi* est major quam ratio basis *yi* ad basim *ui*. Secunda compositio est ê duplicatis terminis angulo *aoi* ad angulū *uoi*, & basi *ai* ad basim *ui*, quod ita demonstratur. Angulus ad *e* bisectus est, ergo per 19 e 15 peripheriæ & subtensæ *ao* & *oi* æquantur. Ergo per c 26 p 1 *ay* æquatur ipsi *yi*, & angulus *aoy* æquatur angulo *yoi*, ideoque recta *ai* dupla est rectæ *yi*, & angulus *aoi* anguli *yoi*. Duplicatis igitur terminis ratio anguli *aoi* ad angulum *uoi* est major, quam ratio duplæ rectæ *ai* ad rectam *ui*, & prima divisione ratio anguli *aou* ad angulū *uoi*, id est per 6 e, ratio peripheriæ *ae* ad peripheriam *ei* est major quam ratio *au* ad *ui*, id est per 12 e 7 quam subtēsæ *ae* ad subtensam *ei*. Quare ratio majoris peripheriæ ad minorem major est quam majoris inscriptæ ad minorem, neque omnino proportio peripheriarum ad inscriptas est vera. Talis ψευδογραφία esset si quis in æqualibus segmentis peripheriæ partes oppositas diametri proportionales diceret. Itaque Jordanus 2 p de ponderibus, & Regiomon. 6 p de sinibus ita refellunt.



Si perpendiculares á terminis æqualium peripheriarum secent diametrum, segmentum propius centro erit majus remotiore. Esto in circulo diameter *ae*, in quam ab æqualium peripheriarum terminis *iu* & *us* sunto perpendiculares *io*, *uy*, *sr*, dico segmentum *oy* majus esse segmento *yr*. Ducito radios *ou*, *os*, & connectito *is*. Hic anguli in centro *iou* & *uos* æquantur per 6 e, quia insistunt in peripheriis æqualibus, & ideo per 19 e 15 *il* & *ls* æquantur. Ergo *im* major quam *ms*. Esto perpendicularis *st* super *io*. Hic per 8 e 7 quia *uj* est in triangulo parallela basi, ut *im* est majus quam *ms*, sic, majus *js* id est *oy* est majus quam *yr*. Hæc propositio causſam continet, cur pondera in lance quanto propius accedūt ad æquilibriū, tanto graviora sunt, velociusque deorsum moventur. Sic levia contrario motu sursum; ut si é fundo altissimi æquoris utres oppleti flatu emergerent ad sum-

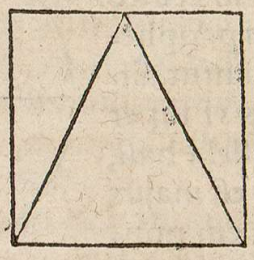


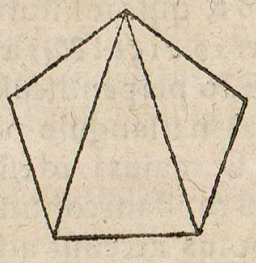
mum, tanto velocior esset motus, quanto propinquior esset summo. Talis ψευδογραφία retexitur ab Euclide 8 theor. catoptric. Quod æqualia parallela inæqualiter distantia majorem rationem habeant distantiarum, quam angulorum: de quo tum melius agetur. Hæc igitur paulo plenius ad ψευδογραφίαν refellendum. Quo de genere scripserat Euclides librum ψευδαρίων.

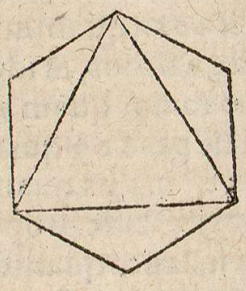
P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 12. IN 4 ELEMENTORUM.

QVartus liber habet de inscriptione & circũscriptione definitiones septem, propositiones sexdecim: Inscriptio autem & circumscriptio est generalis & communis etiam corporum, ut intelligetur postremis elementorum libris: Itaque generaliter & semel definienda fuit. Termini vero appellantur 13 d 1 unus aut multi quibus figura terminatur: tota vero adscriptio per latera aut angulos expeditur: in rectilineis termini latera sunt, in circulo terminus est peripheria pro lateribus omnibus. Sed hoc in singulis definitionibus melius intelligetur.

1.2 d Duæ primæ definitiones, si quod in geometria tamen proprium documentum haberent, ante librum tertium statuendæ fuerunt, ubi de rectilineis agitur, non postponendæ circulari geometriæ, quandoquidem de circulo nihil hæ definitiones præcipiunt, imo de his nihil est in quarto libro. Atque hic vides inscriptionem definiri rectilinei inscripti angulis tangentibus latera circumscripti, contra circumscriptionem circumscripti lateribus tangentibus angulos inscripti, satisque ideo fuisse definiri solam vel inscriptionem vel circumscriptionem, cum ex altera intelligatur altera, tum vero definitiones hæ videntur homogenea tantum adscribere, triangula nempe triangulis, quadrangula quadrangulis, multangula multangulis homogeneis, quia singuli termini singulis non responderent, attamen é 1 & 2 p 15 intelliges heterogenea inter se adscribi, ut tetraedrum cubo, octaedrum tetraedro & cubo, cubumq; octaedro, & icosaedro dodecaedrum quæ sunt heterogenea, ac tum intelliget ur á singulis angulis tangi singulos terminos, sed extremos, quomodo & in planis possit accidere: ut hic vides: neque tamen omnibus id accidet. Nec enim triangulum potest inscribi septangulo, octangulo, aut polygono majori: & quæri possit utrũ Hypsiclis geometria satis euclidea sit.







3.4.5.

3.4.5.6 d Quatuor verò proximæ definitiones materiam habent quarti libri propriam, & mirabilem tautologiam habent, magisque apertam quam duæ superiores. Peripheria (ut dixi) est pro lateribus & angulis. Itaq; in his quatuor definitionibus, quater appellatur, in tertia & quarta, quod anguli quod latera tangant peripheriam: in quinta & sexta, quod peripheria tangat latera, quod tangat angulos.

7 d Septima definitio usurpat verbum ἐναρμόζεσθαι cõgruere pro ἐγγράφεσθαι inscribi: idem siquidem est, & sic inscripta linea Ptolemæo dicitur. Sed ista definitio multo justius ex hoc libro in tertium rejiceretur, quam prima & secunda: libro siquidem tertio geometria fuit de inscriptis lineis, & in circulo rectæ dicebantur periphrasi valde insolenti, tumq; diximus ad 2 p 3 materiam inscriptæ lineæ confundi.

IN PROPOSITIONES.

Atque hæc de quarti libri definitionibus, propositiones sequuntur omnes problematicæ & mechanicæ, quæ si verbis expressæ essent magnam demonstrationum materiam non haberent, ut in singulis intelligetur. In sexdecim autem propositionibus instruitur inscriptio trianguli, quadrati, quinquanguli, sexanguli, decanguli, quindecanguli propria inscriptione. Circumscriptio communis omnium rectilineorum una instrui potuit, cum rectæ tangerẽt peripheriam in angulis inscripti. Circuli vero inscriptio & circumscriptio communis item est é concursu bisecantium angulos: illicque ê radio perdendiculari in latus, hic in angulum. Quare septem propositiones 7.8.9.12.13.14.15 catholicum inscriptionum geometria nihil habent. Sunt autem quædam dispersa libris extremis ut 8.9.10.11.12 p 13, 1 p 14 ad eandem rectilineorum ascriptorum geometriam attinentia, quæ melius hic explicarentur. Sed de singulis libri hujus propositionibus jam dicendum.

1 Hæc bella inscriptio per regulam aut circinũ brevius postularetur, sine quibus etiam geometres nequeat, neque diametrum neq; inscriptam ipsam ostendere. Atqui hæc propositio cum 2 p 3. melius unico elemento traderetur.

2.3 Hæ propositiones proponunt adscriptionem trianguli non cujuslibet: id enim tanquam per se facile & manifestum præteritum est á geometris, sed dato triangulo æquianguli: Inscriptio autem rectilineorum in circulum nulla communis traditur in elementis, neque circumscriptio.

2 Hæc autem inscriptio generalis est & cõmunis omnium triangulorum: potest enim dari quodlibet æquilaterum, æquicrurum, varium, rectangulum, obtusangulum, acutangulum.

3 Demonstratio est per consectarium é 32 p 1 quod in quadrangulo anguli æquantur quatuor rectis. hic autem duo recti, reliqui igitur oppositi & duobus rectis æquantur: alter porro jam æquatus est exteriori angulo, reliquis igitur per 13 p 1 & ax 1 æquatur deinceps reliquo. Atque hæc specialis est circumscriptio trianguli.

4 Duæ

4 Duæ proximæ propositiones docent adscriptionem circuli, quæ communis est ad omnia rectilinea, ut est in nostra geometria. Demonstratio autem ductis in reliqua latera perpendicularibus facilis est é 26 p 1. Atque hæc propositio tria eadem puncta cõtinet, quæ 9 & 25 p 3: & inscribere triangulo circulum, non aliud est quam peripheriam per tria trium angulorum puncta ducere.

5 Demonstratio hic facilis est, quia tres radii per 4 p 1 æquantur. Ideoque per 9 p 3 punctum illud est centrum. Theon deducit demonstrationem per tres species acutanguli, rectanguli, obtusanguli, unde concludit, si centrum sit in triangulo, in latere trianguli, extra triangulum, triangulũ esse acutangulum, rectangulum, obtusangulum, contraq; si triangulum sit acutangulum, rectangulum, obtusangulum, centrum esse intus, in latere, extra.

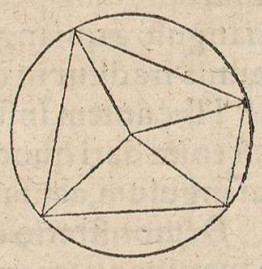
6 Quatuor proximæ propositiones de quadrati & circuli adscriptione parem geometriam habent superiori. Huc verò 22 p 3 de quadrilateri inscripti duobus angulis oppositis æquantibus duos rectos propriè intercurrebat, & in geometria nostra locum hunc obtinebit, deduceturque de sectionibus oppositis in eodem circulo. Hinc sequitur.

Latus inscripti potest duplum circularis radij. Ut patet per 47 p 1. Et

Si quadratum circularis radii duplicetur, latus duplicati erit latus inscripti quadrati. Ptolem. 1 i cap 9

7 Sententia problematis est. Si duæ perpendiculares ad extremas dati circuli diametros rectè bisectas concurrant, circumscribẽt quadratum dato circulo. Demonstratio verò quod sit circumscriptum, patet per 4 d 4, quod quadratum per 28. 34 p 1: circumscriptio tamen continetur in generali circumscriptione, de qua 1 e 18. Hæc enim circumscriptio generalis est. Præterit autem Euclides reliquas species quadrilateri. Oblongum enim circulo inscribi potest, & ei circulus circumscribi eadem via, qua triangulum & quadratum: circumscribi verò circulo non potest, nec ei circulus inscribi, quia perpendicula à centro ad latera essent inæqualia: ob eandem causſam rhombus & rhomboides nec inscribi possunt, nec circumscribi: trapezium aliquod potest inscribi. Tumque

Si radii sint ad angulos inscripti trapezii trium laterum æqualium & quarti minoris, anguli in centro subtensi æqualibus erũt obtusi, minori subtensus acutus. é 17 p 12. Ut hic, quia circa centrum æquantur quatuor rectis. Quartus autem minor est recto: Tres igitur reliqui æquales inter se sunt majores recto. Trapezium igitur sic inscribi potest, circumscribi autem non potest: eaque de causſa prætermita est ista ascriptio ab Euclide. Reliqua ascriptionis geometria est de multilateris, sed æquilateris tantum & æquiangulis, neque tamen omnibus. Itaque sola trianguli ascriptio generalis est, nec æqualitatem ullam angulorum aut laterum requirit.



8 Sententia problematis est. Si duæ rectæ rectè bisecent duo quadrati latera, circulus é concursu, indeque radio in latus perpendiculari inscribetur dato quadrato. Demonstratio quod circulus, patet per 9 p 3, quia hic ra-

hic radii quatuor ęquantur, quod inſcriptus patet ẽ 5 d 4. Verum inſcriptio iſta generalis & cõmunis eſt in omnibus rectilineis æquilateris, ut eſt in noſtra geometria. Itaque ſpecialis hæc inſcriptio, ſi generalis (ut opus eſt, ſit præpoſita) nulla fuerit, ac demonſtratio quod circulus, quod inſcriptus levis admodũ eſt, cũm id apertum ex ſeſe, manifeſtumque ſit.

9 Sententia problematis eſt. Si duæ per oppoſita latera diametri biſecentur, circulus ẽ concurſu biſecantium: indeque in angulum radio circumſcribetur, dato quadrato. Demonſtratio, quod circulus eſt, quia radii quatuor æquales, quod inſcriptus 3 d 4 docet. At iſta circumſcriptio in generali comprehenditur. Itaque circumſcriptio ſpecialis hic ſupervacua eſt, & demonſtratio logicam habet proximæ ſuperiori parem.

10,11,12,13,14 p. Quatuor proximis propoſitionibus inſtruitur plena adſcriptio quinquanguli, ut antea trianguli & quadrati: circumſcriptio tamen generalis & communis erat omnibus multilateris æquilateris, & æquiangulis, ut tota circuli adſcriptio communis eſt in multilateris, æquilateris, & æquiangulis omnibus. Ex demonſtratione verõ præſentis propoſitionis, ſequitur æquilaterum adſcriptum circulo eſſe æquiangulum, quod præſumi tamen potuit ante ſpeciales rectilineorum adſcriptiones, ut in noſtra geometria erit. Atque in iſta propoſitione ἐφάρμοσις imprimis egregia eſt, quinque circulorum in uno circulo conſideratorum, qualis adhuc nulla fuit.

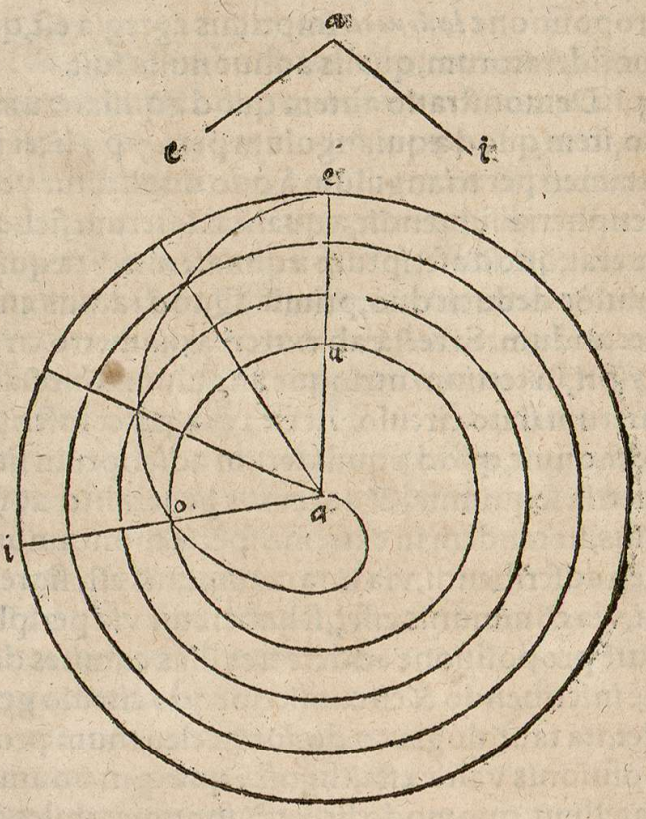
15 Demonſtratio autem quod æquilaterum per ſex angulos æquales in centro, item quod æquiangulum per 27 p 3 licet neque difficilis, neque inelegans, attamen per triangulum á quo duplicatur vel per radium, qui ſextam partem peripheriæ ſubtendit, æqualitas laterum fiebat, æqualitas autem angulorum in de erat, quod aſcriptum æquilaterum ſit æquiangulũ. Theon verõ ẽ ſua demonſtratiõe deducit duo, primũ. Quod radius circuli ſit latus ſexanguli æquilateri. Secundum. Si rectæ ab extrema diametro circuli ſexangulo æquilatero circumſcripti, in tertium utrinque angulum cõnectantur, inſcribent triangulum æquilaterum dato circulo. At ex 2 p 4 patet inſcriptio talis trianguli. Campanus hic admonuit, quod æquilaterum adſcriptum ſit æquiangulum, quod nos in geometria ſequimur, & docemus generaliter ac ſemel uti decuit, non iteramus ſæpius, ut tandem in extrema ſpecie moneamus de genere. Porrõ ut circuli rectilineo adſcribendi, via una communis eſt, ſic rectilinei viciſsim circulo adſcribendi, via communis eſſet, ſi haberetur via peripheriæ data ratione ſecandæ. In hac autẽ propoſitione addere tres illas comites de circumſcribendo rectilineo, item de inſcribendo & circumſcribendo circulo geometram jam piget, aut certe tædet, ita tautologia credo, ſuum elenchum prodit. Sed tamen ἐφάρμοσις hujus propoſitionis valde eſt inſignis: quæ ẽ in unum circulũ ſex circulos congruentes intelligit, quomodo liceat & innumerabiles in uno concipere, & ἐφάρμοσις tamẽ fiat cogitatione, ut tota mathematica ἀφάιρεσις, quæ contraria eſt ἐφαρμόσει.

16 Hæc propoſitio propriam inſcriptionem habet, qualis antea fuit in triangulo, quadrato, quinquangulo, in qua tamẽ nihil præcipuẽ laborat de laterum

vel angulorum æqualitate tantum remittit ad præcedentia: in eoque superiorem geometriam cõmunem fuisse de circumscriptione rectilinei, de tota adscriptione circuli cõfitetur. Atq; hæc de Euclide: quidam vero Archimedem sequuti conati sunt angulum secare data ratione, ut inde figuram quamlibet inscriberent. Propositio Archimedis in helicibus ad hanc rem ejusmodi prima est.

Si punctum lineam æquevelociter permearit, spatia permeata erũt proportionalia temporibus.

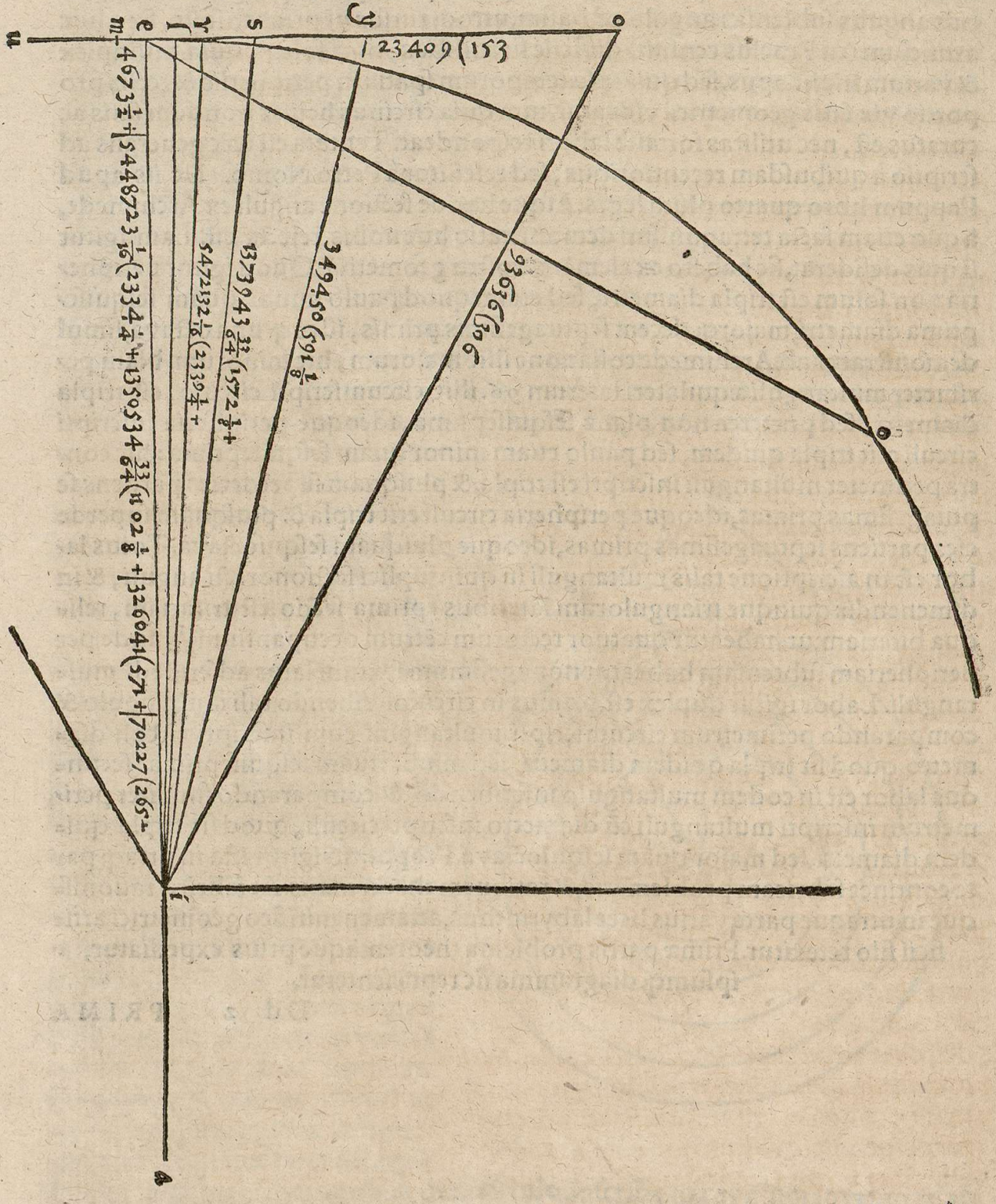
Ut si punctum permearit æquevelociter rectam *a e i*, spatium quidem *a e* in tempore *o u*: spatium vero *e i*, in tẽpore *u y* erit spatium *a e* ad spatium *e i*, ut tempus *o u* ad tempus *u y*, ut hic vides. Hinc vero conati sunt illi geometræ secare angulum rectilíneum data ratione: ut trisecandus sit angulus *e a i* & sit helix *a o e*, & principium cõversionis sit *a u e*, in centro sit angulus *e a i* æqualis dato: & centro *a* radio *a e* sit circulus *e i*: Item centro *a* intervallo *a o* esto circulus *o u*, tum recta *a u e* trisecetur per 10 p 1, perque puncta sectionum peripheriæ sunto concentricæ circulo *e i*, radiique á centro *a* per puncta sectæ helicis sunto in summam peripheriam. Angulus in centro secabitur data ratione: spatia autem æquevelociter permeata sunt intersegmenta rectæ *a e*, tempora sunt intersegmenta summæ peripheriæ. Itaq; cum permeata spatia sint proportionalia temporibus, tẽpora angulis in centro per 33 p 6. angulus in centro totus secabitur data ratione. Atq; ita de quocumque angulo data ratione secãdo. Jam si voles triangulum invenire cujus uterque angulus ad basim sit quomodolibet multiplus reliqui, hinc invenies per angulum rectũ sectum ut prius data ratione, ut si triplum requiras, divide rectum in septem partes, & senis partibus æquato angulum ad basim utrumque, valentem nempe sex septimas, reliquus ad verticẽ valebit reliquas duas septimas. Si quadruplũ quæras, divide in novem: si quintuplum, in undecim, & sic deinceps. Tum denique



si voles inscribere septangulum dato circulo, inscribe triangulum invento triangulo

gulo æquiangulum per 2 p 4, basis trianguli erit latus septanguli, quomodo & Euclides 16 p 4 inscripsit quindecangulum. Sed hic non potest per subductionem latus approbari: approbari tamen potest per æquales peripherias æqualibus angulis subtensas angulo ad basim, utroq; rursus ut prius trisecto. Sed hoc artificium (ut Proclus censuit) difficile sit rudibus, non solum quia multiplex & varium hic sit opus, sed quia ipsa temporum spatia in peripheriis & rectis proportio vix satis geometrica videatur, tum quia circinus helicis nondum satis accuratus est, nec utilitas fortasse labori respondeat. Tentata est hæc generalis adscriptio à quibusdam recentioribus, sed refellitur à Petro Nonio. De iis apud Pappum libro quarto plura leges. Atque hæc de sectione anguli ex Archimede, à quo etiam facta tetragonismi demonstratio huc nobis rejecta est. Eam igitur si quis desiderat, sic habeto ex elemẽtis nostræ geometriæ. Quod igitur peripheria non solum est tripla diametri, sed etiam quod paulo minor quàm sesquiseptima diametri, majorq; decem septuagesimis primis, ideoq; una octava, simul demonstratur ab Archimede collatione illic majorum, hic minorum. Nam perimeter multanguli æquilateri laterum 96. illic circumscripti circulo, est tripla diametri, sed præterea non plane sesquiseptima, ideoque peripheria inscripti circuli erit tripla quidem, sed paulo etiam minor quàm sesquiseptima: hic contrà perimeter multanguli inscripti est tripla, & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque peripheria circuli erit tripla & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque plusquam sesquioctava. Totus labor est in ascriptione talis multanguli in quintuplici sectione recti anguli, & in dimetiendis quinque triangulorum lateribus: prima sectio est trifariam, reliqua bifariam, ut habeatur quatuor rectorum cẽtrum occupantium $\frac{1}{96}$ unde per peripheriam subtensam habeatur nonagesimum sextum latus adscribẽdi multanguli. Labor igitur duplex est, primus in circumscribendo tali multangulo & comparando perimetrum circumscripti multanguli cum inscripti circuli diametro, quod sit tripla quidem diametri, sed minor quàm sesquiseptima: secundus labor est in eodem multangulo inscribendo, & comparando similiter perimetrum inscripti multanguli cũ diametro inscripti circuli, quod sit tripla quidem diametri, sed major quàm sesquioctava. Propositio igitur ista in utraq; parte continet fabricam problematis, & rationem theorematis. At fabricæ rationisque in utraque parte varius licet labyrinthus, attamen mirifico geometrici artificii filo retexitur. Primæ partis problema theoremaque prius expediatur, ipsumq; diagramma sic repræsentetur.

PRIMA PARS DEMONSTRATIONIS, QVOD peripheria sit tripla diametri, sed minor quàm sesquiseptima.



Posito

Posito diagrammate videmus quintuplicem angulum, & triangulum quintuplex, sed sectiones hic quinq; sunt unius recti: prima $\frac{1}{3}$: secunda $\frac{1}{8}$: tertia $\frac{1}{12}$: quarta $\frac{1}{24}$: quinta $\frac{1}{48}$: atqui in tertia sectione $\frac{1}{24}$ unius recti jam erat $\frac{1}{96}$ quatuor rectorum. Nam $\frac{1}{24}$ recti est $\frac{1}{96}$ rectorum 4, cùm illic reductio particularum ad partes integri faciat $\frac{1}{24}$. hìc $\frac{4}{96}$ idem valentes: Sed demonstratio inchoata é radio, de tota diametro non procederet. Itaq; quarta bisectione quæritur $\frac{1}{48}$ quæ duplicata redeat ad $\frac{1}{24}$. Sed hic nodus enodabitur evidentius secunda parte. Demonstratio itaque primæ partis contexatur: secetur primo tertia recti, recta é centro infinita rectè bisecante radium inscriptum circulo ab extremo diametri. Nam cũ radius id est latus sexanguli rectè bisecatur, bisecatur peripheria per 19 e 16. Itaque bisegmentum peripheriæ est $\frac{1}{12}$ totius perimetri, ideoque subtendit etiã $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum per 6 e 16, propterea que subtendit unam tertiam unius recti. Quare angulus *o u* est tertia pars recti. Hæc prima sectio est anguli recti trifariam. Primum triangulum absolvatur perpendiculari á dicto extremo diametri concurrente cum bisecante in puncto, & absoluti latera metiamur. Hic bisecans *i o* est dupla perpendicularis *o e*. Nam *o e* si continuetur æqualiter sibi ipsi ad *u*, & connectatur cum *i*, duo triangula *o e i* & *u e i* fient æquiangula per 2 & 1 e 7, tumque anguli *o i e*, & *e i u* æquales facient $\frac{2}{3}$ unius recti, itemque anguli *i o e* & *i u e* æquales facient singuli $\frac{2}{3}$. Itaque totum triangulum *o i u* erit æquiangulũ, & ideo æquilaterum. Itaque latus *o i* æquale lateri *e u* erit duplum dimidii *o e*, id est dictæ perpendicularis. Quare si *o e* perpendicularis valeat 153, bisecans *i o* dupla valebit duplum, nempe 306, cumque quadratum perpendicularis 23409 subduxeris á quadrato secantis 93636, restabit pro quadrato secũdi cruris seu radii per 5 e 12, 70227, cujus latus erit 265 ac paulo plus, sic 265 †: atq; ita primi trianguli latera nobis dimensa erunt: unde quia quantitas majoris ad eandem est major quàm minoris, ratio radii *i e* ad perpendicularem *o e* fit major, quàm 265 ad 153. Hoc triangulum lateribus ita dimensum fundamentum est universæ propositionis ad fabricam problematis, & ad rationem theorematis. Ab hoc enim principio ducitur quadruplex bisectio tertiarii anguli, laterumq; in quatuor reliquis triangulis similis inventio. Bisecetur itaque primo angulus *e i o* ducta *a y* recta: ut igitur *o i* ad *i e*, sic *o y* ad *y e* per 12 e 6, & per primã compositionem, ut *o i* & *i e* ad *i e*, sic *o y* & *y i* ad *y e*, & permutando, ut *o i* & *i e* ad *o y* & *y e*, sic radius *i e* ad *y e* conterminũ segmentum. Sic igitur habetur in secundo triangulo mensura duorum particularium laterum. Atque ex hac conclusione lemma deducitur, quod erit postea commune in reliquis bisectionibus etiam partis secundæ.

Si recta bisecans angulum trianguli secuerit basim, crus simulutrumque erit ad basim, ut crus alterum ad conterminum basis segmentũ. Hic igitur ratio cruris simulutriusq; 306 & 265 † id est 571 † ad 153 erit etiã ratio secundi cruris vel radii ad conterminũ segmentum perpendicularis, ideoque major ratione 571 ad 153. Itaque si segmentum valuerit 153, crus secundũ seu radius valebit 571 †. Sic igitur in secundo trian-

gulo duas perpendiculares é lemmate metiemur: ubi ſicuti perpetuo deinceps, numerus ſegmenti eſt qui fuit totius perpendicularis. Jam verò additis quadratis radii & contermini ſegmenti 326041 & 23409, totũ 349450 † erit per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis, quadratique latus pro ipſa biſecante erit $591\frac{1}{3}$. Hæc prima biſectio eſt tertiarii anguli, eaque dimenſio laterum ſecundi trianguli. Secunda biſectio ſequitur & triangulum tertium. Rurſus ergo angulus *yie* biſecetur, ducta recta *is*, & recti trianguli latus *ie* colligatur per lemma additis 571 † & $591\frac{1}{3}$ † totũ erit $1162\frac{1}{3}$ † ꝓ radio perpendiculari & majoris rationis ad *es* quàm $1162\frac{1}{8}$. fiant quadrata radii $1162\frac{1}{3}$ † & contermini ſegmenti 153 erunt $1350534\frac{33}{64}$ & 23409: totum autem per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis $1373943\frac{33}{64}$, totiuſq; latus erit $1172\frac{359}{1345}$ id eſt $1172\frac{1}{8}$ † pro ſecũda biſecante. Hæc ſecunda biſectio eſt, & hæc dimenſio laterum tertii trianguli. Tertiõ, biſecetur angulus *sie* ducta recta *ir*, & latus *il* quarti trianguli colligatur additis per lemma cruribus tertii: totum erit $2334\frac{1}{4}$ †. Hic radius ad perpendicularem erit majoris rationis quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153: & hæc dimenſio erit perpendicularium. Adde quadrata crurum $5448723\frac{1}{16}$ & 23409, totum erit pro quadrato biſecantis per 5 e 12, $5472132\frac{1}{16}$, totiuſq; latus pro biſecãte $2339\frac{1216}{4679}$ id eſt $2339\frac{1}{4}$ †. Hæc tertia biſectio eſt, & hęc dimenſio laterum quarti trianguli, ubi jam habetur $\frac{1}{96}$ totius loci centrum occupantis. Sed ratio totius diametri ad ſegmentum perpendicularis non ſuccederet. Itaque angulus æqualis jam inventus aliter inveniendus eſt addendo æqualem angulum ad inventi anguli dimidium. Quapropter quarto & ultimo biſecetur angulus *rie* ducta recta *il*: Hic per lemma ratio radii *ie* ad ſegmentũ perpendicularis *el* eſt ratio ſimulutriuſq; cruris id eſt $4672\frac{1}{2}$ † ad 153. Itaq; major quàm $4672\frac{1}{2}$ ad 153, & cõtra ratio ſegmenti *le* ad radiũ *ei* minor quàm 153 ad $4672\frac{1}{2}$. Adhuc igitur ad multanguli ꝓpoſiti fabricã quintuplex anguli ſectio, & quintuplex triangulũ fuit, prima ſectio fuit trifariã, ut $\frac{1}{3}$ haberetur: deinceps tertiarius angulus quadrupliciter eſt biſectus, ut haberetur $\frac{1}{48}$ unius recti: prima enim biſectio fecit $\frac{1}{6}$, ſecũda $\frac{1}{12}$, tertia $\frac{1}{24}$, quarta $\frac{1}{48}$. Ponat jam angulo *lie* ęqualis angulus ad *i*, qui ſit *lim*, id eſt angulus *lie* duplicet, angulus *lim* erit (ut prædictũ eſt) $\frac{1}{24}\frac{1}{4}$ quatuor rectorũ, id eſt totius circa centrũ loci $\frac{1}{96}$. Quare *lm* erit latus multanguli circũſcribendi laterũ 96, & nonagies ſexies deinceps paribus intervallis circa peripheriam circũſcripti totã figuram cõplebit. Hoc artificũ fuit quintuplicis ſectionis in angulo, & trianguli perpetua laterũ á primo illo perpendicularis duplo ſeries & cõtinuatio. Quapropter primæ partis problema ejuſmodi fuit: theorema multó brevius inde ſequitur, ut cõparet perimeter circũſcripti multanguli ad diametrũ inſcripti circuli: & numero definiatur exceſſus perimetri ſupra diametrũ. Quoniã igitur oſtenſus eſt radius *ie* *el* habere majorẽ rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153: ipſius autem radii *ie* dupla eſt tota diameter *ae*: ipſius verò *el* dupla *lm*. Quare cum partes multiplis ſint proportionales, tota diameter *ae* ad totam *lm* majorem habet rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Tum multiplica latus *lm*, id eſt 153 per

96, fa-

96, facies 14688 pro tota perimetro circumscripti: quam si dividas per diametrum, triplam esse perimetrum diametri comperies, & præterea majorem $667\frac{1}{2}$. Nam si à numero perimetri ter per partes subduxeris numerum diametri, id est si primo ter tollas 4673, restabunt 669: deinde si ter etiam tollas $\frac{1}{2}$ de 669, restabunt $667\frac{1}{2}$ reliqui summa in Archimedis & Eutocii litera: quæ quidem minor est, quàm septima pars diametri $4673\frac{1}{2}$. Nam si putes unam septimã esse, multiplica $667\frac{1}{2}$ per 7, factus erit $4672\frac{1}{2}$, qui numerus est minor unitate quã diameter. Concludamus igitur cum Archimede, perimetrum multanguli circumscripti dato circulo triplam quidem esse diametri circularis, sed paulo minorẽ sesquiseptima, nempe unitate unius septimæ, ideoque & peripheriam inscripti circuli triplam illam quidem etiam esse, sed multo minorẽ sesquiseptima, quia contenta peripheria inscripti circuli minor est continente perimetro circumscripti nonasexanguli.

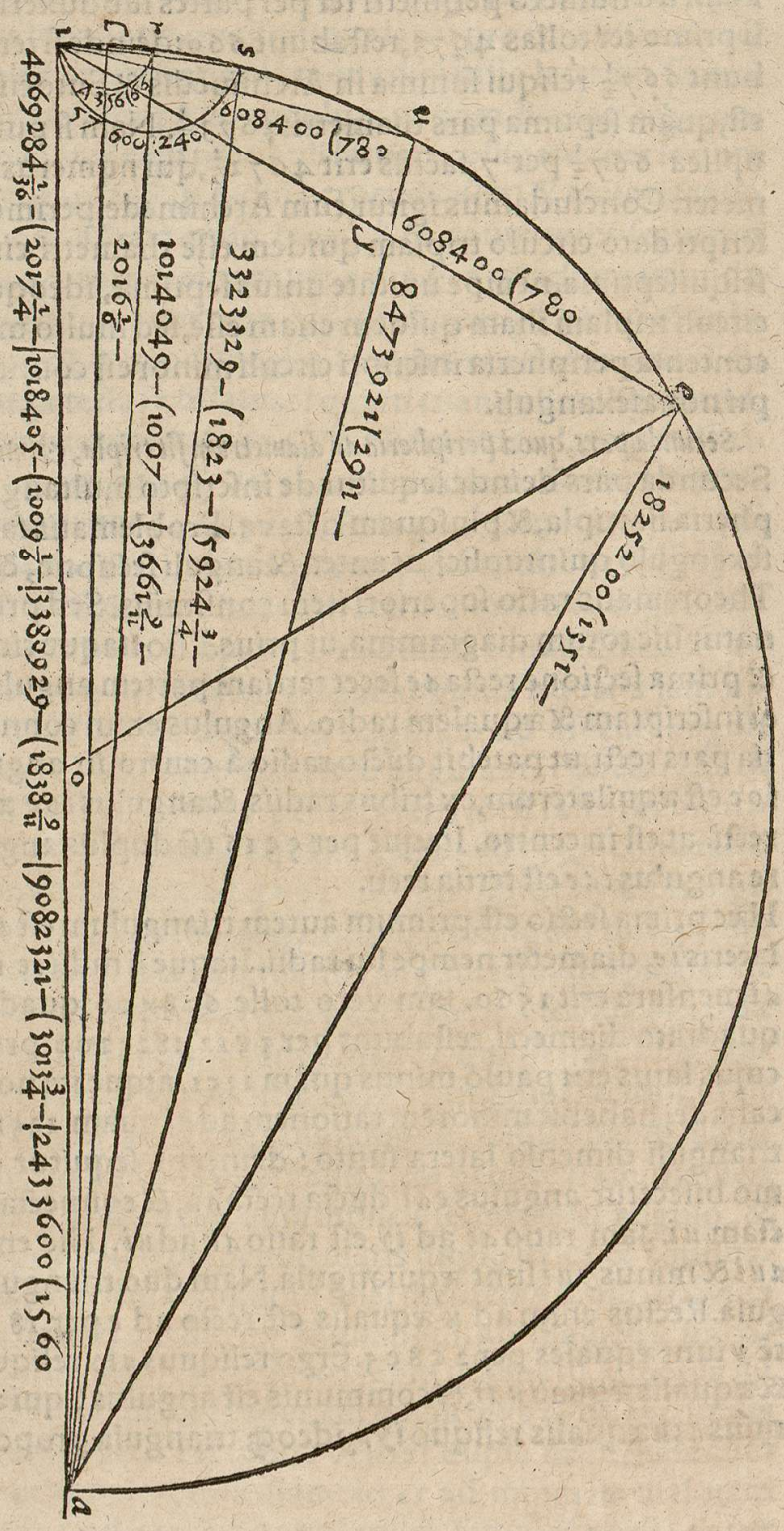
Secunda pars, quod peripheria ad diametrum sit tripla, & multo major quam sesquioctava.

Secunda pars deinde sequitur de inscripto multangulo, quodque inscripti peripheria sit tripla, & plusquam octava. Problematis fabrica de inscribendo nonasexangulo quintuplici, ut antea & anguli sectione, & triangulo similiter utitur. Theorematis ratio superiori item consimilis. Sed problema præcedat. Præponatur hic totum diagramma, ut prius. Esto itaque circulus, eiusque diameter *ai*, & prima sectione recta *ae* secet tertiam partem anguli recti, connectatq; rectam *ei* inscriptam & æqualem radio. Angulus enim connectentis & diametri, erit tertia pars recti, ut patebit ducto radio à centro in angulum *e*. Triangulum enim *ioe* est æquilaterum, ex tribus radiis, & angulus *ioe* æquilateri trianguli valet $\frac{2}{3}$ recti. at est in centro. Itaque per 5 e 16 est duplus anguli in peripheria *iae*. Quare angulus *iae* est tertia recti.

Hæc prima sectio est, primum autem triangulum est *aei*, cujus latus *ai* est duplũ lateris *ie*, diameter nempe sui radii. Itaque si radii *ie* mensura sit 780, diametri *ai* mensura erit 1560. Jam vero tolle 608400 quadratum radii *ei* à 2433600 quadrato diametri, restabunt per 5 e 12, 1825200 pro quadrato connectentis, cujus latus erit paulo minus quàm 1351. atque ita notabitur 1351—. Itaque secans *ae*, habebit minorem rationem ad *ei* quàm 1351 ad 780. Sic igitur primi trianguli dimensa latera sunto: deinceps sequitur quadruplex bisectio. Primo bisecetur angulus *eai* ducta recta *au*, & connectatur cum diametro per rectam *ui*. Jam ratio *ai* ad *iy*, est ratio *au* ad *ui*. Hic enim duo triangula majus *aui* & minus *yui* sunt æquiangula. Nam duo triangula *aey* & *yui* sunt æquiangula. Rectus enim ad *u* æqualis est recto ad *e* per 18 e 16, & anguli ad verticẽ *y* sunt æquales per 2 c 8 e 5. Ergo reliquus *uiy* reliquo *eay* est æqualis, ideoq; & æqualis æquali *uai*, & communis est angulus, qui ad *u*. Itaque per c 3 e 7, reliquus *aiu* æqualis reliquo *iyu*, ideoq; triangula proposita æquiangula, & ut *au*

latus

latus majoris trianguli ad *ui* latus homologum minoris, sic *ai* ad *iy*, ac per lemma, ut *ai* ad *iy*, sic *ea* & *ai* ad *ei*. Itaque ratio *au* ad *ui* est ratio *ea* & *ai* ad *ei*. Hic enim numerus perpendicularis manet, qui postea tamen variat nõ ratione, sed terminis rationis. jam additio *ae* & *ai*, id est 1351 — & 15601, totum 2911 — erit *au*: Deinde addantur quadrata secantis & connectentis 8473921 — & 608400, totum erit 9082321, pro quadrato diametri per 5 e 12: totiusque latus erit $3013\frac{4151 2}{6027}$ id est $3013\frac{3}{4}$ pro diametro, ideoq; diameter *ai* ad connectentem *ui* erit minoris rationis, quàm $3013\frac{3}{4}$ ad 780. Atque hæc prima bisectio est anguli, eaque dimensio laterũ secundi trianguli. Secundo bisecetur angulus *i a u* per rectã *as*, & secans cõnectatur, triangula erunt æquiangula, ut antea, ratioque secãtis ad cõnectentem erit ratio diametri ad segmentũ, ideoq; per lemma, ratio 2911 — & $3013\frac{3}{4}$ id est $5924\frac{3}{4}$ — ad 780. Reducito ad integros utrumq; terminum multiplicando per 4, habebis integros 23699 & 3120, integrosque reducito ad minimos per divisorem maximum 13, id est sume utriusque $\frac{4}{13}$ ratio reducta erit 1823 ad 240. Antea numerus segmenti



fuit

fuit ſemper idem. Hic primum connectentis numerus variatur terminis. Adde quadrata reductorum 3323329 — & 57600, totum erit per 8 e 12 pro diametro 3380929, totiuſq; latus erit $1838\frac{9}{11}$. Quare diameter *ai* ad connectentem *is* eſt minoris rationis quàm $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Hæc ſecunda biſectio eſt, & dimenſio laterum tertii trianguli. Tertio biſecetur angulus *sai* per rectam *ar*, triangula (ut ante) erunt æquiangula, ratioque ſecantis ad connectentem erit ratio diametri ad ſegmentum, ideoq; per lemma ratio 1823 — & $1838\frac{9}{11}$ — id eſt $3661\frac{9}{11}$ — ad 240. Reducito ad integros multiplicando per 11, facies 40280 & 2640, & integros reducito ad minimos per 40, id eſt ſume utriuſque $\frac{11}{40}$, ratio reducta erit 1007 — ad 66: quadratis 1014049 — & 4356 additis, totum erit pro quadrato diametri 1018405, latus $1009\frac{315}{2019}$ id eſt $1009\frac{1}{6}$ — Quare diameter *ai* ad connectentem *ir* eſt minoris rationis quàm $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Hæc tertia eſt biſectio & dimenſio laterum quarti trianguli. Quarto biſecetur angulus *rai* per rectam *al*, triangula erunt, ut antea, æquiangula, & ratio diametri ad ſegmentum erit per lemma ratio ſimulutriuſq; 1007 — & $1009\frac{1}{6}$ — id eſt $2016\frac{1}{6}$ — ad 66. Hic nulla reductio eſt, adde quadrata $4064828\frac{1}{36}$ — & 4356. totum erit pro diametri quadrato $4069284\frac{1}{36}$ latus $2017\frac{995}{4035}$ id eſt $2017\frac{1}{4}$ — pro diametro. Quare diameter *ai* ad *il* eſt minoris rationis quàm $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Contraq; latus *il* ad diametrum *ia* eſt majoris rationis quàm 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Hæc quarta eſt biſectio & dimenſio laterum quinti trianguli. Atq; hoc ultimum biſegmentum eſt $\frac{1}{96}$ perimetri, neq; modus ille duplicati anguli é prima parte huc repetitur, quia ſumitur tota diameter, non radius ut illic. Hic verò $\frac{1}{3}$ recti ſubtendit $\frac{1}{6}$ totius peripheriæ, ideoq; eſt $\frac{1}{6}$ quatuor rectorum. Itaque prima biſectio facit $\frac{1}{12}$, quatuor rectorum, ſecunda $\frac{1}{24}$, tertia $\frac{1}{48}$, quarta $\frac{1}{96}$: quæ ideo ſubtendunt totius peripheriæ $\frac{1}{12}\ \frac{1}{24}\ \frac{1}{48}\ \frac{1}{96}$. Ergo hæc problematis fabrica eſt. Nam ſi nonagies ſexies inventum latus peripheriæ deinceps inſcribatur, multangulum erit inſcriptum 96 laterum æqualium. Theorematis ratio ſuccinctior etiam hic eſt. Nam cum latus nonageſimũ ſextum inſcripti multanguli valeat 66, jam multiplica 96 per 66, tota perimeter inſcripti valebit 6336. Divide igitur per partes, ut antea primo 6336 per 2017, quotus erit 3, & reſtãt 285, é quibus tolle ter $\frac{1}{4}$ id eſt $\frac{3}{4}$, remanebũt $284\frac{1}{4}$ dictæ perimetri, quæ reliqua majora ſunt $\frac{10}{71}$, ideoq; majora etiam ſunt $\frac{1}{8}$. Itaque perimeter inſcripti multanguli ſuperat diametrum circumſcripti circuli triplo & ſeſquioctavo, ideoq; peripheria circumſcripti circuli multò magis ſuperat. Quamobrem ut tota archimedeæ propoſitionis ſententia concludatur, peripheria circuli eſt tripla diametri & fere ſeſquiſeptima, minor enim eſt ſeſquiſeptima, major autem ſeſquioctava, ſed propior ſeſquiſeptimæ: Illic enim deeſt unitas unius ſeptimæ: hic reliquum partibus plurimis majus quàm $\frac{10}{71}$, & ideo quàm $\frac{1}{8}$.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 13. IN *definitiones quinti libri.*



Quintum librum Scholiastes græcus Arcadius nempe vel Pappus, vel quod apparet é 19 p 10, Proclus refert ad Eudoxum Platonis præceptorem, quem tamen Proclus sodalem Platonis efficit, & scopum ait esse libri de analogiis, & certé de solis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc esse communem Arithmeticæ & Geometriæ, & quidem multis partibus logicus est, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inversæ, alternæ, continuæ proportionis, reliquarum tamen partium doctrina est arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem cõplexa eaque valde manca: de rationibus duæ tantum definitiones sunt, de proportione continua mirum præter duas definitiones silentium. Sed elenchus toto libro perpetuus est logicæ & arithmeticæ ad posteriorem materiam de magnitudinibus alligatæ: cum tamen geometricum de magnitudinibus nihil feré sit, nisi forte in tertia & quinta definitione propter unum ὁμογγενέας verbum. Hoc igitur semel in universum admonitum sit, bis peccasse in logicam legem καθ' ὅλου πρῶτον Eudoxum, qui logicam & arithmeticam analogiarum magnitudinibus attribuerit. Utilitas verò doctrinæ de rationibus & proportionibus plane singularis est, sed ea nihilo minor erit, imo partibus multis uberior, si suo loco & ordine perdiscatur. Neque nostræ scholæ sunt solum de utilitate, sed de doctrinæ methodo & facilitate. Sed proœmii satis est. Definitiones primum novendecim consideremus: tum accedemus ad propositiones. Primis definitionibus duabus opponuntur pars & multiplex.

1 *Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris, quando minor dimetitur majorem.*

2 *Multiplex autem major minoris, quando major dimensa est á minore.* Primum quid casibus majoris & minoris hic opus erat: nõne satis erat quod minor metiretur majorem, & major dimensa esset á minore? Sermonis enim genus insolens: Deinde metaphora geometrica in verbo metiri hic non minus esset insolens, nisi elencho illo magnitudinis pro numero usurpatæ tegeretur. Pars vero logicum nomen est oppositum toti, ut 9 ax 1 usurpatur (totum majus parte) generaleque ad partem quotam, quæ modo pars appellatur, & ad partes, quæ postea pro quanta parte dicentur. Illa Campano est multiplicativa, hæc aggregativa, denique ut duplum, triplum, quadruplum, multiplex dicitur, sic opposita pars subduplum, subtriplum, subquadruplum. Multiplex autem arithmeticam speciem inæqualitatis significat. Atque in ista doctrina multiplicis & partis unum genus rationum comprehenditur. At superparticulare & super-

ſuperpartiens, cæteraque inde compoſita genera in totis elementis nulla uſquã docentur: πολλαπλάσιον tamen generaliter interdum ſumitur pro multo majore, ut ab Ariſtotele in machanicis de rhombi diametris.

3 *Ratio eſt duarum magnitudinum homogenearum ſecundum quantitatem inter ſe quædam habitudo.* Hæc definitio (ſi habeat pro magnitudinũ, rerũ) tota logica ſit. Homogenia autem in comparatione geometrica ſolum requiritur: In numeris homogenia nulla requiritur. Omnes enim omnino ſunt inter ſe comparabiles, & comparationis ratio in his quælibet explicabilis etiam numero. In geometricis autem rebus videtur ratio homogeniam poſtulare: ut lineæ inter ſe, non cum ſuperficie, & ſuperficies inter ſe, non cum corpore, corpora denique inter ſe comparentur. Nec tamen in omnibus homogeneis ratio ipſa explicabilis eſt. Eſt enim aliquando ἄλογος καὶ ἄῤῥητος ſurda & inexplicabilis: ut inter latus & diagonium quadrati, inter axem & latus icoſaedri & dodecaedri, imo vero ratio iſta quam ſibi definiendam proponit Euclides æqualitatis & inæqualitatis, communis eſt omnium rerum: lineaque ſuperficiei corporique comparari poteſt, ſic 14 lib. elementorum comparantur corpora, ſuperficies, lineæ inter ſe, & ſic lunula Hippocratis quadratur, & anguli obliquilinei rectilineis æquantur, ut antea demonſtratum eſt: Tumque in utroq; ſpectatur una dimenſio: neque quicquam novi affert iſta Euclidis definitio, quod non antea vel grammatica docuerit, quæ res jubet comparari tantum homogeneas. Virtus eſt auro nobilior, utrumque igitur nobile. Scævola juriſperitorum eloquentiſsimus, Scevola igitur juriſperitus: neque vero quod animadverterim aut meminerim definitio hæc poſtea ad ullum uſum appellatur. Campanus hic docet ab Euclide rationem rectè eſſe definitam, quia Ariſtoteles ait proprium eſſe quantitatis æquale, vel inæquale dici. At non videtur Campanus ſatis animadvertere quantitatem hanc logicam eſſe omnium entium, etiam non entium communem differentiam, ut Ariſtoteles nominatim in metaphyſicis docet, ut docet etiam in topicis locum eſſe communem omnium rerum â paribus, majoribus, minoribus. Itaque ratio pro generali comparatione quantitatis æqualis vel inæqualis non juſtius hic definitur, quam definiretur ſpecies vel ſyllogiſmus.

4 Proportio verô eſt rationũ ſimilitudo. ἀναλογία deinceps ſeu proportio conſimili logica definitur, & quidem elencho abſurdiore, præſertim ab Ariſtotele commonſtrato. Ariſtoteles enim 5 cap 1 poſt. ait ἀναλογίαν τὴν ἀναλόγῳ non eſſe numerorum, neque magnitudinum, & ſophiſticam talem eſſe doctrinam numeris aut magnitudinibus accommodatam: unde & ἀναλογίαν ἀνάπαλιν (quæ communior eſt) cum proportioni & disjunctæ & continuæ conveniat, magis etiam logicam eſſe intelligimus. Ariſtoteles tamen 3 cap 5 lib ad Nicomachum videtur attribuere numeris analogiæ doctrinã, cum ait: τὸ γὰρ ἀνάλογον ὐ μόνον ἐπὶ μοναδικῆς ἀριθμός ἴδιον, ἀλλὰ ὅλως ἀριθμός. Analogia non ſolum eſt abſoluti numeri propria, ſed omnino numeri, tanquam diceret analogiam eſſe numeri quidem propriam, ſed ita ut numeratis rebus conveniat. Verum cum idem

ait, ut ſutor eſt, ad calceum, ſic architectus ad domum, non dicit rationem duplam ſeſquialteram, aut quampiam aliam numeratarum rerum, ſed generaliter & logicè loquitur. Quare Ariſtoteles ille logicus accuratior eſt hoc ethico, qui tamen non pater Ariſtoteles, ſed filius quibuſdam videtur. Sed proportio definitur ab Euclide ὁμοίοτης ſimilitudo rationum, magis proprium videretur dicere ταυτότητα tanquam diceres identitatem, ſicut ſeptima definitio proportionales definit, qui habeant eandem rationem: ſicut deinceps Euclides ſe rè perpetuò loquitur. Denique cum dicitur, Proportio eſt ſimilitudo rationum, idem eſt ac ſi diceretur, Proportio eſt proportio rationum, quia ſimilitudo & proportio eſt idem, & ſic Ariſtoteles appellat. Poſtea autem in rebus geometricis ſimilitudo videbitur ſpecies proportionis (tantum abeſt, ut ſit genus) ſic enim ſimiles figuræ dicentur: At ſimiles dicentur ſimilitudine laterum, neque aliud erit ſimilitudo, aliud proportio. Atque ut ratio eſt duorum terminorum, ſic proportio eſt duarum rationum, proportioque rationum æqualitati terminorum reſpondet, & ut idem terminus æquatur eidem, ita in proportione ratio eidem rationi comparatur, & appellatur à græco interprete innominato λόγῳ λόγου ratio rationis: Attamen ut æqualitas & inæqualitas terminorum ſimplicium eſt, ſic ſimilitudo & diſſimilitudo binorum: At penuria verborum dicitur ratio ratione major aut minor.

5 Rationem habere dicuntur quæ multiplicata ſeſe poſſunt excedere. Arithmetica materies etiam hic eſt, & convenit numeris omnibus: non convenit autem magnitudinibus omnibus: ideoque tanquam homogenia hic interum ſignificatur, nec linea quantumlibet multiplicata poſsit excedere ſuperficiem, aut ſuperficies corpus. Verum duo quælibet entia rationem habent logicam, ut æqualia ſint vel inæqualia: quamvis æqualitas vel inæqualitas neque numero neque menſura poſsit exprimi: In magnitudine autem prodeſſe poſsit hactenus iſta definitio, ut homogenia requiratur. Ergo hoc alterum in quinto libro geometricum nonnihil eſt, præterea geometricum & magnitudinis proprium nihil erit.

6 *In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe prima ad ſecundam & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquemultiplices, ſecundæ & quartæ æquemultiplices ſecundum quamlibet multiplicationem, utraque utramque aut una deficiunt aut una æquant, aut una excedunt ſumptæ inter ſe.*

Hæc definitio ſi perſpicue loqueretur, materiam logicam oſtenderet in aliqua proportionis explicatione: At valde lubrica eſt. Nec enim ſi terminorum primi & tertii æquemultiplices ſecundi & quarti æquemultiplicibus ſecundum quamvis multiplicationem ſint vel una majores, vel una æquales, vel una minores, ideo ſimplices propoſiti perpetuo proportionales erunt. Satis enim eſt ad veritatem disjunctivæ unam partem eſt veram. Dentur igitur ſimplices termini non proportionales ut 4. 3. 5. 4.

accidet disjunctionis hujus non unam, sed duas partes veras esse, ut tota definitionis enuntiatio falsa sit. Sumantur enim æquemultiplices alterni, ut hic vides.

4.	3.	5.	4
24	27	30	36
24	21	30	28

In primo exemplo primus terminus superatur à secundo & tertius à quarto: in secundo primus superat secundum, & tertius quartũ, & tamen dati non sunt proportionales. Quare in his duobus exemplis definitio vitiosa videatur. Ad defensionem autem euclideæ definitionis argumentum duplex facere videtur, primum quod in hac definitione verbum græcum ἅμα non una (ut convertitur vulgo) sed pariter latine reddendum fuerit, ut multiplicium alterna ratio directa sit eadem & par, quomodo videtur Campanus accepisse, ut in singulis exemplis excessus æqualitatis, defectus sit eadem ratio: ac tum exempla illa duo non congruerent, quia non esset ubique par neque excessus, neque defectus. Secundum est quod voces disjunctivæ ἢ. ἢ. ἢ. irrepserint pro καὶ καὶ καὶ id est καὶ, καὶ, καὶ, &, &, &. Sic enim voculæ illæ in scriptura vulgo contrahuntur: quam ad rem facit Theon ad 4.7.11.12.13.16.17.22.23 p 5: item ad 1, & 33 p 6 & ad 25 p 11: In quibus demonstrandis adhibet definitionem hanc non disjunctivè, ut hic exprimitur sed conjunctive & per conjunctionem connexivam. Si æquale, æquale, si majus, majus, si minus, minus: quomodo 1 p 6 demonstrat proportionem triangulorum cum basibus.

Si basis æqualis, triangulum æquale, si major majus, si minor minus: quomodo & Archimedes usurpat ad 1 p Helicum. Sed quid ista longius repeto, cum Euclides ipse quartam propositionem quinti è conversa hujus definitionis fecerit, ut etiam quidam interpretes adnotarunt, & pro triplici ista excessus, defectus, æqualitatis differentia dixerit eandem rationem habentes, id est proportionales, ut tota definitio & antecedens & conversa ita sit. Si quatuor magnitudinum æquemultiplices alternæ sint proportionales, datæ proportionales erunt: Et si datæ sint proportionales, æquemultiplices alternæ etiam proportionales erunt. Verum ut hæc utraque defensio vera sit, attamen nihil admodum defendet: neque enim proportio ex illa triplici differentia satis accurate concluditur; cum fallaciſsimus in isto argumento sit elenchus. subtensa æqualis subtendit peripheriam æqualem, major majorem, minor minorem: ergo subtensæ sunt proportionales peripheriis: falsum Ptolemæus convicit. Talis elenchus antea item refellitur à jordano, item ab Euclide 8 th. 1 Opti. Deinde ut elenchus iste non subesset, nihil tamen definitione ista definietur. Neq; enim hic docebitur quid sint proportionales, sed alternatio proportionalium proponetur, quæ definitur postea definitione hujus libri undecima & duodecima.

Denique docebit iſta definitio ſimplices terminos eſſe proportionales, quorum multiplices alterni fuerint proportionales, & quidem multiplices triplici genere rationis defectus, æqualitatis, exceſſus. Itaque hyſterologia duplex eſt in una definitione, definitur generalis proportio datorum per ſpecialem proportionem multiplicium, ſecundo proportio directorum per proportionem alternorum: Sed inde abſurdiora poſtea erunt, cum pleræque propoſitiones illæ (quas diximus) ex ſeſe claræ per hoc bellum principium demonſtrabuntur. Harum enim demonſtrationum gratiâ definitio hæc ab authore quiſquis hic fuit, conficta eſſe videatur: ſed quales hæ ſint demonſtrationes in propoſitionibus ipſis ita demonſtratis intelligi poterit: aſſumptio enim categorica ex hac hypotheſi nulla erit. Sed de triplici alternationis differentia rurſus ad 12 d 5. Quare talis definitio tollatur è mathematis.

7 *Eandem rationem habentes magnitudines proportionales vocantur.* Hæc definitio materiam logicam habet, confirmatque id quod dixi, proportionem melius definiri identitatem quâm ſimilitudinem: & poteſt tamen proportionalium definitio è definitione proportionis intelligi.

8 *Quando verò æquemultiplicium magnitudinum, primæ quidem multiplex ſuperat ſecundæ multiplicem, tertiæ vero multiplex non ſuperat quartæ multiplicem, tunc prima ad ſecundam majorem rationem habere dicitur quam tertia ad quartam.* Hæc definitio logicam rem habet, docetque diſſimilitudinem quandam, & tanquam diceres diſproportionem, & ſic Campanus ait improportionales definiri: Sed tamen definitionis hujus manifeſtus eſt elenchus, quia definit tantum per inæqualitatem majorem multiplicem, cum tamen poſsit per terminos ſuperpariículares ſuperpartientes per ſubalternos, ut ſexta definitio præcipue voluit, perque reliqua omnino rationum genera proportio variari. Sed ut ex generali ratione proportionales termini cognoſcuntur, qui habent eandem rationem, ſic & non proportionales qui non habent. At diſſimilium ſeu diſproportionalium mathematica nulla eſt. Ergo iſta definitio inanis & ſupervacua eſt, non vitioſa ſolum, ſed adhibita eſt ab Euclide ut demonſtrari poſſet 8. 13 p 5. quæ demonſtrationes quales ſint hinc intelligi poteſt, cum tali ſophiſmate concludãtur, & tamen ſine definitione iſta nihil definiente tam poterat quidlibet demonſtrari per negationem proportionalium.

9 *Proportio minimum eſt in tribus terminis.* Logici erat definire proportionem continuam, quæ videtur hic ab Euclide comprehendi: Item & diſjunctam. Attamen proportio continua melius definiretur quæ ſummum eſt in tribus terminis: Nam poteſt in duobus eſſe ut 2 ad 3, ſic 2 ad 3, quo genere proportionis utitur Euclides 7 & 9 p 5: poteſt item in unico eſſe termino, ut 1 ad 1, ſic 1 ad 1, quo genere algebra continetur. In quatuor eſſe non poteſt. Quare definitio iſta, cum magnum quiddam dicere videatur, attamen nihil dicit. Quod ſi dixeris terminos

nos tres ratione distinctos esse, dicam quatuor isto modo terminos esse necessarios in omni proportione: quia duæ sunt rationes binorum terminorum. Et tamen si requiras quamobrem definitio ista quinto libro præcipue præponatur, nullam invenies: nihil enim liber quintus de proportione continua præcipit. Quare definitiones sex hanc logicam habuerunt.

10 *Si tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam habere rationem dicitur quam ad secundam: Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur quam ad secundam, & semper deinceps uno plus quandiu proportio fuerit.* 10 *d* 5. Euclides mirificam logicam variis locis adhibuit. E definitionibus antea ad 23 & 34 p 1, propositiones fecit, & faciet postea, nunc é quibuslibet sententiis facit definitiones, quæ tamen nihil definiant, hic enim nihil definitur, sed proprietas, eaque obscurior plerisque demonstratis ab Euclide propositionibus proponitur proportionis geometricæ continuæ, in qua duplicare, triplicare, & sic deinceps non est multiplicare per 2 & 3 aut alium deinceps numerum, sed est terminos rationis bis ter, aut sæpius ponere, & ita multiplicare ut hic vides. $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$ ($\frac{4}{9}$ hic ratio 2 ad 3 duplicatur item ut $\frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3}$ ($\frac{8}{27}$ sic ratio 2 ad 3 triplicatur & in cæteris similiter. Sed in ista definitione λόγου διπλασιόνου καὶ τριπλασιώνου ratio duplicata & triplicata non est idem quod dupla & tripla, sed (sicuti docté Campanus interpretatur) ex duabus rationibus talibus composita, aut in se ipsam quadrate multiplicata, item & ex tribus talibus, aut in se ipsam cubicé multiplicata, διπλασιόνου tamen verbo usus est Euclides 20 p 3 & 10 p 4 & 12 p 13, pro voce διπλασίου, quomodo etiã Theodosius utitur 12 th. 3 de sphæ. & Ptolemæus 9 c 1 constructionis: Archimedes tamen de sphæra in 31 & 40 th. διπλάσιον λόγον ita dicit, ut hic Euclides διπλασίονα, & idem de circuli dimensione τριπλασίονα λόγον dicit pro τριπλάσιον, ut differentia perpetuo hæc observata non videatur. Verum quamvis decima ista definitio, non sit definitio, nec explicet quid sit, attamen quia principium per se clarum est, & protinus é multiplicatione rationum manifestum, postulatum esto, & tamen postulatum arithmeticum é compositione rationum. Et tamen inquam postulatum, quo non plus utitur liber quintus, quam proportione continua, quæ nona definitione comprehenditur. Quare definitiones nona & decima nullam rationem habent. Quamobrem in libro quinto præcipue statuantur. Euclides è decem primis definitionibus nullam postea propositionem proprie commentus est: ut septendecim est commentus é novem definitionibus reliquis.

11 & 12 verbis discrepant, re ipsa sunt eædẽ, homologæ magnitudines dicũtur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes autẽ consequentibus: itẽ. Alterna ratio est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentẽ: nec ὁμολογία undecimæ definitionis aliud est quã ἐναλλαγὴ duodecimæ. Nec aliud est positis quatuor proportionalibus, antecedentia antecedentibus, consequentia consequentibus esse homologa, quam sumptionẽ antecedẽtis ad ante-

antecedentem, & consequentis ad consequentem, & si nomen hoc frequens est in elementis, ut in 4 & 5 p 6. aliquando tamen ὁμόλογον idem videtur esse, quod ἀνάλογον, ut 20 p 6. At secus est, ut illic apparebit. Pertinet autem hæc utraque definitio homologorum & alternorum ad rationem disjunctæ proportionis, & habet privilegium quoddam quod directa & inversa proportio habere non possit: ut proportionalium terminorum æquemultiplices alternæ quidem sumpti, directé autem tractati triplici sextæ definitionis differentia variari possint, ut hic vides in exemplo quatuor proportionalium triplicem differẽtiam æqualitatis, defectus, excessus.

2. 3. 4. 6.
12. 12. 24. 24.
14. 15. 28. 30.
18. 12. 36. 24.

Hæc differentia triplex accidere non possit, si sumantur æquemultiplices directi vel inversi, id est primi & secundi, tertii & quarti. Nam si simplices fuerint æquales, multiplices tantum æquales erunt, si sit excessus, erit tantum excessus, si sit defectus, erit tantum defectus, eaque videtur occasio fuisse sophismatis ad 6 d 5 comminiscendi: at simpliciter satis ad hoc erat alternæ proportionis definitio. Si directi sint proportionales, alternos proportionales esse: multiplices ad fidem proportionis nihilo plus erant quàm simplices, & si multiplices adhiberentur, æqualitas tamen sola fidem veritatis adferebat, nihil attinebat defectus, nihil excessus, cum fallere possint aliquando, ut dixi. Quare alternatio proportionis est ipsa quidem ex sese probabilis & laudabilis, sophisma verò sextæ definitionis inde ortum tollendum atque abjiciendum. Ex his duabus definitionibus commentus est Euclides tres propositiones 16 p 5 generalem, & 14 & 4 p 5 speciales.

13 d Inversa ratio est sumptio consequentis velut antecedentis, ad antecedentem velut consequentem. Aristoteli ista materies logica est: á quo etiam in logicis ἀνάπαλιν ἢ ἀκολούθησις conclusio secundi connexi dicitur, sed aliud modo est inversio proportionis quæ utrunque est affirmata, cùm illic contra sit. Potest autem data analogia tribus modis inverti, ut hic vides é data proportione.

2 4 3 6
6 3 4 2
4 2 6 3
3 6 2 4.

In sin-

In singulis enim servatur proportio alia quidem atque alia, sed tamen proportio, nec omnino nisi alia proportio esset, proportio esset inversa, sed eadem.

Hinc propositio nulla facta est, sed consectariũ ad 4 p 5. 14 & 15 d. 5. συνθεσιν καὶ διαίρεσιν compositionem & divisionẽ appellant, quæ proprie additio & subductio dicitur. Elenchos autẽ ex iis axiomatis natos Aristoteles vocat elenchos compositionis & divisionis, tametsi compositionis & divisionis analogia non videatur logica, quia non sit communis omnium analogiarum, ut constat in Arithmeticis proportionibus differentiarum. Compositio triplex est. Prima definitur ab Euclide sic.

14 Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem, ut 4 ad 3, sic 8 ad 6: Ergo ut 4 & 3 id est 7 ad 3: sic 8 & 6 id est 14 ad 6: Euclides nomine generis hanc appellat speciem, & hinc 18 p 5 constituit. Duas reliquas compositionis species non definit, sed instituit inde propositiones. Secunda compositio est assumptio binorum antecedẽtium ad eundem consequentem, ut 8 ad 2, sic 12 ad 3. & ut 4 ad 2, sic 6 ad 3. Ergo ut 8 & 4 id est 12 ad 2: sic 12 & 6 id est 18 ad 3. Hinc ab Euclide factæ sunt propositiones duæ 24 p 5 generalis, & 2 p 5 specialis. Tertia compositio est assumptio omnium antecedentium ad omnes consequentes, ut unius antecedentis ad unum consequentem, ut 4 ad 3: sic 8 ad 6. Ergo ut 4 & 8 id est 12 ad 3. & 6 id est 9, sic 4 ad 3, vel sic 8 ad 6. Hinc duæ Euclidi factæ sunt propositiones 12 p 5 generalis, & 1 p 5 specialis. Triplici verò compositioni triplex divisio opponi potest. Euclides tamen opposuit tantum primæ & tertiæ, prima divisio sic est.

15 Divisio est assumptio exuperantiæ, qua exuperat antecedens consequentem ad ipsum consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 4 ad 3, sic 8 ad 6. Hic vides in uno exemplo primæ compositioni oppositam divisionem. Atque hic Euclides etiam generis nomine appellat hanc speciem, sed aliter peccat. Potest enim divisio esse minoris antecedẽtis, ut hic sicut 3 ad 8, sic 6 ad 16. Ergo ut 5 ad 8: sic 10 ad 16. Ex hac autem definitione facta Euclidi est 17 p 5. Addit huc Euclides aliam divisionem nomine τῆς ἀναστροφῆς id est reversionis.

16 Reversio est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua exuperat antecedens consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 7 ad 4, sic 14 ad 8. ubi elenchus est superiori similis speciei pro genere: differentiam enim sumere debuit Euclides, sive defectus, sive exuperantia esset. Hæc divisio proprie nulli superiori compositioni opponitur, nec ex ea propositionem Euclides ullam facit: potest tamen adhiberi, ut ad 13 p 10 adhibetur á quibusdam. Archimedes itẽ ad 18 p helicum ἀναστροφὴν adhibet, & quidem antecedentis minoris: Ergo hæc in Euclide divisio duplex. Tertia divisio est assumptio differentiæ antecedentis ab antecedente, ad differentiam consequentis á consequente, ut antecedentis unius ad unum consequentem, ut 12 ad 9, sic 4 ad 3. Ergo ut 12 ad 9, sic 8 ad 6. Hæc divisio respondet tertiæ compositioni: At Euclides ut neque é tertia compositione, sic neque é tertia divisione ullam definitionem fecit, fecit tamen é materia definitionis 19 p 5 generalem, & 5. 6 p 5 speciales. Reliquæ tres defini-

tiones conjunctam proportionem habent in æquatione: æquatio autem variis sophismatis ut analogiæ reliquæ ab Euclide & Theone obscurata est.

17 Ex æquo ratio est, quando positis pluribus magnitudinibus & aliis æqualibus multitudine binisque sumptis, & in eadem ratione fuerit, ut in primis magnitudinibus prima ad extremam, sic in secundis magnitudinibus prima ad extremam: aut aliter, sumptio extremorum per subductionem mediorum. Hic ratio ponitur pro proportione elencho superioribus simili. Deinde bis definitur idem, cum tamen definitio prior sit evidentior.

18 Ordinata proportio est quando fuerit ut antecedens ad consequentem, sic antecedens ad consequentem: fuerit autem ut consequens ad aliud quippiam, sic consequens ad aliud quippiam. Hæc definitio nõ rationem ut prior, sed proportionem appellat, ita primum elenchum vitavit. At genus in definitione nõ repetivit uti debuerat. Hinc tres propositiones factæ sunt ab Euclide, 22 p 5 generalis: 20 & 3 p 5 speciales.

19 Perturbata autem proportio est, quando tribus positis magnitudinibus, & aliis æqualibus ipsis multitudine est, ut in primis magnitudinibus antecedẽs ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quippiam ad antecedentem elenchus est, quod generis definitio perverse iteratur pro nomine generis: Nec enim definitio generis tres tantum magnitudines proposuit. Hinc autem factæ sunt 23 p 5 generalis & 21 p 5 specialis, ita factæ sunt ẽ definitionibus propositiones septemdecim: reliquæ octo 7.8.9.10.11.13.15.25, postulari debuerant, non proponi. Et quidem 7.11.13.15 in Logica potius, quàm in mathematica: Axiomata enim logica sunt in logicis etiam á nobis collocata.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 14. IN PROPOSITIONES QUINTI LIBRI.

DEfinitiones quinti libri adhuc consideratæ sunt, considerentur deinceps propositiones logicis musis omnibus invitis & propositæ & demonstratæ, & collocatæ. Materies enim tota est principiorum, unde propositiones demonstrabiles confictæ sunt. Sunt enim septemdecim é materia definitionum antecedentium, ut speciatim jam declaravi: Octo reliquæ principia per se clara, & postulanda ideo fuerant. Campanus id vidit, definitionesque appellat modos arguendi, & ait ab Euclide postea demonstrari, idque Campano tam pulchrum visum est, ut á Theone præteritas quarundam definitionum & propositiones & demonstrationes ipse addiderit, quin sophisma tam crassum á mathematicis antea nõnullis reprehensum defendit, ut dicetur ad 7 p 5. Sed in Campano mirabilior etiã logica est adversus Amethum qui sextã definitionẽ demonstrabat multo justiore de caussa, quàm vel Euclides, vel Theon, vel Campanus reliquas definitiones demonstrarint. Ita Campanus in Ametho reprehendit elenchum in definitione unica, quẽ

in toto libro cũ Theone facit. Verumtamẽ demonſtrationes ejuſmodi, aut nihil demonſtrat omnino, aut demonſtrãt (ut neceſſe fuit) é poſterioribus: denicꝙ ſpeciales generalibus antepoſitæ ſunt, & tamẽ ſpeciales quæ ſpecialẽ doctrinã nullam adferãt, ſed ſpecialis tantũ ſint exẽpli: ut quod tantũ generaliter præcipiendũ de omnibus proportionalibus erat, id proponitur per multiplex, quod ſimili matæotechnia fieri poterat per ſuperparticulare, ſuperpartiens, & reliqua rationũ genera. Et tamẽ ne quis tam inſolentẽ logicã in mathematicis admiretur, Ariſtoteles in prioribus analyticis effecit qui Eudoxi condiſcipuli logicã æmulatus ſyllogiſmorũ in tribus figuris definitiones pari apodictica demõſtravit: ut illic à nobis expoſitũ eſt. Ergo hæc ſingula in ſingulis propoſitionibus convincantur, ac præcipuè in ſex primis, quæ ſingulę ternos elenchos habent inſignes, quod principia proponant, quod nihil demonſtrent, quod ſpeciale anteponãt generali, id eſt omnibus judicii generibus ſophiſtica ſunt.

1 Eſt é definitione tertię cõpoſitionis, nuſquã tamen apud Euclidẽ conſtitutæ. Demonſtratio aũt ipſius lecta iterũ & iterũ relecta lectori attento & logico admirationem ſummã adferet, cũ in ea nullũ ſyllogiſticæ complexionis argumẽtum mathematicũ reperietur: quatuor antelibri elemẽtorum fuerũt, definitiones in quinto libro fuerunt novemdecim: é quibus tamẽ propoſitionis hujus rationẽ reddere Theon nullã potuit, nullamꝙ cauſſam proferre, quamobrẽ propoſitio prima vera eſſe videatur. Proponitur, Si partes æquemultiplices ſint partiũ, tam multiplex totũ totius futurũ, inductio ſpecialis exẽpli per lineas adhibetur, ſed in linearũ exẽplo partes ſunt duplæ partiũ. Ergo totũ totius eſt æquemultiplex, quod argumentũ propoſitio ipſamet fuit, præterea nullum. Hic fortaſsé dicetur huc afferri poſſe 1 & 2 d 5: itẽ 2 ax 1. At nõ affertur (inquam) á Theone, qui licet nominatim nõ appellet elemẽta quibus ad demonſtrandũ uti ſolet, ut Zamberti facit, attamen ſententiã, tota etiã verba profert: quod hic non facit. Quamobrem demonſtratio Theonis ad primam propoſitionẽ nullo principio ſuæ demonſtrationis utitur, neꝙ demonſtrat quidquã. Si partes ſint æquemultiplices partiũ, totũ totius tam multiplex futurũ: quod erat tamẽ demonſtratori propoſitũ, ſed exẽplo tantũ inducit. Tertiũ ſophiſma eſt é methodo. Si propoſitio dubia eſſet, ſi demõſtrabilis eſſet, debuit tamẽ ſpecialis poſtponi generali, ut é generali ſpecialis concluderetur, quia ut veriſsimé docet Ariſtoteles, generale ſpecialis eſt cauſſa. At prima hæc ſpecialis eſt ad 12 p 5. Quare tribus judicii generibus elenchus iſte triplicatus eſt, propoſitionis, demonſtrationis, methodi. Res proponitur tanquam dubia, quæ poſtulanda fuerat, demonſtratio ſpecie oſtentatur, nulla præſtatur, ordo rerum pervertitur.

2 Eſt é definitione ſecundus compoſitionis ab Euclide præteritæ: demonſtratio autẽ licet referatur á Zamberto ad 1 p 5, attamẽ theſis non convenit á conſequentibus diviſis ad conſequentes totos, ſed argumẽtum hic item é principiis nullum eſt, neꝙ alia cauſſa ſpecialis hujus propoſitionis per multiplicem, percꝙ partem alia eſt ulla, quàm quæ generali propoſitione, ſeu definitione cõtinetur. Quare demonſtratio hæc nihilo plus demonſtrat, quàm prima demonſtravit. Atque hic alter elenchus eſt. Tertius autem elenchus é 24 p 5 deprehendetur,

quæ generalis est ad hanc secundam. Quare propositio secunda sophistica est genere & propositionis,& demonstrationis,& methodi.

3 Tres item elenchos habet, fit enim ê materia æquationis ordinatæ definitæ 18 d 5:& nominatim æquatio hic appellatur:perinde verò poterant æquemultiplices assumi secundi & quarti: æquatio enim tam ordinata constitisset,imò ordinatior.Incipit enim Euclides á medio æquationis,& invertit saltem illud ordinis.Demonstratio Theonis repetitur ê compositione 2 p 5:sophisticé cùm caussa (ut dixi) sit æquationis non compositionis, denique propositio est specialis ad 22 p 5.

4 p 5. Sophisma item triplicat, primô est conversa 6 d 5 : vel est é 12 d 5 : Illic enim fuit. Si æquemultiplicia alterna sint tripliciter proportionalia,& simplicia proportionalia esse : Hic autem est. Si data sint proportionalia,alternê quoque esse proportionalia:Hoc igitur sophisma est in propositione:Demonstratio autem petitur primum é 3 p 5,id est exæquatione. At alternatio simplicior est: deinde petitur é 6 d 5. At si definitio illa principium sit, conversa quoque principium debet esse,talis elenchus antea reprehensus est ad 11 ax 1.& 17 p 1. Sed hic etiã res absurdior est,quod conversa 6 e 5. demonstratur per ipsammet conversam. Et tamen admirabili syllogismi specie concluditur: Propositio connexa est ex illa definitione:Si sumptis æquemultiplicibus triplex differentia æqualitatis excessus, defectus appareat, terminos simplices proportionales esse: assumendum igitur erat sine cõnexione & conditione ulla,docendumq; in præsenti propositione hanc triplicem differentiam esse veram : Quod non docetur, sed tanquã ex sese manifestum assumitur: Sed in magnitudinibus 1 & 33 p 6 id magis apparebit. Denicq; hæc propositio specialis est ad 16 p 5. & 13 p 7. Ex hac autem bella demonstratione colligitur á Theone lemma,& inde corollarium,quo concluditur ἀναλογίαι ἀνάπαλιν definita 13 d 5.quo nihil ineptius, cùm hæc analogia non solum definitionis materia sit,sed materia magis generalis, quàm est analogiæ vel alternæ vel multiplicium terminorum.

5 Est é materia divisionis tertiæ.Demonstratio autem est é 9. 7. 11 p 5 nõdum demonstratis. Ac siquis ad axiomata primi libri referat,cogitet axiomata illa rationis esse,non proportionis,qua de nunc agitur:& Theon licet non appellet in demonstrando numerũ propositionum,quibus utitur : attamen propositiones ipsas,quibus uti statuit,totas recitat:ut jam dixi. Hic neutrum fecit: Denicq; propositio hæc specialis est ad 19 p 5,& 11 p 7.ita sophisma similiter triplicatum est.

6 Elenchi prorsus iidem sunt cũ proximæ superioris propositionis elenchis: nebis idem repetatur. Quamobrem logica sex propositionũ ejusmodi fuit,propositiones sequentes minorem sophisticam habent. Quinque proximæ 7. 8. 9. 10. 11 p 5 binos elenchos habent. Materiam vero definitionis non habent ut superiores proximæ, sed materiam habent per sese claram atq; manifestam, ideoque perinde postulãdam:septima omnino logica est.reliquæ tres in numeris saltem postulari possunt:Undecima tam axioma est, quàm illud. Quæ eidem æqualia:Hic primus in quinque propositionibus elenchus est,Secundus est ex argu-

mento

mento demonſtrationis. Demonſtrantur enim ſeptima, octava, nona, cum per antecedentes hujus libri propoſitiones, tũ præcipue per 6 & 8 d 5: quod ſophiſma jam ante Campanum mathematicus aliquis reprehenderat, quia principia per ſe clara ſophiſticis definitionibus obſcuraret; & illi mathematico poſtea Campanus logica mirabili reſiſtit. Non ſunt (ait) immediatæ propoſitiones, quas ſuperficialis apprehenſio immediatas eſſe judicat, quia non poſſunt uniri intellectui, niſi per quid eſt eſſe proportionem unam vel nõ unam. Hæc & argumenta & verba ſunt Campani: At perdocte Campane, concedo tibi tuam hanc propoſitionem non poſſe (inquam) intelligi, æqualia ad idem habere eandem rationem: & inæqualia ad idem, non habere eandem rationem, niſi cognoſcatur quid ſit una & nõ una ratio. Verum aſſumptio tua falſa eſt, quod definiatur & una ratio 6 d 5, & major 8 d 5: Nec enim ratio major per illam 8 d 5, magis definitur quàm eadem per 6 d 5: Neque omnino eſt ulla in totis elementis hac de re definitio: Communis intelligentiæ & notionis eſt duplam duplæ, ſeſquialteram ſeſquialteri eandem eſſe, duplam ſeſquialteri non eandem. Quare demonſtrationis argumentum magis etiam ſophiſticum eſt in 7. 8 p 5. quàm antea fuerat. Nona & decima demonſtrant converſas per contradictiones antecedentium, ſicuti converſas Proclus ait demonſtrari, quod tamen ad 48 p 1 non eſt factum. At demonſtratio non magis in converſis requiritur, quàm in antecedentibus requirebatur. Principia ſunt antecedentia, itaque & converſa erunt principia: ſic enim totis elementis habentur in principiis etiam converſiones principiorum, exceptis adhuc 17 p 1 & 4 p 5. in quibus tamen converſio Euclidi vel Theoni nulla viſa eſt. Elenchus igitur demonſtrationis in 7. 8. 9. 10. 11 p 5. talis eſt. Elenchus autem demonſtrationis ad 11 p 5. abſurdior etiam ſuperioribus eſt per converſam 6 d 5. idque etiam Campanus animadvertit. Propoſitionem hanc (ait) quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones. Quæ eidem ſunt æqualia, ſibi quoque ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Hæc Campani verba ſunt. Atqui mathematice eximie, ſyllogiſmi tui generalem propoſitionem vides, unde aſſumpta & concluſa tua ſpecialis propoſitio eſt, & tamen ſyllogiſmum nullum hic vides: πόρισμα hoc unum ex illis eſt, quæ tertio ſcholarum mathematicarum libro diximus in elementis demonſtrari. Ergo Euclides, Theon, Campanus ſyllogiſmi complexionem hic demonſtrant, dato tamen antecedente. Aſſumptio enim hic & complexio proponitur. Sed rationes eidem eædem ſunt æqualia eidem. Ergo ſunt eædem vel æquales inter ſe. Talis demonſtratio fuit antea ad 30 p 1. ſed hic etiã manifeſtior elenchus, quàm illic, & dicetur de hoc ſophiſmate ad 14 p 7. Eadem igitur Euclidis, Theonis, Campani logica hic fuit.

12. Elenchus triplex eſt: primò fit theorema dubium é materia definitionis: Materies enim iſta eſt tertiæ compoſitionis: ideoque definienda fuerat, non dubitanda. Hanc tamen definitionem in definitionibus Euclides non habuit, ut dictum eſt, ſicuti tamen habere debuerat. Proponit autem Euclides hanc ſpe-

ciem inverſe. At uſus directé exigit, ut compoſiti ſint antecedentes ad compoſitos cõſequentes, ſic ſint ſinguli ad ſingulos. Hic igitur novus elenchus eſt: Tum verò probatur per ſophiſma ſextæ definitionis modo converſæ, modo directæ, item per ſpecialem illam 1 p 5. ſecundus elenchus eſt. Hanc hyſterologiam Campanus animadvertit, & annotavit. Prima propoſuit de multiplicibus (ait) hæc proponit de omnibus proportionibus, unde eſt communior illa, eo quod omnis multiplicitas eſt proportio, non autem é converſo: Hæc Campanus de hyſterologia propoſitionis hujus, ubi tamẽ nullum ſophiſma ſentit eſſe, ſi ſpecialis propoſitio generali præponatur, & generalis per ſpecialem demonſtretur. At ſi generalis eſſet præpoſita, ſpecialis ſi quid opus eſſet, per conſectarium ſine demonſtratione alia concluderetur. 13 p 5 aggreganda eſt ad 7.8.9.10.11 p 5. Habet enim ſimiliter elenchum duplicem. Dubitat enim quod erat poſtulandum: deinde per ſophiſma 6 d 5 demonſtratur. Sed enim Campanus elenchum priorem hic etiam vidit, nec tamen elenchum pro elencho & ſophiſmate habuit. Aitque ſicut in undecima quod hic demonſtratur in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, videlicet quod ſi duæ quantitates fuerint ſibi invicem æquales, quæcunque una earum major, eadem major erit & reliqua. Hic Campanus ait eandem ſententiam eſſe modo de quantitatibus axioma, modo de rationibus theorema. At logice admirabilis, ſi demonſtrabile fuerit hoc de rationibus, quod cõceptibile eſt de quantitatibus, ſyllogiſticæ demonſtrationis propoſitionem ante habebas claram & manifeſtam, in præſenti autem propoſitionis hypotheſi habes aſſumptionem, & complexionem, quid igitur dato ſyllogiſmi antecedente tam ſolicitus es in demõſtrando conſequente? Hic Euclidis, Theonis, Campani logicam rurſus intuemur in demonſtratione ſyllogiſticæ complexionis. Campanus etiam in ſophiſmatis accumulandis diligentior eſt, de majore tantum inæqualitate propoſuit Euclides, demonſtrat etiam Campanus de minore, item de converſa.

14 Dubitatur materia é 12 d 5: elenchus eſt propoſitionis, demonſtratur per ſe clarum principium, elenchus demonſtrationis alter eſt, præponitur propoſitio ſpecialis generali 16 p 5. elenchus eſt methodi.

15 referenda eſt ad ſex illas 7.8.9.10.11.13 p 5. Dubitatur enim principium, demonſtraturq; per 13 p 5 Cãpano: per 12 p 5 Theoni: At partiũ cum totis antiquior proportio eſt proportione 12 vel 13 p 5.

16 proponit materiam 12 d 5: hic elenchus primus eſt. Demonſtratio eſt præcipué per ſophiſma 6 d 5: ſecundus eſt: tertius elenchus eſt methodi: Hæc enim generalis eſt ad 14 p 5: Campanus hic hyſterologiam videt, nec ſophiſticam arbitratur: admonet autem homogeniam terminorum hic requiri: quod in ſolis magnitudinibus tamen verum eſt, & verum tantum veritate geometrica, logicus enim ſenſus hic etiam in heterogeneis eſſe poteſt.

17 Duplex hic elenchus eſt, materies eſt 15 d 5: & Campanus hic etiam admonet demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas permutata. Demonſtratur autem præcipue per 6 d 5.

18 Du-

18 Duplex hic item elenchus est, quia materies est 14 d 5. Et Campanus etiam hic ait demonstrari modum, qui dicitur illi proportionalitas cõjuncta. Demonstratur autem per impossibile é duobus membris minoris vel majoris, cùm tamen res ipsa per se clara sit.

19 Triplex hic elenchus est: materies enim est tertiæ divisionis, ab Euclide tamen non definitæ: & demonstratur per proportiones compositas & divisas, nihilo clariores. Ex hac autem demonstratione Theon probat ἀναστροφὴν definitã 16 d 5: cùm tamen definitio per se clara esse debuerit. Tertius hic elenchus generalis propositionis postpositæ 5 p 5 speciali. Campanus autem ex eadem demonstratione demonstrat proportionem ἀνάπαλιν, quam Theon demonstravit ad 4 p 5: ut appareat iis demonstrationibus nihil esse prorsus indemonstrabile tali genere demonstrationis.

20 Triplex est elenchus, primus é materia 18 d 5: secundus quod demonstratur per 8 p 5. & per 13 d 5. cum tamen datis quatuor proportionalibus per subductionem mediorum, sola proportionis definitio differentias tres illas concluderet minus obscurè. Tertius elenchus est, quod specialis præponitur generali 22 p 5. tametsi species ordinata non exprimitur hac propositione. Hysterologiam Campanus videt, sed excusat Euclidem, & Theonem ipsemet vitii nomine, quod specialis proposita ideo sit, ut per eam generalis demonstraretur. At (inquam) demonstrator acutissime, generalis contrà præponenda fuerat, ut per eam specialis demonstraretur, & tamen quod hic mirabile sit, Campanus idem reprehendit demonstrantes hanc proportionem alterna proportione, quia neque intentio illa sit Euclidis, & quia universaliter dictum demonstrent particulariter: At intentio & voluntas Euclidis pro lege & argumento demõstrationis logicam Campani demonstrat, & ipsemet cum Euclide Campanus propositionem generalem 22 p 5 per hanc specialem, id est ut ipse loquitur, generaliter dictum particulariter demonstrabit. Ita Campani judicio Euclides in eo ipso reprehenditur, in quo excusatur: vel potius Campani mirabilis nescio quæ sophistica proditur.

21 Hic elenchus triplex triplici superiori simillimus est: Materies est 19 d 5. & hic species perturbata exprimitur, cum ordinata antea non sit expressa: demonstratio similis superiori: propositio specialis est ad 23 p 5 & 22 p 7.

22 Triplex elenchus est, primus quia est é 18 d 5: tametsi non magis species ordinata hic exprimitur quàm antea in 20 p 5: Demõstratio autem generalis per specialem, sed item per sophisma 6 d 5. sophisma Campani valde traducit.

23 Elenchus similiter triplicatur é 19 d 5: é demonstratione generalis per specialem 21 p 5. & per 6 d 5. hysterologiaq; methodi eadem.

24 Elenchus triplicatur dissimiliter: proponitur secunda species compositionis, ab Euclide tamen non definita: demonstratio est per æquationem posteriorem natura, ideoque obscuriorem compositione, generalis denique illi 2 p 5. speciali contra methodum postponitur: Hysterologiam Campanus hic etiam adnotavit.

25 Ge-

25 germana est septem antecedentiũ 7.8.9.10.11.13.15 p 5. Proprietas enim est quædam disjunctæ proportionis é quatuor diversis terminis constitutæ: proportionalium autem omnium non est communis: ut hic vides 2. 3. 2. 3. quibus tamen proportionalibus utitur Euclides 7 & 9 p 5. Quamobrẽ videmus quinti libri sophisticam admirabilem, quæ definitiones convertat in propositiones, unde alias speciales propositiones instituat, cùm tamen definitiones solę usum fructumq; totum contineant, quem propositiones & generales & speciales possint afferre: Quæ cætera illa principia per se clarissima convertat in dubias item quæstiones, omniaq; insolentissimo genere & demonstrationis obscuret, & præpostero ordine confundat. Et tamen in hoc toto libro novemdecim definitionum & vigintiquinq; propositionũ, cùm nõ geometriã materiã habeant definitiones 3. 4. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. propositiones 4. 7. 8. 9. 10. 11. 13. 14. 16. reliquæ plane tum definitiones, tum propositiones ad Arithmeticam spectent, ut unicũ tantum ὁμογγνείας verbum geometrici generis proprium toto libro possit inveniri. Mirabile fuit ab Eudoxo, posteaque Euclide, Theone, Campano doctrinam talem magnitudinibus attributam esse tanquam geometriæ propriam: & quidem sophistica ista tam putida tamque fœtida Aristotelem etiam in demonstrandis syllogismorum definitionibus imitatorem habuit. Condiscipulus Eudoxus aliquam ingenii famam ex iis nugis cõsecutus erat: Turpe Aristoteli videlicet visum est nõ posse in logicis, quod Eudoxus in mathematicis potuisset.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 15. IN *definitiones sexti elementorum.*

LIber sextus est de proportione & similitudine planorum rectilineorum adhuc explicatorũ, & si superiores illi quatuor primi libri geometrici argentei sint, hic aureus esto. Tanto videlicet præstat proportio rationi, & generale, quod hîc traditur, speciali antea proposito. E' quinque definitionibus duæ sunt arithmeticæ secunda & quinta, duæ sunt geometricæ tertia & quarta: prima mista est é logico genere & geometrico. Propositionibus autem triginta duabus explicatur proportio rectilineorum tum communis, ut 21. 22. 25. Deinde specialis trianguli, triangulati, quadranguli, multanguli, trianguli propositione 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 15. 19. 32. unde sequũtur de lineis 9. 10. 11. 12. 13. triangulati 18. 20. 31 quadranguli parallelogrammi 24. 26. 27. 28. 29. parallelogrammi æquianguli 14. 23. rectanguli 16. 17. postremo etiam circuli 33. Atque hæc sexti materia est.

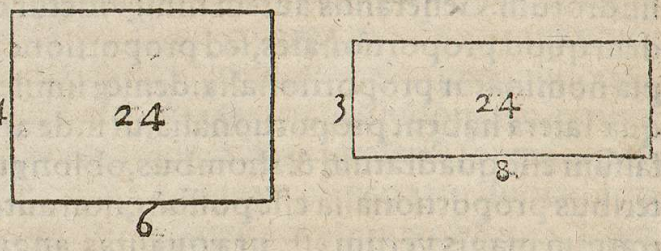
1 Similes figuræ rectilineæ sunt quæ & angulos æquos habent sigillatim, & ad æquos angulos latera proportionalia. Prima definitio definit similitudinem figurarum non omnium, sed planarum, nec omnium planarum, sed rectilinearum. Satis autem constat similium figurarum definitionem geometris difficilem fuisse. Aliter enim definitur similitudo sectionum circularium 10 d 3: nunc

aliter

aliter rectilineorum: aliter 21 d 7 similitudo numerorū planorum & solidorum: aliter 9. 10 d 11. similitudo solidorum: aliter 24 d 11. similitudo conorum, & cylindrorum. Generalius autem nihil videtur esse 21 d 7. ut similes figuræ sint idem quod proportionales, sed proportione laterum: quomodo etiam latera ipsa nominātur proportionalia: denicq; similes figuræ jam nihil aliud sint, quàm quæ latera habent proportionalia, ut inde angulorum æqualitas oriatur. At id falsum esse quadratum & rhombus, oblongum & rhomboides arguunt, quę lateribus proportionalia esse possunt, non autem æquiangula: Neque tamen contrarium magis verum est, ut æqualitas angulorum faciat proportionem laterum: ut quadratum & oblongum sunt rectangula, ideoque æquiangula, neque tamen lateribus proportionalia, id in triangulis tantum verum est. Si æquiangula sunt, sunt etiam proportionalia lateribus, & contra: ut patebit ad 4 & 5 p 6. Quare similitudo duarum inter se figurarum definienda est argumento duplici & æqualium angulorum & laterum proportionalium. Facit æqualitas laterum æqualitatem angulorum, non contra: ut patuit 8 p 1. At hic generaliter neque proportio laterum facit æqualitatem angulorum, neque æqualitas angulorum proportionem laterum. Similitudinis autem & proportionis definitio generalis ad logicam attinet. At similitudo duarum figurarum specialem ejusdem qualitatis cōsiderationem habet in æqualitate angulorum & laterum proportione. Itaque non immutatur hic quidem logicæ definitionis decretū, sed demonstratur specialis & propria geometricæ similitudinis qualitas: definitio tamen Euclidis & hoc loco & cæteris toties & tam specialiter discerpta logica non est: genus enim est unū similitudinis geometricæ, ideoq; ex lege καθ' ὅλου πρῶτου generaliter definiendum fuit: unde per species figurarum omnium intelligeretur: in rotundis enim laterum loco erunt termini & diametri, in conis & cylindris axes & diametri basium, ut undecimo libro intelligetur: anguli verō in rotundis non qui sunt, sed qui possunt accipi, considerantur. Itaq; similes figuræ nobis definientur, quæ angulos habent æquales, & æqualium crura proportionalia: sed singulis postea locis id amplius etiam considerabitur.

2 *Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraque figurarum & antecedentes & consequentes rationes insunt.* Secunda definitio definit reciprocas figuras obscurè, quando antecedentes & consequentes rationes insunt in utraq; figura: reciprocatio dicitur Eutocio ad 5 p 2. Isorr. ἀντιπεπόνθησις. Atqui in hac definitione verbum λόγοι rationes videtur irrepsisse pro ὅροι id est termini, mutatis nempe aspiratione in λ, & ρ in γ. Potest tamen λόγοι seu rationes retineri, ut intelligas rationem utramq; esse non totam in altera figura, sed partim in hac, partim in illa, quia terminus primus primæ rationis est in prima figura, secundus est in secunda: secundæ autem primus est in secunda, secundus in prima. Atque ita intelliget in duabus figuris rectilineis ut latus primæ ad latus secundæ, sic latus aliud secundæ ad aliud latus primæ, ut in his duabus figuris vides.

Hîc enim ut 4 ad 6, ſic 8 ad 12, & tum ꝓportionis id ſt duarũ rationum, proin deq; terminorũ quatuor unus eſt antecedens, & unus conſequens in prima ſimiliter, & in ſecũda figura: & tamẽ in 14 & 15 p 6. 34 p 11. item 9 & 15 p 12. ubi reciprocatio hæc agit figuræ ipſæ non appellantur reciprocæ, ſed earum latera ut baſes & altitudines dicuntur reciprocari, ſicut dixi ſimiles figuras à ſimilitudine laterum appellari. Itaq; figuræ ut ſimiles, ita reciprocæ dicentur á proportione laterum. Eſt verò notabile, quod hæc Euclidi eſt ἀντιπεπόνθυσις reciprocatio in figuris quæ in numeris Ariſtoteli ἀντιστροφὴ ἀναλογίας καὶ ἀναλογία ἀνάπαλιν, ut in arithmetica notavimus: unde intelligimus hîc etiam Arithmeticam materiam tractari: & cum dícitur. Si 20 pondo deſcendant 2 horis, 40 deſcendent 1: hîc 20 & 2 primam figuram faciunt, 40 & 1 ſecundã, lateraq; reciprocantur, 20 ad 40. 1 ad 2: Ergo ſimílitudo figurarũ, & reciprocatio diverſæ ſunt, nec reciprocatio figurarũ eſt ipſarũ ſimilitudo, nam ſimilitudo requirit omnes angulos æquales & æqualiũ crura proportionalia, reciprocatio latera tantum quatuor requirit proportionalia, etiam ſi reliqua nõ ſint proportionalia, ut ad 19 p 6 poteſt intelligi cum demonſtratur æqualitas triangulorum è reciprocis lateribus. Deniq; reciprocatio figurarum non eſt ſpecies ſimilitudinis figurarum, imo ſimplicior & natura prior eſt: eſtque vel omnino arithmetica.



3 Extrema & media ratione recta ſecta eſſe dícitur quando ſit ut tota ad majus ſegmentũ, ſic majus ad minus. Hæc definitio geometrici generis tota eſt, declaratq; tropum quendã ſermonis, quo ratio media & extrema dícitur pro medio & extremo rationis termino. Secta enim ſic eſt linea, ut ipſa cũ duobus ſegmentis faciat tres terminos proportionis: ipſaq; tota ſit primus, majus extremũ ſit medius, minus ſit tertius. Itaq; definit ex cauſſa quod undecima ꝓpoſitio ſecundi ex effectu ꝓpoſuit. Proportio aũt rectarũ definita præcedere debuit, ꝓportio (inquã) illa divina, unde rectangulorũ ęqualitas propoſita in undecimã ꝓpoſitione ſecundi cõcluderetur. Itaq; hyſterologia hæc obſcuravit undecimæ illius ꝓpoſitionis cauſſam. Tractatur aũt materies hujus definitionis 30 p 6, & tractat 10 p 4, itẽ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 16. 17 p 13, ut inde geometrarũ ſtudiũ de hac ſectione ſit illuſtre & manifeſtum, & poſtea in res cæleſtes á Ptolemæo translatum.

4 Altitudo eſt omnis figuræ á vertice ad baſim perpendicularis acta. Hæc definitio item geometrica tota eſt, nihil logicũ vel arithmeticũ reſipit, definitio (inquã) toto genere figuras omnes cõplexa. Eſt enim cõmunis in planis rectilinei & circuli, in ſolidis pyramidis, priſmatis, ſphæræ, coni, cylindri, cõmunis denique figuræ, nec verò intereſt, utrum baſis eadem ſit, an producta, ut in triangulo obtuſangulo ſi baſis ad obtuſum fuerit. Altitudo aũt primo libro minus accuratè propoſita eſt 35. 36. 37. 38. 39. 40 p 1, cum figuræ dicerẽtur in eiſdem parallelis,

pro

ꝑ æquealtæ, ſicuti á nobis tũ declaratũ eſt. Eſt veró definitio hæc lõgẽ audacior definitione ſimilitudinis, cum generaliter definiat ſemel, illa ſpecialiter & toties, nulla tamen in Euclide ꝓpoſitio generalis eſt de altitudine, quæ tamen una maxime omniũ in geometricis rebus optanda fuerat, ut turſus intelligẽt ad 1 p 6.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationũ quantitates in ſeipſas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hæc definitio diſputata nobis eſt ad 2 cap. 2 l. arithmeticæ, neque ideo fruſtra huc repetenda.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 16. IN *propoſitiones 6 l.*

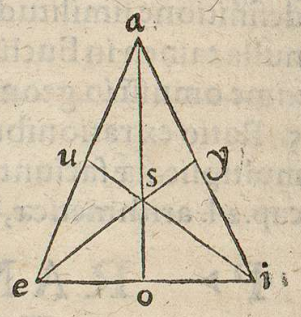
PRopoſitiones quinti libri non adſcripſimus ad verbum, neque hic & deinceps neceſſe erit.

1 Theon hic demonſtrat per 6 d 5, ut quaſdam propoſitiones quinti demonſtravit. At enim demonſtratio Theonis vel Euclidis iſto loco imprimis ſophiſma 6 d 5 prodit. Syllogiſmi futuri quæſtio categorica eſt. Triangula æquealta ſunt ut baſes. Propoſitio ex illa 6 d 5 eſt hypothetica. Si differentia triplex æqualitatis, defectus, exceſſus accidat, ſumptis æquemultiplicibus alternis ſimplices eſſe proportionales. Aſſumptio igitur categorica eſſe debuerat hoc modo, ſed in iſta quæſtione ſumptis æquemultiplicibus triplicitas illa vera eſt: & ſic, & ſic, & ſic. At Theon pro iſta categorica & aſſeverata aſſumptione connexionem & conditionem rurſus uſurpat, cujus unam partem de æqualitate confirmat per 38 p 1, id eſt generalem probat per ſpecialem, reliquas de exceſſu defectuque ſine ullo antecedente principio ſibi poſtulat. Demonſtratio itaq; Theonis per 6 d 5 aſſumptione manca & imperfecta eſt, ſine qua tamen plane confirmata & probata planeq; categorica quæſtio concludi non poſſit. Itaq; Theon reipſa nihil aliud hic agit, quam ut inducat per ſpecies ęqualitatis, defectus, exceſſus, doceatq; ſi baſis æqualis, triangulum ęquale eſſe, unde aſſumit conſectarii cujuſdã loco, ſi major, tanto majus, ſi minor, tanto minus. Quæ inductio tametſi periculoſa eſt, ꝓter illa ad 6 d 5 ſophiſmata, attamẽ, quia vera eſt, teneatur: tales quædam inductiones quinto libro fuerunt pro demonſtratione. Colligitur deinde proportio parallelogrammorum ex illa ſic demonſtrata proportione triangulorum: Collectionis genus á natura priori probandum eſſet, dummodo ipſum prius eſſet accurate demõſtratum. Attamen ſi euclidea primi libri doctrina ad iſtam conferatur, circulus doctrinæ (ut antea prædictum eſt) parum logicus in Euclide invenietur. Itaq; primo libro triangulorũ ratio deducitur ẽ ratione parallelogrãmorũ, hic cõtra proportio parallelogrãmorũ deducitur ẽ ꝓportione triãgulorũ. Theon ad 54 p 10 hinc aſſumpſit.

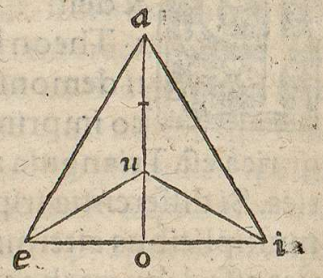
Itaque

Si rectæ ab angulis trianguli biſecant baſes, cõcurrunt in centro, & ab angulis radii triſecant triangulum. Nam centrum eſt in concurſu diametrorum, & hic ſingulę biſecantes ſunt diametri per 2 c 7 e 7. Sit triangulum *a e i*, biſecantes *a o, e y, u i*. Hæ ſunt diametri.

Itaq; centrum est in *s* earum cõcursu per 3 c 5 e 4. Proclus lib 2 cap 7 ait perpendiculares ab angulis trianguli ad latera cõcurrere in uno puncto. Quod Regiomontanus repetit 32 p 1 de triangulis. Sed verum tantũ id fuerit ex hypothesi, si intus perpẽdiculares illæ fuerint, nec enim possunt esse in obtusangulo. Secunda pars patet in eodem exemplo. Nam triangula *aue* & *aui* per 2 c 7 e 7, item utrumq; *eou* & *uoi* quia æquealta in æquali basi, iis igitur detractis relinquuntur æqualia *aoe* & *aoi*, similiter ostendetur triangulum *eoi* æquari triangulo *eao*.

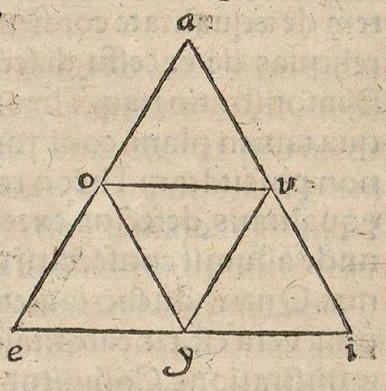


Et *Perpendicularis á vertice æquilateri est tripla perpendicularis á centro in latus.* Papp. 47 th 5, & Camp. 17 p 14, ut in *aei* triãgulo æquilatero perpendicularis *ao* est tripla perpendicularis *uo*. Nam ductis radiis *ue* & *ui* oblongum ex *eo* & *ou* æquatur triãgulo *eui* per 42 p 1, & similiter oblongũm ex *eo* & *oa* æquatur toti triangulo triplo per antecedens consectarium trianguli *eui*. Itaque est triplum oblongi ex *eo* & *ou*. Ergo per 1 p 6 ut oblonga, sic bases basisque *ao* tripla basis *uo*.



2 Variis triangulis á Theone collígitur, quæ consectarium nobis est é 13 e 5. Hinc vero sequitur.

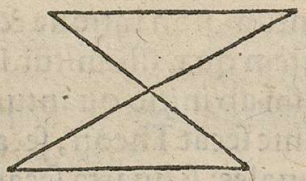
Si latera trianguli æquilateri bisecta connectantur, quadrisecabunt triangulũ in quatuor triangula æquilatera. Vt in *aei* tria extrema *aou*, *eoy*, *iuy* æquãtur per thesim & 4 p 1. De medio constabit per 2 p 6. Nam cũ *uy* secet crura proportionaliter, est parallela ipsi *oe*, ideoq; & *ou* parallela ipsi *ey*. Itaq; parallelogrãmũ est *oy* lateribus oppositis æquale per 34 p 1. Itaq; *ou* & *oe* æquãtur ipsis *ey* & *uy*, & similiter *au* æquabitur ipsi *oy*. Quare medium est æquilaterum extremis.



4 & 5 in unã nobis cõjunctæ sunt. Est aũt in triangulis singulare hoc privilegiũ, quod æqualitas angulorũ concludit proportionẽ laterũ, & cõtra quod in quadrilateris (ut antea patuit 1 d 6) alsum sit. Respondet aũt modo quodã hæc ꝓpositio de ꝓportione triangulorũ, octavę primi de ratione triangulorũ, sed dissimiliter. Si triangula sunt æquilatera, sunt æquiangula: non cõtra. At hæc conversio valet ex æqualitate angulorũ ad laterum non æqualitatem, sed proportionẽ: item illa protinus ex axiomate æqualiũ angulorũ patuit. At non ista protinus é definitione similium figurarũ. Definitio enim similiũ figurarum duo cõplectitur, quæ singula hic separantur. Additur verò in utraque ꝓpositione ὁμολογία laterum ad angulos æquales, quod cõsectarium potius esse debuit, á Theone itaq; non demonstratur, & quidem consectarium generale ê quinta propositione ad 6 & 7 p 6. Continet verò 4 & 5 p 6 magnum prorsus & excellentem geometriæ usum in geodæsia rectarum, ut plenius in geometria nostra definietur. Hinc verò sequitur.

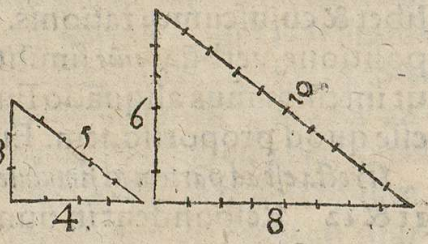
Si

Si duæ rectæ interſectæ connectantur rectis parallelis, ſegmenta ſunt proportionalia. Vitellio 26 p 1, ut hic: æquiangula enim triangula fient, ut patet per alternos. Item



Si triangula rectangula ſunt ſimilia, quadratum à ſimulutraque baſi æquatur quadratis à ſimulutriſq; cruribus homologis. Theon 1 conſtr. quod cœlum rotundum. Ut hic.

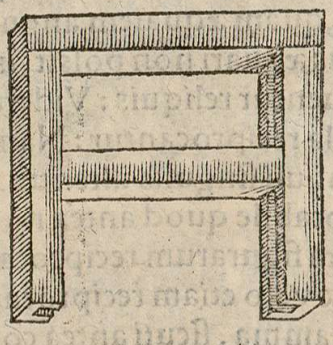
6 De proportione triangulorum reſpondet quartæ primi ratione triangulorū, quodq; illa de ratione reliquorum angulorum ex æqualitate unius anguli & duorum laterum cōcludit, iſta ſimiliter concludit ex æqualitate unius anguli & proportione duorum laterum. Pars de homologis lateribus conſectarium eſſe debuit, ut ante, patet enim ê demonſtratione reliquorum.



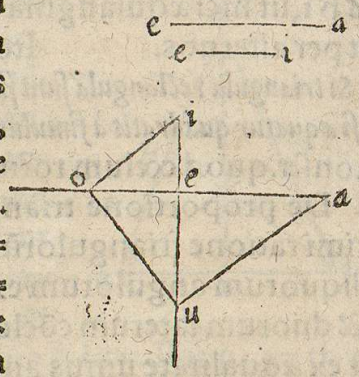
7 Verbis obſcurior eſt: tria autem ponit, primo æqualitatem anguli unius, ſecūdo proportionem in cruribus aliorum duorum angulorum, tertio ut alteri reliquorum angulorum ſint homogenei, id eſt ambo vel acuti vel obtuſi, vel etiam recti.

8 Inſignis eſt multiplici fœcunditate. In una enim propoſitione ſunt propoſitiones quodammodo ſex, quod totū ſit ſimile huic parti, quod illi, quod partes ſimiles inter ſe, tres in duobus conſectariis, quod perpendicularis ſit media proportionalis inter baſis ſegmenta, quod crus tum hoc, tum illud ſit medium proportionale inter totam baſim & ſegmentum lateri ipſi conterminum: quæ tamen omnia per duas tantum propoſitiones 32 p 1, & 4 p 6 demonſtrantur. uſus verò propoſitionis etiam permagnus eſt in dimenſionibus planorum. Itaque videtur in hac una propoſitione certare demonſtrationis elegātia cum doctrinæ fœcunditate, & uſus atque utilitas cum utraque. Converſa etiam vera eſt, ſecus duæ inæquales eſſent media proportionales inter eaſdem datas. Hinc verò meſographus Platonis extitit, ſingulare platonicæ matheſeos monimētum. Meſographus eſt parallelogrammum rectangulum latere uno mobili per cavum conterminorum laterum: cujus figura eſt ex Eutocio ad 2 th 2 de ſphæra Arch. Sed Platonis mechanica jam dicatur.

Si duæ datæ rectæ rectè conterminæ infinitè á contermino continuentur, meſographus incidens latere mobili & oppoſito in principia datarum, & angulis in continuatas, interſecabit é continuatis duas continuò proportionales datis. Sunto datæ *a e* & *i o*, quibus duas intermedias continue proportionales invenire lubeat, figura meſographo facta ſic erit, & interſectæ *e o*, *e u* erunt continuè proportionales inter datas per 8 p 6 bis aſſumptam. Nam ut *a e* ad *e u*, ſic *u e* ad *e o*, & ſic *o e* ad *e i*.



9 Generalis eſt ad 10 p 1, neque enim ſecat dimidiam partem tantum, ſed quamlemcunque, ut tertiam, quartam, quintam. Sed effectu tantum, non ratione & argumento generalis eſt. Recta autem quæ aſſumitur, laterum ſectionem habet. Secas enim ab initio quantumlibet, tum ſi tertia ſecanda ſit, ut hic ſecat Theon, ſecas præterea duas partes primæ æquales: ſi quarta ſecanda ſit, ſecas tres, & ſic deinceps.



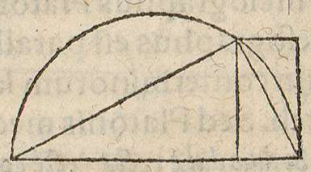
10 Non unam partẽ proponit, ut ſuperior, ſed quotlibet & cujuſcumq; rationis. Notabis autẽ in hac propoſitione, verbũ ὁμοίως ſimiliter, pro proportionaliter: ut intelligamus aliquãdo Euclidi ſimilitudinem idem eſſe quod proportionem. Eutocius ad 3 th. 2 de ſph. Arch.

Si recta eſt ad partem ut ſimul uterque datæ rationis terminus ad alterum, ſecatur data ratione.

11 & 12 Reſpondent in numeris 18 & 19 p 9. neque tamen iccirco hæ ſunt inutiles geometriæ, aut non geometricæ. Nec enim lineæ omnes ſunt numerabiles aut explicabiles numero, ut latera quadratorum 3 & 5: neque omnibus numeris propoſitis duobus vel tribus eſt tertius & quartus proportionalis numerus, ut etiã nominatim profitetur Euclides in Arithmetica, quærit enim utrum poſſibile ſit. At omnes lineæ ſunt explicabiles geometricé, & omnibus duabus vel tribus poteſt inveniri tertia & quarta proportionalis. Itaque non quæritur hic utrum poſsibile ſit, ſed conſtanter aſſeveratur.

13 Huic verò propoſitioni in numeris nulla reſpondet apud Euclidem, neque enim perpetuo eſt ut inter 3 & 5, neque ſi ſit, inveniri tamen ſine quadrati lateris analyſi admodum poſsit: In geometricis autem res multo promptior & expeditior eſt, omniumque duarũ linearum & eſt & invenitur perpetuo & protinus media proportionalis. Huc poteſt aggregari & illud.

Si duarum rectarum major minimum dupla minoris fiat diameter circuli, minorq; extremæ diametro perpendicularis connectatur cum peripheria per rectam diametro parallelam, recta à connexione diametro perpendicularis erit æqualis minori & proportionalis inter ſegmenta majoris. Camp. 13 p 16. Ut hic vides.



14 Mirum videatur in hac propoſitione cur geometres non potius dixerit parallelogramma æquiangula, quàm æqualem angulum unum habentia, cum unicus æquari non poſsit uni quin reliqui ſeparatim æquentur reliquis: Videtur autem voluiſſe crura deſignare æqualis anguli, quæ ſola reciprocantur: Nam ſi duo rhombi comparẽtur æquianguli, ſinguli unius anguli ſingulis alterius æquabuntur, non tamen omnes omnibus. Eſt verò hic notabile quod antea notavi, nõn jam dici ab Euclide reciprocas figuras, ſed latera figurarum reciproca, quod iterum faciet proxima propoſitione. Notabis hic vero etiam reciprocationis lege ſolum comprehendi triangula & parallelogramma, ſicuti antea comprehenſa ſunt altitudinis comparatione.

15 Hæc

15 Hæc cum superiore demonstrat circulatoriam logicam Euclidis, de qua 35 p 1. & 1 p 6.

16 & 17 De quatuor & de tribus rectis ad rectangula æqualia minus generaliter proponit: veritas enim communis est omnium parallelogrammorum æquiangulorum, & sic 36 p 11 de omnibus æquiangulis parallelopipedis, nõ solum de rectangulis. Nos itaque generaliter in geometria proposuimus.

18 Proponitur fabrica similis rectilinei similiterq; siti. At geometra noster sine arte nova sumpsit ad 5 & 6 p 6 æquiangula triangula, quod nunc tanquam novum aliquid proponit, quod autem magis erat explicandum, quid erat similiter situm, neque definit neq; demonstrat usquam, licet sæpe id repetatur in consequentibus propositionibus, & ab aliis geometris sic usurpetur. Videatur autem comparatis omnibus locis elemẽtorum, ubi sermonis hujus est usus, aliud esse ὁμοίως κείμενον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον similiter situm & similiter descriptum. At tandem deprehenditur in demonstrationibus utrumque pro eodem usurpari: ac figuræ similes fingi interdum possunt ut similiter & sitæ & descriptæ non sint, sicuti admonebimus in propositionibus ipsis amplius: denique mathematicis alioqui verborum admodum parcis videtur hic pleonasmus in geometria tanquam thorus aliquis in corona placuisse: sed plerumque sine caussa, ut mox percipietur. Est præterea in propositionis hujus sermone id insolens, quod à data describi ait rectilineum: Id enim quadrato proprie cõvenit: quomodo & proprie loquitur 46 p 1. Melius igitur fuisset παρὰ τὴν δοθεῖσαν ad datam rectam, ut 44 p 1, & postea ad 28 & 29 p 6: vel ἐπὶ τῆς δοθείσης super datam, ut 1 p 1.

19 Speciale consectarium est é 15 e 4 sicut, & ejus consectarium: In consectario autem Theon similiter descriptum dicit, quod hic tamen nulla necessitate statuitur.

20 Fœcunda est quadruplici fœtu, qui melius ita distinguetur ut primo separes triangula multitudine æqualia, quod est é compositione rectilinei triangulati. Itaque non demonstratur, & nos consectarium in geometria fecimus. Secunda pars de similitudine particularium triangulorum probatur de duobus extremis per 6 p 6, & de mediis per 4 p 6. Tertia pars quod singula sint homologa totis, probatur per 12 p 5. Quarta per corollarium 19 p 6. Res specialiter demonstratur à Theone prolixa & molesta demonstratione, melius ab eodem generaliter demonstratur illa via quam proposui. Theon commodum consectariũ adnotat generale, ubi rursus similis descriptio appellatur à Theone nulla majore caussa quam in 19 p 6. Potest vero etiam adnotari ut consectarium. Ratio homologorum laterum duplicata est ratio quadrati primæ ad quadratum secundæ.

21 Hæc propositio demonstratur non obscure, aut potius declaratur per 1 d 6 & 11 p 5. At sumendum id potius fuerit, ut illud axioma. Quæ eidem æqualia, &c. Nec justior modo Theonis hic est demonstratio, quàm tum fuit Apollonii: & tamen de omnibus figuris generaliter postulandum fuerit.

22 Ut

22 ut postea 37 p 11 speciale consectarium faciunt ẽ similibus figuris. Hic autem similiter descriptum usurpatur non justiore de caussa quam antea. Nam si geometres dixisset similia datis comparata, dixisset idem.

23 Compositio laterum, quæ præcipue demonstranda proponitur, nihil hic demonstratur, sed tantum assumitur ẽ 6 d 6. Veritas tamen comparatione concluditur, qualis etiam cõcluditur 5 p 8 de numeris planis qui rationem habent compositam ẽ lateribus. Itaque propositio hæc principii materiam continet & sola definitione compositionis ratione declarandam. Promiscue verò sumit latera primum primi cum primo, secundi secundum cum secundo primi, vel primum primi cum secundo secundi, & reliqua deinceps. Hæc autem propositio quamvis rationũ compositio infiniti sit usus, attamen quia præcipuus hic nullus esse videretur in geometriam accepta nõ est. si quis usum norit, admoneto.

24 Quæ ista propositio proponit de similitudine diagonalium, eadem 43 p 1 proponit de æqualitate complementorum. Propositio autem hic triplex est, prima quod primum diagonale sit simile toti, secunda quod secundũ, tertia quod primum tertiumque sint similia inter se. Atque hæc propositio similem illum situm præcipue requirebat, qui tamen nullus explicatur: explicabitur autem ad conversam, unde indicabitur hic fuisse comprehensum.

25 Vt deinceps 27. 28. 29 p 6 tametsi reconditã & ab Apollonio citatam geometriam continent, tamen in στοιχέωσιν geometricam adhibere non ante statuimus quam tantæ subtilitatis usus appareat: sententias verbis expressimus, quia præcipua hic obscuritas versaretur: ut si qua hinc utilitas erui possit, difficultas nihil impediat. Sententia problematis & demonstratio sic est.

Si duo parallelogramma duobus datis rectilineis æqua comparentur primum lateri primi, secundum contermino lateri comparati, rectilineum proportionali inter comparatorum continuata latera comparatum simile primo, erit æquale secundo. Quia rectilineum primum ad utrumque est simile, ut sorites quatuor graduum indicat. Nam primum rectilineum est ad secundum, ut primum parallelogrammum est ad secundum per 7 p 5 & per 1 p 6, ut basis primi parallelogrammi ad basim secundi, & per consectarium 20 p 6, ut rectilineum primi ad tertium. Itaq; de primo ad ultimum, rectilineum primum est ad secundũ, ut idem primum ad tertium. Quare per 9 p 5 primum & tertium æquantur. Geometria autem lineamentorum hoc loco Euclidi non defuit, sed grammatica verborum non satis affuit, quibus sententiam propositionis hujus exponeret.

26 Propositio hæc conversa est quædam 24 p 6, & indicat ei defuisse differentias similis positionis & communis anguli, quæ hic modo convertuntur. Debuerat verò protinus subjici suæ antecedenti: Neq; omnino caussa fuit interponendæ 25 p 6, quia ea nihil utitur ipsius demonstratio. Atqui locus hic unus est, ubi similis situs necessario exprimitur, possit enim diagonale, quod fuerat, immutari in ipso parallelogrammo, ut simile & coangulum remaneat, nec tamen sit similiter situm, nec præterea diagonale. Quare similis situs hic necessario exprimendus est.

27 Hæc

27 Hæc propositio geometriam nō desiderat accuratiorem, sed apertiorem grammaticam. Sensus enim est.

Si duo parallelogramma comparata datæ rectæ primum bisegmento, secundum inæquali segmento deficiant parallelogrammis primo similibus similiterque sitis, primum erit majus secundo. Sectio autem lineæ & bifariam & non bifariam respondet 5 p 2, & modus demonstrandi simillimus est in utroque casu segmenti inæqualis modo majoris modo minoris. Atque hæc propositio ut sequentes duæ demonstrant id quod Proclus adnotavit, parabolem, hyperbolem, ellipsim veteribus geometris nomina fuisse figurarum, non linearum, ut posteris fuere, ἔλλειμμα hic Euclidi est ellipsis: neque tamen parabole, hyperbole, ellipsis appellātur propter figuram quæ æquatur, excedit, deficit, sed propter lineam quam figura explet, excedit, deficit, ut in præsenti exemplo ellipses sunt duæ in una linea inæquales: in majore siquidem segmento ellipsis parallelogrammi ad datam est minor in minore, in majore est major: in bisegmento est æqualis. Sic postea erit ad 29 p 6 excessus parallelogrammi supra lineam. Locus hic etiam alter similis situs expressionem exigit, neque similitudo similem etiam situm efficit.

28 Hæc propositio grammaticam refert eam, quæ fuit ad 22 p 1, sed grammaticam Aristarchi Geometria Euclidis isto loco aut deinceps proximo valde desiderat. sententia autem duos modos continet, primus est.

Si primum sit simile dati parallelogrammi, utrumlibet æquale dato rectilineo deficiet parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Nam primo deerit dimidium comparatum reliquo bisegmento. Itaque etiam simile dati per 24 p. Secundus modus sic est.

Si parallelogrammi comparati datæ rectæ bisegmento similis dato parallelogrammo excessus supra datum rectilineum fiat diagonale alterum supra datum, latera diagonalis contermina diagonio continuata in datam & defectus latus conterminum datæ comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo deficiens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio facillima est, ut proxima fere, primum de æqualitate per 43 p 1 & 1 p 6, tum de similitudine per 21 p 6, adhibetur autem propositio hæc ad 17 p 10.

29 Hoc problema germanum est superiori. Itaque etiam hanc ipsam germanitatem studiose reddidimus. Sensus igitur est.

Si parallelogrammum comparatum bisegmento datæ rectæ simile dati parallelogrammi fiat parallelogrammi diagonale, & excessus supra datum rectilineum, bases altrinsecus continuatæ, diagonalis in latus totius: totius in latus defectus conterminum datæ & dicto lateri parallelum, comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo, excedens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio par est facilitate cum proximis, æqualitas probatur 43 p 1 & per 1 & 21 p 6, similitudo per 21 & 26 p 1. Atque hic excessus est figuræ supra lineam datam. Nam totum parallelogrammum intra latus totius & ei parallelum latus conterminum datæ æquatur quidem dato rectilineo, sed excedit datam.

30 Sententia & demonstratio propositionis est.

Si è data recta quadratum describatur, parallelogrammū comparatum contermino lateri æquale descripto excedens quadrato secabit datam media & extrema ratione. Quia subducto communi

relinquentur parallelogramma æqualia & habentia æqualem angulum: Ideoque latera reciprocantur, & per 3 d 6 recta secatur extrema & media ratione. Hanc propositionem in geometria non habemus, quia 11 p 2 ejusdem fabricæ facilior est, & proximis omissis retineri non poterat.

31 Propositio hæc Proclo videbatur ad 47 p 1 generalis, & revera est imprimis genere ipso nobilis, sed nobilior etiam demonstratione brevi & facili, mirum tamen est hanc propositionem licet generalem nusquam fere appellari, 47 p 1 specialem infinitis locis citari. Sed specialis quadratorũ usus id efficit, sicut antea dixi de rectangulo & de quadrato ex linearũ proportione: Hæc (inquam) propositio tam singularis est. Loquitur tamen improprie geometres, ut antea cum formam nominat pro triangulo aut triangulato: id enim solidis corporibus convenire non potest: nec enim cubus basis æquatur cubis crurum, ut in lateribus trianguli 3. 4. 5 est manifestum. Ergo non quælibet figura hic comprehendi potest: nec magis proprium est illud à subtendente figura pro figura comparata subtendenti. Denicq; hic etiam similiter descriptum ut antea nihil ad geometriam facit, nec situs omnino respõdet, cum primum triangulatum planum possit esse horizonti, cum reliqua sublime erigantur, neque omnino differentiæ situs respondent.

32 Citatur 17 p 13, & ideo retinetur à nobis 11 e 7. Literam tamen emendavimus.

33 Demonstratio Euclidis seu Theonis huc eadem redit, quæ fuit ad 1 p 6 per 6 d 5, sophismate simillimo. Quæstio enim est categorica de proportione angulorum & peripheriarum: Propositio syllogismi connexa est ex illa definitione. Si sumptis æquemultiplicibus alternis æqualitas, excessus, defectus similiter accidant, proportionalia sumpta esse: assumptio quæ categorica esse debuerat per tres illas species rationis abit in fumum superioribus illis similem: æqualitas approbatur é libro tertio: excessus & defectus nullam antea neque propositionem, neque demonstrationem habuit: assumitur tamen à Theone & revera ac veritate (ut antea dixi) nihil aliud hic agit Theon quam ut inducat, si angulus æqualis, peripheria æqualis, si major, basis tanto major, si minor, tanto minor. Itaque hæc nobis in geometria demonstratio vel inductio Theonis sola est. Ratio autem peripheriarum & subtensarum non eadem est, ut ex Ptolemæo didicimus, quale est illud in catoptricis Euclidis 8 th. quod æqualia parallela inæqualiter distantia habent majorem rationem distantiarum quam angulorum, qualis item Jordani propositio, sed de his tribus antea jam dictum est.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 17. IN SEPTIMUM ELEMENTORUM.

Liber quintus logicam & arithmeticam habuit nomine magnitudinis, unde tres definitiones huc iteratæ sunt partis, multiplicis, proportionalium item. Propositiones duodecim: de alternatione quatuor 9. 10. 13. 15 p 7: de compositione tres 5. 6. 12 p 7: de divisione tres 7. 8. 11 p 7. de æquatione ordinata 14 p 7: de perturbata 22 p 7: duæ præterea 19 & 20 repetitæ sunt é 16 & 17 p 6. Ex his igitur propositionibus quatuordecim elenchus Euclidis manifestè traducitur & tautologiæ & heterogeniæ, quòd toties idem dicatur modò nomine magnitudinis, modò numeri. Definitiones duæ & viginti præponuntur communes trium librorum: de his dicamus primùm: tum singulorum librorum propositiones expendemus.

Unitas est secundum quam unumquodque entium unum dicitur 1 d 7.

Numerus autem est ex unitatibus composita multitudo 2 d 7. Si numerus definitus esset secundum quem nempe unumquodque numeratur, melius esset definitus: & generali definitione complecteretur etiam unitatem, quæ numerus est Euclidi in numero perfecto, imperfecto, in numero plano, solido: in omni denique rationum & proportionum doctrina: Tumq; unitatis definitio non magis, quàm binarii aut ternarii requireretur: quia é generali numeri definitione intelligeremus unamquamq; numeri speciem unitate, binarium, ternarium, & reliquos deinde numeros, esse secundum quos numerarentur unum, duo, tria, & cætera. Itaque secunda definitio nõ satis vera est, quia excludit unitatem, & primam definitionem λογικώτερον fuerat ad secundam aptare.

Pars est numerus numeri minor majoris quando metitur majorem 3 d 7.

Partes autem quando non metitur 4 d 7.

Multiplex verò major minoris quando dimensus est à minore 5 d 7. Tres hæ definitiones pro totâ rationũ doctrina ab Euclide proponuntur, præterea enim nullum verbum erit: Tertia autem & quinta nomine magnitudinis fuerunt 1 & 2 d 5: & valde sophisticam tautologiam produnt, in quibus etiam, ut in superioribus quinti definitionibus insolẽtia sermonis eadem est minor majoris & major minoris, sed multô insolentior in numeris metaphora geometrica metiendi pro dividendi: Verbum enim divisionis arithmeticæ propriũ est pro alieno illo mensuræ verbo, quo tamen totis elementis Euclides usus est, tanquam deindustria arithmeticum dividendi verbum in arithmetica fugerit. At proprietas verborum sicubi requiratur, certè in artibus requirenda est. Verum perge.

Par autem numerus est qui bifariam dividitur 6 d 7. Hic dividendi verbum proprie potest intelligi, ut par sit divisus à binario: At Euclides videtur intelligere pro sectione in duas partes æquales: Illud enim est δίχα bifariam, quo in geometricis sectionibus geometres utitur. Impar autem numerus qui nõ dividi-

tur bifariam, vel qui unitate differt á pari 7 d 7. Pars definitionis altera potius aptanda definitioni paris fuerat. Impar enim tẽpore naturaq; prius est pari, ut primus composito, & unitas est ante binarium, ternarius ante quaternarium. Itaq; differentia consequentis ab antecedente fuerat in consequente declaranda, non in antecedente. Deinceps Euclides duas species numeri paris definit.

Pariter par numerus est á pari numero, mensus secũdum parem 8 d 5. Atqui definitio hæc non excludit secundam speciem: sic enim 12 esset numerus pariter par: dimensus enim est á 2 pari per 6 parem.

Pariter impar est á pari numero mensus per imparem 9 d 7. Hæc etiam definitio comprehendit parem dividuum á pari per imparem, quamvis etiam dividi posśit á pari per parem, ut 24 dividitur á pari 8 per imparem 3. At idem dividitur á 4 pari per 6 parem. Itaque potestas tantum hic attenditur. Cæteri autem Arithmetici ex hac una specie duplicem fecere. Parem impariter tantum, & parem pariter simul & impariter parem. Et Euclides ipse proponit speciẽ utramq; 33 & 34 p 9. Quapropter Euclides definire etiam speciem illam, & ei cõtrariam debuit: utrum verò definitio sequens huc pertinet.

Impariter impar est numerus ab impari mensus secundum imparem 10 d 7. Hic enim videatur περισσὸς ἀντὶ ἀρτιόσ impar pro pari irrepsisse. Sic enim veteres ut ex Nicomacho percipitur, appellarunt tertiã hãc speciem impariter parẽ. Atqui suspicio hæc é duabus illis propositionibus firma sit, imò é totis tribus libris Arithmeticis, in quibus de impari impariter nulla propositio sit. Verũ perge. Primus numerus est ab unitate sola mensus 11 d 7. Atqui nullus præter unitatem numerus ejusmodi est. Omnis enim numerus est dividuus á seipso.

Primi numeri sunt ab unitate sola mensi communi mensura 12 d 7. Hæc definitio accuratior est superiore.

Compositus numerus est á numero aliquo mensus 13 d 7. Atqui nullus omnino alius numerus est. Itaque definitio est tam sophistica quàm undecima, & compositionis verbum in Euclide ambiguum est, modo enim significat multiplicationem & compositum factũ multiplicatione, aliás significat additionem & compositum totum ex additis.

Compositi autem inter se numeri sunt numeri numero aliquo mensi communi mensura 14 d 7. Atqui omnes duo numeri tales sunt, quia minimum unitas est illis communis mensura. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus: & fit aliquis 15 d 7.

Compositionis verbum hîc sine dubio ad additionẽ refertur. Contra in compositi numeri definitione refertur ad multiplicationem. Est verò notabile in totis elementis nullã addendi, subducendi, dividendi definitionem, aut doctrinã institui: cùm tamẽ eorum generũ usus tam necessarius sit, quàm multiplicandi.

Numeri figurati quatuor proximis definitionibus 16. 17. 18. 19 d 7. tractantur: quorum quidem si nullus extra figuras ipsas geometricas sit usus, caussa nulla fuit in arithmetica tales numeros docendi: certé multa in geometricis rebus numeris explicabilia sunt, non tamen omnia, ut jam dictum

dictum est. Nec enim planus aut solidus numerus omnes planorum aut solidorum geometricorum proprietates interpretantur, sed é multis pauculas quasdam in rectangulis: Nec quadratus numerus quadrati geometrici, nec cubus numerus cubi geometrici affectiones assequitur. Nec ideo sequeretur geometricas facultates arithmeticæ proprias esse, aut tales numeros in Arithmetica potius, quàm in Geometria esse declarandos. Generalis autem de numero figurato definitio præcedere debuerat. unde intelligeres numerũ factum multiplicatione numerorum figuratum, & factorem latera dici figurati. Neque enim bis idem repeteretur in definitionibus plani & solidi. Est etiam id nonnihil dissimile, quod in definitione plani & solidi numerus dicit arithmetico verbo factus, qui in definitione quadrati & cubi dicitur verbo geometrico comprehensus. Ergo & res & rerum vocabula plani, solidi, quadrati, cubi, laterum, comprehendi, geometrica sunt: atque ut de plano, quadratoq; in postremis hisce elemẽtorum libris tolerari possit, quod umbra hæc corpus suum sequatur: quia libris antecedentibus dictum est de formis: de solido & cubo certe ferendum non sit, ut corpus umbram sequatur, postremis enim libris agetur de solido & cubo. Quare figuratos numeros cum figuris suis conjunximus. Numeri proportionales sunt quando primus secundi, & tertius quarti æqualiter fuerit, multiplex aut eadem pars, aut eædem partes 20 d 7. Hæc definitio indicat tautologiam & heterogeniam 7 d 5. Nam proportionales illic magnitudines definiuntur, hic numeri. At numeros prius oportebat, quia per numeros proportio geometrica (quæ modo hic definitur) magnitudinibus convenit. Sed tamen definitio quinti est accuratior, quod proportionalia definit habentia eandem rationem, quod omnis rationis commune est. Hæc autem definitio definit per quasdam species rationis multiplicem & oppositam, multiplici partem, perque partes: At ratio æqualitatis hic interea prætermittitur, cujus tamen vel in quinto Euclidis ipsius libro antea usus fuit. Quare definitio hæc multò est vitiosior. Similes plani & solidi numeri sunt proportionalia habentes latera 21 d 7. Hic duæ species plani & solidi numeri adhibentur pro genere uno, & similitudo hic aliud est quàm proportio. Proportio enim quatuor terminos requirit, similitudo est duorum, rationemque quatuor terminorũ includit, quod in figuris geometricis proprium est, & in figuratis numeris. Perfectus numerus est, qui est suis partibus æqualis 22 d 7. Hic unitas est pars numeri. Ideoque ex euclidea partis definitione numerus. Imperfectus verò numerus non definitur ab Euclide, neque imperfecti species redundans & diminutus. Campanus autem addit hic definitiones, postulata, axiomata, quibus imperfectam Euclidis & Theonis mathematicam declaravit, & certè Theon in suis demonstrationibus, principiis utitur, quæ principia in principiis nulla collocavit, ut postea locis quibusdam declarabo. Et tamen tota materies præceptorum arithmeticorum syllogismo non plus egebat quam materies logicorum: & nos arithmeticam totam sic docuimus.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 18. IN *propositiones septimi libri.*

SEptimus liber habet propositiones unam & quadraginta: é quibus sunt quatuordecim é superioribus iteratæ: tum viginti quatuor de numeris primis & compositis, quarum sexus sunt imprimis necessarii, octodecim arithmetica facile caruerit, quæ theorema ad bene numerandũ necessarium nullum habẽt. Tres reliquæ de æqualibus & proportionalibus factis multiplicatione. Sed singularum elenchos & sophismata declaremus.

1 p 7 est reciproca, & Campanus inversam demonstrat, ideoque veritatis suę caussam nullã aliam habet, postulandaq; fuerat, non concludenda syllogismo: Demonstratio aũt utitur principiis illis quæ dixi nusquam in principiis á Theone esse posita. Qui metitur mensorem, metitur & mensum. Qui metitur totum & ablatum, metitur reliquum, & principiis illis cogitur impossibile, ut intelligatur fundamentis valdé infirmis arithmeticas demonstrationes istas fundatas esse, é quibus ne prima quidem ppositio potuerit affirmari: hujusmodi & elenchus fuit ad 1 p 3: sed supra omnia demõstrationis vitia est illud plane animadvertẽdum, & paulo accuratius explicandum, quia in totis tribus arithmeticis libris id perpetuum est. Numeratur ab Euclide vel Theone non per unum, duo, tria, neque per Arithmeticas notas 1.2.3. aut alias notas similes quæ nondum repertæ essent, sed per pũcta hoc modo.....unde obscuritas in tota arithmetica elementa á Theone mirabilis inducta est. Cum de nominibus aut verbis præcipiunt Grammatici, præcepta declarant exemplis nominum & verborum: Cum Rhetores in tropis & figuris discipulum instruunt, illustrant institutiones suas exemplis troporum & figurarum, denique logicum documentum Aristotelis est, exemplis in docendo homericis & insignibus, nõ Chœrileis & obscuris utendum esse. Verum Theonis studium in arithmetica longé aliud fuit, non ut numerorum doctrinam numerorum exemplis illustraret, sed obscuraret exemplis unitatum uelut punctorum in lineam rectam cõtinuatorum, ut totis libris septimo, octavo, nono, tanquam geometria, non arithmetica doceretur, & sanẽ ita numeri definitio facta videtur ad istam punctorum continuationẽ, ut numerare esset hęc unitatũ pũcta colligere. Verum puncta illa Theon plerumq; sic copulat, ut notis arithmeticis arithmeticam ejus demonstrationem omnino intelligere nequeas, sed cogaris lineam rectam, modo totam insectam, modo per segmenta intelligere: sic (inquam) Theon geometricis exemplis obscurat arithmeticam, & tamen cum multitudinem punctorum significat, ut octo vel quatuor, non id significat nota aliqua arithmetica, ut 8 aut 4, sed literis $\alpha\beta$, neque tamen iis arithmeticé sumptis. Poterant enim & hæ literæ etiam arithmeticas notas præbere, & numeros significare, sed literis ita significat numeros, ut solet

lineas

lineas & figuras, earumq; partes. Ita Euclides, ita Theon é vitiosa numeri definitione, vitium infinitæ, & vix, nisi experienti credibilis obscuritatis pepererunt, dum unitatibus tanquã punctis in unam lineam continuatis arithmetica theoremata interpretantur. At heterogenia est sophistica (ait Aristoteles) & geometricum est in arithmetica ἀνάρριθμον. Caussam si tanti, tamq; insolentis sophismatis requiras, reperies demonstrationes sophisticas veris numerorum exemplis adornari nõ potuisse, quia tota materies erat definitionis, partitionis, exempli, syllogisticæ complexionis non erat. Ergo ut fucarentur elenchi trium librorum, quæsita est arithmetica punctorum. Quamobrem prima demonstratio reliquarum demonstrationum specimen esto.

2 & 3 p 7 Problemata duo faciunt ex eadem materia, unde prima propositio theorema fecit, valdeque ridiculam esse demonstrant differentiam illam problematis & theorematis. Eademque est in utraque propositione, demonstrationis logica, é principiis apud Euclidem non principiis, & quidem per impossibile: cum tamen caussa sit hic etiam ἀνθυφαίρεσις illa 1 p 7. Hæc enim via eadem & communis est primos & compositos numeros explorandi: Sed tamen Theon demonstrator egregius est, dum numerum minorem majoris menforem probat esse menforem maximum, quia major esse nullus potest: Tum requirerem caussam & principiũ propositionis quã demonstrabilem facit, obstupui ad demonstrationis novitatem. Demonstrat enim non per aliquam antecedentẽ vel principii vel demonstratæ propositionis caussam, sed idem planè per idem, maximus est quia nullus major. At (inquam) hoc illi prorsus idem est: nõ est autem dubiæ rei argumentum diversum.

4 p 7 Omnis numerus omnis numeri minor majoris pars est vel partes: Partitio est duarũ partium quæ definiuntur 3 & 4 d 7. Et mirabilis Euclidis & Theonis logica hæc est in principiis numeralium definitiones partium, partitionem autem demonstrantium. Atqui partitio illa est immediatorum contrariorum. Reprehenditur Heraclitus ab Aristotele toto fere quarto libro philosophiæ primæ, quod de contradictione dubitarit. At ista Euclidis de partitione præsenti dubitatio talis est. Numerus minor est pars majoris aut partes. Sed tamen demonstratio hîc etiam singularis est, ex dissolutione numeri in suas unitates. Enimvero quæ definitio, quod principium, quæ propositio ante concluſa dissolutionem istam pro syllogisticæ demonstrationis argumento Theoni præbuit? An Apollonius demonstrans, Quæ eidem æqualia, Theone isto λογικώτερος non erit? Sex proximæ propositiones simillimam logicam habent sex primis propositionibus quinti libri, quibus pene etiam eædem: illæ enim sunt per speciem rationis multiplicem, hæ per partem & partes quæ pene sunt illarum conversæ, quod Campanus etiam admonuit: usum verò neque illæ sex quinti libri, neq; hæ sex septimi libri prorsus ullum habent, quem nõ faciliorem & pleniorem generales habeant, neque vel illic vel hic doctrina tamen specialis est, sed exempla tantum specialia sunt, quæ perinde poterant subtiliter per dupla, tripla, per sesquialtera, sesquitertia, perque reliqua rationum genera deduci: nec matæotechni-

nia ineptior esset: Est autem Campani logica in his propositionibus admirabilis. Intentio Euclidis fuit (ait) non assumere ex prius demonstratis. Aliter enim supervacuè proposuisset multa de numeris, quę demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Hæc Campani logica est ad Euclidis elenchos excusandum: At eximie Campane, Euclidis intentio ista quantum tibi judicandæ artis argumentum est? Si voluisset Euclides sursum deorsum omnia miscere, an voluntas hominis, pro catholica aliqua doctrinæ lege haberetur? at debuit bene docendi catholica lex & logica euclideæ intentionis & voluntatis magistra esse: Neque verò in totis elementis tam simpliciter á Theone quicquam factum est, ut Euclidis voluntas & intentio pro doctrinæ argumẽto proferretur, neq; si voluntas Euclidis Theoni tam sacra, sanctaq; fuisset, quicquam post Euclidem in mathematicis elementis mutasset, & tamen quod etiam magis mirabile sit, ausus est Cãpanus totã geometriã novis demonstrationibus ornare, manifesto judicio veteres improbans. Quid enim deterioribus erat opus, si veteres optimas judicaret? Videt igitur Campanus ingens Euclidis sophisma propositiones easdem nomine modo magnitudinis, modo numeri sophisticè repetentis: excusare vult. Quomodo, inquam? Noluit Euclides (ait Campanus) generali quinti libri doctrina uti ad demonstrandum specialem septimi libri doctrinam. At (inquam) si Euclides logicas bene & accuratè docendi leges sequeretur, nihil prius velle debuit quàm á generalib. specialia deducere. Id enim est ex caussis prioribus & notioribus docere: Quare Campanus magnam Euclidis sophisticam majore etiam sophistica tegere vult. Sed tamen singulas propositiones exequamur.

5 & 6 p 7 materiam habent compositionis tertiæ: quæque ideo definitione tractanda fuerat, non syllogismo judicanda. Demonstratio autem quintæ genere sophismatis prorsus eadem est cum demonstratione 1 p 5: principium nullum mathematicum: axioma logicum prorsus idem. Hîc elenchus alter est. Tertius est hysterologia methodi, quia specialis est propositio ad 12 p 7, ut ad 12 p 5: imo conversa pene 1 p 5.

7 & 8 p 7 materiam habent é tertia divisionis specie, propterea que postulandam, non demonstrandam. Hic primus est elenchus: septima est eadem quintæ quinti: tautologiæ est elenchus. Demonstratio est per 5 & 7 p 7 ex inductione partium: & utraque specialis est ad 11 p 7. hysterologiæ est elenchus.

9 & 10 p 7 materiam habent é 12 d 5. ideoque postulandam, demonstrantur per sectiones more superiorum, speciales sunt ad 13 p 7. Sic elenchus triplicatur é materia, demõstratione, ordinis hysterologia. Campanus interposuit hic propositionem é 20 d 7. Tanta mathematici hujus ἀλογίαν est: ut quæ sophismata præterita sunt ab Euclide, ea summo studio sibi persequenda existimet, & tamẽ voluntatem Euclidis aliás appellat pro doctrinæ lege. 11. 12. 13. 14 p 7. materiam definitionum proponũt é quinto libro repetitã, ita duplex est elenchus, alter tautologiæ, alter materiæ per se manifestę in dubiam propositionem conversę, sed hoc utrumq; in singulis declarandum est.

11 p 7

11 p 7 est eadem 19 p 5, & materia est tertiæ divisionis ab Euclide non definitæ: Hæc tautologia est, hæc ἀλογία principii in propositionem conversi: demonstratur per specialem 8 p 7, & per sophisma illud 20 d 7: petitio est principii. Sed enim Campanus hoc loco mirabilem logicam demonstravit: vidit tautologiam illam: & quosdam reprehendit demonstrantes hanc undecimam septimi ex illa 19 p 5: id est ut ipse loquitur, particularem ex universali. Atqui (inquam vir divine) si illa generalis esset ad hanc, optima esset demõstratio propositionis particularis per universalem: Sed argumentum Campani etiam est admirabile. Si hoc intenderet Euclides (ait) proposuisset hanc propositionem in septimo. Ergo (inquam) mathematice demonstrator admirande, mavis quamvis logicam legem despicere quàm Euclidis vanitatem confiteri? Sed Campanus hanc telam longius pertexit. Existimo autem, ait, & rationabiliter convinci videtur Euclidem quem vultum demonstratoris arithmetici, gratia decimi, in quo sine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat, constat assumere, iccirco plurima eorum, quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstravit, hic repetere demonstranda de numeris, quoniam per alia principia propria videlicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui, quàm ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiam quantitatum incõmunicantium difficilia sunt, principia verò numerorum, magis ultrò se intellectui applicant, faciliúsque quàm illa. Egent enim illa intellectu magis dispositio. Hæc Campani prolixior oratio est ad Euclidis sophisma prorsus hebes excusandum: Euclides demonstravit quandam arithmeticam gratia decimi. Ridiculum (inquam) arithmeticam Euclidis ad decimum Euclidis librum referre, cum usus ipsius sit, cõmunis omnium rerum numerabilium. Principia arithmetica sunt clariora intellectui principiis quinti libri. At si ita sit, sophistica Euclidis proditur á Campano obscuriora præponentis, clariora postponentis. Verum Campanus errat hic errore valde gravi: eum principia quinti libri principia sint & septimi. Quamobrem Campanum argumentis istis logica tam inopem perspicimus, quàm quisquam mathematica abundantẽ possit existimare.

12 p 7 Materia est tertiæ compositionis illius (ut dictum est) non definitæ ab Euclide eadem 12 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam Campanus hic adnotavit. Demonstratur per conversam 20 d 7. perque 5 & 6 p 7. speciales: petitio est principii.

13 p 7 Materia est 12 d 5. eadem 16 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam etiam hic Campanus adnotavit, demonstratur ut antea per conversam 20 d 7: item per 9 & 10 p 7. speciales ad istam, petitio est triplex ut antea.

14 p 7 Materia est 17 d 5. eadem 22 p 5. elenchus duplex est, demonstratur etiam per 20 d 5. bis iteratam, petitio est eadem quæ prius.

15 p 7 est specialis ad 13 p 7. Itaque materia est definitionis, & materia quę per consectarium generalis definitionis patebat. Theon per 12 p 7, id est per compositionem demonstrat alternationem. Hoc exemplum erit syllogisticæ complexionis demonstratæ. Propositio enim syllogismi est 13 p 7. Assumptio autem &

complexio est in præsenti propositione. Quare Theonem Campano logica parem esse intelligimus. Sed Campanus hic etiam Campani germanus est: Euclides non demonstravit in numeris ἀνάλογίαν inversionis, divisionis, compositionis, non demonstravit item in numeris 24 p 5. Has sanctas sophismatum reliquias Campanus demonstrandas sibi proposuit: Itaque nullus elenchus tam sophisticus est, qui non fuerit his interpretibus singularium demonstrationum loco.

16 p 7 materies est postulati ad communem multiplicationis usum attinens, demonstratur per 15 p 7. id est per alternam proportionem natura multo posteriorem: elenchus alter est. Posset autem é 19 p 7. consectarium hoc deduci, ut hic vides. 3.2.3.2. Nam extrema ter bina faciunt idem quod media bis terna: Sed præstat sua luce contentum accipere. Propositio autem de duobus tantum loquitur, de quotlibet autem potest intelligi.

17 & 18 p 7 faciunt propositionem reciprocam, attributo tamen generali & é 15 p 5 deducto: Itaque syllogistica complexio hic demonstratur. Propositio enim syllogismi est 15 p 5: æque multiplices sunt, pportionales partibus, sed cũ numerus multiplicat numeros, aut numeri multiplicãt numerũ, facti sunt æque multiplices multiplicatis & multiplicantibus, facti igitur sunt proportionales. Theon verò demonstrat antecedentem per 12 p 7. id est per compositionem natura posteriorem, conversam verò per antecedentem. Tam multiplex elenchus est in unius propositionis sophismate: Quod autem loquitur 17 p 7 de duobus multiplicatis, & 18 p 7 de duobus multiplicantibus, de quotlibet verum erit.

19 p 7 Est eadem 16 p 6. tautologia est: materies autem est principii cũm reciproca sit subiecto attributoque, ideoq; caussam suæ veritatis continet. Demonstratur autem á Theone utrumque per multas antecedentes propositiones, nullam rei caussam continentes: petitio est principii.

20 p 7 Consectarium est idem 17 p 6, & é proxima postulandum: est enim assumptio & complexio syllogismi ad 19 p 7. Theon hic syllogismum nullum vidit. Itaq; demonstrat & adhibet 11 p 5. at πόρισμα in totis elementis nullum tam propinquum, tamque manifestum fuit, & Campanus hoc loco, nescio quem arabicum opinor Euclidem sequutus (ait) ab Euclide non esse propositum in numeris, quod erat propositum in lineis, 17 p 6.

21 p 7 causam suam exprimit é 15 p 5, metiuntur æqualiter, quia sunt æque multiplices: Itaque impossibile Theonis est ineptum: Campanus ad 23 d 7. vocat numeros minimos radices rationum.

22 p 7 Est eadem 19 d 5 & 23 p 5. tautologia est tertia, & materia est postulati: Itaque demonstratio inepta est: Campanus in suo Euclide non habet istam propositionem, itaque demonstravit ad 19 p 7.

23 & 24 p 7 reciprocantur generali reciprocatione, ideoque postulati materies est: & inepta ἀπαγωγὴ Theonis. Sex proximæ propositiones pertinent ad primos inter se.

25 & 26

25 & 26 p 7 reciprocantur, sed verbis ineptis cõceptę sunt: reciprocatio autem sic intelligitur. Si compositus sit primus ad aliquem, & componentes erunt primi ad eundem: & si componentes sunt primi ad aliquem, compositus erit primus ad eundem. Antecedens autem probatur per oppositum satis propinquũ & generale, sed tamen caussam nullam habet.

27.28.29 p 7 sunt consectaria: Theon tamen hic logicam consectarii nullam videt, sed demonstrationes ex illis suis generalibus comminiscitur, cùm sola assumptio enthymemati desit.

27 p 7 est é 26 p 7. Nam terminus unus bis intelligitur.

28 p 7 est ê 26 p 7. teriterata. Hic igitur assumptio triplex deerat.

29 p 7 est primo é 27 p 7: secundo é 28 p 7 semel, sed oblique iterata: tertio ê 28 p 7, & deinceps perpetuo.

30 p 7 est reciproca, ideoq; postulanda: Impossibile Theonis hic valdé facile est, nullam tamen caussam ostendit. Admonet autem Campanus conversam dupliciter esse veram: primó si simuluterq; sit primus ad utrũq;, ambos esse primos inter se: item ut proponit Euclides. Si primus sit ad alterum, &c.

31 p 7 Caussa est suæ veritatis: Theon cogit non obscure, sed inepte.

32 p 7 Specialis est conversa ex illo principio. Qui metitur mensorem, metitur mensum: ergo qui metitur mensum, metitur aliquem mensorem: antecedens est principiũ Theoni in demõstrationibus, cõversa itaq; etiã principiũ esse debuit.

33 p 7 Est caussa suæ veritatis, cùm primi numeri sint radices & factores omnium postea factorum: Itaque Theonis demonstratio hîc admirabilis nullo antecedentis vel principii, uel propositionis argumento utentis, sed usurpantis principium, quod sit aliquis numerus minimus, quod tamen principiũ in principiis ab eo positis nusquam est. Quare proprietas compositi numeri per se postulanda fuerat, non fuerat cogenda per impossibile ejusmodi.

34 p 7 fit é partitione numeri: Numerus est primus aut compositus. Nam pro composito ponitur proprietas compositi: Sic é partitione facta est 4 p 7: ut intelligas duobus in hoc libro exemplis ab Euclide & Theone fieri propositiones demonstrabiles é materia partitionum.

35 p 7 Ex hoc problemate fecimus theorema, quod suæ veritatis principium præ se ferret. Nam si maximus communis divisor datos diviserit, quoti erunt minimi, ut patet é 15 p 5.

36 p 7 Ex problemate fit theorema â Campano, & â nobis item factum est, sed brevius & caussa manifestiore: Theonis demõstratio cogens per proportionis doctrinam hic inepta est.

37 p 7 Consectarium est ad 35 p 7. ut etiam Campanus fecit: Itaque Theonis logica hic syllogisticas complexiones demonstrat, sicut antea demonstravit 15.17.18 p 7.

39 & 40 p 7 faciunt propositionẽ reciprocã & catholicam: in demonstratione aũt 39 p 7 Theon utitur principio, quod unitas sit pars omnis majoris numeri ipsi cognominis: quod tamẽ, neq; nominat neq; nusquã in principiis adhibuit.

Campanus autem minus absurdus hic fuit: principium quippe illud in principiis habuit: fecit enim quartam animi conceptionem. Tota etiam & antecedentis & cõversæ demõstratio Theonia ridicula est de proprietate divisoris ad quotum per proportiones numerorum.

41 p 7 Hæc propositio est eadem 38 p 7. vel certé ex ea consectarium: Demonstratio igitur hic vel Theonis vel Campani syllogismi cõplexionẽ demonstrat.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 19. IN *octavum elementorum.*

OCtavus liber propositiones habet 27: quarum decem spectant ad proportionem continuam, reliquæ ad numeros figuratos.

1 & 2 p 8 faciunt unam propositionem attributo reciprocam: Si continui sint extremis primi, erũt minimi, & si minimi, primi: Caussa itaque est é generali reciprocatione 23 & 24 p 7. Nam si extremi sint primi, erunt etiam primi ad omnes. Itaq; Theonis impossibile hic ineptum est in antecedente, conversio etiam ineptior præsertim per æquationem, complexio syllogistica demonstratur 2 p 8. Theorematice proponi debuit, caussamque suam manifestius ostenderet é 17 & 18 p 7. Item ex 11 p 5. denique é 29 p 7: unde etiam repetitur á Theone: justior verò demonstratio nulla adhuc fuit: Consectaria Theonis de figuratis quadratis & cubis é definitionibus suis hic patent.

4 p 8 demonstrabilis illa quidem est, sed à Theone cogitur impossibili longo & obscuro.

5 p 8 Eadem 23 p 6, tautologia sophistica est: demonstratur autem á Theone non obscurè quidem admodum per 4 p 8. 10 d 5. 17 p 7. 11 p 5. 14 p 7: Campanus hic paulo brevior est per 17 p 7. & 10 d 5. Reprehendit autem Theonem quod continuis minimis utatur. Hoc enim est (ait) proposito præter necessarium, uterque autem rationibus alternorum laterum hic utitur in demonstrando, tametsi neuter ita propositionem instituit, vacat tamen prorsus ista propositio, quia in solis magnitudinibus locum habere potest, in quibus 23 p 6 melius & plenius satisfaciet, quia generaliter loquitur de omnibus parallelogrammis æquiangulis, hæc specialiter de rectangulis quæ planis numeris explicantur. Tametsi utramque omisimus, quia nullus usus nobis appareret. si quis insigne emolumentum uspiam deprehenderit, communicato.

6 p 8 Caussam ostendit de continuis inter se dividuis, quod antecedens consequentem non metiatur, de disjunctis non item: Demonstratio Theone hic nõ est admodum obscura, præpostera tamen est per æquationem.

7 p 8 est syllogistica assumptio & complexio præcedentis. Totus autem syllogismus connexus secundi modi sic est. Si primus non dividat secundum, nec ullus ullum dividet. Ergo si ullus ullum dividat, ut primus extremum, primus etiam secundum dividet. Hic tamen Theon nullum syllogismum videt. Præce-

dens

dens autem negata est: quod in arte nihil docet. Melius verò affirmaretur hoc modo. Si continuorum primus diviserit secũdum, & antecedens quisq; dividet consequentem alium, & si hoc, illud, ut nos etiam in arithmetica proposuimus.

8 p 8 causſam suæ veritatis ostendit: ratio enim eadem facit eundem mediorum numerũ, postulanda igitur ista propositio fuerat, nõ demonstranda: Campanus hic adnotavit nullum superparticularem posse per æqualia dividi, secus inter duos numeros unitate differentes medius numerus esset. ideoque tonus sesquioctavæ in duo semitonia non dividetur, sed in majus & in minus semitonium.

9 & 10 p 8 verbosé proponuntur, breviter autem ita proponi possunt. Quot continué medios habent primi inter se, totidem habent ad unitatem: & quot habent ad unitatem, tot habent inter se: decima autem magis est generalis, ut Campanus adnotavit, quia non solum de primis, sed de quibuscumque numeris vera est, utraque autem consectarium est é 2 p 8: frustraque á Theone & Campano demonstratur, multoq; facilius erat ex eadem propositione medios istos, quàm quadratos, & cubos concludere.

11 & 12 p 8 speciales sunt ad 18 & 19 p 8. Itaq; postpositæ consectaria tantum essent: Theon syllogismum hic nullum animadvertit.

13 p 8 De continuis demonstratur non obscurè admodum, per 11 & 12 p 8. æquatio deinde per 14 p 7 adhibetur. In quo nihil est nisi mediorum inventio quædam.

14 & 15 p 8 unicam propositionem poterat affirmare. Si figuratus æqualium laterum metiatur homogeneum, & latus metietur latus, & contrà: Neque causſa quærenda erat: cùm reciproca sit proprietas ad figuratos æqualium laterum, ut sint quadrati & cubi.

16 & 17 p 8 Sunt negationes prius affirmatarum proprietatum, ut si diceres. Si homo est, est risibilis: ut vulgus loquitur, & si risibilis est, homo est, unde negatum concluderes. Si non est homo, non est risibilis, & si non est risibilis, non est homo. Atqui præceptum artis debet imprimis esse affirmatum, & κατὰ παντὸς affirmatũ. Quare propositiones hæ genere propositionis sunt ineptæ, genere demonstrationis ineptius sunt demonstratæ. Sunt enim quatuor assumptiones & complexiones syllogismorum cõnexorum secundi modi. Prima pars 16 p 8 sic concluditur é secunda parte 14 p 8. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratum. Ergo si quadratus quadratum non metiatur, neq; latus metietur latus. Secunda pars 16 p 8 sic item concluditur é prima parte 14 p 8. Si quadratus quadratum metiatur, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; quadratus quadratum metietur. Similiter 17 p 8 concluditur: prima pars nempe é secunda parte 15 p 8 hoc modo. Si latus cubi metiatur latus, & cubus cubũ metietur. Ergo si cubus cubum nõ metiatur, neq; latus metietur latus. Item secũda é prima sic. Si cubus metiatur cubum, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; cubus cubum metietur. Hæ sunt (inquam) syllogisticæ & assumptiones & complexiones, in quibus tamen syllogisticum nihil

animadvertit vel Theon vel Campanus, datisq; syllogismorum antecedẽtibus complexiones demonstrat.

18 p 8 Est generalis ad 11 p 8. præpositaque caussam præponeret. Demonstratur quod mirere, per 17 & 12 p 7. & per 11 p 5. per quas easdem etiam specialis illa 11 p 8 demonstrata est, ut nulla prorsus occasione, nisi sophisticarũ demonstrationum specialis antepositа sit.

19 p 8 Simillima est genere sophismatis. Est enim generalis ad 12 p 8, & demõstratur per easdem, per quas demonstratur specialis.

20 & 21 p 8 sunt conversæ 18 & 19 p 8, & materiam ideo postulandam, non demonstrandam ostendunt: non convertitur autem duplicatio & triplicatio, quia generalis etiam est, ad non quadratos & non cubos.

22 p 8 Consectariũ est é 20 p 8, & tamẽ Theõ πόρισμα nõ facit, sed propositionẽ.

23 p 8 Est item consectarium é 21 p 8. sophisma par est superiori.

24 & 25 p 8 magis etiam & προβλήματα sua demonstrant é 18 & 19 p 8. sophismata paria sunt.

26. 27 p 8 Sunt etiam superioribus proximis mirabiliores, dum genus speciei comparant, cùm potius speciem debuerint generi. Quadrati enim duo sunt inter se similes plani, & duo cubi, similes solidi, non contrà.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 20. IN NONUM *elementorum.*

LIber nonus habet propositiones nulla methodi ratione dispositas, alias de simplicibus, paribus, imparibus, perfectis, alias de comparatis, alias de figuratis.

1 & 2 p 9 faciunt unam reciprocam. Similes plani faciunt quadratum, & facientes quadratum sunt similes plani: Caussa verò prodítur é 19 p 7. Campanus hic quadruplex corrolarium instituit, primũ. Duo quadrati faciunt quadratum quia plani similes. Secundum: Per quem quadratus facit quadratũ, ille quadratus est: quia quadratus est similis quadrato. Tertium: Per quem quadratus facit non quadratum, ille est nõ quadratus. Quartũ. Quadratus per non quadratum facit nõ quadratum. Duo autem postrema sequuntur per negata consequentia duorum primorum. Hanc logicam laudo in Campano, magis autem laudarem, si in cæteris idem præstitisset, & tamen duo postrema consectaria negantiam tantum habent & inscientiam.

3. 4. 5. 6 p 9 Talia de cubis consectaria esse debuerant, qualia de quadratis Campanus antea fecit: Campanus tamen hîc etiã propositiones facit, nec consectaria animadvertit: complexiones syllogisticas cũ Theone demonstrat. 3 & 4 p 9 Logicam habent multis jam locis adhibitam, sed in rebus tam propinquis nulla adhuc fuit, antecedens enim specialis est, ad consequentem: 27 p 7 ad 26 p 7 sic erat specialis. at specialis generalem sequitur: at totum hîc contra est. Syllogistica igitur Theonis ea fuit.

5 P 9.

5 p 9 Est conversa quædam 4 p 9. Si cubus multiplicet cubum, faciet cubum: & si cubus faciat cubum, multiplicabit cubum. Campanus hic negata consectaria comminiscitur, ut antea.

6 p 9 Est etiã cõversa quædã 3 p 8. Cubus seipsum multiplicãs facit cubum: & per se faciẽs cubũ, cubus est. Itaq; tota logica hæc valde agrestis est & sophistica.

7 p 9 Materies postulati protinus é 17 d 7.

8.9.10 p 9 Inventionẽ quadratorũ & cuborũ generalẽ quãdam suppeditant.

8 p 9 Consectarium est ê 22 p 8.

9 p 9 Consectarium est é 23 p 8.

10 p 9 est consectarium é 27. & 25 p 8. & 3 p 9. sed partim oppositum est antecedentis, ut etiam Campanus hic adnotavit.

11.12.13 p 9 continent tres proprietates ratione multipla continuorum: alia enim ratio in hanc progressionem cadere non potest: Est autem proprietas hæc triplex de divisore continuorum.

11 p 9 Proprietatem habet reciprocam, si recte proponatur hoc modo. Si dati sint ab unitate continui, minor quisq; majorem metitur per aliquem continuorum: & si datorum minor quisque metiatur majorem per aliquem datorũ, erunt ab unitate continui. Itaque quamvis hic á Theone demonstretur sola 15 p 7. attamen materies postulanda fuerat, non demonstranda.

12 p 9 Caussam item suam indicat, quia numerus, qui est ad unitatem, est primus ille mensor ultimi: ut in 1.2.4.8. item in 1.3.9.27. item in 1.5.25.125, aut certé est compositus é primo illo mensore ultimi: ut in 1.6.36: Hic enim 2.& 3. metientur ultimum. Ab illis etiam compositus est 6: Sic in 1.10.100, 2 & 5 primi metiuntur 100, decem ab illis est factus. Sic in 1.12.144. extremus mensus est â 2 & 3 primis, á quibus etiam 12 componitur á 2 per 6 & á 3 per 4. Itaque hoc etiam postulandum fuerat: & Theonis impossibile hic ineptum est.

13 p 9 Caussam habet manifestiorem: Nam cùm multiplices sint termini, omnes in hac progressione â solis submultiplicibus dividentur, at alii nulli sunt. Quare etiam Theonis impossibile hic etiam ineptius est.

14 p 9 Caussam item suam ostendit. Nam minimus dividuus á numeris absolutè primis est factus ab iis. Itaq; si quis alius primus metiatur factum, metietur & factorem alterum.

15 p 9 Consectarium est é generali cõceptione, quam definitio primorum inter se suppeditat & é 2 p 8. Extremi minimorum continuorũ sunt primi inter se, ideoq; si eorum alter cum quolibet referatur ad alterum, primi erũt. Quare demõstratio Theonis hic sophistica est per tot præsertim propositiones alias. Campanus longam digressionem hic habet: Primó. Quod metiens unum é cõtinuê minimus sit compositus ad alterum datæ rationis minimum. Quod in Euclide nõ est: Secundó. Quod quilibet cõtinuê minimorũ ad compositũ é reliquis sit primus. Quod magis generale est de quotlibet, quàm Euclidis theorema de tribus: & probat per præmissam illam. Probat tamen etiam idem propositionẽ Theonis de tribus; Sed huc aggregat totas decem propositiones primas secũdi

libri

libri de lineis: Quin addit & undecimam secundi impossibilem esse in numeris: eaque omnia tanquam ab Euclide proposita demonstrat, ut hic etiam manifestum sit arabicum Euclidem, non græcum Campano propositum fuisse:

16 p 9 Consectarium est é 19 & 21 p 7. Theon tamen hic 19 p 7 non appellat.

17 p 9 Caussam habet ex eodem fonte, Theon tamen cogit per 13 & 21 p 7.

18 & 19 p 9 Consectaria sunt 19 p 7. Itaque Theon demonstrationes multas hic adhibet, ubi nulla esse debuerat. Notabile autem est in utraque propositione verbum δυνατὸν possibile, quia non solet in problematis exprimi, ubi tamen semper intelligitur.

20 p 9 Specialis est, cum de omni specie numeri imo numerationis sit id verum. Additionis per 1.2.3. species infinitæ sunt, sic subductionis, multiplicationis, divisionis. Sic numeri compositi, impares, pares, imperfecti, perfecti plures sunt omni proposita multitudine. Quare postulandum id fuit generaliter numerum infinite crescere, non autem specialiter demonstrandum. Campanus autem, qui septimo libro postulavit, quolibet numero majorem dari posse. Item seriem numerorum in infinitum posse præcedere. Campanus (inquam) istorum postulatorum postulator, de Euclidis constantia magis, quàm de sua solicitus specialiter demonstrat à seipso generaliter postulatum. Sequũtur deinceps propositiones numero quatuordecim de numeris imparibus & paribus: eorumq; differentiis & proprietatibus.

21 p 9 Consectarium est é definitione paris, quia binarius metitur partes omnes, ergo totum.

22 p 9 Est consectarium é definitione imparis, & 21 p 9. Nam detrahatur ex unoquoque unitas, totus é reliquis paribus erit par, & ex unitatibus ipsis paribus numero par erit.

23 p 9 Consectarium est é proxima per contrarium. Nam é multitudine pari par est, at reliquus impar additus pari constituit totum imparem.

24 p 9 Consectarium protinus est é principio, binarius metietur totũ & partem, ergo reliquum.

25 p 9 Consectarium est é 22 p 9, quia impares additi sunt multitudine pari.

26 & 27 p 9 Debuerant potius per contrarium exprimi, Par & impar constituunt imparem, & unde consequebatur. Si ab impari impar auferretur, parem relinqui, item Si par tollatur ab impari, relinqui imparem.

28 p 9 Consectarium manifestum etiam est Theoni é 21 p 9, quia adduntur multitudine pari, & tamen Theon demonstrat.

29 p 9 Consectarium protinus est ê 23 p 9. & tamen Theon syllogismum nullum videt.

30 p 9 Demonstratur à Theone novo quodam demonstrationis exemplo: primum probatur per impossibile, quod impar metiatur parem per parem: at principium est definitionis Campano, ut revera est é definitione paris: tum probatur

batur mensura dimidii per principium, quod tamen Theoni in principiis nullum fuit: & quod propositione non minus obscurum sit. Si totus dividat totum per aliquem, dimidius dividet dimidium per eundem.

31 p 9 Cogitur per impossibile & proxima, quia dati essent compositi.

32 p 9 Proprietas est reciproca: ideoque postulanda fuerat: licet non admodum obscurè, attamen frustra demonstratur à Theone per 13 p 9.

33 p 9 Proprietas item reciproca est. Itaque temerè demonstratur per impossibile.

34 p 9 Materies est definitionis: unde tertia species parium definienda fuerat, talia sophismata fuerũt è definitionibus analogiarum libro quinto & septimo, ubi è materia definitionũ factæ erant propositiones. Sed aliud sophisma hic insuper est, quod præceptum sit per negantiam, ut octavo libro quædam propositiones fuerunt de quadratis & cubis.

35 p 9 Demonstratur per compositionem 17 & 12 p 5: Caussa tamen ipsa est è progressione continuorum.

36 p 9 Demonstratur à Theone prolixissima demonstratione, & omnes ferè propositiones antegressas complectente: ut dilata in extremum propositio videretur, quæ totam arithmeticam ad sui demonstrationem requireret. At caussa veri nulla hic est, & Apollonius, Quæ eidem æqualia, isto modo justissimè demonstrasset.

PRAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 21. IN PRIMAM PARTEM DECIMI ELEMENTORUM GENERALEM DE SYMMETRIS, ASYMMETRIS, RATIONALIBUS, IRRATIONALIBUS.

LIber decimus communem magnitudinũ differentiam continet symmetrarum, asymmetrarum, unde rationalium & irrationaliũ differentia derivatur: Quod in numeris antiquius est, sed valde dissimile. Numerus enim suapte natura primus est aut compositus: Deinde numeri duo quilibet inter se primi aut compositi: idq; unitatis mensura dijudicatur. At in magnitudine secus est. Neq; enim ut in numero unitas, sic in magnitudine minima mensura nota est. Sed mensura magnitudinis tantum est θέσει positione & arbitrio geometræ statuentis digitum, palmum, pedem, aut aliud quodlibet mensuræ genus pro mensura. Hæc igitur materies est decimo libro proposita & eo modo tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligẽdum quid præcipiat Euclides (id enim vel indoctis & illiteratis id solum quod adest, quodque præsens est intuentibus possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus & explorandum quis finis & usus sit operi propositus, quæ genera, species, differẽtiæ sint rerum subjectarum: nihil enim unquam tam con-

fusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagoreorum (à quibus hæc inventa primo libro diximus) in hunc tanquã specum inducta videatur. Itaque prodigiosi sophismatis est ad duodecim linearum irrationalium inventionem tot propositiones, lemmata, demõstrationes ab ingeniis solertibus quidem illis & peracutis, sed certe otio intemperanter abusis excogitatas esse: nulla pars geometriæ (si tamẽ in vero geometriæ usu locum ullum acumina ista habitura sint) inutilior, nulla tamen præceptis & theorematis cumulatior. Geometria de planis excepto quadrilatero rectangulo, neque quolibet est irrationalis: nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: Geometria tota de solidis excepto recto, prismate & cylindro est irrationalis, nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: neq; de lineis irrationalibus apodictica major requirebatur. symmetria enim demonstraret quæ actu & sua longitudine rationales vel irrationales essent: Et tamen si quid irrationale esset, sciri oportuit, satis fuit generaliter sciri, quia hoc uno argumento tenearis tales lineas numero datæ mensuræ inexplicabiles esse, qua generis specie quave differentia exquirere, vanus & inanis labor fuerit. Denique modalibus, conversionibus, reductionibus & ejusmodi quisquiliis nihil jam miror logicam irretitam esse, cum severissimam alioqui disciplinam commentis istis velut exornatam videam. Equidem toto decimo libro studiose & accurate considerato nihil aliud judicare potui quam crucem in eo fixam esse, qua generosæ mentes cruciarentur. Quare omni studio diligentiaq; connitendum nobis est, ut ista clarissime evoluantur, miseraque & funesta crux evertatur & prosternatur, atque in perpetuum affligatur. Partiemur igitur totam operis molem duas in partes, primam de generalibus & communibus elementis, secundam specialem de irrationalibus tum affirmatis, tum negatis: & sic Euclides ipse vel imprudens neq; quidquam de methodi ullius luce cogitans, definitionum suarũ principia tribus differentibus locis distribuit. Prima pars igitur erit in definitionibus undecim & propositionibus viginti. In definitionibus autẽ Euclides aliam & dissimilem superiori logicam adhibuit: accumulavit definitiones sex librorũ communes initio primi libri, in quinq; proximis proprias accõmodavit: Initio septimi cumulum rursus fecit septimi, octavi, noni communem. In decimo uno & solo tres ordines definitionum distinxit: communes præposuit, speciales post posuit, quod genere ipso laudabile est, sed multo fuisset laudabilius, si suam cuique generi specieiq; definitionem ut logica methodus exigebat, adjunxisset. Verumtamen definitiones primas videamus, quid sint magnitudines symmetræ, asymmetræ, rationales, irrationales, id enim definitiones undecim definiunt. 1 & 2 d propriis verbis exprimunt partitionem symmetrorum & asymmetrorum, quæ est in arithmetica primorum inter se & compositorum inter se numerorum: Sed arithmetica de numeris primis præcipua fuit, unde intelligeretur arithmetica compositorum: & quidem de primis numeris arithmetica succinc-

ta fuit. Huc verò repetuntur ab Euclide quædam jam de numeris propoſita, & de ſymmetris totidem præcipiuntur, quot de aſymmetris, elementorumque numerus de ſymmetris & aſymmetris duplicatur.

3.4.5 d ſymmetriam & aſymmetriam rectarum duplicem indicant, alteram rei & actus, alteram vis & potentiæ tantum. Atqui hæc vis in lineis dicitur κατὰ τὴν μεταφορὰν καὶ τὴν ὁμοιότητα, ut inquit Ariſtoteles 5 & 9 philoſophiæ. Ut enim in ſeminibus eſt cauſſa ſtirpium, ſic in lineis rectis origo quadratorum, omnínoque rectangulorum: utque ſemina poſſunt ſtirpes, ſic lineæ rectæ quadrata & oblonga id eſt rectangula, unde ſecundo libro rectãgulum dicitur ſub duabus lineis rectis comprehendi. Nec recta ſola & ſolitarie conſiderata quadratum poteſt, ſed recta per rectam. Verum quia æqualis bis eſt aſſumpta, una dicitur quæ duplex eſt. Ergo rectæ potentia quadratum dicitur, lateraque quadratorum metaphora conſimili vocantur radices quadratorum. Sic διαγράμματα (ait ibidem Ariſtoteles) ἐυρίσκεται ἐνεργείᾳ inveniũtur actu, ut cur duo recti in triangulo? quia circa idem punctum duo anguli duobus rectis ſunt æquales. Potentia autẽ hæc tota decimo libro attribuitur lineæ rectæ non ſuperficiei, non corpori. Sed de utraque definitione pauca ſeparatim.

3 d 10 Rectæ potentia ſymmetræ ſunt, quando ipſarum quadrata eadem area metitur. Ut latus 3 pedum, & latus 5 pedum. Area enim pedis unius hæc quadrata metitur, ideoque lineæ illæ ſunt per potentiam ſuam ſymmetræ: reverò & actu aſymmetræ.

4 d Aſymmetræ autem quãdo ipſarum quadratis nullam accidit aream communem menſuram eſſe, ut ſunt latus lateris 7, & latus lateris 3. Nam quadrata earum linearum latus ſeptenarii, & latus ternarii nulla area communiter metitur. Ex his autem quatuor definitionibus ſequitur in Euclide initium Geometriæ obſcurioris: litera Euclidis ita eſt.

5 d 10 His poſitis conſtat propoſitæ rectæ rectas eſſe multitudine innumerabiles, tùm ſymmetras, tùm aſymmetras, alias quidem longitudine, & potentia: alias verò potentia ſolum: vocetur igitur propoſita recta rationalis. Hæc Euclidis verba ſunt, quorum ſingula pondera diligenter examinanda ſunt: Propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles ſymmetræ re: Ut rectæ 7 pedum, ſymmetræ ſunt rectæ pedum 8.10.12, & ejuſmodi infinitæ, tùm potentia, ut latera quadratorum pedum 8.10.12 & ejuſmodi innumerabiles rectæ: dari etiam poſſunt rectæ aſymmetræ eidẽ tùm longitudine, ut latera proxima quadratorũ 8.10.12. tum potentia, ut latera proximorũ laterũ, & ſimilia infinita. Mutes verò propoſitam, & dato latus 7 pedũ, huic etiã dari poſsũt innumerabiles ſymmetræ, tùm longitudine, ut latus 28, latus 63, ut poſtea patebit. At potentia tantũ ſymmetra ſunt latus 7 & latus 3, ejuſmodique infinita, denique aſymmetra ſunt idem latus illud 7, & latus lateris 3 ſeu 5, & ſimilia. Quapropter propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles juxta Euclidis verba, tũ ſymmetræ, tũ aſymmetræ, aliæ longitudine & potentia, aliæ verò potentia ſolũ. Verumtamen quid habet conſectariũ,

ut definitio dicatur? ſane quod in eo poſtremum eſt, definire videtur ἐυθεῖαν ῥητὴν rectam rationalem. Quid enim in litera Euclidis eſt reliquum? Vocetur (inquit Euclides) propoſita illa recta ῥητὴ id eſt explicabilis, & tanquam diceretur dicibilis. De hoc in geometria diximus, nec prohibet hic latius agi. Quæro igitur ῥητὸν iſtud quomodo explicabile intelligitur? ῥητὴ (ut Pachymerius refert) definita à nonnullis διὰ ἀριθμῶν γνωρίμη per numeros nota, quam definitionem ipſe non probat, quia ſit ex accidente. Verum Pachymerius hic parum conſideravit ex iſto accidente 5. 6. 7. 8. 9 p 10 effici, hinc totam de rectis irrationalibus naturam toto libro declarari: ex numeris enim diſſimilibus & quadratis totæ ſpecies irrationaliū declarabuntur. Et ſic Marinus in protheoria Datorum. Proprie verò (ait) per ſe ῥητὸν eſt, quod ſecūdum aliquem numerum cognoſcimus, & ſecundum aliquā poſitione menſuram, ut palmum verbi gratia vel digitum: Sic (inquam) Pachymerius, ſic Marinus. Euclides tamen & in primis & in ſecundis tertiiſq; definitionibus ῥητὴν accipit aut datam ipſam ex arbitrio & theſi aſſumptam, vel poſitæ datæque ſymmetram. Et quidem cum ſumis mēſuram tripedalem, facis triplam pedis unius, quin ſi pedalem ſtatuas, etiam comparabitur pedis unitati, ad eamque rationalis erit. Atque ex ipſo τὸ λόγου rationis comparativo & arithmetico nomine proprie magnitudo λογικὴ ἢ ἄλογος rationalis aut irrationalis magis proprie dicetur quam ῥητὴ ἢ ἄῤῥητος explicabilis aut inexplicabilis quia hoc magis eſt generale: & rationale atque irrationale ſic ad aliud referuntur, ut eorum ſpecies æquale & inæquale: λόγος enim genus eſt æqualitatis & inæqualitatis ſed res teneatur. Sic enim Euclides (ut dixi) loquetur, ſic item Theon ad 11 p 10 ῥητὴν veluti definiendo ait, ἀφῆς ἐφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνεσθαι, à qua diximus menſuras capi. Sed lubet ad eandem rem proferre conſimilem interpretationem Peripateticorum. Author enim quidam inter Ariſtotelis eſt opera de lineis individuis, qui totum generis hujus Euclidem in illud opus tranſtulit, aitq; propoſitam lineam ὥσπερ σημεῖον προκείμενον καὶ ὁμολογούμενον velut ſignum propoſitum & confeſſum, idq; πύριον ὄνομα proprium & peculiare verbum à Geometris uſurpari. Age (inquam) iſta ῥητὴ menſura eſt, quæ dicitur vulgo à Geometris famoſa, & ideo nota numero. Quid tum γραμμαὶ ῥηταὶ (ait) καὶ ἄλογοι πρὸς ἀλλήλας ἔσονται, lineæ explicabiles & inexplicabiles id eſt rationales & irrationales inter ſe erunt, hic non ſatis manifeſtus eſt: videtur tamen dicere magnitudinē non dici abſolute ῥητὴν καὶ ἄλογον, ſed relatione ad propoſitum, ut numerus ad alium primus, & ad aliū compoſitus, inductus fortaſſe Euclidis authoritate, qui prius rectas συμμέτρους καὶ ἀσυμμέτρους definivit, poſterius ῥητὴν καὶ ἄλογον: ſed tamen ne qua dubitatio eſſet, idem ille ipſe author ſententiam ſuam manifeſtius dicit. Itaque (ait) σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον φύσει natura ſunt, ῥητὸν verò & ἄλογον θέσει poſitione, ut ſi propoſitæ rectæ, hæc quidem ῥητὴ ut σύμμετρος, illa verò ἄλογος, ut ἀσύμμετρος, & rurſus ῥητὴ huic, illi ἄλογος, & ἄλογος huic, illi pariter ῥητὴ. Hæc authoris hujus decreta ſunt, ubi manifeſte docet ῥητὴν καὶ ἄλογον rectam dici non per ſe, nec abſolute, ſed tantum relatione ad poſitam. Quam ſententiam videtur & Pachymerius ſequi, qui nominatim ait σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον τῇ φύσει, ῥητὸν καὶ ἄλο-

λογον δὲ

γὰρ ὃ λαβὼν αὐτὸ, ἀλλὰ πρὸς ὑποτιθέασιν. Itaque ſententia Euclidis & Geometrarum iſtorum definitio rationalis rectæ non eſt quod ſit propoſita, ſed quod ſit ſymmetra propoſitæ, ut mox definietur, ſed tamen videamus quid deinde Euclides loquatur: Cum igitur propoſitam illam ſtatuiſſet, cui eſſent rectæ innumerabiles & ſymmetræ & aſymmetræ, ait.

6 d Et huic ſymmetræ ſive longitudine & potentia, ſive potentia tantum explicabiles.

7 d Et huic aſymmetræ irrationales vocentur. Hæ duæ definitiones reſpondent quintæ, ut ῥητὸν definiunt per relationem & per ſymmetriam, tanquam ῥητὸν καὶ ἄλογον ſpecies ſint σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον ad propoſitam. Poſtremo hic etiam elenchus Ariſtotelis ille notabilis eſt ſpeciei pro genere. Etenim quod hic Euclides ſpecialiter exponit, generale eſt, & omnis magnitudinis cõmune. Nam ſi duæ magnitudines ſint ſymmetræ propoſitæ magnitudini, ſunt etiam rationales: & ſi aſymmetræ, ſunt irrationales. Hunc elenchum Theon ad ultimam libri hujus propoſitionem, & Pachymerius poſt Theonem adnotarunt. Id (in quã) generale eſt, quod hic tamen ſpecialiter Euclides propoſuit. Quatuor reliquæ definitiones in eadem obſcuritate verſantur.

8 d Et á propoſita recta quadratum rationale.

9 d Et huic ſymmetra rationalia. Hic autem de quovis rectilineo generaliter præcipit Euclides, eaque ait eſſe rationalia, quæ ſymmetra fuerint quadrato rationali.

10 d Et quæ huic aſymmetra, irrationalia vocentur. Rectilinea igitur irrationalia erunt, quæ ſunt aſymmetra quadrato rationali. Denicp ῥητὸν καὶ ἄλογον ſubjiciuntur hic & poſtea, ſubjicientur ſymmetriæ & aſymmetriæ.

11 d Et rectæ quæ ipſa poſſunt, irrationales, ſi quidem quadrata ſunt ipſa latera: ſin autem alia quædam rectilinea, rectæ quæ deſcribunt æqualia ipſis quadrata. Ex his igitur definitionibus videmus quomodo magnitudo ſymmetra ſit & aſymmetra, rationalis & irrationalis: propoſitiones viginti (quæ eſt de cõmunibus pars reliqua) conſideremus, in iis porro de numeris iterantur nominatim nonnullæ, aliæ uelut umbræ quædam ſunt numerorum.

1 p ſimiliter oſtenderetur, ſi dimidium ſubduceretur (ait Theon) & ſic dimidium tolletur 16 p 12: contrarium verò de numero ſumitur á Theone ad 1 p 7. quod numerus infinite non dividatur, ſed recidat in minimum, unitatem quippe: Nunc verò ſecus docetur eſſe in magnitudine, quod infinite dividua ſit. Quare propoſitio hæc diligenter animadvertenda eſt, quod hinc illud theorema de magnitudine ſemper dividua aperte naſci videatur.

2 p reſpondet omnino primæ propoſitioni ſeptimi libri, & ſimili impoſsibili demonſtratur. Tautologiam Campanus vidit. Propoſitio autem iſta ex hypotheſi tantum agit. Nam minimum in magnitudine nihil eſſe ſtatuit. Vtrum autem aliqua metiatur, ſecunda & quarta partes nonæ docebũt, ut intelligas duas rectas eſſe ſymmetras actu.

3 & 4 p & earum conſectaria plane reſpondent propoſitionibus ſecundæ &

tertiæ, earumq; consectariis in septimo libro demonstrationumque vis eadem. Itaq; Campanum tæduit hujus tautologiæ, neq; demonstravit. Ergo propositiones adhuc quatuor tautologiam tantum habent ex arithmetica numerorũ, sequentes quinq; umbras quasdam referunt numerorum, è quibus etiam definitionem illam rationalis à Pachymerio improbatam considerare poteris.

5 & 6 p non difficilem demonstrationem habent: attamen postulata potius ẽ definitionibus proximis perspicua erant. Nam quia symmetra proponuntur, eorum certa mensura est & numero explicabilis, istaque consectaria longe clariora essent, quàm quæ corollariis definitionum libri hujus continentur. Duo hinc consectaria deducuntur. Primum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad datam rectam alia dari potest: ut patet per 12 p 6. Secundum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad quadratum datæ rectæ dari potest quadratum rectæ: ut patet per 13 p 6. inventa media inter duas superioris consectarii, tum enim per consectarium 20 p 6, ut prima est ad tertiam, sic rectilineum constitutum ad primã erit rectilineo ad secundam constituto. Sed consectariũ utrumq; speciale est.

7 & 8 p 10 sunt assumptiones & complexiones è duabus proximis. Itaq; quinta & septima, item sexta & octava, una esse debuerant, ut consecutio appareret. Atque istæ sunt syllogisticæ complexiones, quas tertio libro diximus à Theone demonstrari. Campanus hanc utramq; propositionem præteriit, & quidem in eo, Theone λογικώτερος, non solum quia res eæ paterent, sed quia negationes essent artis alienæ.

9 p quatuor partes habet totidem demonstrationibus prolixè magis quàm obscurè demonstratas: attamen prima pars & secunda materiã definitionis aut certe postulati è definitione ῥητῶς continent. Tertia autem & quarta syllogisticæ sunt complexiones & assumptiones. Itaque hic etiam syllogisticæ complexiones sunt demonstrabiles Euclidi & Theoni: Campanus syllogismos animadvertit, & speciem syllogismi notavit à destructione consequentis, ut loquitur. Sunt enim syllogismi connexi modi secundi, & geometram nostrum non ignarũ quidem Geometriæ, sed certè logicæ valde inopem tot exemplis coarguunt. Campanus deducit è quarta parte diametrum quadrati esse longitudine asymmetrum costæ, per quintam hujus & 47 p 1. Sed id postea Theon ad propositionẽ ultimam proprie docebit, si tamen Theon sit. Quatuor hinc demonstrantur à Theone.

Si rectæ sunt symmetræ longitudine, sunt & potentia, per primam partem 9 & 6 p 10.

Si rectæ sunt symmetræ potentia, non continuo sunt & longitudine, per primam & quartam hujus partem.

Si rectæ sunt asymmetræ longitudine, non continuo sunt & potentia, per quartam partem hujus & 6 p 10.

Si rectæ sunt asymmetræ potentia, sunt & longitudine, per 7 p 10 & quartam partem hujus.

At ista omnia è definitione symmetrorum & asymmetrorum postulanda erant, & exem-

& exemplo, si quid opus esset, declaranda. Sic principia etiam demonstrabilia fiunt Theoni. Hæc verò propositio, ut deinceps 11.14.15.16.17.18 p 10 attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

10 p demonstrationem difficilem non habet, sed propositionis tamen ipsius materia ê definitione & proportionis & symmetrarum, atque asymmetrarum magnitudinum multo clarior est. Falleret autem in numeris, ut in 4.6.2.3. Nec enim quia 4 ad 6 est compositus, ideo & 2 ad 3 compositus est, & symmetria magnitudinum dissimilis est compositionis numerorum. Secunda verò pars propositionis hujus potest etiam per assumptionem & complexionem syllogisticam é prima deduci.

11 p Sententia problematis est.

Si duæ rectæ comparentur ad datam prior ut plani dissimiles, posterior proportionalis, inter utramque erunt ad datam asymmetræ prior re, posterior vi. Problematis (inquam) sententia hæc est: usus autem quinam sit considerato: Neque enim postea usquam appellatur. Et certe supervacaneum sit de problematis hujus utilitate quærere, cùm omnia decimi libri problemata quæ numero sunt duo & viginti, vel ad irrationalium inventionem, quo cõparata sunt, plane sint inutilia: hæc vero propositio, ut decima, attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

12 p demonstrare vult idem principium, quod axioma primum primi libri sumpsit. Elenchus hic idem est qui fuit ad 31 p 1. ad 11 p 5. ad 21 p 6. Lemma propositionis hujus falleret in numeris, ut 20.5.4. atque huc captiosissimus elenchus ille ex hac propositione ne redeat. Quæ eidem sunt asymmetra, sunt inter se asymmetra, ut l 3, & l 9 sunt asymmetra ad 5, & tamen inter se sunt symmetra. Talis enim fuit elenchus ille. Quæ eidem inæqualia. Ergo hæc Euclidis & Theonis logica est in principiis demonstrandis.

13 p assumptio & complexio est é proximo lemmate.

Si duæ magnitudines sint eidem altera symmetra, altera asymmetra, sunt asymmetræ. Ergo si sunt symmetræ, non erunt eidem altera symmetra, altera asymmetra. Sed si una symmetra sit, altera erit etiam symmetra. Valet etiam contrarium. *Ergo si sunt symmetræ, alteraque sit alicui symmetra, reliqua eidem symmetra erit.* Tales antea syllogisticarum complexionum demonstrationes fuere.

LEMMA DVPLEX.

Datis duabus rectis invenire quantum major sit potentior minore. item. *Quæ possit utramque datam.* Hoc utrumque lemma melius esset ad 1 p 4. Ex occasione enim illius propositionis & 31 p 3 hoc utrumq; inventum est.

14 p specialis est de lineis ad 10 p de magnitudinibus.

15 p est eadem 30 p 7.

16 p continet assumptiones & cõplexiones ê proxima, quales ante fuere ad 7. 8.9.10.13 p 10. ita de ppositionibus adhuc sexdecim videmus alias ex arithmetica numerorum nugatoriê repetitas, alias é principiis confictas, alias multo absurdissime de syllogisticis complexionibus, id est ê clarissimis judiciis in-

quæstio-

quæstionem contortas. Reliqua de communibus geometriam propius attingunt, logicam tamen & utilitatem parem habebunt.

17 p multitudine rerum perobscura & ad sui fabricam adhibet 28 p 6. omniū quæ sex primis libris traduntur, difficillimam. Campanus autem paulo clariorem fecit breviore fabrica oblongi hic necessarii, & per 8 p 2. quam Theon per 28 p 6, perque 5 p 2.

18 p assumptiones habet & complexiones ē 17 p 10. prima pars ad illius secundam, secunda ad illius primam, quod etiam Campanus admonuit, & syllogismos, ut antea notavit. Atque hæc egregia logica fuit ad 7.8.9.10.13.16 p 10. in demonstrando syllogismi judicio. Sed sophistica tolerari utcumq; potuit, si utilitas subesset. Videntur autem propositiones hæ duæ fundamenta quædam esse futuris inventionibus rectarum irrationalium. At inde prorsus nulla ad eam rem utilitas erit, ut tum docebitur. Scholiū Procli nomine hic interpositum est, cujus fortasse fuit & illud ad 5 d 6, & erunt postea ad fines 13.14.15 l. Sed tamen hoc scholium hic ineptum est, quia tantum repetit dicta ad 9 p 10. Duæ propositiones proximæ usum aliquem geometricum præ se ferunt de figuris rationalibus. E planis enim solum rationale est rectangulum, neque tamen omne, sed tātum quale hic describitur. Materies autem utraque postulanda potius, quàm demonstranda fuerat, & materies quidem arithmetica ē legibus multiplicationis & divisionis. Multiplicatio enim laterum ostendit aream, divisio areę per datum latus ostendit latus reliquum.

19 p Hæc verba κατὰ τινὰ τῶν προειρημένων τρόπων secundum aliquem prædictorum modorum, non sunt in præsenti Theonis demonstratione, repetuntur tamen ab eo ad 20 p 10, & referuntur ad genitivum ῥητῶν, ut sit sensus propositionis. Sub rectis secundum aliquem prædictorum modorum rationalibus & longitudine symmetris comprehensum rectangulum rationale est, & modi prædicti intelligentur de rationali, quæ ideo sit talis quia proponitur, vel quia est symmetra propositę, ut in sequēti propositione Theon planius interpretatur. Non igitur prædicti modi referendi sunt (ut literæ ambiguitas ostendit) ad longitudine symmetras, præsertim cum modus τῆς συμμετρίας exprimatur.

20 p demonstrat antepositum in Theone lemma. Quod recta potens irrationale est irrationalis. At nominatim id antea in 11 d 10 fuit. Ita materies eadem & principium est Theoni, & non principium. Sed in Theone etiam elenchus hic absurdior, idem enim prorsus in propositione ipsa habetur, quod ab eo constituitur in lemmate. Atq; ut 19 p 10. sumi in principio potest, sic & ista propositio ex illius contrario. Hic assumitur ē 1 p 6, ut recta est ad rectam, sic quadratum alterius esse ad rectangulum utriusque.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 22. IN GEOMETRIAM DECIMI LIBRI DE IRRATIONALIBUS AFFIRMATIS.

Adhuc prima pars decimi elementorum nobis in communibus & generalibus: Reliqua Geometria libri hujus deinceps specialis erit in rectis irrationalibus simplici & composita: Composita bipartita & quadripartita, sed de cõpositis primum affirmatis, quæ pars specialis hujus Geometriæ prior erit: posterior erit de negatis. Ergo de simplici primum agitur in 21.22.23.24.26.115 p 10.

21 p vocatur hic recta potens ἄλογον & irrationale non solum ἄλογος ut antea, sed μέσον media, quia sit media proportionalis inter duas rationales vi tantum symmetras, quomodo & rectangulum ipsum medium dici potest, ut dicetur paulo post, quia similiter medium est inter laterum suorum quadrata. Denique μέσον & ῥητὸν Euclidi & Theoni opponentur 25 p 10, ut μέσον & ἄλογον idem esse videatur. At irrationale tamen generale est, & medium speciale modo est Euclidi pro simplici irrationali, & medium oblongum tantum Euclidi placuit dici quod æquatur quadrato mediæ simplicis. Alioqui omnes irrationales mediæ, & omnia rectangula irrationalia media dici possunt: quin ab Euclide ipso duobus senarijs quinto & sexto compositæ sex, binomia, bimedia prima, bimedia secunda, major, rationale medium & potens, & duo media potens, quæ dicentur, fient mediæ inter rationalem & binonias speciales. Ergo hic geometræ quidem placitum non autem certum judicium attendatur.

22 p Theon hic lemma proponit. Ut duarum rectarum prima est ad secundã, sic quadratum alterius ad rectangulum utriusque. At id protinus é 1 p 6 patebit, ut lemmate eo nihil esset opus ad hanc propositionem demonstrandum, si demonstrabilis esset. At sumitur ex oppositio 20 p 10. oblongum enim ponitur æquale mediæ quadrato, id est irrationali & medio. Itaque est irrationale, & ponitur alterum latus ejus rationale. Quare reliquum latus est rationale & longitudine asymmetrum primo.

23 p tam est principium quàm fuit 9 d 10. Rationali symmetrum est rationale. Nam & hoc contrarium est, irrationali symmetrum est irrationale. Et si contrariorum alterum principium sit, reliquum etiam principium erit. Illud enim logicum est Aristotelis axioma, principium tam clarum esse oportere, ut etiam contrarium inde sit manifestum, tale est & consectarium hujus propositionis.

Rectangulum medio rectangulo symmetrum est medium.

Nec tamen iccirco omne medium omni medio symmetrum, ut apparebit 35 p 10. Sed de hoc rursus ad 26 p 10.

24 p non obscure demonstratur é consectario proximo, attamen ex oppositio 19 p 10 deducitur. Deinceps verò sunt genera irrationalium compositarum affirmatarum usque ad 73 p 10 in propositionibus sex & quadraginta. Com-

posita affirmata est bipartita (ut dixi) aut quadripartita: bipartita binomia aut bimedia, bimedia affirmata é duabus rationalibus vi tantum symmetris, ubi duo genera sunt & generis utriusque ternæ species, ut mox dicetur. Bimedia affirmata é duabus mediis modo rationale comprehẽdentibus modo medium, unde bimedia prima & secunda, ut patebit senario primo. Quadripartitæ tres dicentur major rationale, mediumque potens, duo media potens. Atque ad hæc undecim genera definiendum & partiendum, cùm pauca verba requirerentur, incredibile est quæ pythagorea somnia inventa sint, primo denarius est propositionum obscuritate præcipua insignis ad inventionem compositarum affirmatarum: Inventionem obscuram, difficilem, laboriosam, equidem expertus confiteor, sed nugatoriam prorsus & inutilem valde profiteor, ut in quinto & sexto senario demonstrabo, ut in quarto compositarum negatarum senario rursus admonebo.

25 p est definitio quædam bimediæ, & ejus partitio primæ nempe & secundæ bimediæ, quas Euclides ipse postea generi uni, tanquam species subjecit, ne partitionis argumentum longius repetatur. Neque quia medium specialiter modo sumitur, minus in subjecto speciali necessaria disjunctio est. Itaque materia ista est principii indemonstrabilis. Est verò elenchus demonstrationis in hoc absurdus, quod ad probandum disjunctivam medio carentem postulat disjunctivam consimiliter medio carentem. Nam ut probet rectangulum esse rationale aut medium, postulat rationalem esse datæ, symmetram vel asymmetram, quæ disjunctiva generis ejusdem est, talis demonstratio fuit disjunctionis ad 4 & 34 p 7. Quando verò rationale fiat, docebit 27 p 10, quãdo mediũ, docebit 28 p 10.

26 p minime debuit interponi partitioni illi superiori, & ejus partibus, sed partium explicatio protinus partitionem istam sequi debuit, & Campanus ideo recte partes subjungit toti, & hoc quidquid est, non recte per negationem proponitur, & principii naturam potius redolet, quàm propositionis. Si irrationalis rectanguli pars est irrationalis, reliqua est irrationalis. nam contrariũ illud, Rationalis rectanguli pars est rationalis, postulatur & sumitur á Theone ad 33.34.35 p 10. item ad 79 p 10 postulatur differentiam rationalis á rationali esse rationalem: quod é 9 d 10 deducitur, & illud est quod attigeram ad 23 p 10: ut hæc & illa pari jure in principiis habendæ sint. Sed ista propositio temere interposita denarium turbavit. huc igitur redeatur. Proximæ novem propositiones docent compositarum irrationalium inventionem doctrina insolenti antequam definitæ imó nominatæ sint, irrationales ipsę, ad quas inveniendum inducimur: nominandum siquidem & definiendum antea fuerat quid esset, antequam ejus inventio præponeretur. Simile hoc Menonii problematis est, quærere quod nescias. Nam si inveneris, attamen non agnosces, quia quid sit nescias.

27 & 28 p tradunt inventionem utriusque bimediæ.

29 & 30 p binomiarũ inventionẽ suppeditãt, in duobus intermedii generibus.

31 & 32

31 & 32 p præcipue ducuntur é 27 & 28, perque eas solas cum 14 p 10 demonstrantur. Theon autem adhibet lemma illud ad 31 p 10. Si tres rectæ sint, sicut prima est ad tertiam, sic rectangulum primæ & secundæ ad rectangulum secundæ & tertiæ, quod deducit é 1 p 6, & lemmate ad 21 p 10. Id tamen generale est, & é numeris potest educi per 17 p 7. Adhibet & lemma hoc alterum: Si basis trianguli rectanguli secatur à perpendiculari ex angulo recto, segmenta sunt ut quadrata crurum, quod est é fabrica 47 p 1. Atqui tamen hæ duæ propositiones quem usum vel ad nugas inventionis institutæ habeant, considerato.

33.34.35 p logicam habent admirabilem ad inventionem rectarũ quadripartitarum majoris, rationale, & medium potentis, duo media potẽtis. Sophisma te enim singulari obscuritas hæc augetur, quod triplicis speciei cõmunia & propria simul miscentur, & in tribus singulis iterantur. Ergo denarius adhuc fuit, propositionum ad inveniendum rectas irrationales, quæ nondum nominatæ, nondũ definitæ essent. Pythagorea deinceps religio quædã erit in senariis octo vel novem. Senarius pythagoreis sacer erat. Itaq; rectarum irrationalium occulta & arcana mysteria senarijs consecrata sunt: inventæ sunt binomiæ per 29.30. 31.32 p 10. bimedia prima: secundaq; per 27.28 p 10: major, rationale, mediũq; potens, duo media potens per 33.34.35 p 10. Invẽtæ igitur & nominibus & definitionibus exornantur. Sed exornatio ista cujusmodi sit attendamus. Primo senario traditur genesis compositarum (ait Scholiastes Proclus, aut alius nescio quis) & certé definiuntur binomia, bimedia prima, & secunda, major, rationale, mediumq; potens, duo media potens. In quibus logica Euclidis & Theonis eadem est, quæ fuit in definitionibus quinti libri: factæ enim sunt hic propositiones é materia definitionum, & tamen non tota definitio demonstratur de suo definito, sed demonstratur genus tantum nempe ἄλογον: Differentia generi addita de specie non demonstratur. Atqui minime gentium, genus de specie demonstrabile est, sed prima mentis intelligentia assumendum, alioqui & definitio inde composita demonstrabilis tota fuerit, quod geometræ quamvis logicę insciențisimo, tamen nemini unquam in mentem venit. Neque enim cum definitiones demonstrant Euclides vel Theon, animadvertunt definitiones aut definitionis partem à se demonstrari, neque enim id unquam facerent, & tamen quod mirabilius sit, postea speciales singularum binomiarum definitiones in principiis ab Euclide statuentur. Atque omnino si é specialibus definitionibus propositiones fieri oportuit, duodenarius faciendus fuit é media, é sex binomiis, é duabus bimediis, é tribus quadripartitis. Sed tamen si quis geometræ authoritate permotus subtilius hæc á nobis quàm verius agi arbitretur, excitet sese, & in totis elementis requirat quid sit binomia, quid bimedia prima & secunda, quid major, quid rationale, mediumque potens, quid duo media potens, si usquam definitiones in Euclide reperiat alias quàm quæ propositionibus istis obscurantur, tum desinet mirari quamobrem sophisticã tam odiosam tamq; publicis ingenuæ juventutis studiis adversam tam solicite refellamus. Verum pergamus. Prima pars cõposita appellatur ab Euclide

ex binis nominibus. Et Euclides ipſe ita poſtea loquetur. Binomia igitur conſtat ex duabus rationalibus, ut definitio ipſa oſtēdit, reliquæ ex irrationalibus. Sed binomiæ genera certa & certæ ſpecies ſunt, quæ ſequi protinus debuerant ante reliqua genera. Sed hic in tantis elenchis elenchus eſt leviſsimus.

37.38 p genus binomiarum per ſpecies comprehendunt. Bimediæ é duabus irrationalibus vi tantum ſymmetris genus eſt, ſpecies ejus duæ. Prima quando irrationales comprehendunt rationale, ſecunda, quando irrationale: Itaq; ſophiſma ſuperioris ſophiſmatis diſsimile hic eſt, illic enim converſa eſt definitio generalis in propoſitionem demōſtrabilem, hic præterita generali definitione ſpeciales definitiones convertuntur in propoſitiones demonſtrabiles.

39.40.41 p comprehendūt quadripartitam per ultimas ſpecies. Genera enim hic certa ſunt & gradus diſtincti. Primum genus eſt quadripartita, nempe é duabus vi aſymmetris, quarum etiam oblongum aſymmetrū ſimulutriq; quadrato. Deinde generis partes duæ major, & potens medium: potētis mediū ſpecies ſunt item duæ potens mediū & rationale, potens duo media. Hæc categoria diſtinguenda ſic fuit. Reliqua attendamus. Appellatur major (ait Theon) quia quadrata rationalia majora ſunt oblongis, & á rationalibus præſtabat nomen imponere. At (inquā) ſi major illa recta dicta ſit: debuit oppoſita minor appellari, ſecus quàm factū ſit. Hæc Theonis eſt ſingularis in totis elementis Grammatica nominū. Nullius enim nominis, quod meminerim, præterea cauſſam ullam attulit. Sed in definitione duo media potentis tertium illud aſymmetrū quadratis ipſarum quid facit: oblongum enim in utraq; ſpecie etiam eſt aſymmetrum, collecto é quadratis quod antea ideo à nobis propoſitum eſt generaliter. Atq; ita primus ſenarius ē definitionibus, id eſt é principiis indemonſtrabilibus propoſitiones & quæſtiones demonſtrabiles habuit. In hoc igitur ſenario propoſitioni locus non erat, totus erat definitionum. Perge, ſacrum ſenarii ſecundum audiatur.

42.43.44.45.46.47 p ſecundus deinde ſenarius tradit διαίρεσιν compoſitarum (ut Scholiaſtes ait) ſed abſurdior eſt ſuperiore, & elenchum generis per ſpecies inutiliter iterati valde notabilem habet. Sententia enim generalis eſt, & generaliter ideo ſemelq; dicenda, & quidem generalis in cōpoſitione prius quàm in diviſione. Recta irrationalis componitur unico puncto, unde ſequebatur, ut unico puncto divideretur, quod protinus ex ipſa definitione & cōpoſitione intelligitur: ut ſi cōponas rectam 6 pedū plus 15. ſic 6+15 majori rectæ ſexpedū, alia recta, neq; major neq; minor quàm latus quinq; pedum addi poteſt, ut eadem binonia 6+15 componatur. Cùm dicis 4 plus 3, dicis re ipſa 7: quid igitur ad 4 addi poteſt aliud quàm 3 ut fiat 7? Certe nihil. Ergo ſi compoſitio iſta perſpicue diceretur, protinus ut eſſet intellecta, approbaretur, neq; demonſtrationē ullam deſideraret, & tamen hoc ipſum dicendum fuit protinus in ſummo ipſo cōpoſitionis genere, cum recta irrationalis cōpoſita definiret: quia generaliſsimū id eſſet, nō fuit per ſpecies tautologia tam ſophiſticé deducenda. Tautologiā Ariſtoteles in mathematicis reprehendebat, qui demōſtrarent generalem

trian-

triũguli affectionẽ per ſpecies. Ecquid ſi tautologiã tã inſolentẽ in ſex iſtis ꝓpoſitionibus animadvertiſſet, quã ſophiſticã aut quo tandẽ nomine appellaſſet? Hic igit̃ Euclides fecit ſex ꝓpoſitiones, & ſex demõſtrationes é principio uno. Tũ verõ id etiã eſt in hac tautologia cõſiderandũ. Tautologia ducitur per duas ſpecies bimediæ per tres ſpecies quadripartitæ, per ſpecies binomiæ nõ ducitur: ut jam plane appareat anilem Pythagoreorũ ſuperſtitionẽ, & alogis ipſis rectis de quibus agitur multo ἀλογωτέραν fuiſſe, ut ſenarius congrueret binomiæ genus aſſumitur, ſpecies amputantur, contrà genus bimediæ, itemque genera quadripartitæ amputantur, ſpecies aſſumuntur: & hæc religioſa Geometriæ ἀλογία cuiquam logico & attento probabitur? Utrum verõ duces rationis certæ hic ſpectatæ ſint, quibus binomiæ ſpeciales ſex opponerentur? Hoc enim ſacramentum myſterii hujus videatur fuiſſe, & ſic poſtea ſenarius quintus & ſextus inſtituentur. Ergo illuc referantur effata hæc, tum enim cõmodius & intelligentius agentur. Tertius ſenarius ſequitur in definitionibus ſpecialibus binomiæ cujuſque in quibus Euclides eſt paulo λογικώτερος, quàm ante fuit. Definitiones pro principiis aſſumit, non demonſtrat. At binomiæ definitio id eſt generis multo magis in principiis numeranda erat, ſicut ad 33. 34 p 1 de parallelogrammo conqueſtus ſum, quàm modo binomiæ primæ, ſecũdæ, & reliquarum, quæ tantum ſpecies definiunt. Etſi ſpeciales definitiones principia potius eſſe ſtatuebat Euclides, ſpeciales definitiones bimediæ primæ & ſecundæ, trium deinde quadripartitarum in principiis numerare debuerat. Hic igitur Euclides illius Euclidis manifeſtum ſophiſma convincit. Veruntamen in iſto ſenario genera duo ab Euclide deſcribuntur, & ternæ cujuſquam ſpecies, ut octonarius potius videri debeat. Atqui etiam logica methodus iſta eſt, de qua initio diſſerui, quod Euclides contra librorum aliorum methodum non accumulat omnes definitiones libri decimi unum in locum: ſed tripartitò diſtribuit primas in principio, ſecundas in medio, tertias tandẽ in extremo collocabit.

48. 49. 50. 51. 52. 53 p ſenarius quartus ſequitur in ſpecialibus inventionibus ſex binomiarum, ubi ſex propoſitiones valde ridiculæ ſunt, cùm ſit una inventio generalis & communis omnium. Nam cùm generis cujuſque numeros excogitaris, ut Euclides & Theon jubent excogitari, ut numerus eſt ad numerum, ſic recta per conſectarium ad 6 p 10. eſſe poteſt ad rectam. Itaq; iſta religioſa ſenarii quarti logica valde ſuperſtitioſa ſophiſtica deprehenditur. Theon hic aſſumpſit é 1 p 6. Rectangulum eſſe proportionale inter quadrata laterum ſuorum.

54. 55. 56. 57. 58. 59 p ſenarius quintus & ſextus inſtruitur argumento valde inſolenti, ut enim inter duas rationales potẽtia tantum ſymmetras, una ſimplex irrationalis eſt proportionalis, & media, ſic inter rationalem & binomiam ſpecialem aliquam mediæ ſunt proportionales, primam binomia, ſecundam bimedia prima, tertiam bimedia ſecunda, quartam major, quintam rationale, mediumque potens, ſextam, duo media potens. Itaq; per 17 p 6 ſequebatur, ut oblongum rationalis & binomiæ ſpecialis æquaretur quadrato ſuæ mediæ, quod erat (ut dixi) per 17 p 6 manifeſtiſsimum. Itaque ad 21 p 10 irrationalis ſimplex

& media iumpta eſt, nulla propoſitio eſt facta ex hoc argumento. At hic facta eſt ſextuplex: cum tamen ſi proponendum aliquid fuit, generaliter & ſemel proponi debuit, nempe hoc modo. *Oblongum rationalis & binomiæ ſpecialis æquatur ſuæ mediæ quadrato.*

Hinc igitur intelligitur, quàm ſophiſtica ſit ſenarii hujus geometria, quæ ex una propoſitione ſex efficiat: totidemque demonſtrationes, & certè quidquid hic demonſtratur, demonſtratur mutato tantum figuræ genere, cum transfertur binomiæ qualitas per partes ab oblongi latere in æqualis quadrati latus, ut in æquali demonſtretur quod propoſitum eſt per æquale.

60.61.62.63.64.65 p ſenarius ſextus eſt logica multo abſurdior. Etenim ſi propoſitio hic aliqua neceſſaria fuit, fuit utique unica opus, ut in proximo ſenario. Quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum. Itaq; ſex propoſitiones ſpeciales pro una facere, hic etiam valde ſophiſticum eſt, & in demonſtrationibus ſex, totũ multò magis eſt ſophiſticum. Nam cùm docueris é duobus primum ſecundo æquari, quid quæſo, aut quorſum demonſtratur ſecundum quoque æquari primo? nonne id jam concluſum & judicatum erat? Verba Euclidis in his propoſitionibus paululum diverſa ſunt, res tamẽ ipſa eſt, quam dixi, neque aliud quinto ſextoque ſenario agitur, quàm ut doceatur in tribus proportionalibus oblongum extremarum æquari quadrato mediæ, & quadratum mediæ æquari oblongo extremarum. Itaque pythagorea duorum ſenariorum myſteria valde ſuperſtitionem ſuam traducunt, & iſtud nimirum ſacramẽtum fuit ad primum ſenariũ: quamobrem ex tam diſſimilibus pedibus verſus ille compoſitus eſſet: modo generalibus tanquam longioribus & tardioribus, modo ſpecialibus & veluti magis brevibus & concitatis. Etenim ut doceres inter rationalem & binomiam ſpecialẽ medias proportionales eſſe binomiam aliquam, bimediam primam, ſecundamque, tres denique quadripartitas, quid iſtius ſenarii poëmate opus fuit? Sed tamen ſenarius hic uterque quintus (inquam) & ſextus denarium illum propoſitionum ad inveniendas irrationales ineptiſsimè & ſtultiſsimè inventum clariſsimè demonſtrant. Etenim via hæc generalis una eſt & communis & facillima ducibus illis inveniendis, mirificeq; infinitam & infinitæ obſcuritatis vanitatem ante oculos proponit. Hunc igitur utrumque ſenarium valde complector & ſuſpicio, quod ejus lumine tenebras tam denſas tamque ſpiſſas diſcutere liceat.

66.67.68.69.70.71 p ſenarius ſeptimus explicatur adhuc omniũ ineptiſsimus. Argumentum enim eſt omnium non ſolum propoſitionum ſenarii hujus commune, ſed etiam ſimplicis mediæ, nempe quod irrationalis ſymmetra irrationali ſit una ſpecie. Id enim antea fuit ad 23 p 10.

Mediæ ſymmetra media eſt: id eſt irrationali ſimplici ſymmetra eſt irrationalis ſimplex, & generaliter, igitur id proponendum erat & ſemel initio totius hujus geometriæ. Atque hic etiam ſenarius uno pede, mancum verſum efficit quinque tantum propoſitionibus propoſitis de binomia, de bimedia in genere, de majore, de rationale mediumq; potente, de duo media potente diſſimili primi

ſenarii

senarii sophismate. Illic enim genere præterito duæ bimediæ ad complendũ carminis numerum distinctæ sunt: hic contra genus ipsum numeratum est.

71.72 p senarius octavus ad binarium propositionum rediit, eumque valde præposterum ex oblongis duobus compositis quærere latera, unde ipsa facta sint, idque demonstrare, ut in quinto & sexto senario translatione figurarum.

Nonus tanquam senarius additus tandem à Theone de differentia tredecim irrationalium, qua inertia nihil adhuc inertius fuit, & jam desino communiones & differentias in Porphyrio mirari, cùm videam in accuratissimam disciplinam tales nugas infusas esse.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 23. IN TERTIAM PARTEM DECIMI ELEMENTORUM.

73.74.75.76.77.78 p.

HActenus Geometria fuit affirmatarum irrationalium in propositionibus septem & triginta, sequitur deinceps negatarum residuarum in propositionibus una & quadraginta, de quibus brevius nobis dicendum sit, quod sophismatis ejusdem species totidem senariis perpetuatur. Logica igitur affirmatarum & integrarum valde insolens fuit, negatarum & residuarũ longè est insolentior: affirmata non est definita generaliter, neque definitur hic residua, imò ne generaliter quidem appellatur, ut neque affirmata generaliter appellata est ἀποτομή, segmentum seu residuum hic appellatur in tribus primis ducibus, non appellatur in reliquis: Id in utroque senario sophisma commune est. Primus irrationalis affirmatæ senarius, illic fecit é definitionibus propositiones, hic etiam facit, id commune est. Sed novum est, quod speciatim residuam definiri necesse non erat, satis erat residuam generaliter definitam esse, unde intelligeretur é singularibus affirmatis residuas similiter effici, generaq́, differentias, species, proprietates residuæ totidem esse quot totius & affirmatæ. Quare speciales istæ sex residuarum definitiones cum specialibus illis affirmatarum definitionibus demonstrant é duodecim principiis sophisticas propositiones, duodecim sophisticas demonstrationes factas esse.

79.80.81.82.83.84 p 10 secundus senarius residuarum, respondet secundo senario affirmatarum. Illic sex propositiones fuere pro nulla quidem propositione, sed tantum pro unico axiomate, hic amplius etiam addo ex utroque senario & illo affirmatæ & hoc residuæ unicum axioma faciendum esse, quia divisio illius senarii, & hujus senarii compositio una omnino res est. Partes irrationalis affirmatæ dividũtur unico puncto, ut eadem nempe composita sit, neutra pars major, neutra minor effici potest, nec alia majori datæ, quàm data minor addi potest, ut tota compleatur. Et si dixisset Euclides unicam minorem majori προσαρμόσαι cõvenire seu componi, dixisset idem quod illic ait partes unico puncto dividi. Hic verò cũ ait residuæ unicam rectã componi, nõ majorem quippe aliã non mi-

non minorem, ut tota reſtituatur, nõ aliud dicit, quàm ſi díxiſſet partes reſiduæ unico puncto componí, ut cúm dícis quod antea jam monui, 3 plus 4, dicis 7, parteſque iſtæ 3 & 4, unico puncto dividuntur, ut fiat tota linea 7. Nec alía linea addí poteſt lineæ 3 quam 4, ut fiat línea 7. ita cúm dicis 7 minus 4, dicis 3: cui non alía poteſt addi linea, ut fiat tota línea 7, quàm linea 4, quod ipſum, ut inteſlectum eſt, protinus eſt & probatum. Quare concludo é duobus ſenariis & eorum propoſitionibus duodecim, propoſitionem prorſus nullã, ſed unicum axioma conſtituendum fuiſſe, ut jam dictu pene ſit horribile otioſus & acribus ingeniis & in exactiſsima diſciplina verſantibus, tales tamen commentationes accidiſſe, abundantía, vel redundãtia potius & otii & ingenii iſta fuit, aut etiam pythagorea illa ſenarii religio fuit. Sed pergamus, hic duo ſenarii propoſitionẽ nullam habent. Tertius qualis eſt, habet definitiones ſingularum reſiduarum, quæ reſidua prima, ſecunda, tertia, quarta, quinta, ſexta appellantur, ut tertius ante ſenarius appellauit binomiam primam, ſecundam, tertiam, quartam, quintam, ſextam, ſed res hic confuſius agitur quám antea. Nam in tribus primis genus & generis definitio iteratur, in cæteris præponitur generaliter: Attamen omnes hæ definitiones etiam ſi hoc genere nil peccarent, tamẽ eſſent inanes & otioſæ, ut antea dixi. Reſiduam ſatis eſt ſemel definiri generaliter, genera, differentię, ſpecies, proprietates reſiduarum per genera, differentias, ſpecies, proprietates, ſatis ſuperque intelligerentur.

85.86.87.88.89.90 p 10 quartus ſenarius reſiduarum ſex ſpecialium prorſus eandem inventionem habet quam ſenarius quartus binomiarum, multó etiam majorem tautologia putidis auribus moleſta prorſus atque odioſa. Nam ſi binomiæ ſingulares ejuſmodi inventionem neceſſario docerẽt, reſiduæ tamen neceſſario non iterarent, cúm poſſet ex affirmatione negatio intelligi. At illic totam illam ſenarii inventionẽ ſupervacuam eſſe jam docuimus. Hic igitur quando binomiæ inventæ fuerint, minorq; pars tantũ majori ſubducenda ſit, quanto magis nugatoria eſt tota iſtiuſmodi Geometria? Et quidem ſpecialis iſta invẽtio ad irrationales negatas comites ſic iterata valde fatua, vel illinc arguitur.

27.28.29.30.31.32.33.34.35 p 10 inſtructa eſt inventio affirmatarum ducum, & novenarius illic conſumptus eſt. Novenarius ille in ducibus negatis inveniendis non eſt iteratus, oblivio an judicium fuerit, divinato. Sed tamen geometres pythagoreus, quiſquis hic fuit, judicavit duces negatas ex affirmatis inveniri poſſe. Ecquid, igitur, negatæ comites cur inveniri non poterunt ex affirmatis comitibus? cur in ſimilibus cauſsis tam diſsimilia judicia cernuntur? Quare quem logicum & attentum lectorem, non jam dico ſophiſticæ, ſed miſeræ vanitatis non tædeat, pudeatque?

91.92.93.94.95.96.97.89.99.100.101.102 p 10 ſenarius quintus & ſextus reſiduarum comitum reſpondent quinto & ſexto ſenario compoſitarum ducum. Senarii duo illi tota pythagoreæ ſuperſtitionis myſteria valde anilia fecerunt, cúm ex eis habeatur una inventio generalis omnium ducum, pro quibus tamẽ tot ante propoſitiones, tamque difficiles erant inſtitutæ. Et quis non miretur pythagoreis

thagoreis istorum senariorum somniatoribus tantum á seriis rebus otii superfuisse, ut ingenuæ juventuti somnia ista perdiscenda proponerent?

103.104.105.106.107 p 10 senarius septimus est mancus unius propositionis pede, ut septimus senarius binomiarum antea fuit, & tamen tam inanis & supervacaneus quám superior ille fuit.

108.109.110 p 10 contrahitur senarius octavus in ternarium, qui antea contractus est in binarium. Vanitas tamen ejusdem generis est cum vanitate 71 & 72 p 10. quærere originem rectarum è rectangulis.

111 p 10 & scholium consequens senarium nonum, qui in affirmatis irrationalibus fuit, genere sophismatis plane referunt, utrobique enim communiones & differentias porphyrianorum categorematum dixeris. Differentiæ autem sunt ut antea é quadratis ad rationalē comparatis. efficitur numerus irrationalium tredecim: At ista differentia subductio nugatoria est, cùm generum definitiones speciesque perceptæ sint. Neque verò species sunt tātum tredecim, si ultimarum numerus habeatur. Est enim media simplex una, quæ neque affirmatur, neque negatur. Sunt compositæ duces sex comites insuper quinque, totusque compositarum numerus est undecim, cui par numerus est residuarum. Itaque ad hujus authoris subductionem essent tres & viginti irrationales. At species non erant isto modo numerandæ, sed genus summum statuēdum, ὑπάλληλα distribuenda, & ad extremas species perveniendum.

112.113.114 p 10 continent proportionem rationalis inter residuam & suam binomiam. Itaque quadratum rationalis comparatum ad binomiam habet in latitudine oppositam residuam, & comparatum ad residuam habet oppositam binomiam, vicissimq; oblongum ex oppositis binomia & residua æquatur quadrato rationalis, qualis comparatio fuit antea in quatuor senariis quinto & sexto affirmatarum, quinto item & sexto residuarum, unde patet ut in bimedia prima & rationale mediumque potente, rationale comprehendi posse ab irrationalibus.

115 p 10 hæc propositio sequi debuerat 22 p 10: ubi de media actum est. Proponit autem á media infinitas medias diversas oriri. At medias esse necesse est, nec dicit quomodo. Sententia autem propositionis erat. *Si recta fuerit proportionalis inter mediam & rationalem, erit media & dissimilis.*

Media ut patet é definitione mediæ, & dissimilis, quia erit inter datam mediam & rationalem.

116 p videtur huc addita gratia Aristotelis á quo tam sæpe citatur: & quidem Aristotelis argumento demonstratur, quod impar æquaretur pari. Theon hoc loco & Campanus ad sextam hujus libri propositionem suam idē demonstrant etiam brevius, quia si diameter esset longitudine commensurabilis costæ, quadratum esset ad quadratum, ut numeri quadrati, & ut quadratum diametri duplum est ad quadratum costæ, sic quadratus numerus duplus esset quadrati: dupla autem ratio non est in numeris quadratis. At uterque tanquam principium sumit, quod numerus quadratus non possit esse quadrati duplus, quod

tamen demonstratum non est. Brevius autem & elegantius demonstratur ab authore de lineis individuis, ut in Geometria nostra docuimus. Attamen propositio hæc qualiscunque sit, ad rectas irrationales nihil admodum attinet: possunt enim diameter & costa, rationales esse & potentia symmetræ, & post 5 p 10 protinus potuit ista propositio demonstrari. Ad finem verò libri totius Theon admonet de generali elencho libri universi, quod asymmetria longitudinis nõ sit propria rectarum, sed communis magnitudinum. Nam ut duarum rectarum prima est ad secundam, sic est rectilineum comparatum primæ ad rectilineum comparatum proportionali inter utramque simile similiterque situm per 20 p 6. item. Circuli sunt inter se ut à diametris quadrata per 2 p 12. item in solidis. Nam pyramides prismata, coni, cylindri in eadem altitudine sunt inter se ut bases, ut patet é 29.30.31.32 p 11: 5.6.11 p 12. Itaque si bases sint symmetræ, corpora ipsa symmetra erunt: secus asymmetra. Quamobrem decimus liber centum & quindecim propositionibus elenchum admirabilem continuavit.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 24. DE NUMERATIONE *rationalium & irrationalium rectarum.*

TAmetsi decimus elementorum liber studiose nobis expositus est, attamen veriti ne tanta obscuritas novitiis & rudibus satis aperta esset, constituimus totam libri materiam de lineis irrationalibus nostra ratione atque via tanquam artem aliquam deducere: ut apertissime planissimeque laboriosissimi operis laboriosissima quoque vanitas intelligatur. Cogitaveram primo in his cavernis thesaurum sapientiæ quendam reconditum esse: sed rebus omnibus effossis palamque prolatis, & principiorum nostrorum igne lentius & fastidiosius probatis animadverti, nullum in his acuminibus irrationalium linearum usum in ulla humanitatis parte unquam versatum esse. Quod non dubito quin plerisque novum & insolens esse videatur: sed res ipsa penitus perspecta & animadversa fidem affirmationi nostræ faciet. Itaque pro demonstratione tanti paradoxi, totius libri quam clarissima fieri poterit, & ex algebreis etiam subtilitatibus repetita expositio nobis erit, in eoque vicesimus quartus & quintus scholarum mathematicarum libri consumentur. Ergo tanquam technologia quædam hic attendatur.

Ratio rectanguli in quadrato & oblongo complectitur numerationem & descriptionem rectarum irrationalium: numeratio verò sui generis hic quædam est, primo communis rationalium & irrationalium, deinde propria irrationalium.

Numeratur primum per signa + — id est plus & minus: Majus minori, ideoque affirmatum negato præponitur; ut dices non — 7 + 8, sed 8 — 7.

Additio

Additio & ſubductio in iiſdem ſignis habent idem ſignum, in diverſis additio eſt ſubductio, & reliquus habet ſignum majoris.
Subductio contrà eſt additio, & totus habet ſignum ſuperioris.
Subducendus ſi deſit à quo ſubducatur, relinquetur cum diverſo ſigno: Item ſi major eſt in iiſdem ſignis, tollitur ab eo ſuperior, & reliquus habet diverſum ſignum.

Additionis exempla.

10 + 8 — 6	7 + 8 — 5 + 4
6 + 4 — 8	4 — 9 + 6 — 4
16 + 12 — 14	11 — 1 + 1

Subductionis exempla.

8 + 14 — 12	8 + 7 + 9	14 + 9 + 6 — 4
5 + 7 — 8	5 — 10 — 19 — 7	9 + 12 + 8 — 9
3 + 7 — 4	5 + 17 + 28 + 7	5 — 3 — 2 + 5

Multiplicatio & diviſio ex iiſdem ſignis plus, é diverſis minus efficit.

Multiplicationis exempla.

8 + 9	8 — 9
8 + 9	8 — 9
+ 72 + 81	— 72 + 81
64 + 72	64 — 72
64 + 144 + 81	64 — 144 + 81

In ſecundo exemplo é duobus negatis fit affirmatus, quia multiplicator non eſt integer. Itaq; ſi multiplices ſeparatim, veluti quadratos & inter ſe & cum numeris, fiet é quadratis biquadratus, é numeris numerus, é quadrato & numero quadratus, tumque planus factus per negatum in ſubductione negatus affirmabitur: quia tollendus relinquetur cum diverſo ſigno, ut hic vides.

8q — 9
8
64bq — 72q
8q — 9
9
— 72q — 81

64 bq — 72 q
72 q — 81
64 bq — 144 q + 81

Diuiſionis exempla.

$\overline{9} + 4 \;(3 + 1\tfrac{1}{3}$: $18 - 12 \;(4\tfrac{1}{2} - \overline{3}$
3 3 4 4

Atque hæc numeratio eſt communis: numeratio irrationalium magis hic peculiaris eſt ac primo ſimplicium. Additio & ſubductio ſimplicium irrationalium numeros reducit ad quadratos per communem diuiſorem, & é reductorum lateribus totum vel reliquum primo per ſe pro ſuo genere multiplicatum rurſus per communem diuiſorem multiplicat, factique latus invenit.

Additionis exempla in quadratis.

127 ad 112	$1\frac{9}{16}$ ad $1\frac{25}{16}$
3)9 4	$\frac{1}{16}$)9 25
3 2	3 5
5	8
25	64
175	$1\frac{64}{16}$ id eſt $\frac{8}{4}$ vel 2.

Si latus ad idem latus addendum ſit, reductio erit eadem, ut 17 ad 17, ſic

17 17
7)1 1
1 1
2
4
128.

Additionis exempla in biquadratis.

1132 ad 11162	$11\frac{81}{16}$ ad $11\frac{625}{16}$
2)16 81	$\frac{1}{16}$)81 625
4 9	9 25
2 3	3 5
5	8
625	$\frac{4096}{16}$
111250	1156, id eſt 4.

Subdu-

Subductionis exempla in quadratis.

l 27 de l 75 — $1\frac{9}{16}$ de $1\frac{25}{16}$

3)9 25 — $\frac{1}{16}$)9 25

3 5 — 3 5

2 — 2

4 — 4

l 12 — $1\frac{4}{16}$ id est $\frac{1}{4}$.

Si latus ab eodem latere tollatur, numeratione alia non est opus.

l 7 de l 7

7)1 1

1 1

0

0

l 0

Subductionis exempla in biquadratis.

ll 32 de ll 162 — ll $5\frac{1}{16}$ de ll $39\frac{1}{16}$

2)16 81 — $\frac{1}{16}$)$\frac{81}{16}$ $\frac{625}{16}$

4 9 — 81 625

2 3 — 9 25

1 — 3 5

1 — 2

l 2 — 16

ll $\frac{16}{16}$ id est 1.

Multiplicatio & divisio liberior est per solos numeros servata figura, potestque ex irrationalibus lateribus rationale facere.

Multiplicationis exempla in quadratis.

17 l 54 l 24 $1\frac{25}{2}$ per $1\frac{9}{2}$ facit $1\frac{225}{4}$ 1. $\frac{15}{2}$

18 l 24 l 6

156 ll 1296. 1. 36. l 144. 1. 12.

Quoties latus per se ipsum multiplicatur, quadratus assumitur pro plano, ut l 7 per l 7 facit 7.

Multiplicationis exempla in biquadratis.

ll 21 ll 27 ll $\frac{35}{5}$ per ll $\frac{4}{5}$ facit ll $\frac{140}{25}$ 1. l $\frac{12}{5}$ vel $2\frac{2}{5}$

ll 12 ll 12

ll 252 ll 324. 1. l 18.

Divisionis exempla in quadratis.

156 (l 7. l 72. (l 9. 1. 3. $1\frac{372}{3}$ in l, 21 (l $\frac{1372}{63}$. 1. l $21\frac{7}{9}$

18 18

$1\frac{36}{5}$ in $1\frac{4}{9}$ ($\frac{324}{20}$. 1. l $16\frac{1}{5}$.

Diuisionis exempla in biquadratis.

ll 84 (ll 12 : ll 48 (ll 4 vel l 2 ll $\frac{36}{7}$ in ll $\frac{16}{5}$ (ll $\frac{180}{112}$ vel $\frac{48}{28}$
ll 7 ll 12

Si termini sint diversi generis, reducentur multiplicatione minoris per nomen majoris, sic 2 & l 8 redeunt ad l 4 & l 8, sic l 9 & ll 16 redeunt ad ll 81, & ll 16. Ex hac reductione patet si latus sibi ipsi addendum sit, duplicandum tantum esse id est per 4 primum quadratum multiplicandum, si latus lateris sibi ipsi addendum, sic multiplicandum per 16 primum biquadratum.

Numeratio irrationalium compositorum sequitur leges simplicium.

Additionis exempla.

4 + l 7	l 27 + l 15
4 + l 8	l 27 + l 18
8 + l 8 + l 7	l 108 + l 18 + l 15

Hic duo irrationales sunt iidem. Itaq; alter tantum duplicetur.

4 — l 7
4 — l 8
8 — l 8 — l 7.

At si prius addas l 7 & l 8, deinde totũ tollas, summa erit 8 — cõposito l 8 + l 7.

l 48 — 6	l 1620 — 18
l 3 — 1	54 — l 1620.
l 75 — 7	

Hîc si transponas terminos, facilius numerabis, sic

l 1620 — 18
— l 1620 + 54.
36

Subductionis exempla.

l 12 + 3	12 + l 63	4 + l 8
l 12 + 2	8 + l 28	4 + l 7
1	4 + l 7	l 8 — l 7.

hic terminus superior cum suo, subducendus cum diverso signo relinquitur.

4 — l 7
4 — l 8
l 8 — l 7.

hic subducendus major relinquitur cum diverso signo.

4 — l 8
4 — l 7 Impossibile vel manet — toto
l 8 — l 7.

160 —— 120
120 —— 115 Transpositis terminis, facilius numerabis, sic

160 —— 120
— 115 + 120
115 —— 180.

6 — 124. 1108 — 9. 4 + 17. 127 — 8. impossibile
3 — 16. 148 — 4. 4 — 17. 13 + 4.
3 — 16. 112 — 5. 128. 112 — 12.
24 + 124 24 + 112
16 — 112. vel 16 — 124 manent 8 + 124 + 112.

Hic tanquam superior desit, subducendus relinquitur cum diverso signo.

24 — 124
16 + 112
8 —— 124 — 112 vel man. —— toto 124 + 112.

Multiplicationis exempla.

4 + 17 4 + 17 6 + 112
4 + 18 4 — 17. 6 — 112
16 + 1112 + 1128 + 156. 9 24

In secundo & tertio exemplo & consimilibus duarum partium affirmatus per negatum multiplicatur tollendo quadratum minoris partis de majore quadrato, quia duo plani æquales alter affirmatus, alter negatus sese tollunt.

12 + 120 6 + 112 112 — 6 112 + 3
12 + 120 6 + 112 6 — 112 112 + 2
144 + 111520 + 20. 48 + 11728. 11728 — 48. 18 + 1300.
6 — 15
6 — 15
41 — 1720.

Hic é septima secundi á quadratis totius & segmenti tollitur planus duplex totius & prædicti segmenti, ut relinquatur quadratus reliqui segmenti. Nam 6 est totus, & 15 segmentum alterum.

Divisionis exempla.

8 —— 120 in 2 quotus est (4 —— 15
124 —— 8 in 3 quotus est (12 $\frac{2}{3}$ — 2 $\frac{2}{3}$
8 + 120 in 15 quotus est (112 $\frac{4}{5}$ + 2
124 — 8 in 16 quotus est (2 —— 110 $\frac{2}{31}$

P. RA.

P. RAMI GEOMETRICA-RUM SCHOLARUM LIBER 25. DE IRRATIONALIUM RECTARUM DESCRIPTIONE.

ATque hæc numeratio est irrationalium, geometria dicatur è generibus irrationalium rectarum.

Si recta est symmetra irrationali, est irrationalis ejusdem speciei ē 23.66.67.68.69.70 p 10.

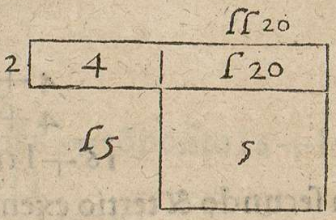
Irrationalis est media inter rationalem & irrationalem. Ideoq; potest oblongum extremarum, & contra quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

Media autē dicatur dux irrationalis tertiæ, & tertia irrationalis comes mediæ.

Si recta sit proportionalis inter datam irrationalem & rationalem, erit media dissimilis datæ é 115 p 10.

Itaque

Mediæ innumerabiles & dissimiles oriuntur á media.



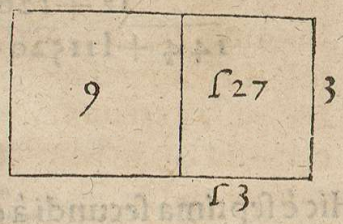
Irrationalis est simplex aut composita.

Simplex est media inter duas simplices rationales vi tantum symmetras é 21 p 10. ut ll 20 inter 2 & latus 5. quod é figura clarius est.

Atqui simplex irrationalis antiquæ authoritatis privilegio media appellatur, mediæq; quadratum medium & ei æquale oblongum medium. Tametsi in elementis quodlibet irrationale medium dicitur.

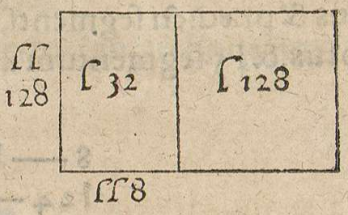
Triangulum æquilaterum lateris rationalis est irrationale. Camp. 12 p 14.

Oblongum comprehensum á rationalibus, vi tantum symmetris est irrationale 21 p 10.



Oblongum comprehensum á mediis, re symmetris est medium 24 p 10.

Hic enim oblongum l 32 per thesim & 1 p 6 & 10 p 10 est symmetrum quadrato l 128 medio, quia lateris medii. Ergo medium per 23 p 10.



Atque hæc de media, sequitur de composita generaliter primum.

Irrationalis composita est recta irrationalis, quæ componitur è duabus rectis re asymmetris.

Partes compositæ affirmatæ unico puncto dividuntur é 43.44.45.46.47.48 p 10. Neq; majus minusve majori minorive addi potest, ut eadem componatur.

Negata dicitur residua quando pars compositæ minor negatur de majore. 73 p 10 ut 3 — l 5: hinc tria sequuntur.

Partes residuæ unico puncto componuntur. Itaque unica recta addi potest residuæ, ut affirmatæ pars major compleatur. 79.80.81.82.83.84 p 10.

Genera

Genera ſpecieſque reſiduarum velut é regione reſpondent ſuis compoſitis, ideoque conjunctam doctrinam requirunt.

Compoſita eſt bipartita aut quadripartita.

Bipartita quę cõſtat é duabus ſimplicibus partibus, eſtq; binomia aut bimedia.

Binomia eſt bipartita ê duabus rectis rationalibus vi tantum ſymmetris. Hic partes nomina dicuntur, quia rationales ſunt & numeris tanquam nominibus appellari poſsint é 36 p 10.

Itaque ſimplex irrationalis eſt media inter nomina binomiæ.

Reſiduæ binomiæ hic propriæ reſidua dicitur.

Binomia eſt exceſſus ſymmetri vel aſymmetri.

Symmetri quando majus nomẽ plus poteſt quâm minus quadrato re ſibi ſymmetræ, ê ſecundis d 10 & 14.17.18.29.30.31.32 p 10.

Binomia exceſſus ſymmetri eſt alterius nominis, rationalis aut utriuſque irrationalis, quæ dicũtur prima, ſecũda, tertia, earũq; reſiduæ prima, ſecunda, tertia.

Binomia prima quando majus nomen eſt rationale ut 6 + l 20. Nam é 6 quadratum eſt 36, cujus ſupra 20 quadratum minoris nominis exceſſus eſt 16 quadratus ê latere 4 ſymmetro ad ipſum 6, & 6 ipſe rationalis eſt. Reſidua autẽ prima 6 — l 20, é ſecundis d 10.

Binomia prima eſt comes binomiæ, 54 & 60 p 10.

Reſidua prima eſt comes reſiduæ, 91 & 97 p 10.

Binomia ſecunda quando minus nomen eſt rationale ut l 18 + 4. é ſecundis. d. 10. Reſidua ſecunda. l 18 — 4. é tertiis d 10.

Binomia tertia quando utrumq; nomen eſt irrationale ut l 24 + l 18. Reſidua tertia l 24 — l 18, é ſecundis & tertiis d 10.

Binomia exceſſus aſymmetri eſt quando majus nomen plus poteſt quadrato re ſibi aſymmetræ.

Binomia exceſſus aſymmetri eſt nominis alterius rationalis, aut utriuſque irrationalis, quæ dicuntur binomia quarta, quinta, ſexta. Reſidua item quarta, quinta, ſexta.

Binomia quarta quando majus nomen eſt rationale, ut 6 + l 24. Nam 36 quadratum eſt majoris nominis, cujus ſupra 24 exceſſus eſt 12 quadratus é latere, aſymmetro ipſi nempe. Nam l 12 re aſymmetrum eſt ipſi 6. Reſidua quarta eſt 6 — l 24, é ſecundis & tertiis d 10.

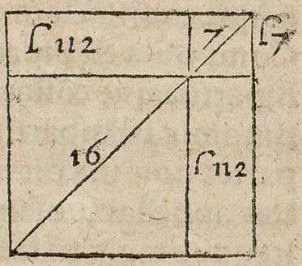
Quinta eſt quando minus nomen eſt rationale, ut l 24 + l 12.

Binomia ſexta eſt quando neutrum nomen eſt rationale ut l 24 + l 12. Reſidua ſexta l 24 — l 12 é ſecundis & tertiis d 10.

Ergo hæc de binomiis earumq; reſiduis ſingulus quarum inventio patet é numeris in quoque exemplo propoſitis, & eorum ſimilibus. Ut enim numerus eſt ad numerum, ſic per cõſectarium ad 6 p 10. recta poteſt eſſe ad rectam é 48.49.50.51.52.56.85.86.87.88.89.90 p 10.

Irrationalis compoſita quælibet eſt quadrata, ejuſque latus certum, ſed in binomiis earumque reſiduis res eſt tum facilior, propter nomina rationalia tum

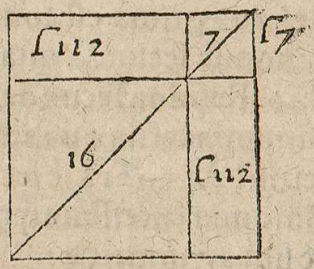
commodior ad inventionem reliquarum compositarum.
Binomia igitur est quadrata, ut patet ē 4 p 2.
Est enim planus duplex duorum complementorum æqualiū cum duobus quadratis, ut hic vides.



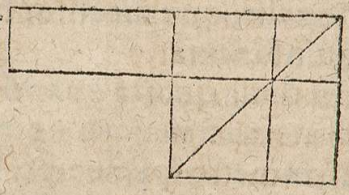
Latus autem retexitur, si quadratus de dimidio minoris nominis, tollatur á quadrato de dimidio majoris, & reliqui latus dimidio majoris addatur, & subducatur. Nam totius & reliqui latera partes erunt quæsiti lateris, ut hic vides.

23 +l 448.
11 $\frac{1}{2}$ l 112
132 $\frac{1}{4}$ 112
20 $\frac{1}{4}$
$\frac{81}{4}$
9
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ (16 7
4 +l 7.

Inventio autem lateris in binomiis est ē 4 & 5 p 2, quod & genesis primum, deinde analysis docent. Nam cum quadratum feceris é latere 4 +l 7, ut patet in proxima figura.



Videbis in majore nomine propositæ comprehendi quadrata 16 & 7, in minore comprehendi duo oblonga l112, & l112. Atque hæc genesis brevior est per 4 p 2. unde etiam discimus oblongum l 112 medium esse proportionale inter quadrata 16 & 7, ejusque ideo quadratum æquari oblongo é 16 & 7. Analysis autē per 5 p 2. ut hic vides.



Sumit 23 tanquam rectam sectam æqualiter & inæqualiter, eiusque segmenta illa inæqualia 7 & 16 investigat subducendo quadratū alterius oblongi in l 448 comprehensi á quadrato de dimidio illius sectæ. Tum enim relinquetur intermedii quadratum, cujus latus tum additum dimidio facit segmentum majus, id est 16: tum detractum facit minus 7: Atq; ut 23 pro duobus confusis quadratis una recta fuit, ita nunc ejus segmenta pro iisdem quadratis distinctis accipienda sunt, eorumque latera iccirco eruenda.
Bimedia est bipartita é duabus mediis é 25 p 10.
Bimedia est prima aut secunda.
Bimedia prima est é cujus partibus oblongum est rationale é 37 p 10.
Bimedia prima est dux bimediæ secundæ.

Rest-

Residua bimediæ primæ dicitur residua mediæ prima 24 p 10.
Residua mediæ prima est dux residuæ secundæ ê 92.98 p 10.
Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia secunda, l 18 + 4 est bimedia prima, nempe ll 8 + ll 2. sic. Residua mediæ prima est ll 8 — ll 2.
Bimedia secunda est é cujus partibus oblongum est medium ê 38 p 10.
Bimedia secunda est dux binomiæ tertiæ ê 56.62 p 10.
Residua bimediæ secundæ dicitur residua mediæ secunda 75 p 10.
Residua mediæ secunda est dux residuæ tertiæ ê 93.99 p 10.
Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia l 448. + l 336 est bimedia secunda nempe ll 252 + ll 28, sic residua mediæ secūda est ll 252 — ll 28.
Quadripartita est cujus partes sunt bipartitæ ví asymmetræ, earumq; oblongum simulutrique quadrato asymmetrum ê 33.34.35 p 10.
Quadripartita est potens rationale aut potens medium.
Potens rationale est é cujus partibus simulutrumq; quadratum est rationale ê 35 & 39 p 10: & major item dicatur.
Major est dux binomię quartæ ê 57.63 p 10.
Sic é rationali pedali & binomia quarta 24 + l 448. fiet major l 6. l 12 + l 32. + l r. l 12 — 3.
Residua majoris dicitur minor 76 p 10.
Minor est dux residuæ quartæ 94.100 p 10. contrâ minor erit l. 6. 12 + l 32 — l r. l 12 — 3.
Potens medium est ê cujus partibus quadratum simulutrumq; est medium.
Potens medium potest etiam rationale aut duo media.
Mediũ & rationale potens est é cujus partibus oblongũ est rationale ê 40 p 10.
Rationale mediumq; potens est dux binomiæ quintæ 58.64 p 10.
Residua rationale mediumque potentis dicitur cum rationali medium totum faciens 77 p 10.
Cum rationali medium totum faciens est dux quartæ residuæ 95.101 p 10.
Sic é rationali pedali & binomia quinta l 448 + 12 fiet rationale mediũq; potens l 6. l 112 + l 176 + l r. l 112 — l 176. Contra fiet cum rationali medium totũ faciens l 6. l 112 + l 176 — l r. l 112 — l 176.
Duo media potens est é cujus partibus oblongum est medium ê 41 p 10. Duo media potens est dux binomiæ sextæ 59.65 p 10.
Residua duo media potentis dicitur cum medio totum faciens 78 p 10.
Cum medio medium totum faciens est dux residuæ sextæ 96.102 p 10. Itaque ê rationali pedali & sexta binomia l 448. + l 352 fiet duo media potens l 6. l 112 + l 176 + l r. l 112 — l 176. Contra cum medio medium totum faciens erit l 6. l 112 + l 176 — l r. l 112 — l 176.

PRAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 26. IN *definitiones undecimi elementorum.*



QVinque postremi elementorum libri continent doctrinam variã de solidis, linea, superficie, corpore. Nam de propositionibus horum librorum quædam sunt de linea solida, quædam de superficie solida, id est quarum intelligentia in solido concipitur. Sic antea lineæ planæ dictæ sunt quæ in uno plano conciperentur. Pappus 7 theo. tertii libri facit problemata alia plana, alia solida, alia grammica, sed paulo secus. Totius autem stereometriæ magna inopia fuerit, si communia geometriæ & stereometriæ, si propria geometriæ subducantur, & antecedenti parti, ut methodus doctrinæ requirit, attribuantur. Nam de 85. propositionibus librorum quinq; sequencium solæ 24 sunt stereometrici generis proprię, reliquę 61 sunt communes vel ad geometriã proprié attinent, ut in singulis libris subtiliter explicabitur. sed de libris singulis agatur.

Liber undecimus habet definitiones 29 communes quinque librorum euclidea methodo accumulatas, quarum 15 sunt communes geometricarum & stereometricarum rerum, quatuordecim tantum propriæ.

1 & 2 d 11 sunt simplices ut antea fuerunt in linea & superficie, corpusq; triplici dimensione longitudinis, latitudinis, altitudinis, explicatur, unde perfecta magnitudinis trinitas agnoscitur, de qua Aristoteles primo de cælo.

3 & 4 d 11 definiunt perpendicularem solidam tum lineam, tum superficiem, sicuti decima definitione primi definita est linea perpendicularis plana: Neque tamen definitio hic ulla est, sed cõsectaria sunt ex illa definitione primi libri. Rectæ sunt perpendiculares quarum altera incidens in alterã æqualiter interjacet. æqualem veró interjacentiam si qua res efficiat, requiris, perpendiculum sublime in rectas omnes subjectas ostendet nempe ut in omnes partes æqualiter interjaceat. Sed Euclides ex antecedentibus consectariorum principia facit, & numerat in definitionibus. E' conversis autem facit 4 & 38 p 11, de quibus postea dicetur. Deinde in tertia definitione quod recta sublimis dicitur perpendicularis plano si sit perpendicularis omnibus rectis, numerus (omnibus) sensum turbat, rectis in universum satis est, sive duæ tantum sint, sive innumerabiles. Sed hac de re ad 4 p 11 commodius agetur. Potest enim uni tantum comparari, ut mox 6 p 11: potest verô in eodem secum plano sitis parallelis infinitis recta perpendicularis esse, nec tamen ideo solida perpendicularis, nec eidem subjecto perpendicularis erit. Contactus autem verborum hic improprie sumitur. In quarta definitione communis sectio planorum (quæ dicitur) est una linea recta, ut nominatim proponetur 3 p 11 & re ipsa hic usurpatur pro principio, quod postea demonstretur, & similiter mox usurpatur 6 d 11. Talem logicam quinto libro præcipue Euclides expressit. Atque hic numerus etiam rem magis obscurat quam antea, unica enim recta sufficit, multitudine necessario non est opus,

est opus, ut nominatim proponetur 18.19.38 p 11. Quare & elenchus iste comparatione propositionis illius manifestior erit. Verum tamen in his duabus definitionibus, quod appellatur linea perpendicularis, recta ad planum & planum perpendiculare, rectum ad planum propriè appellatur, quia ab ejus sublimi termino in subjectum planum brevior esse recta nulla potest, ideoque æqualiter interjacet: sic & rectum planum ad planum, quia ab ejus sublimi termino brevius in subjectum planum aliud esse planum non potest. Septem proximæ definitiones majorem cõsiderationem requirunt. Tres primæ de inclinatione nullum usum in Euclidis elementis prorsus habent: nec usquam appellantur, excepto ad 35 p 11 paululo quopiam & Isidori scholio quodã ad finem decimi quinti libri addito, de cujus ineptiis tum differetur. Sed tamen de singulis agatur.

5 & 6 d 11 definiuntur magnitudines inter se inclinatæ, sed obliquitas est declinatio vel inclinatio, declinatio facit obtusum angulum, inclinatio acutum. Inclinatio sola definitur ab Euclide. Quare pro genere species hic definitur: neque tamen obliquatio definienda fuerat, sed linea ad planum obliqua definienda fuerat, aut certé ex ipsa obliquitate rectitudini opposita intelligi debuit, ut é parallelismo contrarius nutus intelligitur, & tamen in 5 d 11 notabis perpendicularem à sublimi puncto in subjectum planum postulari, quod postea 11 p 11 tanquam dubium proponitur, & demonstratur: quod rursus ad 11 p 11 dicetur.

7 d 11 definitur planum ad planum similiter inclinatum, ubi logica Euclidis convincit superiorem proximam. Neque enim definitur similis inclinatio ut antea inclinatio & rectæ & plani, sed similiter inclinatum. Quod tametsi re idem est, attamen quoniam cœperat Euclides definire rectam perpendicularem, planum perpendiculare, non perpendiculum rectæ, nõ perpendiculum plani, constantiæ fuerat perseverare, neque interponere definitionis genus in quinta & sexta definitione dissimile antecedenti & consequenti definitionum modo, sed id levius est, definitur igitur similiter inclinatum planum ex æqualitate angulorum. Similitudo autem in elementis sæpe jam dicta est. Sed hic ὁμοίως positum videtur pro ἴσως, quia inclinatio ipsa angulus est, ut definitiones proximæ declararunt. Theodosius ad 6 d 1 & ad 21 th. 2 sphæricorum similiter inclinatos circulos dicit pro æqualiter, ut hic Euclides loquitur, & sic (ut Proclus ad 5 p 1) Tales dixerat æquicruri angulos similes pro æqualibus: & sic Aristoteles 14 c 2 de cælo dicit gravia ferri deorsum ad similes angulos, id est æquales & rectos.

8 d 11 definiuntur parallela plana ἀσύμπτωτα inconcurrẽtia, id est quæ nusquã possunt coincidere, de quo argumento multa dicta sunt à nobis primo libro, & Campanus hic verè monet lineas non parallelas non esse necessario concursuras, nisi in eodem plano sitæ fuerint. sed intellecta generali definitione linearum parallelarum, quæ ubique distant æqualiter, specialis ista definitio vacabit, ut 5.6.7 d 11 vacarunt. Consectarium tamen hinc sumi potest.

9 d 11 definiuntur similes figuræ solidæ ex similibus planis, plana ipsa ex æqualitate angulorum & proportione laterum definita antea sunt, de qua spe-

ciali ſimilitudinis definitione dictum eſt 10 d 3, & 1 d 6, 21 d 7, ut definitio generalis ſimilium figurarum eſſet una, quæ angulos haberẽt æquales & æqualium crura proportionalia: quæ definitio etiam corporibus cõveniet. In planis enim ſolidis crura angulorum ſolidorum erunt plana, quæ hic æqualia & ſimilia dicuntur. Itaque definitio hic non eſt ſimilitudinis, ſed conſectarium é definitione illa generali. Sed iſta definitio elenchum præterea illum continet, quod definitum generale ſit, nempe figura ſolida: definitio autem eſt figuræ ſolidæ planæ, neque enim ſphæra, conus, cylindrus planis comprehenduntur. Itaq; pluribus convenit definitum, definitio ideoque vitioſa.

10 d 11 inani tautologia repetit definitionem ſimilium figurarum, fruſtraq;. Nam definitio æqualium prior eſt. Sed elenchus ſuperioris definitionis rurſus offenditur in iſta definitione, promittitur genus, præſtatur ſpecies, logica nempe vel arithmetica æqualitas eſt, neque omnino antea definitæ ſunt æquales vel lineæ, vel ſuperficies, ſed in illo ſummo ἁρμόσεως axiomate ſenſus iſte ſine ulla definitione mathematica ſumptus eſt. Quæ eidẽ ſunt aqualia, ſunt inter ſe æqualia. Quare figuras ſolidas æquales definire ſupervacaneum eſt. Conſectarium tamen hic eſſe poterat ex illa generali æqualitatis intelligentia, ſolida plana æquari, quorum plana ſunt æqualia multitudine & magnitudine.

11 d 11 definitur angulus ſolidus duplici definitione, prima autem videtur nõ ſatis accurata, quia angulus eſt lineatum in communi ſectione terminorum. Atqui rectæ quamlibet multæ corpus terminare non poſſunt, nec ſecunda valde accuratior eſt. Angulus enim non omnis eſt planus, ſed quidam eſt ſphæricus, quidam miſtus, unde fieri non poteſt iſte Euclidis angulus. Itaq; ſuperior elenchus ille huc redit, & vitioſas definitiones convincit, quæ definitis ſint anguſtiores. Attamen utraque definitio videtur dicere voluiſſe angulum eſſe lineatum in communi ſectione terminorum. ſed de hoc in geometria.

12 & 13 d 11 definiuntur duæ ſpecies ſolidi plani pyramis & priſma, ſed in ſingulis elencho duplici repetitur definitio generis. Nam ſolidũ planum eſt, quod comprehenditur á ſuperficiebus planis: pro qua definitione genus ipſum definitum ſatis eſſet in unaquaque ſpecie cum propria differentia. Deinceps verõ corpora definiuntur é differentiis ſuperficierum á quibus terminantur, ut antea ſuperficies definitæ ſunt & diſtributæ ê differentiis linearum á quibus terminarentur. Plana igitur ſolida definiuntur ê ſuperficiebus planis quibus terminantur. Græci plana ipſa ἕδρας appellant, unde tetraedum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum corpus dicitur.

13 d 11 Campanus hic definit priſma preſsius quam Euclides, & quinq; planis tantum comprehendit. Euclidis autem definitio generalis eſt, priſmaque facit é quavis baſi triangula, quadrangula, multangula, ut fit pyramis, & ſic demonſtratio Theonis ad 10. p 12 manifeſte faciet priſma etiam parallelopipedum, id eſt cujus latera omnia oppoſita ſunt parallelogramma parallela, imo faciet priſma decaedrum ex octangula baſi. Quare Campanus hoc loco, ut pleriſque

risque aliis locis indicat Euclidem verum nunquã sibi cognitum fuisse, sed arabicum tantum, in eoque valde ac vehementer errat, dum ex infinita prismatum multitudine unicum esse arbitratur. Et tamen hic error ex Euclide ipso natus videtur, qui postea usurpat prisma pro pentaedro, ut 40 p 11. 3 & 4 p 12. sed generis nomen pro specie hoc modo frequenter usurpat, ut antea rectangulum pro oblongo, ut postea pyramidem & tetraedrum pro tetraedro ordinato. Tres deinde sequentes definitiones sphæram, conum, cylindrum é sua compositione definiũt, qualis compositio circuli postulatur tertio postulato primi libri, ê quibus definitionibus intelligimus fabricam cujusque figuræ, materiam esse principii assumendi propter insitam claritatem, non propositionis propter obscuritatem adjunctam demonstrabilis. Nam si fabricæ modum disertis verbis expressum conceperis, nihil ultra requires, ut antea patuit, & patebit postea. Convenientius tamen erat definire à suis superficiebus, ut planum intellectum est & superficies ipsas ante definire, ut in geometria fecimus.

14 d 11 sphæra definitur é modo fabricandæ sphæræ, quomodo definiri potuit quælibet figura, attamen elegantior definitio fuisset é genere & differentia corpus comprehensum à superficie sphærica. De sphæra stereometria Euclidis perexigua est, in 17. 18 p 12.

15. 16. 17 d 11 definiuntur axis, centrum, diameter, quæ tamẽ communia sunt non propria sphæræ. Centrum & diameter sunt omnis figuræ, & axis in iis definitionibus attribuitur sphæræ, cono, cylindro, postea etiam pyramidi. Itaque si quis existimet axem definiri diametrum, circa quã sphæra moveatur, ut Theodosius definit, quæri possit, an conversionis ullus motus in composito & fabricato corpore vel sphæræ, vel coni, vel cylindri ad geometram pertineat. fabricatur enim geometra figuras istas, earumque proprias affectiones interpretatur, utrum verò quiescant ea corpora, an moveantur, geometræ nihil esse videatur, ut axe nihil hic etiam fit opus, sed diametro tantum. Id tamen amplius considerari possit, ut geometricus sit etiam quidem motus. Deinceps definiuntur conus & cylindrus recti tantum, & quorum axes basibus ad centrum sunt perpendiculares.

18 d 11 conus definitur ab Euclide rectus, in eoque altitudinis differentia triplex sumitur é triplici angulorum differentia, qua dimidiati coni vertex distinguitur, cujus tamen differentiæ nullus postea in elementis usus erit, quin differentia hæc optica potius quam geometrica videatur. Conus enim eminus videtur instar trianguli. Itaque prò differentia altitudinis apparebit vertice rectangulo, obtusangulo, acutangulo, nec̃ ista differentia coni geometrica esset, sed optica. Verum præter hoc alienum neque postea in elementis usurpatum, tota de conicis stereometria apud Euclidem perexigua est. Itaque Apollonius post Euclidem libris octo (quorum quatuor extãt) materiam istam est persequutus, & Euclidem in proœmio nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum, nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas, ac vix quidem unam satis feliciter. Vide Eutocium hac de re in Apollonium & Pappum l 7. Conus igi-

nus igitur ab Apollonio 1 lib. conicorum definitur non rectus ſolum, ut ab Euclide, ſed generaliter conus quivis ſeu rectus ſeu obliquus, Apolloniique ſententia, ſi ab aliquo ſublimi puncto ad peripheriam ſubjecti circuli recta infinita convertatur, cõficies duas ſuperficies conicas infinitas, unde conus definitur corpus comprehenſum à circulo & ſuperficie conica, idemque Proclus ad 7 d 1. Rectus autem Apollonio eſt conus, cujus axis eſt perpendicularis baſi, σκαληνὸς id eſt varius & obliquus, cujus axis varius eſt & obliquus baſi. Hæc coni differentia fuit ignota Euclidi. Ideoq; Apollonius propter conicam doctrinam generalius & altius extructam magnus geometra dictus eſt, ut Geminus apud Eutocium author eſt. Talis autem definitio corporis per ſuam ſuperficiem jam definitam congruentior eſt & affinior definitioni pyramidis & priſmatis, quæ per ſuas ſuperficies definiuntur. Sed Euclides nullam obliquæ ſuperficiei geometriam didicerat, aut certe in elementis non docuit: atq; inde videtur orta vetus illa diviſio artis metricæ in geometriam de planis & ſtereometriam de ſolidis, tãquam geometria de ſuperficie ſphærica & varia nulla tum eſſet: diviſumque pro toto quod ex parte teneretur. Atqui in hac definitione & ejus differentia triplici obſcuritas major eſt quam in pleriſque demonſtratis propoſitionibus, ſicut ad 10 d 5 præmonui.

19 d definitur axis ſimiliter ut in ſphæra per fabricam, at fabricati jam corporis & conſtituti motus hic geometricus quiſnam erit?

20 d definitur baſis coni, ut poſtea 23 d baſis cylindri. At ex fabrica in definitionibus & coni & cylindri comprehenſa, baſes iſtæ comprehenſæ ſunt: Converſio enim lateris in triangulo & parallelogrammo circulum efficit, ac perinde baſis pyramidis & priſmatis definiri potuerunt, & baſis in triangulis ſine ulla definitione ſumpta eſt, ſumpta in parallelogrammis: aut ſi baſis definiẽda fuit, generaliter definienda fuit, quia res generalis eſſet & cõmunis omnium figurarũ.

21 d definitur cylindrus parallelogrammi converſione, ut definitus eſt conus converſione trianguli. Serenus hic Apollonium ſequutus, eumque nominatim appellans ſimiliter definit cylindraceam ſuperficiem, atque inde cylindrum, ſuperficies primo per cõverſiones rectæ hoc modo, unde cylindrus definitur, corpus comprehenſum à duobus circulis parallelis & cylindracea ſuperficie, unde etiam axis ei definitur recta per centra circulorum: item latus cylindri, recta in ſuperficie cylindri ad utramque baſim terminata: definitur etiam é baſi cylindrus rectus, ut antea conus, nempe cujus axis eſt perpendicularis baſibus, σκαληνὸς autem cujus axis eſt obliquus baſibus.

22 & 23 d definiuntur axis & baſis cylindri, ut ante definiuntur in cono, ſimilis elenchus eſt.

24 d ſimilitudo ſpecialiter definitur, ſicuti 10 d 3, 1 d 6, 27 d 7, 9 d 11. At (ut antea dixi) definitio una & communis & generalis eſt. figuræ ſimiles ſunt, quarum anguli ſunt æquales, & æqualium crura proportionalia: in cono enim & cylindro anguli ſunt potentia: ut in circulo & ſphæra, quibus ſectione aliqua patefactis & expreſsis partes ſimilitudinis in angulis æqualibus & æqualium proportiona-

tionalibus cruribus manifestæ erunt: unde consectarium hoc in Euclidis 24 d comprehẽsum similium conorum & cylindrorum axes esse proportionales diametris basium, id est altitudines basibus, id est caussas efficientes similium effectorum proportionales esse, & tamen consectarium videtur commune pyramidis & prismatis. Quamvis enim similitudo solidorum é suis planis antea verè recteque sumpta sit, tamen videtur etiam ex axibus & diametris basium sumi posse. In solidis enim planis similibus videntur etiam axes esse proportionales diametris basium, quamvis enim neque basis neque axis definiantur antea in pyramide & prismate, sunt nihilominus, quin postea nominatim axis pyramidis dicetur diameter, & 39 p 11 in prismate cõstituentur. Quare considerandum hoc consectarium fuerit, saltem in quibusnam solidis id verum fuerit si non in omnibus. sed id alias. Interea tamẽ constet definitionem esse omnium similium figurarum. figuræ similes sunt quæ angulos habent æquales & æqualium crura proportionalia. Deinceps vero quinque corporum (quæ vulgo regularia dicuntur) definitiones sequuntur. Pappus & græci alii uocant τεταγμένα ἑυταπτα ordinata bene ordinata: & nos ita dicemus. figura igitur in universum est ordinata quæ terminis & angulis æquatur, ut patuit 7 e 4. Hæc verò definitio figuræ ordinatæ repetitur quinquies vel integra, ut in dodecaedri definitione, vel parte una ex qua aliæ sequuntur. Hic elenchus igitur quintuplex una admonitione admoneatur.

25 d definitur cubus per genus generalissimum, tanquam ὑπάλληλον & subalternum deesset, at cubus est species parallelopipedi rectãguli, ut quadratum parallelogrammi rectanguli. Idem prorsus elenchus est in reliquis postea definitionibus.

26 d prætermittitur proximum genus pyramis: At postea 13 p 13, item in scholio 13 lib. pyramis appellabitur. Atqui hoc nomẽ ut cętera deinceps octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum magis commune est quam res nomini subjecta: potest enim figura tot facies habere, ut pyramis octaedra, icosaedra, dodecaedra, item prisma octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum dicatur, neque tamen tales figuræ essent ordinatæ, quin corpora é planis æquilateris & æquiangulis, sed neque æqualibus inter se, neque similibus multo plura esse possunt, qualia sunt Archimedis tredecim corpora apud Pappum lib. 5. sed differentia horum corporum in eo est, quod comprehenduntur ab ordinatis quidem, sed inter se neque æqualibus neque similibus. Itaque ordinata ipsa esse non possunt: Primum octaedrum é quatuor triangulis & 4 sexangulis, deinde triplex tesseradecaedrum primum ex 8 triangulis, 6 octangulis: secundum é 6 quadratis, 8 sexangulis. Tertio duplex hoc icosaedrum primum ex 8 triangulis & 18 quadratis, secundum é duodecim quadratis, 8 sexangulis, 6 octangulis. Quarto duotriacontaedrum triplex, primum é 20 triangulis, 12 decangulis: secundum é 12 quinquangulis, 20 sexangulis: tertium é 20 triangulis, 12 quadratis. Quinto octotriacontaedrum ê 32 triangulis, 6 quadratis. Sexto duplex duodeaconta-

edrum, primum ẽ 20 triangulis, 30 quadratis, 12 quinquangulis: secundum ẽ 30 quadratis, 20 sexangulis, 12 decangulis. septimo duodecim contaedrum ex 80 triangulis, 12 quinquangulis. Ergo corpora hæc Archimedis tredecim sic á Pappo memorantur, de quibus singulis, si quis plura desideret, videat Pappum eo loco.

27 d comprehendit sub æquilateris planis æqualitatem angulorum.

28 d subtiliter explicat omnes differentias ex æqualibus æquilateris æquiangulis, quia hæc omnia in quinquangulis separari possunt.

29 d æqualitatem angulorum comprehendit sub æqualitate laterum, ut 27 d. Hoc enim ex basibus triangulis utrique commune est.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 27. IN PROPOSITIONES *undecimi elementorum.*

ADhuc igitur 29 definitionum materies fuit: sequitur doctrina propositionum, in quibus primum declaratur ad vicesimam usq; propositionem linearum & planorum perpendiculum & parallelismus, é quibus propositionibus nulla est admodum demonstrabilis. Materies enim feré est principii aut é principio protinus postulandi. Itaq; elenchus quinti & decimi libri huc præcipue recurrit, quo materies principiorum per se evidentiũ in disputabiles quæstiones convertitur. Sed elenchus in singulis propositionibus manifestus apparebit. Duæ propositiones primæ sunt de lineis rectis planis, neque stereometricum quidquam habent.

1 p 11 negatio est, ideoque expers artis. Ars enim duntaxat præcepta affirmata recipit. Debuit igitur, si quid tamen interesset, sic affirmari. Recta tota est in uno plano. At isto modo etiam insolẽs propositio esset, quia definitio quædam esset lineæ rectæ, ut patuit 4 d 1. Demonstratur autem á Theone per impossibile nõ minus absurdum. Esto enim lineæ rectæ *a b c* pars *a b* in plano, pars *b c* in sublimi, & continuetur *b d*, duabus lineis rectis *a b c* & *a b d*, ut hic vides *a——b c——d* non erit tantum unum commune punctum, sed totum segmentum commune erit, quod tanquam principium est Theoni. At id in nullo antea principio á Theone nominatum est. Et caussa fuit illa Zenoni epicureo Euclidem carpendi ad fabricam trianguli æquilateri, de quo antea. Campano autem deducitur é 13 p 1 tanquam si ad utriusque rectæ concursum perpendiculum aliquod caderet, faceret utrinque duos angulos æquales duobus rectis, unde pars efficeretur æqualis toti vel contra ἐφάρμοσιν, quod duarum rectarum pars congrueret, pars non congrueret. At aliud deduci posset incommodum brevius, quod recta unica faceret rectilineum angulum. Verum sumendum id fuit & postulandum multo etiam justius quam argumentum quo ab Euclide vel Theone demonstratur, postulandum (inquam) lineam rectã esse in uno plano: quod si objicias lineam

rectam

rectam esse in superficie conica & cylindracea, respondebo rectam illam esse terminum plani conum & cylindrum secantis.

2 p 11 Si duæ rectæ secent sese, in uno sunt plano, & omne triangulum in uno est plano. Propositio hæc mistam habet doctrinam de linea & triangulo, & pars posterior probatur prius, unde prior posterius approbatur, hysterologia est Euclidi familiaris, ut elenchi cæteri. Triangulum verò non dicitur esse in eo dē plano, ut accidēs, cum Euclidis triangulum ex se planum sit, & tam insolens est ista propositio, quam si proponeretur omnem hominem esse in animali: Triangulum siquidem Euclidis est species plani, nempe figura plana rectilinea, à tribus rectis lineis comprehensa. Quare materies ista non est demonstrabilis propositionis, cum sit generis de specie, sed principii. Talis elenchus fuit decimo libro de rectis irrationalibus, ubi genus similiter demonstratur de specie. Ergo cum demonstravit Euclides omne triangulum esse in uno plano, tum demum concludit ex eo rectas intersectas, quia latera sunt trianguli, esse in uno plano. At videntur etiam in diversis posse concipi. Sic enim recta est ad planum, nempe omnibus intersectis perpendicularis in communi sectione. Utrum igitur in 3 d 11 tot plana concipienda sunt, quot duarum rectarum concursus? sanè id enim 18 p 11 percipietur. Si recta est perpendicularis subjecto plano, omnia per eam plana erunt eidem perpendicularia, binarius tamen rectarum intersectarum nō major numerus. Nec enim tres aut plures intersectas in eodem plano esse necesse est. Quare propositionis hujus pars prima postulanda fuit, secunda ne postulanda quidem, cum ex suo genere intelligatur.

3 p 11 est de planis, demonstratur autem non obscuro impossibili. Quod si communis sectio non esset una recta, sed duæ rectæ, superficiem clauderent contra 12 ax. At consectarium est ex illo communi principio. Magnitudo secatur iisdem, quibus terminatur, planum terminatur linea: ergo secatur linea, linea lineam secat unico puncto, & planum planum secat unica recta, & planum secat solidam figuram unico plano, denique sectio magnitudinum fit unico ipsarum termino. Itaque propositio ista inanis est, debuitque è definitionibus assumi sententia hæc, quin quod antea jam monui id ipsum tanquam principium usurpatum est 4 & 6 d 11, & elenchus prorsus idem redit, qui antea fuit.

4 p 11 demonstrat duos angulos æquales esse per triangula quatuordecim ē propositionibus primi libri 15.4 15.26.4.4.8.4.8 & 3 d 11. Sed via ista valde tortuosa & obliqua est, duorum angulorum æqualitatem tot meandris tandē præposteris exquirere. Et propositio tamen ista nihil à 3 d 11 differt nisi linearum numero, quia illic omnibus intersectis in subjecto plano, hic duabus sublimis perpendicularis efficitur: At neque omnibus neque duabus addi necesse fuit: Nam si duabus, etiam omnibus: Satis fuit in universum & generaliter intersectas dici & intelligi: sive duæ sint tantum, sive plures, nihil ad rem: duæ enim solæ etiam intersecantur & communem sectionem faciunt. Quare materies principii hic fuit assumendi per se, non propositionis demonstrabi-

lis. Atque hic interea etiam noto communem sectionem dici punctum in lineis intersectis, ut dicitur linea in planis intersectis. sed elenchus hic etiam gravior est, quod Euclides é conversa faciat principium (ut prædixi) hic autem ex antecedente faciat propositionem demonstrabilem, vel absurdius etiam quiddam est, quod idem hic proponatur de duabus quod illic de omnibus. Atque hic interea noto communem sectionem linearum dici punctum.

5 p 11 demonstratur impossibili non obscuro, quia pars toti esset æqualis, angulus nempe rectus pars recti. Consectarium est é perpendiculi & communi sectione, & tamen de duabus rectis intersectis etiam verum, sed vanum, quia de duabus intersectis est 2 p 11.

6 p 11 caussam manifestam habet é lege parallelismi & communi, nempe perpendiculo, neque ab Euclide demonstratur parallelismus propositus, sed situs rectarum in eodem plano, qui tamen propositus non erat. Itaque secundi libri Lycophron huc redit, aliud proponitur, aliud agitur.

7 p 11 impossibile habet idem quod habuit tertia, atque ut illa est in principio constituta, sic & ista constituatur.

8 p 11 est conversa quædam sextæ, qualis est axiomatis illa conversio. Si duo sunt eidem æqualia, sunt inter se æqualia: & si æqualium alterum est æquale tertio, reliquum erit æquale eidem. Itaque bella illa sextæ propositionis demonstratio huc iisdem vestigiis iteratur. Sed elenchus est hic manifestior. Nam definitione parallelarum æqualitas perpendiculorum intermediorum continetur, ut 35 d 1 dictum est á nobis, & mox dicetur 14 p 11.

9 p 11 tam principium est quam fuit. Quæ eidem æqualia. Neque plani diversitas magis immutat syllogismum parallelismi, quam immutat æqualitatis in illo principio. Itaque sexto loco jam sophisma simile continuatur, nempe 31 p 1, 11 p 5, 21 p 6, 12 p 10.

10 p 11 præcipue deducitur é parallelogrammi lege ad 33 p 1 proposita. Itaq; ut illud postulandum fuit ad parallelogrammi definitionem, sic istud postulandum modo fuerit. Quin antecedens propositionis manifestam consequentis caussam continet ex axiomate æqualium angulorum: imo vero propositio ista plane nugatoria est, neque quicquam proponit nisi axioma illud æqualium angulorum, nempe angulos æquicruros & æquebasios æquari. Id enim re ipsa propositio ista proponit: in litera Euclidis est περὶ pro παρά.

11 & 12 p 11 respondent perpendiculis planis in 12 & 11 p 1, sed ordine præposítero, ut demonstratio Theonis procederet, sed utraq; perpendiculi solidi constitutio constat per caussam 4 p 11, ut nempe perpendicularis sublimis sit duabus rectis in plano subjecto contiguis, id enim satis erat: nec aliud Euclides parallelismi hysterologia complectitur: sed absque parallelis, ut duæ primæ perpendiculares in subjectam communem, sic tertia duci potest in duarum intersectarum communem sectionem, quod Euclides ipse ad 5 d 11 antea vsurpavit: denique ad idem punctum recti anguli ex sublimi cum intersectis totum hoc sublime perpendiculum comprehendunt. Quod autem hic casus nescio

quis

quis fortuitus adhibetur ab Euclide vel Theone, ut 1 p 4. 28 p 6: res artis aliena & indigna est, fac lineam ut sors tulerit, si perpendicularis est subjecto plano, habes quod quæris. At (inquam) præcepta artis é logicis legibus generaliter præcipere debent κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρώτου non temere, ut hic Stereometres modo præcipit. Quare logica ista geometriam alioqui artium severissimam valde dedecet. Verum geometricus perpendiculorum usus jam antea disputatus est 11 & 12 p 1, & idem judicium de duobus istis problematis modo facimus scholarum διαγραμμάτων caussa confingi.

13 p 11 negatio est, quales fuere primi libri axioma ultimum & 7 p 1 & 1 p 11. Res autem affirmatê, imo generaliter de omni linea proponi potest, ut ad c 10 e 5. Adhibita est autem hæc propositio ad demonstrationem sequentium, ut decimæ nonæ. At de rectis perpendicularibus planis, id etiam postulari potest.

14 p 11 aperte indicat definitionem generalem parallelarum, quia lineæ parallelæ sunt, quæ distant communi perpendiculo.

15 p 11 thesim decimæ continet, & ejus antecedens est caussa consequentis ex illa generali parallelarum lege. Si lineæ rectæ connectunt æquales & parallelas, sunt æquales & parallelæ. itaque etiam id postulandum fuit. Atque hic etiam litera Euclidis habet περὶ pro παρά.

16 p 11 facilem probationem habet in Theone. si sectiones non essent parallelæ, neque plana ipsa essent parallela.

17 p 11 Euclides hanc deducit é 2 p 6: at totum contra: 2 p 6 deducenda fuit ex ista bene tamen proposita, ut 13 e 5 proposuimus. At certe Theon hic quidquid est, justius postulare potuit quam 10 d 5 quam partem 18 d 11.

18 p 11 Consectarium est quoddam é 4 d 11, & quidem disertius expressum quam antecedens illa definitio, satis enim est ad perpendiculum planorum, ut unica recta altero perpendicularis communi sectioni sit perpendicularis subjecto plano. Itaque ad rectam perpendicularem demonstrandum numero & multitudine contiguarum nihil opus est. At in perpendiculo planorum unica recta perpendicularis esse non potest, quin protinus sint innumerabiles.

19 p 11 est conversa proximæ: si rectè pronuntietur, hoc nempe modo: Si communis intersectio planorum sublimium est perpendicularis subjecto plano, intersecta plana sunt perpendicularia. Stereometria solidorũ sequit, cõplexa tamẽ propositiones octodecim varias de planis tum rectilineis generũ omnium, ut sunt triangula, quadrangula, multangula, tum obliquilineis, de quibus suo loco. Prima solidi doctrina est in angulis solidis.

20 p 11 respondet 20 p 1 de triangulis, & logica prorsus eadem est. Itaq; paratus etiam Zenoni jocus hic est. Nam si duo plani essent reliquo minores vel æquales, nullam magnitudinem intermediam cum eo concluderent. Jam vero quæri hic etiam potest, utrum generaliter de quibuslibet angulis, planis, sphæricis, mistis verum id fuerit. Tu id considerato.

21 p 11 elenchum generis habet pro specie, proponit enim generaliter quod

ſpecialiter intelligatur de angulo ſolido plano, quod oſtendit comparatio cum quatuor angulis rectis: demonſtrationem autem habet non obſcuram é ſubductis reliquis angulis triangulorum planorum ſolidum componentium. Eſt autem ſuperioris proximæ adſimilis. Nam ſi quatuor rectis æquarẽtur, plani complerent locum planum, neq; angulum facerent. Erit autem uſus propoſitionis hujus ad probandum quinq; duntaxat eſſe corpora ordinata ad finem 13 libri.

22 p 11 conſectarium eſt é triangulis primi libri & tota eſt geometriæ, ad ſtereometricum nihil attinet: hic verò adhibita eſt gratia proximæ propoſitionis. At fructus ejus poteſt uberior eſſe in geometria, deinceps quę ad ſtereometriam poſsit traduci, ut omnia geometriæ elementa. Conjungatur igitur cum 22 p 1 ad trianguli fabricam. Quare res ipſa accuratius animadverſa nullum demonſtrationis argumentum requirit.

23 p 11 reſpondet 22 p 1, logicam autem continet in demonſtratione prorſus admirabilem, propter ineptiſsimas nugas quinque partium, quod radius ſive ſit intra latera, ſive in latere, ſive extra, neque ęqualis, neq; major eſſe poſsit. Huc etiam ſex & viginti ſyllogiſmi ex totidem propoſitionibus intexuntur, & hoc videlicet Theoni vel Euclidi eſt demõſtrare rem per ſe manifeſtã, tot nebulis involvere & obſcurare. Etenim propoſitio iſta eſt converſa 20 & 21 p 11. Nam ſi tres anguli plani minores quatuor rectis conſtituant angulum ſolidum, duo quilibet ſunt majores reliquo, & contra, ſi ſunt tres anguli plani minores quatuor rectis, duo quilibet majores reliquo, conſtituent angulum ſolidum. Itaque ſic antecedens per ſe manifeſtum ſit, ut eſt, converſa quoque per ſe manifeſta eſt. Nec tamen hæc anguli conſtitutio generalis eſt. Nec enim poteſt é planis angulis ſphæricus aut miſtus fieri. Itaque pollicetur hic Euclides genus, præſtat ſpeciem, ut ſæpe jam antea.

24 p 11 de certo genere plani præcipit, ſed valde incerta oratione. Itaq; Cãpanus hic obſtrepens neſcio cui ait, iſta ꝓpoſitione ſolidũ parallelis planis cõprehenſum tantũ eſſe parilaterum quidem á ſenario terminorũ numero deinceps infinitũ, neq; tamen pariterminum quodlibet hic intelligi poſſe, ſed parallelogrammũ duntaxat, cùm omnes termini ſunt parallelogrãmi, ideoq; duntaxat ſexaedrũ, quod ſi verum eſt parallelepipedũ reſpondet in planis parallelogrammo, id eſt quadrato, oblongo, rhombo, rhomboidi. Itaque propoſitio iſta vera tantum eſſet de priſmate, non de miſto polyedro. Nec enim octaedrum, icoſaedrum, dodecaedrum (quamvis comprehenſa é planis parallelis) habent oppoſitos terminos parallelogrammos: habent enim triangulos octaedrum & icoſaedrum: dodecaedrum autem habet quinquangulos. Quod autem Campanus ait propoſitionem iſtam intelligi poſſe tantum de ſolido parallelogrammo, accipio, ſed hactenus, ut parallelogrammum dicatur etiam multangulum æquiterminum & pariterminum, cujus nempe oppoſita plana ſunt parallela. Quod enim ait parallelogrammum ſolidum tantum eſſe hexaedrum, id ſi probaſſet probatio ejus æſtimaretur. Cur enim paritermina illa á ſenario infinita, quæ facit, iſta propoſitione non cõprehendentur? habent enim plana oppoſita paral-

lelogramma

lelogramma & æqualia. Sic enim parallelogrammũ generaliter in multangulis accipi potest, ut Proclus docet ad 34 p 1. quamvis Euclides parallelogrammũ tantũ videatur in quadrilateris posuisse, ut ex 41 p 1. perspicitur. Et verò propositionũ de parallelepipedis veritas conveniet omnibus prismatis pariterminis & parallelogrãmmis. Caussa autem propositionis tam captiosæ est omissa partitio & definitio. Nam si partitus esset Euclides genera solidi plani, si hoc ipsum parallelepipedum definisset, tota confusio esset sublata. Atqui ut in 33 & 34 p 1. definitio parallelogrammi, ita hic prismatis parallelogrammi definitio in propositionem sophistice est conversa.

25 p 11 deducitur é lege primarum figurarũ. Quapropter Theonis demõstrationem ad eas aggregato, quibus principia & definitiones demonstrantur, parallelismo enim indicatur æqualis altitudo, nec aliud hic adhibet Theon, præter illam singularem quinti libri sextam definitionem, quam & 1 & 33 p 6 adhibuit. At hic duæ efficientes caussæ solæ comparantur altitudo & latitudo. Itaq; cum altitudo sit eadem, solum discrimen est é basis latitudine. Quare demonstratio Theonis hoc loco simillima est superiori. Sed docet hic Campanus hanc propositionẽ cõvenire ferratilibus illis suis, id est prismatis pentaedris, putatq; omnia quæ Euclides solis parallelepipedis duodecim ꝓpositionibus attribuit, prismatis pentaedris cõvenire, quia sunt dimidia parallelepipedorũ. Quod perinde est, ac si Euclides in planorum doctrina proprie attribuisset parallelogrammis, quæ essent tamen triangulorum cõmunia. Locus hic habet elenchum animadversione omniũ, qui adhuc fuerũt, dignissimũ, elẽchus specialis doctrinæ pro generali infinitus antea deprehensus est: hîc verò tot propositionibus continuatus cæteros omnes superavit. Nec tamen Campanus hic satis vidit. Omnibus enim prismatis nõ solũ ferratilibus & pentaedris convenit quod proponitur. Prismatis siquidem secti plano planis oppositis parallelo, segmenta sunt ut bases, quia parallelogramma sunt æquealta.

26 p 11 specialis est de angulo solido plano, non generalis de solido. Nec enim Theonis demonstratio angulum sphæricum aut mistum constituit, & tamen quod Theon hic instituit nihil est aliud, quàm si partes partibus æquales sint, totum toti æquale esse. Et hæc bella anguli æquatio continetur æqualium angulorũ axiomate, neq; stereometrici salis ulla præterea mica est. Ita duæ propositiones de angulo plano solidoq; ex uno æqualium angulorum axiomate fabricas disputabiles & demonstrabiles nobis invenerunt.

27 p 11 συμμετρίαν superiori consimilem habet, fabrica tamen potest omnibus prismatis, imo figuris omnibus convenire, nõ solis parallelepipedis: neq; prorsus aliud hoc problemate traditur, quàm continetur definitione figurarum similium & similiter sitarum ad 18 p 6, neque hic quicquam est disputatione dignum aut demonstratione. Ita duæ propositiones 18 p 6 & 27 p 11 é definitione similium & similiter sitarum figurarum factæ sunt, quæ tamen novi præcepti nihil requirerent.

28 p 11 ducitur é definitione parallelogrammi ad 34 p 1. unde admonemur a-

liquid

liquid esse cõmune planorum & solidorũ, id est figuræ parallelogrammæ proprium, imo esse omnino in omni magnitudine bisectionẽ aliquã, seu punctum, seu lineam, seu superficiem, quæ magnitudo bifariam secatur, id in figura plana diameter & diagonius, si est per angulos oppositos, dicitur, in solida nomine caret. Itaque nomine generali esset opus ad hanc generalem affectionẽ declarandum. Itaque propositio ista materiam principii ac definitionis habet.

Quatuor proximæ propositiones 29.30.31.32. præter elenchum propositum, parallelepipedo attribuunt, quod est prismatis commune, valde præpostero ordine positæ sunt. Nam 32 est maxime omnium generalis, & cæteras antecedentes speciales complexa, tum 31 simili ratione complectitur 29 & 30. Omnino que si 32 præcessisset, consequerentur tres reliquæ, item si præcessisset 31, concluderentur ex ea duæ 29 & 30. In 29 & 30 rectas insistentes esse & non esse in iisdẽ rectis, est superiorum planorum duo quælibet latera in unam rectam continuari aut nõ continuari, vel solida ipsa sub eandem rectam vel non eandem constitui. Sed multo præstantius est illud, atque nobilius, quod disputatum est á nobis primo libro, una propositione tam multas propositiones comprehensas esse. figuræ primæ inter se sunt ut bases, longeque præstantissima & nobilissima demonstratio una illa é geminis caussis planê perfectęq; satisfaciet, quarum altera per altitudinem data solum discrimen supereſt ex altera, id est é basi.

33 p 11 Derivata est propositio hæc é 19 & 20 p 6. At & illæ & ista in unam propositionem generalem geometria longe nobiliore & luculentiore includuntur, quod fecimus 15 e 4: caussaque tam generalis est illa é compositione rationum tradita ad 5 d 6. Ex hac verô propositione & ejus consectario deducitur via duplicandi cubi, de quo ad 4 e 24. Sed enim Campanus isto loco vehementius Euclidem aggreditur, quæ proposita sunt ab Euclide 25.28.29.30.31.32.33 p 11 specialiter de parallelopipedis, ea prismatis & serratilibus convenire, magnumque Euclidis errorem & multiplicem convincit, attribuentis solis parallelepipedis quæ prismatis aliis natura prioribus conveniant. At Campanus ipse licet caput altius extulerit, quam Euclides, summum tamen non attigit. Nec enim (ut dixi) theoria tot propositionum convenit solis prismatis pentaedris, quæ Campanus sola putat, & Euclidis parallelepipedis, sed omnibus omnino corporibus planis, quorum duo plana opposita sunt æqualia & similia & parallela, reliqua autem latera parallelogramma: imo convenit omnibus euclideis corporibus: primis primum, deinde æquemultiplicibus primorum. Itaq; Campani error hic aliquis, sed Euclidis multo est gravior, & tamen Euclides etiam videtur Campano & erroris istius caussam attulisse, qui prisma nõ aliud quam pentaedrum dicere videatur.

34 p 11 demonstrationem habet simillimam demonstrationi vicesimæ tertię. Partitio duplex est de perpendicularibus insistentibus vel non perpendicularibus, tum in primo genere de basibus æqualibus, vel inæqualibus totidemque conversæ sunt, ita demonstrationes fiunt sex pro unica, imo vero pro nulla. Deducta enim propositio est é primarum figurarum proprietate, ubi caussæ efficien-

cientes illæ solæ sunt basis & altitudo, & generalem propositionem faciendam esse é 14. 15 p 6, ê 34 p 11. demonstratio in his prorsus eadem manifeste demonstrat, nempe primarum figurarum æqualiũ bases & altitudines esse reciprocas.

35 p 11 fabricam & demonstrationem admirabilem continet: Adhibentur enim sex & quadraginta syllogismi, quod unico angulorum æqualium axiomate transigi potuit, æqualis nempe sublimibus & perpendiculis ad docendũ crurum æqualium bases æquales esse. Itaq; & consectario Theonis concluditur, si tales anguli sunt æquales, etiam perpendiculares ipsas æquales esse, & tamẽ thesis de duobus planis deque binis æqualibus angulis æqualitatem angulorum continebat. Quapropter (ut sæpe antea) sic isto loco subiit admirari otiosos & literatos homines otio & literis tam intemperanter abusos esse. Nihil igitur hujus neq; propositionis neq; demonstrationis in geometria retinemus.

36 p 11 proponit generaliter de omni parallelepipedo æquiangulo, quod poterat similiter de quovis parallelogrammo æquiangulo 16 & 17 p 6, unde hæc derivantur, proponere. Hic tamen nihil proponitur analogum 16 p 6.

37 p 11 respondet 22 p 6, & magnum fuit indicium é duabus specialibus unam generalem fieri posse, cum demonstratio per sortitem graduum quatuor duabus una conveniat. Neque verò parallelepipedis tantum solidis conuenit, sed omnibus primis figuris & earum æquemultiplicibus. Itaque ex hac propositione & illa unum generale consectarium in geometria fecimus.

38 p 11 non est in Campano, neque in geometria esse debuit. Est enim conversa quædam 4 d 11, & Ptolemæi aduersus Euclidem logica hęc nostra est. Conversio tamen non recte facta est: antecedens enim & conversa sunt. Si recta in altero intersectorum planorum perpendicularis communi sectioni est perpendicularis subjecto plano, plana ipsa sunt perpendicularia: & si intersecta plana sunt perpendicularia recta in altero perpendicularis communi sectioni est perpendicularis reliquo, sic (inquam) esset legitima conversio. At Euclides convertit præposteré. Si plana sint perpendicularia, recta in altero perpendicularis reliquo, cadet in communem sectionem, & probat per impossibile duorum rectorum in triangulo.

39 p 11 potest esse omnis prismatis, ut 25 & 28, dummodo diagonius generaliter in omni figura intelligatur, id nempe quo bisecatur figura: talis enim est in omni figura bisectio: & sic ad 28 p 11 monuimus. Atque hoc quidquid est, demonstrabile omnino non fuit, nisi forte & demonstrabile videatur ejusdem figuræ parallelogrammæ diametros inter se bisecari: nihil enim aliud ista propositio loquitur: adhibetur autem ad 17 p 13.

40 p 11 præponi debuit 33 p 11, quia de æqualitate præcipit. Nec tamen satis accurate proponit: Debuit enim addere prismata pentaedra, his enim solis id potest convenire. Quomodo autem loquitur, falsa est, ut si sumas prismata parallelepipeda hexaedra ejusdem & basis & altitudinis, erunt æqualia per 32 p 11. At si alternis dimidium cum altero integro compares, erunt æqualta, alteriusque basis triangula, alterius parallelogramma dupla triangulæ,

neque tamen erunt æqualia. Quare falsa hæc est propositio nisi specialiter intelligatur, ut in hoc libro, & definitiones & propositiones antea tam multæ, quæ generi tribuunt, quod est speciale, aut contra speciei quod est generale. Adhuc igitur stereometria fuit unius & viginti propositionum, é quibus tamen tres 22.35.38 fuerunt de planis, non de solidis. Itaque octodecim tantum erunt de solidis, de angulo solido quatuor 20.21.23.26. quatuordecim reliquæ de prismate parallelepipedo, quarum tamen duodecim 25.27.28.29.30. 31.32.33.34.36.37.39 sunt communes omnium prismatum, ut prisma definitum est ab Euclide: 24 definit parallelepipedam speciem, nempe prismatis, cui tamen specialiter nihil esset attribuendum. Contra 40 tribuit generi prismatum, quod de unica specie tantum possit esse verum. Sed in toto libro undecimo multo magis est illud admirandum é propositionibus quadraginta nullam omnino propositionem esse, quæ demonstrationem meruerit, sed omnes unica vel definitione, vel propositione (unde sequerentur) contentas esse. Atque omnino é propositionibus quadraginta cum secereveris octo de lineis & planis solidis 4.5.10.15.16.17.18.19, septem de solidis 20.21.23.24.25.36.40. reliquæ omnes vigintiquinque vel communes vel propriæ geometrici generis reperientur, nil ad stereometriã proprie attinebunt. Atque ista est inopia quam initio proposui, quæque major etiam postea reperietur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 28. IN 12. elementorum.

Duodecimus liber habet propositiones 18. é quibus tres sunt de planis 1.2.16. reliquæ de solidis, quatuor de pyramide 5.6.8.9. tres de pyramidis & prismatis ratione 3.4.7. de sphæra duæ 17.18. de cylindro unica est 13. de cono & cylindro quinque 10.11.12.14.15. Sed quindecim de solidis propositionum, decem sunt communes 5.6.8.9.11.12.13.14.15.18. é quinq; reliquis duæ 7 & 10. solidam utilitatem habent, tres reliquæ 3.4.17. demonstrationum caussa videantur esse factæ. Prima igitur, secunda & decima, sexta propositiones ad Geometriam pertinẽt, non ad ad Stereometriam.

1 p 12 elenchum habet in multis antea propositionibus deprehensum, speciei nempe pro genere. Proponit enim de multangulis, quod omnium rectilineorum commune est: imo vero quod omnium omnino figurarum commune videatur, ut amplius differetur 17 p 12. demonstratio non obscura est, caussam tamen aliam nullam habet, sed propositio ipsa suæ veritatis caussam cõtinet é diametro & similitudine figurarum.

2 p 12 specialis est tertia post 19. & 20 p 6. ad figuras similes 15 e 4. diametri enim sunt pro lateribus homologis, quod 18 p 12. manifestius efficiet. Itaque materies ista tam postulandi principii fuit, quãm 1 d 3: quæ valde huic homogenea est: materies non fuit, demonstrabilis propositionis: demonstratio tamen

obscu-

obſcuriſsima eſt omnium quæ adhuc fuerunt,& multis de cauſsis animadvertenda. Labyrinthum hîc creticum quempiam ſtereometrico artificio affectatum credas. uno hoc in libro iteratus eſt ſexies error iſte inexplicabilis. Eo igitur diligentius tãquam filo Ariadnes retexendus eſt, ut ambages in uno ſemel explicatæ,nullum in cæteris negotium faceſſant. Ergo attendatur. Impoſsibile per partes inducitur, ſed inductione valde inſolenti. Tria enim ſibi ſumit Euclides ad impoſsibile cogẽdum obſcuriora & magis improbabilia quæſtione ad quam probandum adhibentur. Primó. Si non ſit ut quadratũ ad quadratũ,ita circulus ad circulũ,erit igitur(ait geometres) ita circulus ad aliquod aliud ſpatium χωρίον id nominat,neq; cujus figuræ ſit explicat,ſpatium confuſe dicit. At propoſitio adhuc nulla fuit,quæ circulum cum quovis ſpatio rationalem eſſe demonſtraret,quin omnium(quæ in rebus geometricis adhuc verſatæ ſunt) difficillima quæſtio eſt,utrum circulus ad quadratum & quamnam rationem habeat:ut tamen inde certum ſit,circuli ad quadratum rationem non eſſe impoſsibilem,quãvis adhuc nemini poſsibilis,nemini nota fuerit,quæ etiam Ariſtotelis judicio poſsibilis eſt. Hoc igitur primũ eſt in iſta demonſtratione. Secundó. Si circulus eſſet rationalis ad quodlibet ſpatiũ,tamẽ nulla propoſitio fuit, quæ doceret tribus ſpatiis datis invenire quartũ proportionale:nam 11.12.13 p 6. de linea recta proportionali tertia,quarta,media invenienda præcipitur:nulla aũt de ſuperficiei vel tertiæ,vel quartæ, vel mediæ, vel etiã talis corporis inventione geometria fuit. Itaq; ſumere potuit Euclides datis tribus rectis quartã,datis aũt tribus ſpatiis non poteſt ponere proportionale quartũ. Cum vero ſpatium informe & infiguratũ ita ſumptũ ſit proportionale, neq; minus neq; majus eſſe ſecundo circulo,ad prius illud aſſumitur aliud rectilineum inſcribi poſſe dato circulo majus quavis data ſuperficie minore,quam ſit datus circulus,quod antea nuſquã demonſtratũ eſt,ſed utcunq; colligitur ẽ 1 p 10. præterea aſſumit inſcriptũ majus eſſe dimidio circuli,quod etiam probat. Verum tamen ſi hic miretis, cùm duo inæqualia ita ꝓpinqua ſint,ut inter ipſa nullũ ſit mediũ,ut inter numeros 1 & 2. inter 2 & 3. ſic in magnitudinib. duabus,quomodo ad 16 p 3. dicit angulũ ſemicirculi majorẽ eſſe quovis dato angulo acuto rectilineo, ut jam inter rectũ rectilineũ differẽtia interjecta nulla cogitari poſsit: qd (inquies) fiet huic ſumpto, qd inter duas quaſvis magnitudines inæquales, tertiã tamẽ poſtulat minorẽ majore,majorẽ minore? Etenim ſi inter duas datas magnitudines inter media nõ dico cogitari poſsit,ſed reipſa ac naturæ veritate poſsit inveniri, poterit rurſus quarta inter ſecundã & tertiã,quinta inter tertiã & quartã,& ſic in infinitũ. Itaq; ſi quantulamcũq; differentiã jam inde ab initio ꝓpoſuero, tamẽ infinitis ſectionibus ſectilẽ facies,& quod vix initio ſemel ſecturus ſis, tamẽ perpetuo atq; infinite ſecturum te profiteris. Admiratio tamen iſta ad 10 p 1 ſublata eſt. Archimedes tale quiddam ſumpſit ad 5. th. 1. de ſphęra. Sed tamen rectilineum iſtud majus dato ſpatio inſcriptum ſit ſecũdo circulo, ſequitur deinde ut ſimile inſcribatur primo,de quo tamẽ nominatim antea propoſitio nulla fuit, videtur autem aſſumi ẽ 18 p 6. Hoc eſt notabile tertium. Ergo jam percipimus

quàm perſpicuis & illuſtribus rebus demonſtrator theorema ſit addicturus. Reliqua ſpectentur. His poſitis ſyllogiſmus ita concluditur. Ut primum quadratum eſt ad ſecundum, ita circulus primus eſt ad ſpatium: ut autem rectilineum primum eſt ad ſecundum, ſic quadratum primum ad ſecundum: Itaque ut rectilineum ad rectilineum, ſic circulus ad ſpatium. At alternè primũ rectilineum minus eſt primo circulo. Ergo ſecundum minus eſt ſpatio, quo tamen majus eſſe ponebatur. Hoc impoſsibile eſt, idemque fuerit ſi incipias á ſecundo circulo, ut concludi omnino poſsit, ut eſt de quadratis alterum ad reliquum, ſic circulum é duobus alterum ad ſpatium eſſe non poſſe, quod ſit minus reliquo circulo. Atque id argumentum eſt ſecundi impoſsibilis futuri: Dicat igitur adverſarius depulſus majoris aſſertione ſpatium illud eſſe minus ſecundo circulo, tumque rejectis rectilineis inſcriptis ſyllogiſmus ita procedet inverſo modo per 13 d.5. ut ſpatium ad primum circulum, ita ſecundum quadratum ad primum, & ut quadratum ſecundum ad primum, ita ſecundus circulus, ſi non ad primum circulum, ſaltem ad aliud ſpatium. Itaque ut primum ſpatium ad primum circulum, ſic ſecundus circulus ad ſecundum ſpatium. At alternè primum ſpatium majus eſt ſecundo circulo. Ergo primus circulus major eſt ſecundo ſpatio. Quapropter erit ut é quadratis unum ad reliquum, ſic é circulis ſecundus ad ſpatium minus reliquo circulo, contraquam primo impoſsibili erat concluſum. Hæc Euclidis vel Theonis eſt demonſtratio ad 2 p 12. Hi ſunt anfractus, hæ ſunt ambages, hic denique labyrinthus. Veruntamen ut artificum licet excellentiũ, tamen artificium vanum & inane intelligatur demonſtratione hac tot modis, vel ſuſpecta vel obſcura, nihil omnino opus eſt. Materies enim eſt principii uti dixi, & (ſicut antea ſæpe factum eſt) converſa in propoſitionem demonſtrabilẽ, quod non ſolum é generali illa cauſſa ad 19 & 20 p 6, ſicuti propoſuimus initio ꝓpoſitionis, ſed ꝓpe oculis aſpicitur. Etenim circuli ſunt æquales, quorũ diametri ſunt æquales, materies definitionis fuit Euclidi ad 1 d 3: ſimiles circuli definiti non ſunt, ſectiones contrá ſimiles definiuntur 10 d 3. quæ capiunt angulos æquales, & 23.24 p 3 dictum eſt ſimiles ſectiones eſſe æquales in æqualibus baſibus. Itaq; cum circuli omnes omnibus ſint ſimiles, ut quadrata quadratis, nec ideo ſpeciali definitione ſit opus attamen proprietas quædam proportionis é rationis æqualitate deduci poteſt, ut deducitur in triangulis, in angulis, & in centro peripheriave ad 1. & 33 p 6. triangula æquealta in baſibus æqualibus ſunt æqualia, & contrà, fuit 37.38.39.40 p 1. Hinc animadverſum eſt 1 p 6. triangula æquealta eſſe ut baſes. Itẽ. Si anguli in centro peripheria ve circulorũ æqualium ſunt æquales, inſiſtunt in peripheriis ęqualibus, & cõtrá fuit 26 & 27 p 3. Hinc animadverſum eſt 33 p 6. angulos in centro peripheriave circulorũ æqualiũ eſſe, ut ſunt peripheriæ in quibus inſiſtunt. Sic cùm patuerit nõ propoſitione quidem, ſed definitione circulos æquales eſſe, quorum diametri ſunt æquales, facile fuit animadvertere circulos item æquales eſſe, quorum á diametris, quadrata eſſent æqualia, unde ſicut antea deduceret circulos eſſe ut á diametris quadrata, quia ſi quadrata eſſent æqualia, ęquales eſſe, ſi inęqualia,

tanto

tanto circulos inæquales esse. Quamobrem causſa & generalis omnium figurarum communis & circulorum ipſorum propria convincit propoſitionem hanc poſtulandam fuiſſe, & digito ſi quid opus eſſet, atque exemplo demonſtrãdam, non tot ſyllogiſmis obſcurandam. Hæc logica mathematicis artibus imprimis periculoſa & detrimentoſa fuit. Itaq; evitabitur à nobis impoſterum, ubicumq; ſimilis reperietur, neque labyrinthum pro regia via proponemus. Utitur Euclides vel Theon principio in hac demõſtratione, & poſtea utetur. Contentum minus eſſe continẽte, quod Archimedes primo de ſphæra demonſtrare voluit, ſed ſpecialiter é polygono & circulo, melius igitur id Euclides poſtulavit. Duæ ſequentes propoſitiones miſtam materiam habent de pyramide & priſmate.

3 p 12 quinque partes habet, prima & ſecunda de æqualitate & ſimilitudine particularium pyramidũ tranſigũtur eodem argumento: triangula enim æquilatera ſunt etiam æquiangula, ideoque ſimilia, & tertia pars ex eadem triangulorum ſimilitudine ducitur, quarta per 40 p 11. facilis eſt, quinta facillima omnium. Priſmata autem in hãc comparationem incluſit, quia ſex pyramides, quibus priſmata continentur, non ſunt omnes ſimiles toti & inter ſe. Sunt illæ quidem omnes æquales, ut é 7 p 12 patebit. At ſimiles nõ ſunt omnes neq; inter ſe, neque toti: quaternæ enim ſimiles ſunt, ideoque facta eſt illa ſectio. Fuerat verò elegantius ſecare pyramidem tetraedram in octo pyramides tetraedras æquales, quaternas ſimiles: quatuor autem angulares ſimiles etiam toti. Sed hoc totum & propoſitionis & demonſtrationis artificium quid utilitatis ad ſtereometricum uſum habiturum ſit, conſiderato. Ex hac propoſitione deduces. Si trianguli æquilateri crura biſecta connectantur, quatuor æquilatera triangula conſtitui: quod ad 2 p 6 demonſtravimus.

4 p 12 hyſterologiam habet. Eſt enim conſectarium quintæ & ſextæ ſequentium, vel potius conſectarium eſt é proprietate primarum figurarum. Pyramides enim ipſæ æquealtæ ſunt ut baſes, item priſmata æquealta ut baſes, ſed baſes priſmatum pentaedrorum ſunt ſimiles baſibus pyramidum, quia æquiangulæ, & priſmata ipſa pentaedra ut ſuæ baſes, totaque parallelepipeda, ut pentaedra dimidia. Quare comparatio pyramidum & priſmatum ſingularium ex illa generali cauſſa peti debuit. Sed tamen quarta propoſitio demonſtrationem Euclidi vel Theoni nacta eſt, ut inde quinta & ſexta demonſtrarẽtur. At minimé principio tali indigebant. Atque artificii hujus, ut ſuperioris uſum multó libentius requirerem.

5. & 6 p 12 ita ſpeciales ſunt ad primas figuras, ut undecimo libro fuerunt 29. 30. 31. ad 32. Sed hic tamen nulla generalis facta eſt ab Euclide, ut illic. Campanus autem generalem fecit. Si pyramides ſunt æquealtæ, ſunt ut baſes: unam verò generalem propoſitionem faciendam eſſe ex altitudine tam multæ propoſitiones admonere Euclidem potuiſſent, ſi quid unquam de logica cogitaſſet. Demonſtratio verò quintæ propoſitionis ſimillima eſt demonſtrationi ſecundæ, & ſecũdus labyrinthus pro via regia proponitur. Ariadnes filum exhibuimus, neque repetimus, præſtabat igitur hic principium facere, quàm ſine ulla cauſſa

tam obſcurè demonſtrare. Itaque talis demonſtrationis gratia nequaquã quarta proponenda fuerat.

6 p 12 demonſtrationem habet affirmatam, ſed involucris propoſitionum variarum ſæpius iteratarum perobſcuram. Hic tamen labyrinthum non appello, totaq; res poterat ſolis 3 p 12 & 18 p 5 demonſtrari: imo verò ut dixi poterat & debebat unum generale principium fieri, quo libri hujus quarta quinta, ſexta, cum cæteris primis continerentur.

7 p 12 certæ utilitatis eſt ad pyramidum mẽſuram, & diſerte proponit priſma triangulæ baſis, non ſolum quod priſma genus ſit omnium ſolidorum planorum, quorum duo plana oppoſita ſunt æqualia ſimilia parallela, reliqua parallelogramma, ut conſtat é 13 d 11. ſed quia pyramides tres, in quas priſma quodlibet dividi poſsit, non perinde demonſtrari queat. Itaque in generali corollario etiam illud diſertè eſt propoſitum. Omnis pyramis eſt tertia pars priſmatis æqualem baſim & altitudinem habentis: quod exemplo diſſecti priſmatis & digito melius, quàm ullo argumento demonſtratur, ubi videas in priſmate pentaedro tres pyramides æquales, duas extremas ſimiles, tertiam valde tota figuræ ſpecie diſsimilem: in cubo ſimiliter. At in parallelopipedo oblongo, in rhombo, romboide diſsimilitudo major apparebit. Itaque non collegit Euclides omne priſma dividi in tres pyramides æquales, ſed omnẽ pyramidem eſſe tertiam partem priſmatis, & velut ambiguum reliquit, utrum ſeſquialterum reliquum duas pyramides perſpicuis partibus æquaret. Diſſectio (inquam) id totum oculis ſubjiciet, & diſſectio quam Euclides ſibi permiſit: neque demonſtrat diſſectionis facultatem aut modum, ſed aſſumit ſegmenta, eaque demonſtrat æqualia & ſimilia in 3 & 4 p 12, æqualia tantum in 7 p 12. Quod etiam oculis & antea & poſtea é comparatione planorum comprehendentiũ perſpicuum diſſectio fecerit.

8 p 12 ſpecialis eſt, ſed corollarium habet generale. At ex generali ſpeciale contrà fuerat concludendum: elenchus igitur eſt ſpeciei pro genere. Et tamen generalis etiam propoſitio de ſimilibus pyramidibus ſpecialis erit ad propoſitionem de figuris ſimilibus: & conſectarium protinus illinc aſſumendum. Quare & propoſitio & propoſitionis demonſtratio vacabit, ut jam 5 & 6 vacarunt.

9 p 12 ſimilem elenchum habet de pyramidibus triangulis, quum tamen res ſit omnium pyramidum communis. Imó ut antea conſectarium é genere illo altiore, primarum æqualium baſes & altitudines eſſe reciprocas. Itaque ut 34 p 11. ſic 9 p 12 vacabit, & propoſitionis item demonſtratio vacabit neque præcipuum quicquam ſtereometriæ hic eſt, commune totum eſt planorum & ſolidorum.

10 p 12 ſolidæ item utilitatis eſt, ut 7 p 12, ad dimenſionem quippe conorum é cylindris: Sed demonſtratio ipſius involvitur labyrintho, tertium é 2 & 5 p 12 repetito, attamen cauſſam habet é 7 p 12, & ejus conſectario, quod priſma ſit triplum pyramidis eandem & baſim & altitudinem habentis. Nam cylindrus

refert

refert prisma, & conus pyramidem, imo verò latera cylindri sunt latera prismatis, & basis cylindri intra eadem latera complectitur basim prismatis, & polyedrum prisma posse intra eadem latera facere, ut cylindrus videatur é prismate fieri, sic latera coni, pyramidisque communia sunt, neque hic plana & bases pyramidis admodum polygonæ & polyedræ valde differant: denique intra eosdem terminos cylindri & coni, prismatis & pyramidibus sunt proportionales: quod tam juste postulabitur quàm postulat Euclides conos & cylindros esse similes quorũ diametri sut proportionales diametris basium. Itaq; si prisma pyramidis est triplum, & cylindrus coni triplus erit. Hæc causſa fuit ad illam demonstrationem proferenda. Quare repetere huc labyrinthos 2 & 5 p 12. ut Euclides & Theon fecêre, est impensa sophisticæ nimium gravis & importunæ stereometriam onerare.

11.12.14.15 p 12 confusé de cylindris & conis præcipiunt. Itaque pro quatuor propositionibus, si tamen necessariæ fuissent, octo faciendæ erant, sed neq; quatuor neque octo, imó nulla prorsus requirebatur.

11 p 12 est specialis ad illam inclytam matrem. Primæ figuræ æquealtæ sunt ut bases. Quare consectarium est hæc specialis, ideoq; vacat labyrinthus é demonstratione 2.5.10 p 12. ad hanc propositionem revocatus quarto loco.

12 p 12 specialis est ad similes primas, & labyrintho demonstrationis simillimo. Itaque demonstrationes 11. & 12 p 12 demonstrationibus secundæ, quintæ, decimæ simillimæ sunt demonstrandi genere, & labyrinthos germanissimos involvunt.

13 & 14 p 12 invertunt illud é primis: quod altitudines comparant ex basibus, cùm antea contrà ex altitudinibus bases sint comparatæ. Sunt igitur ex eadem tautologia vicesima & vicesima prima propositiones factæ. Nam antea novemdecim præcesserant, quo licebat pro novemdecim antecedentibus totidem effingere, & triginta octo facere propositiones pro una.

13 p 12 demonstratur nugatorio illo demonstrationis modo, quo 25 p 11 demonstrata est. At consectarium est é primis æquealtis.

14 p 12 conversa quædam est 11 p 12. coni & cylindri æquealti sunt ut bases dixit 11 p 12. & nunc coni & cylindri basium æqualium sunt ut altitudines. Itaque Campanus hanc propositionem non repetivit.

15 p 12 respondet nonæ hujus, & elenchum superioris habet, estque de genere tautologiæ hujus sexta: nempe post 14 & 15 p 6. post 33 p 11. post 8. & 12 p 12.

16 p 12 sententiam problematis hanc habet.

Si perpendicularis inscripta majori duorum concentricorum circulorum, tetigerit minorem in communi diametro, totiesque dimidium tollatur é dimidio peripheriæ majoris dum relinquatur minus comprehenso á perpendiculari & diametro, subtensa huic minori erit latus multanguli æquilateri & pari-

& pariter parilateri majori circulo ſic inſcribendi ut minorem non tangat. Hæc ſententia problematis eſt geometrici non ſtereometrici. Itaque & antea in geometria eſſe debuit, ſi tamen eſſe debuit: ut pleræque propoſitiones aliæ. neque propoſitio iſta ſi verbis problema eſſet expreſſum, quicquam demõſtrabile haberet, demonſtrationem ſuam complecteretur: videtur autem adhibita tantum ad labyrinthum 18 p 12. Et enim hæc decimaſexta ad decimam ſeptimam proximam attinet, ut duabus his obſecundantibus columnis exædificetur demonſtratio decimæ octavæ, ſed artificioli quis præterea erit uſus?

17 p 12 præcipue ducitur ẽ proxima. Sententiaque problematis eſt. Si multangula æquilatera & pariter parilatera inſcribantur maximis circulis ſphæræ continentis concentricam ſphæram, primum quod contentam non tangat, reliqua tranſeuntibus per angulos inſcripti, latera inſcriptorum omnium parallelis connexa inſcribent polyedrum continenti ſphæræ: quod contentam concentricam nõ tangat. Hæc ſententia problematis eſt ſtereometrici, Polyedrum enim in ſolidis dicitur ut polygonum in planis, id verõ quoniam fit exemplo polygoni æquilateri & pariter parilateri, neceſſe eſt, ut minimũ tot hedrarũ ſit, quantus erit numerus planus ex angulis polygoni archetypi per dimidium multiplicatis, ut ſi polygonum fuerit angulorum 8, polyedrum erit baſium 32. ſi fuerit angulorum 16, polyedrum erit baſium 128. ſi fuerit angulorum 32, polyedrum erit baſium 512. & ſic deinceps. Nam tot ſunt intervalla polyedri inſcripti inter polos ſphæræ circumſcriptæ, quot ſunt latera polygoni, at in unoquoq; intervallo, tot ſunt baſes, quot ſunt latera in dimidio polygoni. Quare numerum baſium dabit planus ex angulis polygoni per ipſius dimidium factus. Demonſtratio igitur iſta elegans & valde logica eſt ex argumẽto partium & cauſſarum totum conſtituentium concludere de ipſo toto, ut ſi polygonum fuerit laterum 8, polyedrum erit baſium 32, & ẽ triceſima ſecunda parte de toto concludetur. At Theonis demonſtratio quod quadrilatera id eſt baſes polyedri ſunt in uno plano, & quod inſcriptum polyedrum non tangat, valde eſt inepta. Nam fabrica diſertis verbis expreſſa demonſtrationem ſuam totam complectitur, ut ſuperior proxima complexa eſt, atque iſta nimirum altera cauſſa fuit problematis à theoremate ſeparandi. Aſſumit autem Theon interea ẽ 14 d 11 & 15 p 3. Si ſphæra ſecatur plano, communẽ ſectionem eſſe circulum, & maximum circulum eſſe, qui tranſit per centrum ſphæræ, ut ſphærica ẽ circulis majoribus & minoribus doctrina tum quædam fuiſſe videatur, licet ab Euclide in elemẽtis nequaquam tradita, & doctrina tamen ſimplex & ſuo ſenſu contenta, ut Theodoſii demonſtrationes nihil requireret. Ex eadem propoſitione decima ſeptima deducitur corollarium, quod polyedra ſimilia ſphæris inſcripta ſunt in triplicata ratione diametrorum ſphæricarum. Vtrum vero corollarium hoc generaliter etiam verum eſt? Solida ſimilia ſphæris inſcripta ſunt in triplicata ratione diametrorum ſphæricarum. Nam de planis propoſitio præſens docet, de conis & cylindris utrum res conveniet propter proportionem cum pyramidibus & priſmatis? Nã coni ſimiles inter ſe habent rationem triplicatam, quam diametri baſium per

12 p 12.

12 p 12. & pyramides inſcriptæ conis habent triplicatam rationem laterum, & ſphæræ rationem habent, quam ſimiles pyramides inſcriptæ, idque tandem cylindris per conos conveniet, imò de figuris omnibus ſimilibus utrum verum eſt, figuræ ſimiles rotundis inſcriptæ habẽt inter ſe rationẽ diametrorum æquemultiplicatam demenſionibus. Utrum inquam, res ita eſt, & ſic de propoſitionibus primariis tertia eſt hæc una? Hoc attendito & conſiderato. Atq; inde etiam aliud conſequetur. Sphæræ inter ſe ſunt in ratione polyedrorum ſimilium ipſis inſcriptorum. Hæc autem propoſitio de polyedris inordinatis tantùm eſt ut res ipſa manifeſtè demonſtrat, é planis inæqualibus & inæquilateris, majora enim ſunt à polo remotiora, totaque polyedri & inſcriptio & demonſtratio adhibita eſt, ut inde proximæ demonſtrationis labyrinthus procederet. At id minime omnium requirebatur.

18 p 12. elenchum habet ſpeciei pro genere, quẽm habuere 19 & 20 p 6. 33 p 11. item 8 & 12 p 12. Nam de corporibus omnibus ſimilibus non ſoplum ſphæricis, ſed planis & miſtis res omnino vera eſt, imo de figuris omnibus ſimilibus, ut antea jam patuit. In ſphæris autem diametri ſunt pro lateribus homologis. Itaque potuit etiam de circulis idem dici quod de rectilineis ſimilibus. Circuli inter ſe habent duplicatam rationem diametrorum, ut antea dixi, ad 2 p 12 ut pateat omnium figurarum ſimilium commune eſſe habere rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimenſionibus. Demonſtratio autem polyedrum inſcriptum ita comparat ad ſphæram, ut antea ad conos & cylindros pyramides inſcriptæ & priſmata inſcripta comparantur, concluſioque per labyrinthum non majoris, non minoris, atque utriuſque partis incommoda procedit. Ita ſexto loco cretenſis labor inextricabilis iteratur. fuit enim labyrinthus iſte 2. 5. 10. 11. 12. & nũc 18 p 12 ita ſex demonſtrationes in ſtereometria prorſus admirabilem logicam habuere, ut valde vehementerque addubitem, utrum poſt authorem harum demonſtrationum logico quiſquam & conſiderato judicio iſta perpenderit, labor cogitationum primarum ſine authoribus graviſsimus fuit: & videntur poſteri difficultate deterriti nihil melius exquiſiſſe, & certé experiẽdo facile adducor ut ignoſcam, aliud tamen eſt veniam, aliud laudem mereri. Itaque eadem ſpe atque voluntate huc progreſsis minime in extremo concidendum fuit, ſed ad finem uſque perſeverandum. Quare ex octodecim propoſitionibus duodecimi libri tres fuere de planis 1. 2. 16: de pyramide quatuor 5. 6. 8. 9: de priſmate & pyramide tres generis ſtereometrici propriæ 3. 4. 7. de ſphæra duæ 17 propria, 18. in genere comprehenſa, de cono & cylindro communiter quinque in generalibus comprehenſæ 11. 12. 13. 14. 15. unica 10 de cono & cylindro ſtereometrici generis propria: ita quod initio propoſueram ex 18 propoſitionibus hujus libri, quinque ſolæ ſunt ſtereometrici generis propriæ: é reliquis tredecim, tres ſunt de planis, aliæ decem ſunt inani tautologia ex generalibus factæ, & tamen ex illis quinque propriis 3. 4. 17. ludicra ſtereometriæ potius quam ſeria & commoda documenta videantur.

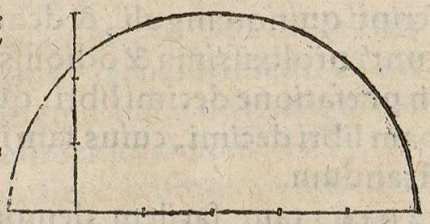
P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 29. IN DECIMUM TERTIUM ELEMENTORUM.

DEcimus tertius liber magis ad geometriã planorum attinet, quám ad ſtereometriam ſolidorum. Nam de propoſitionibus octodecim primæ duodecim ſunt de planis, & quatuor primæ propoſitiones ſubtilius & curioſius á Theone demonſtrantur, cum tamen fere conſectaria ſint ex 11 p 2, ſicuti quinta nominatim á Theone deducitur ex eadem. Theon hic adhibet præterea σύνθεσιν καὶ ἀνάλυσιν compoſitionem & reſolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. σύνθεσις eſt aſſumptio conceſsi per conſequentia ad quæſiti finem & comprehenſionem, ἀνάλυσις eſt aſſumptio quæſiti tanquam conceſsi per conſequentia ad verum conceſſum. Hæ ſunt definitiones Theonis, quibus cõſentanea ſunt illa, quæ Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes eſſe á principiis vel ad principia, á principiis per ſe notis vel aliunde demonſtratis, ad principia eſſe reſolutiones & deductiones. Reſolutiones quæ ponẽdorum principiorum vim habent, quibus compoſitiones opponuntur, cum á principiis ad quæſitum ordine progredimur. Deductiones ad impoſsibile habent vim deſtruendi: ſimiliaque iis, Pappus affert initio ſeptimi libri, velut ἀνάλυσις ſit ἀνάπαλιν λύσις, eaque duplex ζητητικὴ & πορισμὴ, quin libros τοῦ ἀναλυομένου narrat 32 á tribus authoribus Euclide, Apollonio, Ariſteo. Hæc (inquam) Procli & Pappi conſentiunt cum Theonis iſta doctrina, totumque genus hujus retrogradæ (ut loquitur Campanus) doctrinæ commentitium eſt, & valde nugatorium. Hic enim pro quinque demonſtrationibus factæ ſunt á Theone quindecim: Primo quinq; propoſitiones demonſtrantur ſeparatim deinde duæ cujuſque demonſtrationes aliæ factæ ſunt, prima per reſolutionem, ſecunda per compoſitionem. Analyſis vero iſta & ſic á Theone definita rebus inveniendis utilis quidem eſt, eamque Plato veritatis inquirendæ viam in mathematicis inveniſſe dicitur. At in componendis & demonſtrandis rebus inventis contrariam geneſeos viam adhibendam eſſe Plato idem admonet: ἀνάλυσις (inquam) iſta eſt primæ obſervationis & experientiæ, artis & doctrinæ ordinãdæ non eſt: aliter res ſingulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur: aliter docendæ poſteaquam inventæ ſunt, á generalibus nempe incipiendo, & deſcendendo ad ſpecies. Hæc enim via ſola præponit ea, quæ natura clariora ſunt, at contra cum agitur, neceſſe eſt natura obſcuriora præcedere, qua hyſterologia nullus eſt in docendo fœdior elenchus. Sed tamen analyſim hanc ad formandam artem & doctrinam neceſſariam non eſſe Euclides vel Theon magno nobis argumento eſt, qui in tot pro-

tot propositionibus aliis & antecedentibus antea, & postea in consequentibus nusquam adhibuerit. Nec in solis mathematis ullus ἀναλύσεως usus reperitur quàm in quadrato & cubo numero retexendo: cujus tamen analyseos in elementis Euclidis nullum verbum est. Elenchus igitur hic etiam Euclidis testimonio convincitur: Elenchus (ut dixi) valde fœdus & sophisticus, sed unde interpretes Aristotelis, & Galenus in primis longe magis fœdum, magisque literis omnibus exitiosum elenchum in scholas induxerunt, cum formam disciplinæ & ordinem id est methodum duplicem ἀναλυτικὴν καὶ συνθετικὴν commenti sunt. Nec enim mathematicus ἀναλυτικὴν illam methodum in tota vel Arithmeticæ vel Geometriæ disciplina, totoque artis unius corpore quisquam sequutus est, sed duntaxat in uno unius quæstionis syllogismo, idque, ut docui, omnino sophisticè. At interpretes hi docent non syllogismum quæstionis unius specialis, sed totius artis ordinem formamque analysi constitui posse: cujus commenti exemplum nullum in mathematica, imo nullum in ulla generis cujusquam disciplina unquam viderũt. Sed hac de re actum est in dialectica ad caput de methodo. De singulis verò propositionibus aliquid separatim dicendum est. Sectio rectæ per mediam & extremam rationem tres proprietates in elementis habet reciprocas.

1 & 2 p 13 continent primam & simplicissimam, ubi quadratum unum quintuplum est unius, quæ materies est 1 & 3, in quibus etiam conversa vera est. Ex hac verò quintupli proprietate via patet secandæ rectæ proportionaliter à Remondo Poyneo Petragorio nobis proposita.

Si data recta continuata dimidio sit perpendicularis diametro ad idem dimidium hinc æquali, illinc quintuplæ, secabitur á peripheria proportionaliter. Ut in figura Secunda proprietas sequitur.



4 p 13 *Si recta secatur proportionaliter, tota & minus extremum possunt triplum majoris.* Conversa hic etiam vera est, ut antea. Si recta & rectæ segmentum possunt triplum reliqui, recta ipsa secatur proportionaliter, & majus segmentum est reliquum. Ergo in hac utraque proprietate, & quintupli & tripli quadratorum est inter se comparatis, unde Euclides tamen nullam rectæ proportionaliter secandæ viam docuit. Proprietas ultima est in comparatione quadrati cum oblongo.

5 p 13 Ex hac æqualitatis comparatione viam geometria reperit rectæ proportionaliter secandæ ad 11 p 2 & 30 p 6.

6 p 13 proponit segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia, neque id tantum, sed speciem addit ἀλογίας, nempe residua. At ut proponeretur generaliter irrationalia esse, certe specialiter residua nihil attinebat, & exemplo cujuscumque numeri satis erat de genere dicere. Nam quemcumq; numerum toti sectæ dederis, nullam unquam partem ipsius quotam segmentis attribues, idq;

tamen perinde postulari potuit in geometria & assumi, sicuti postulatur á Theone ad 11 6 p 1 numerum quadratum numeri quadrati duplum nullum esse, & hic sumitur ac postea sumetur quadratum quintuplum sub quintupli quadrati nullum esse, id (inquam) sic declarari & absque decimo libro percipi perinde potuit: imo verò cum geometriæ partes pleræq; sunt irrationales, quæ sine illo dogmate præcipuo é definitione rationalis intelligantur, nihil necesse fuit doceri segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia: una definitio rationalium satis superque fuerat irrationalibus omnibus, neque demonstratione generis, sed multo minus speciei opus erat: sed de his prædictum est in præfatione 10 lib. Hic verò nil aliud actum video, quam ut libri decimi aliquis videlicet usus ostenderetur.

7 p 13 demonstrationem difficilem non habet, caussam tamen suæ veritatis videtur ipsa continere, & secunda demonstratio de angulis non deinceps communis est utrique parti, & facilior superiore.

8 p 13 demonstrationem perinde facilem habet, ac proxima. Demonstratio autem demonstrat de inscripto quinquangulo, ex eaque deducitur fabrica pentagoni ordinati.

9 p 13 Conversio etiam vera est & demonstratur á Campano: verum sumi potest ut consectarium é demonstratione antecedentis.

10 p 13 demonstrationem eandem iterat, ut probet duo oblonga separatim æqualia quadratis sexanguli & decanguli.

11 p 13 proponit diametrum circuli rationalem esse irrationalem ad latus inscripti quinquanguli, & demonstrat demonstratione omnium quæ adhuc fuerunt, prolixissima & odiosissima, satisfactio ad elenchum erit eadem quæ fuit in præfatione decimi libri, quæ 6 p 13 & hic affectatio consimilis fuit ad pompam libri decimi, cuius tam ingenti artificio opus esset ad rem nihili demonstrandum.

12 p 13 tam facilem demonstrationem, quam difficilem habuit superior proxima.

13.14.15.16.17 p 13 Sequentes quinque propositiones continent veteris theologiæ stereometriam opinione Pythagoreorum & Platonicorum admirabilem ad mundanorum corporum figuras constituendum: At in figuris elementorum constituendis Aristoteles philosophus Pythagora & Platone accuratior atque elegantior fuit, dum totam illam cosmopœiam per figuras ordinatorum corporum ab istis philosophis constructam diruit. In singulis propositionibus Euclides complectitur ordinati corporis fabricam, inscriptionem, rationem lateris ad axem circumscriptæ sphæræ: At separatim hæc tria fuerunt explicanda. fabrica enim fuerat separatim in singulis declaranda antequam de sphæra diceretur, tandē expositis sphæricis inscriptio & comparatio laterum demonstranda. Hæc enim tria temere permiscentur, neq; tamen fabrica Euclidis generalis est, sed inscriptioni accommodata. In geometria planorum Euclides λογι-

κώτερος

πώτερ& & accuratior fuit, docuit fabricã trianguli quadrati multãguli circuli, primo libro, quarto adscriptionẽ docuit: Sic in stereometria separare artes istas debuit. Pappus tertio libro inscribit quinq; eadẽ corpora per circulos parallelos: & fortasse possit alius aliter, sed inutilis subtilitas non placet. Nos igitur fabricas cujusque corporis suo loco in geometria tradidimus, tum sphæricis expositis communem inscriptionem & rationem laterum conjunximus. Hæc semel illic exposita, huc repeti nihil necesse erit.

13 p 13 habet inscriptionem propriam tetraedri: inscriptio autem reliquorum quatuor corporum communis est. figuræ enim æquilateræ sunt & æquiangulæ. Itaque per conversam 31 p 3. Si semicirculus diametri æqualis diametro datæ sphæræ transeat per angulum unum qui necessario rectus est, nempe crurum ad terminos diametri connexorum, transibit eadem de caussa per reliquos, & unusquisque angulus inscripti tanget peripheriam & inscribetur. Itaq; elenchus hic quadruplus est. Tertia pars de ratione diametri sphæricæ ad latus tetraedri adhibet propositionem geometricam, quæ præcedere in geometria debuerat, & ad omnes res (quibus servire poterat) accommodari, quam ideo fecimus 6 e 12.

14 p 13 geometricam proportionem in tertia parte continet. Si basis trianguli rectanguli bisecetur á perpendiculari ex angulo recto, poterit duplum proportionalis inter sectam & bisegmentum. ut patet ex 8 p 6 & 47 p 1. Campanus deducit é 14 p 13 octaedrum secari in duas pyramides æquealtas, quarum altitudo sit radius sphæræ, basis autem quadratum subduplum ad quadratum axis, sed præterea deducit ẽ 13 & 14 p 13 basim tetraedri esse potentia sesquitertiam ad basim octaedri eidem sphæræ inscripti. Nam triangula in quadratis eadem basi habebunt rationem quadratorum: At quadratum lateris tetraedri est ad quadratum lateris octaedri, ut 4 ad 3. Itaque & triangula basis ad triangulam basim talis erit. Contra docet superficiem octaedri esse sesquialteram ad superficiem tetraedri. Nam cum superficies tetraedri constet é basibus 4, quarum quælibet sit ut 4, omnes erunt ut 16: contra cum superficies octaedri constet ex octo talibus basibus quarum quælibet sit ut 3. Ergo omnes erunt ut 24: tota itaq; superficies octaedri ad superficiem tetraedri erit ut 24 ad 16, id est sesquialtera. Una præterea Campani est indidem deducta propositio ejusmodi.

Octaedrum ad octaedrum eidem sphæræ inscriptum, ut quadratum axis ad rectangulum é recta potente sesquitertium ad tres quartas lateris tetraedri, & é recta superquintupartiente vicesimas septimas earum quartarum. Indidem ab eodem deducitur. Perpendicularem á centro sphærę in basim tetraedri inscripti æqualem esse sextę parti axis, quæ omnia geometram ingenii plenum demonstrant, mallem demonstrarent de artis usu fructuq; solicitum: talium enim inventionum ultima nunquam dabitur.

15 p 13 Prima pars separatim tractatur & communiter de fabrica cubi paulo tolerabilius: neque hac in parte ambitio superiorum demonstrationum iteratur: attamen definitio cubi hanc etiam fabricam complectebatur. Necq; omnino quadrata sex ad quatuor angulos componi possunt, quin cubus efficiatur.

Ergo hic etiam fabrica demonstrationis est, non demonstratio fabricæ. Tertia pars propositionem habet item geometricam ejusmodi.

Si basis trianguli rectanguli secetur dupla ratione á perpendiculari ex angulo recto, poterit triplum proportionalis inter sectam & minus segmentum. Hoc autem corpus ordinatum singulare est in genere quadrangulorum. Hinc etiam Campanus deducit duplex quadratum diametri sphæricæ æquale esse superficiei cubi. Nam quadratum axis est triplum ad quadratum lateris cubici, id est ad unam basim cubi. At in cubo sunt sex bases. Itaque duplex erit æquale sex basibus. Indidem etiam deducitur é dimidio lateris cubici in bessem quadrati axis fieri soliditatẽ. Quam ingenii elegantiã in propositionibus hisce postremis Campanus præcipue demonstravit, sed ostentatio ista fructum artis exquirentibus valde putida est. Fumi enim ejusmodi nil nisi geometricas utilitates impediunt.

16 p 13 ἀνάλογίαν lateris ad diagonium & ἀλογίας speciem proponit, sed hac dere antea jam ad 6 & 11 p 13 docui, speciem ἀλογίας exquirere vanæ ostentationis & otiosæ, totusque liber decimus ad istorum corporum mysteria compositus videatur.

17 p 13 Demonstrationem Euclides prima parte triplicem facit, quod quinquangulum sit in uno plano, quod æquilaterum, quod æquiangulũ. At quod demonstrat Euclides in uno plano esse quinquangulum, superstitiosa admodum demonstratio videatur, & tamen potuit etiam conclusio demonstrationis negari: Neque enim si una recta sit in quinquangulo, necesse protinus est omnes rectas esse, potest enim id accidere in quinquangulo cylindraceo & conico, tamen si planum unum est, quia recta in eo una est, cum rectæ fabrica permittatur regulæ, cur non & regulæ permittitur judicium de planicie? In hac tamen bella demonstratione notabilis est 32 p 6, quæ nusquam alias adhuc adhibita est. Tertia pars propositionis proponit lateris ἀλογίαν & ἀλογίας speciem: elenchi refutatio erit hic eadem quæ fuit ad 6. 11. 16 p 13.

18 p 13 Epilogus quidam est recollectus é 13. 14. 15. 16. 17 p 13: unde promptum est data circumscriptæ sphæræ diametro invenire latera inscriptorũ corporum: In tribus primis repetitur idem prorsus, nisi quod tetraedrũ & cubus cõjungun tur propter sectionis similitudinem, quia in utroq; diameter secatur dupla ratione, & cubus etiam pyramidatum est natura prius octaedro: icosaedri autem latus curiose admodum & prolixé investigatur, cum breviter possit vel Theonis argumento inveniri, ut in geometria docuimus. Scholium autem hic adhibitũ nomine Theonis in græco exemplari est. At ejusmodi antea scholia in sexto & decimo authoris cujusdam diversi facta sunt, quamvis plana ordinata innumerabilia possint esse: attamen demonstratio hæc accurate sane & manifeste colligit é generibus angulorum quinq; tantum corpora ordinata institui posse, unde tetraedrum, octaedrum, icosaedrum, basi triangula, cubus quadrangula, dodecaedrum quinquangula componitur. Atque ita geometria Pythagoræ theologiam quandam ex iis quinq; corporibus ordinatis reperit. Itaq; sic in Timæo mundum deus architectatur, ut igni tetraedrum, terræ cubum, aëri octaedrum,

aquæ

aquæ icosaedrum, universo dodecaedrum tribuat, omnia in eandem & æqualē sphæram concludat, in quo tamen analogiam potius figurarum quam veritatē & naturam cernas, ut figuræ illæ symbola sint in elementis quietis & motus, respondeatq; tetraedrum ignis velocitati, cubus terræ immobilitati, octaedrum aëris liquori, icosadrum aquæ fluxui, dodecaedrum cæli capacitati. Alia etiam causſa est apud Alcinoū de 12 signis in Zodiaco divisis in quina triangula: numeroq; trecēta sexaginta, quot & Zodiaci sunt gradus. Itaq; Aristoteles 8 cap. 3 de cælo labefactavit genus hoc geometriæ physicæ, id est geometricis figuris incongruis elementa physica demonstrantis. Neq; verò Aristoteles geometricas figuras ad motum vel quietem rerum naturalium ineptas vel incongruas putavit: imo contrariū plane, ut in mathematico proemio docuimus, affirmavit: sed judicavit corporibus illis tales figuras non congruere. Neq; si pythagoreum somnium ab Aristotele merito derisum est, idcirco ulla geometriæ vel dignitas vel utilitas imminuetur. Sed id in physica ipsa considerabitur amplius.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 30. IN 14. *lib. elementorum.*

LIbri duo reliqui, ut nescio qui in titulis librorū ignari librarii dubitant, non sunt Euclidis, sed ex Apollonio per Hypsiclem descripti, ut epistola declarat. Euclides comparationē quinq; pythagorearum figurarum instituit, rationemq; laterum docuit in tribus primis cum diametro sphæræ. Latera vero icosaedri & dodecaedri ἄλογα esse demonstravit, nihil præterea, quod idem cum pleriscq; aliis á veteribus mathematicis traditū fuerat, ab Aristeo præsertim, quē Pappus Euclide facit antiquiorē, sexq; librorum de solidis authorem memorat initio lib 7, & certe Aristeus nominatim in his postremis liberis appellatur: sed res Euclidi fortasse visa est imperfectior aut alienior, ut hinc constet duobus his libris institui doctrinam non modo nō euclideam, sed Euclidi ipsi improbatā. Susceperat igitur Apollonius nobilis geometra, cujusque hodie ē multis monimentis supersunt quatuor libri de conicis icosaedri & dodecaedri, cōparationē uberius explicandam, libroq; primū edito nō satisfecerat, ideoq; emendatus á Basilide & Hypsiclis patre accuratius eam quęstionē rescripserat, unde subducta est ab Hypsicle materia decimi quarti & decimi quinti libri. Decimi quarti libri materia est in quintuplici ratione, ut superficies dodecaedri ad superficiē icosaedri, sic oblongū é perpendiculari & latere dodecaedri ad oblongū é perpendiculari & latere icosaedri. Hæc prima est é duabus rationib. ꝓportio tractata ad 2 p 14. deinde ut oblonga inter se, sic latus cubi, ad latus icosaedri, quod cōprehēditur 4 p 14 magis quam præcipuē demonstratur. Hæc secunda est proportio é secunda ratione & tertia. Tertio, ut latera hæc inter se, sic recta potēs sectā ꝓportionaliter & majus segmentū ad rectam, quæ possit eandem & minus segmētum. Hæc tertia est ꝓportio ē tertia & quarta ratione. Quarto, ut latera eadē, sic dodecaedrū ad

icosa-

icoſaedrum. Hæc quarta eſt proportio é tertia & quinta ratione, tractata tandem in ſcholio. Hæc (inquam) materies eſt decimi quarti libri in quatuor propoſitiones numero digeſta, quæ reipſa ſunt undecim, uti demonſtrabo, & tamẽ propoſitiones ferè geometricæ, non ſtereometricæ. At enim ut planius ſit quod expoſui hæc ab Euclide rejecta ac repudiata eſſe, operæpretium ſit excellentium ingeniorum logicis habenis ſolutorum motus vagos & errantes intueri. Apollonius geometra magnus appellatus eſt, ut antea dixi, & magnus revera fuit, ſed magnis virtutibus magna quoq; vitia affinia fuerunt. Voluit Apollonius demonſtrare ſolem illum mathematicum, Quæ eidem æqualia, & quid mirum modo ſit, ſi euclidea circa ſtereometriam mundanarum figurarum acumina, & quidẽ acuminibus Euclidi improbatis ſuperare voluerit? Nihil in antiqua geometria ſpecioſius viſum eſt quinq; corporibus ordinatis, eorumq; gratia geometriam ut ex Proclo initio dictum eſt inventam eſſe veteres illi crediderunt. Itaque ut quiſq; magnificentiſsime de ſe ſenſit, ita ſibi maxime ſtatuit circa hoc problema aliquid elaborandum & exornandum, Archimedes tredecim corporibus, de quibus initio dictum eſt, Euclidis corpora veluti æmulatus eſt: Apollonius, Ariſtæus, Iſidorus, ac plerique alii eandem gloriam æmulati ſunt: At in totis elementis nihil eſt iſtis argutiis ineptius & inutilius. Id igitur breviter agatur, & conſideretur per quam Apollonii logicam materia propoſitionum undecim pro quatuor numeretur, & quæ ſtereometriæ utilitas ex omnibus omnino percipi poſsit. Hic enim ſtereometria nulla prorſus erit. Geometrica erunt quędam in prima propoſitione in lemmatis, in conſectariis.

1 p 14 Litera alia videtur in Hypſicle eſſe, nempe pro ἐν τῷ πενταγώνῳ, quod eſt in litera propoſitionis. Hypſiclis demonſtratio proponit, & cõcludit τῷ ἑξαγώνῳ, quod tametſi reidem eſt, attamen non perinde verbis res proponitur. ἑξάγωνον circulo inſcribi proprie dicitur, non autem radius. Et hæc propoſitio geometrica eſt, ſtereometriæ proprium nihil habet: antecedere itaq; debuit in geometria planorum, ſi quid tamen utilitatis adferret. Hic enim Euclidis judicium ſequor, non quælibet inventa in elementis habeo, nec logicas leges oblitus ſum. finem bene metiendi ſpecto, indeque homogenea metior.

2 p 14 duo geometrica lemmata demonſtrat ad propoſitionis demonſtrationem neceſſaria, quæ propoſitionum locum & numerum non minus merebantur quam ſubjecta propoſitio, cui adjunguntur. Primum eſt.

Si recta continuetur ê latere quinquanguli & ſubtendente angulum, poterit quintuplum radij.

Secundum eſt.

Si latus ſexanguli ſecetur proportionaliter, majus ſegmentum erit latus decanguli. Hæc (inquam) duo lemmata hic permiſcentur, quæ ſi proponenda tamen eſſent, ſeparatas ꝓpoſitiones in geometria habere debuerãt. ſecundũ à nobis retinetur propter uſum adſcribendi decanguli. Sed tamen utrũq; logicã Apollonii demonſtrat, materias ꝓpoſitionũ ita permiſcentis & confundentis, multoq; major ingenii hujus inſolentia neſcio quæ eſt, id enim ſophiſma Theoni vel Euclidi eſt inuſitatũ: utitur Apollonius in demonſtratione propoſitionis hujus argumento tan-

to tanquam principio, unde postea fiet in hoc libro demonstrabilis propositio decima (ut duarum rectarũ proportionaliter sectarum prima est ad suũ majus segmẽtum, sic secunda est ad suum:) Hunc elenchum Campanus evitavit: propositionemque istam secundam hoc in libro fecit. Pappi tamen est prorsus eadem lib 5 th 51.

3 p 14 demonstratio 41 p 1 tantum utitur & numeris, ejusq; corollarium præcipuum & fundamentum sequentis. Tum verò propositionis hujus materia etiã geometrica est triangulis oblonga comparantis, stereometricũ hic nihil est. Additur hic corollarium, ut superficies ad superficiem, sic oblongum ad oblongũ.

4 p 14 logicam secundæ simillimam habet, lemma pariter admiscet.

Si de rectæ proportionaliter sectæ dimidio dimidium majoris segmenti secetur, dimidium secundum erit majus segmentum primi proportionaliter secti. Et hoc item geometricum est, non stereometricũ. Positis autem cõsectario superioris propositionis & hoc geometrico lemmate ad figuram propositionis accommodato, & quatuor proportionalibus per illud principium postea demonstratum distinctis in latere cubico & latere quinquanguli & duabus perpendicularibus, ut oblongum extremorum sit æquale oblongo mediorum, forite quatuor graduum propositio concluditur, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic per corollarium præcedentis, oblongum é perpendiculari & latere quinquanguli, id est é minore perpendiculari, & latere cubico (quoniam ei per 16 p 6 est æquale) oblongũ ex eadẽ perpendiculari & latere icosaedri: atq; ut sunt oblonga, sic tum per 1 p 6 latus cubi ad latus icosaedri: quia sunt bases æquealtorum. Ergo de primo ad ultimum, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic latus cubi ad latus icosaedri. Hæc enim gradatio erit hujus demonstrationis. Adhuc igitur materies octo propositionum fuit primæ, secundæ, & ad secundam propositionem duorum lemmatum, tertiæ & sui corollarii, quartæ & sui lemmatis. Sequuntur tres propositiones, in nullo tamen propositionis numero habitæ. Nona igitur decimi quarti propositio erit.

Latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmentum ad rectam, quæ possit eandem & minus segmentum. Cujus demonstratio prima est é cubi latere ad latus dodecaedri potens latera sexanguli & decanguli per 10 p 13, id est rectam sectam proportionaliter & majus segmẽtum per 2 lemma ad 2 p 14: At latus icosaedri per 12 p 13 potest triplum lateris sexanguli, & continuata é latere sexanguli & minore segmento potest per 4 p 13 triplum majoris segmenti. Itaq; ut potentia tripla ad subtriplam, sic potentia tripla ad subtriplam, ac per 22 p 6 rectæ quatuor proportionales, alterneq; item proportionales, ut tripla ad triplam, sic subtripla ad subtriplam, id est secta proportionaliter ad majus segmentũ, ideoq; per 17 p 13 ut latus cubi ad latus dodecaedri, id est ad rectã quæ potest proportionaliter sectam & majus segmentum, sic latus icosaedri ad rectã quæ potest eandẽ sectã & minus segmentũ: quomodo & latus icosaedri fuit ad rectam quæ potest eandem sectam & minus segmentũ. Quare alterne latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmen-

tum, ad rectam quæ posſit eandem & minus ſegmentum. Hæc demonſtratio ſolers eſt & Apollonii ingenio digna, non potuit Apollonius cubi latus cum icoſaedri latere certa ratione & explicabili comparare, comparavit cum irrationalibus ſegmentis ſectæ proportionaliter, quo genere videlicet irrationale cõparari potuit. Atq; hæc de propoſitis rationibus quarta eſt. Sequitur propoſitio decima. Duarum proportionaliter ſectarum, ut prima eſt ad ſuum majus ſegmentum, ſic ſecunda eſt ad ſuum majus ſegmentum: qua propoſitione tanquã principio Apollonius jãter uſus eſt in 2. 4. 5 p 14. & hi nimirum ſunt vagi errãteſq; motus ingenii logicis legibus ſoluti & ab Euclide improbati, de quibus prædiximus, & tamen inſolentia doctrinæ mirabiles. Si propoſitione illa tanquã principio uſus eſſet Apollonius, laudarem. Eſt enim principium per ſe clarum, & ipſo proportionis ejuſdem ſenſu manifeſtum. At poſtea demonſtrare, quod antea pro principio ſumpſeris, ἀλογία eſt non ferenda: & tamen quomodo principium hoc demonſtratur ab Apollonio? Eo ſane modo quo demonſtratum eſt ab eodem. Quæ eidem æqualia. Quare demonſtrationem ejuſmodi pluribus non perſequor, tantum moneo cautius ſpectandum eſſe, quibus credatur, & magnis nominibus magnas impoſturas fieri. Supereſt decimi quarti propoſitio undecima & ultima, quæ quintam de rationibus Apollonii & ultimã cõplectit.

Dodecaedrum eſt ad icoſaedrum ut latus cubi ad latus icoſaedri.

Scholiaſtes hanc rationem collegit argumento pyramidum, é quibus ſolida iſta componuntur: Sed argumentum hoc commune eſt cubi, cum octaedro & utriuſq; cum tetraedro, quia illa perinde componuntur é pyramidibus. Et enim ut é triangulis triangulata ſunt omnia plana, in eaque reſolvuntur, ſic é pyramidibus ſunt pyramidata omnia ſolida plana, in caſque reſolvuntur, omninoque verum é 9 d 11 corpora plana æqualia eſſe, quæ comprehenduntur â planis æqualibus multitudine & magnitudine. Itaque inter ſe ſunt ut ſuperficies. Ergo ſcholiaſtes iſte ſive ex Apollonio ſumpſerit, ſive ex ſeſe id attulerit, elenchum facit eundem ſpeciei pro genere, quem antea locis infinitis adnotavimus ab Euclide factum, ſed alium inſuper elenchũ toto ſcholio graviorem facit, dum probare vult rationem corporũ & ſuperficierum eandem eſſe. Hic enim quid facit? Circuli æquales circumſcribuntur quinquangulo dodecaedri, & triangulo icoſaedri. Verum inquã: id enim fuit 2 p 14. Deinde æquales in ſphæra circuli ſunt, qui diſtant æqualiter á cẽtro. At (inquã) 14 p 3 fuit ejuſmodi, in geometria planorum nulla propoſitio interceſſit in elementis, ubi de ſphæricis id oſtenderetur. Sic Euclidi fuit ad 17 p 12 maximo orbe ſphæram biſecari. Campanus itaq; circulorũ æqualitatem iſtam demõſtravit, & ante Campanũ Theodoſius 6 p 1. attamen melius id é circulari geometria poſtulabitur. Ergo talis demonſtratio logicam Apollonii demonſtrat. Tum verò pyramides æquealtæ verticibus in centrũ depreſſæ, ſubtilius biſecantur, & é membrorũ proportione ratio corporũ judicatur. Verum (ut dixi) ſuperficies & pyramides iſtæ cõmunes ſunt omnium ſolidorum planorũ. Itaq; magna ambitione elenchus iſte colligitur, unde etiã conduditur dodecaedrum eſſe ad icoſaedrum ut eſt ſuperficies ad ſuperficiem,

utque

utque latus cubi ad latus icosaedri, quo eodem sophismate tota gradatio repeti potuit, de reliquis antecedentibus rationibus oblongorum & sectarum proportionaliter. Si quæras igitur quæ sit ratio icosaedri ad dodecaedrum, dicet Apollonius: Primò, eandem esse, quæ superficiei ad superficiem: Secundò, eandem esse, quę est oblongi ad oblongũ: Tertiò, eandẽ esse, quæ lateris cubici ad latus icosaedri: Quartò, eandẽ esse, quæ rectę potentis sectã ꝓportionaliter & maius segmentum ad rectam quæ posit eandẽ & minus segmentũ. Hæc (inquam) Apollonii erit ad istã quæstionẽ responsio, & ista undecim ꝓpositionũ materia.

PRAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 31. IN *decimum quintum elementorum.*

DEcimus quintus liber habet materiam decimi tertii consimilẽ, sed inopem admodũ, & vix elementorũ nomine atq; inscriptione dignam, quisquis ejus author fuerit sive Apollonius, sive Hypsicles, sive Aristæus, sive quivis alius. Definivit Euclides 1 & 2 d 4 inscriptionem & circumscriptionẽ rectilineorũ inter se, speciale tamẽ nihil instituit, quomodo triangulo triangulũ, quadrangulo quadrangulũ, aut triangulũ quadrangulo ascriberetur. Rectilinei adscriptionẽ cum circulo tantum quarto libro instituit, & solidorum corporum adscriptionem cum sphæra decimo tertio dũtaxat instituit. Apollonius, Aristæus, Isidorus, Hypsicles, aut nescio quis alius superare hic Euclidẽ voluit, & adscriptionẽ solidorũ corporũ ordinatorũ inter se docuit, negotiolũ sane pusillũ, tamẽ hoc etiã ad extremũ cõplectamur. Propositiões numerant quinq;, sed materies est minimũ decẽ, omniũ tamẽ stereometricarũ, ut libri superioris elẽcho hic simile quiddã sit, qddã dissimile.

1 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si tres ab eodem cubi angulo diametri quadratorum reliquorum diametris connectantur, inscribent tetraedrum cubo.

Demonstratio hic brevis est de triangulis æquilateris, quia latera sunt diametri æqualium quadratorum. Sed quæstio hic gravior est, quomodo ad 1 & 4 d 4. posit inscribi tetraedrum cubo, cum quatuor anguli non videantur posse sex plana cubi tangere, de quo jam antea ad 1 & 4 d 4 dictum est. Singuli tamen tetraedri anguli hic singulos terminos cubi tangere, nempe singuli ternos, sed extremos. Hypsicles nihil definit. Campanus autem ambigue præcipit ad 12 p 15. Tetraedro (ait) non posse inscribi cubum, icosaedrum, dodecaedrum. Non enim (ait) sunt in tetraedro bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi, icosaedri, dodecaedri posint extrema tetraedri contingere. Hic Cãpanus inscriptionem ostendit esse in contactu angulorum inscripti cum extremis circumscripti, & quidem in basibus, vel angulis, vel lateribus ejusdem circumscripti, iterum ibidem ait octaedrum non posse inscribi icosaedro, quia sex anguli octaedri non possunt contingere sex vel bases, vel angulos, vel latera

icoſaedri. Hæc (inquam) ambiguitas eſt Campani, contactum triplíciter definientis á planis, á lateribus, ab angulis. At neceſſe eſt ſi figura figuræ inſcribitur, ut ſinguli anguli inſcriptæ tangant ſingulos terminos circumſcriptæ. Itaq; cùm hic ſolidi terminus ſit baſis plana, contactus inſcripti & circumſcripti fiet ex angulis inſcripti, & terminis circumſcripti. Nec videtur ad Euclidis definitionem tetraedrum inſcribi, niſi extremorum terminorum contactus intelligatur.

2 p 15 ſententiam hanc habet.

Si latera tetraedri biſecta connectantur, inſcribent octaedrum tetraedro.

Demonſtratio hic facilitate par eſt ſuperiori. Atque ut in prima propoſitione contactus intelligendus eſt. Hic enim ſex anguli octaedri, contingunt quatuor terminos tetraedri, ſed extremos, ſinguli binos, treſq; vicíſsim eandem.

3 p 15 ſententiam problematis hanc habet.

Si è centris quadratorum cubi duo oppoſita cum reliquis cõnectantur, inſcribent octaedrũ cubo.

Demonſtratio hic perinde prompta eſt per fabricam & 4 p 1. quod octaedrũ ſit inſcriptum. Latera enim ſunt baſes triangulorũ æquicrurorũ & rectangulorũ, ſed hujus inſcriptionis facultas etiã per contrariũ primæ & ſecundæ patere poteſt. Nam ſi tetraedrum inſcribatur cubo, & octaedrum tetraedro, ſane & octaedrum inſcribetur cubo. Octaedrũ aũt inſcriptum cubo contingit non latera vel angulos, ſed baſes cubi, ſicuti tetraedrũ, & hic manifeſtiſsima eſt illa inſcriptionis ratio, neq; dubia ut antea fuit in tetraedro & octaedro inſcriptis.

4 p 15 ſententiam problematis hanc habet.

Si centra triangulorum octaedri connectantur & inter ſe ſupera, inferaque, tum ſuperis infera, inſcribent cubum octaedro.

Demonſtratio brevis ut antea biſectis lateribus octaedri: æqualitas enim laterũ patebit per 4 p 1, & æqualitas angulorũ in triangulis, unde p 13 p 1 rectus erit in cubo. Eſt autem propoſitio hæc converſa tertiæ, & inſcripti cubi contingunt tantum terminos circumſcripti octaedri ut in ſuperiore adſcriptione, & hinc altera ſumetur inſcriptionis illius manifeſta ratio: Hinc veró patet cõverſa ſecundæ. Nam ſi cubus inſcribatur octaedro & tetraedrum cubo, tetraedrum inſcribetur octaedro, & tetraedri anguli tangent tãtum terminos octaedri. Octaedro autem vel cubo neque icoſaedrum neque dodecaedrum poſſunt inſcribi, quia anguli illius 12, hujus 20, non poſſunt ſingulas illas baſes contingere.

5 p 15 problema ſic habet.

Si centra triangulorum icoſaedri connectantur inter ſe ſupera inferaque, tum ſuperis infera inſcribent dodecaedrum icoſaedro. Demonſtratio hic item facilis. Atque hic manifeſta eſt inſcriptio, cum anguli tangat terminos non extremos, ſed intermedios. Poſſunt etiam inſcribi icoſaedro cubus & tetraedrum. Nam cum dodecaedrũ fuerit inſcriptum icoſaedro per 5 p 15, & cubus dodecaedro per 17 p 13, cubus erit inſcriptus icoſaedro, & hic anguli cubici ſinguli contingent binos terminos extremos. Itẽ ſi cubus inſcribatur icoſaedro per proximũ corollariũ per & tetraedrũ cubo per 1 p 15, tetraedrum inſcribetur icoſaedro, & hic anguli tetraedri ſinguli cõtingent quinos terminos extremos. Atq; ita icoſaedrũ ſuſcipiet hoſpitio ſuo

tetraedrum,

tetraedrum, cubum, dodecaedrum: octaedrum autem solum nõ suscipiet, quia sex anguli singulas icosaedri bases & singulos terminos contingere nõ possunt. Atque (inquam) Hypsicles parum hic pythagoream philosophiam animadvertere videatur. Nam cum pythagorei similitudine quadam motus & quietis attribuissent, tetraedrum igni, octaedrum aeri, icosaedrum aquæ, cubum terræ, capacitatis argumento (ait Campanus) attribuerunt dodecaedrum mundo, propterea quod ambitu suo omnia complecteretur. At hic Hypsicles includit icosaedro dodecaedrum, cum debuerit contra icosaedrum inscribere dodecaedro. Itaque merito Aristoteles istam figurarum in elementis comparationem 8 cap. 3 lib. de cælo, ut antea dictum est, irrisit, nec̃ nos in arte ingenua & nobili & in humanæ vitæ auxiliũ reperta argutias quamlibet admirabiles, nisi etiam utiles fuerint, irridendas potius arbitramur, quam ejiciendas, multo etiam magis Campani consimiles accessiones, quibus bellam istam stereometriam locupletavit. Adhuc propositiones quinque numeratæ sunt, reliquæ sine numero sequuntur, quinta de numero laterum & angulorum cujusque corporis ordinati per scholiastem fortasis eundem qui fuit antea ad 5 d 6. 19 p 10. & in fine duorum proximorum librorum. Proclus tamen non videtur hos extremos libros Euclidi annexos legisse, qui tredecim tantum Euclidi tribuit, ut primo scholarum mathematicarum libro dictum est. Sed tamen quisquis scholiastes hic fuit, colligit arithmeticé magis quam geometricé numerum laterum & angulorum, quod definitionum consectariis in geometria complectimur, sed minima levissimaq̃ in his corporum miraculis inventa maxima & gravissima amatoribus & admiratoribus suis visa sunt. Atque ita in una propositione scholii hujus propositiones quodammodo quinque sunt. Apollonius, Aristæus, Hypsicles, Campanus authores variarum subtilitatum adhuc fuerunt, reliquæ accessionis author ab Hypsicle appellatur Isidorus, & honorifice cognominatur, modo μέγας διδάσκαλος magnus præceptor, modo etiã ἐυκλείστατος ἀνὴρ clarissimus vir. Hic igitur magnus doctor & clarissimus vir inclinationes corporũ simpliciter sine demonstratione exposuerat ex unico dato comprehendentium planorum. Hypsicles autem demonstravit, & materiam in quatuor prolixas demonstrationes dilatavit, neque quamvis summo doctori viroque clarissimo rem simpliciter exponenti credidit. Itaque Isidorum etiam hic Hypsicles ut antea Apollonium demonstrationis laude vincere studuit. Sed res ipsa subducatur, & victoriæ laus æstimetur. In cubo nulla est πλίσις inclinatio, quia anguli sunt recti: Inclinatio tantum est quatuor reliquorum ordinatorum corporum. Ergo in tetraedro sic invenietur.

Si detur tetraedri triangulum, & ab ejus vertice perpendicularis in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis basis concurrentes comprehendent angulum inclinationis.

Hæc problematis primi est inventio.

Si detur intermedium octaedro quadratum & perpendicularis á vertice trianguli in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales, á terminis diametri concurrentes comprehendent inclinationem octaedri.

Hæc problematis ſecundi eſt inventio.

Si detur intermedium icoſaedro quinquangulum & perpendicularis á vertice trianguli in baſim, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis ſubtendentis angulum quinquanguli comprehendent inclinationem icoſaedri.

Hæc tertii problematis eſt inventio.

Si detur dodecaedri quinquangulum & perpendicularis á ſubtendente angulum in latus parallelum, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis ſubtendentis concurrentes comprehendent inclinationem dodecaedri.

Hæc denique quarti problematis eſt inventio. Inventio tamen genere ſermonis ſuccinctiore comprehenſa quàm ab Iſidoro proponitur. Adhibet enim ad inveniendum rectas perpendicularibus æquales duplicem peripheriam tanquam triangulum æquicrurum conſtituere. Hic primus elenchus eſt. Deinde in ſingulis crura æquantur perpendiculari. Id igitur erat generale non iterandum quater, ſed generaliter ac ſemel exponendum, angulum nempe inclinationis eſſe, cujus crura æquarentur perpendiculari á vertice trianguli in baſim, ſed baſim eſſe baſim trianguli in tetraedro, diametrum quadrati intermedii in octaedro, ſubtenſam angulo intermedii quinquanguli in icoſaedro, ſubtenſam angulo terminantis quinquanguli in dodecaedro. Sic (inquam) magni doctoris & clariſsimi viri inventio concluderetur, & tamen inventio quæ novi nil haberet, quod definitionibus ipſorum corporum & fabricis non melius explicaretur. Attamen iſta tanti doctoris tamque clari ſtereometria euclideis elementis parũ conſentanea eſt. πλόσις enim vel inclinatio quę 5 & 6 d 11. definitur ab Euclide, acutus angulus eſt: at octaedri, icoſaedri, dodecaedri inclinatio eſt angulus obtuſus. Acutus enim eſt in tetraedro, rectus in cubo, obtuſus in octaedro, icoſaedro, dodecaedro: neq; hic diſputo πλόσιν ab Iſidoro melius generaliter accipi, quàm accipitur ab Euclide, ſed convinco hanc doctrinam Euclidis doctrinæ non convenire, factumque ab Hypſicle ſimpliciter & imperitè, quod iſtas quiſquilias Euclidis libris adjunxerit. Quamobrem Iſidori magnitudo & claritas ex hac magna & clara inclinationum inventione judicetur, & deſinamus ſpecie magnificorum nominum pueriliter decipi. Sed Euclidem Apollonius vicit, utrumque magnus Iſidorus, univerſos Hypſicles unus longiſsimè ſuperavit: victoriam igitur hanc poſtremam ſpectemus. Quid igitur ait? Iſidorus (inquit) iſta præclara reperit, ſed tãquam per ſe manifeſta prætériit. Hypſicles igitur ipſe demonſtravit: Itaque inventio Iſidori, Hypſiclis eſt demonſtratio. Ecquid (inquam) qualis eſt iſta demonſtratio? Sane bene longa & prolixa, & totis decimi quinti libri quinque propoſitionibus longior & prolixior, ſed longitudine ineptiarum & prolixitate mirabili Iſidorus magnus Hypſicli viſus eſt, quia dato unico plano inveniſſet inclinationem omnium. At Hypſicles mirificus homo hic fuit: Aperté enim ſumit quod demonſtrare vult: in primo problemate ſumit tetraedrum integrum, in ſecundo ſumit dimidium octaedri, in icoſaedro quartam partẽ, in dodecaedro ſumit duo quinquangula ſic inclinata ut ſunt in ipſo dodecaedro. Quapropter inclinationum iſtarum & inventio & demonſtratio

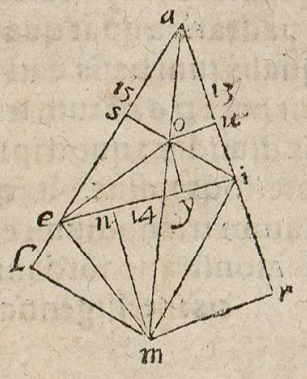
ridicula

ridicula est, nec̃ metricæ artis quicquam nisi impedimentum, ut superiora pleraque alia continet. Quamobrem subductis quindecim elementorum libris summum illud tertio mathematicarum scholarum libro positũ problema concludatur, arithmeticam & geometriam præclaras quidem & humanæ vitæ fructuosissimas artes esse, sed quindecim elementorum libris sic esse obscuratas, ut non mirum sit, vulgo (cum propter obscuritatem ignotæ sint) inutiles etiam judicari, insigniaque hominibus emolumenta comparaturum, qui obscuritate rejecta exemplo atque opere fructum arithmeticæ & utilitatem geometriæ demonstraverit.

FINIS.

DEMONSTRATIO GEODAESIAE TRIANGVLARIS,
huc rejecta propter hysterologiam obscuram.

SI é dimidio collectorum dati trianguli laterum latera ipsa sigillatim subducantur, latus continue facti é dimidio & reliquis erit area dati trianguli. Esto igitur triangulum *aei* cujus latera sint 13. 14. 15, totus ex iis numerus est 42, dimidium 21, differentiæ laterum á 21 sunt 8. 7. 6. factus ê dimidio & reliquis est 7056, latusque 84, area trianguli: hujus numerationis geometricã caussam Jordanus & Tartalea quæsivere, sed miris ambagibus, & Apollonii logicam longissime superantibus. Huc itaque demonstrationem talem rejecimus, sic igitur demonstrationem accipe. Biseca angulos *aei* & *aie* á concursu bisecantium perpendiculares in latera æquantur: æquantur item segmenta *iu* & *iy*, *ey* & *es* per 26 p 1, quia æquantur dimidii anguli bisectorum & duo recti, & latus commune est. Esto jam infinita recta *ao*: Hic item verticis angulus bisecatur, lateraque *as* & *ae* æquantur per 47 p 1 & 1 ax. Tertio crura continuentur æqualiter alternis basis á perpendicularis segmentis *air* & *ael*, continuata æquantur inter se, quia ternæ partes æquantur *as* & *ae*, *se* & *ir*, quia ambæ æquantur ipsi *ey*, tum æquantur *el* & *ei*, quia ambo æquantur ipsi *ey*, æquantur item continuata & semiperimetro quia ambo æquantur toti perimetro. Hic notabis tria segmenta continuati lateris tres esse reliquias laterum á dimidio subductorum. Nam si tollantur á continuato latere *air*, primo latus *ai* relinquetur *ir* velut 8: tum reliqua per partes ut *ie* per *ui* & *ir*, item *es* & *sa* per *ir* & *au*, relinquentur pro secunda tertiaque differentia *au* & *ui* tanquam 7 & 6. Quarto perpendicularis esto *rm* cõnexa per *ml* æqualẽ & in angulo recto, ut triangula *mal* & *mar* docẽt per 4 p 1. Quinto rectæ sunto *im* & *em*, quadrata earũ different pro



diffe-

differentia continuationum *i r* & *e l* per 47 p 1 & 4 ax. Sexto secetur *b n* æqualis *y i* & connectatur *n m*: ea perpendicularis erit super *e i*, quia ita secat: basim *e i* trianguli *e i m*, ut quadrata crurum differant pro differētia segmentorum, quod cum fit in triangulo, recta secans est perpendicularis, ut patet per 47 p 1 & 5 axi. Secus accideret differentiam partium magis inæqualium eandem esse cum differentia partium minus inæqualium, ut in 7 & 3, partibus denarii, atque in 6 & 4 ejusdem totius partibus. Hic angulus *l m n* bisecatur per *e m* per 47 & 8 p 1, ipseque cum angulo *l e m* æquatur duobus rectis, quia duo reliqui oppositi ad *l* & *n* recti: item per 13 p 1, perque 1 ax. cum angulo *s e n* æquatur duobus rectis: Itaque & bisegmenta æqualia. Quare triangula *o s e* & *e l m* sunt æquiangula, ideoque similia per 4 p 6, oblongumque extremorum *o s* & *m l* æquatur oblongo mediorum per 16 p 6. Atque ut quadratum ex *o s* ad rectangulum extremorum, id est mediorum, sic perpendicularis *o s* ad rectam *m l*. Recta enim est ad rectam, ut quadratum alterius ad rectangulum utriusq; per 1 p 6, sic item *a s* ad *a l*. Oblongum igitur extremorum æquatur oblongo mediorum, id est plano trium differentiarum. Atque uterque planus multiplicatus per semiperimetrum facit duos iterum planos æquales. Hic rursus planus differentiarum multiplicatur per dimidium, & planus ē quadrato perpendicularis per semiperimetrum est planus ē quadrato perpendicularis & ē quadrato semiperimetri. At planus ē duobus quadratis æquat quadratum ex area trianguli. Nam si triangulum sumatur æqualis tum basis dati trianguli perimetro, tum altitudinis perpendiculari æquabit per 1 p 6 datum triangulum: itemq; parallelogrammum æquealtum & basis dimidiæ: quod ipsum erit medium proportionale per 1 p 6 ad quadratum ē lateribus ipsius. Itaque multiplicare hæc duo laterum quadrata est quadrare datum triangulum, ejusque quadrati latus erit area dati trianguli. Hæc igitur demonstratio Jordani & Tartaleæ egregiam suorum authorum in mathematicis intelligentiam demonstrat, at vellem etiam egregiam logicam una demonstraret.