NOUVELLE APPROXIMATION DE LA QUADRATURE DU CERCLE.

PAR M. VERGER.

Tirez la ligne indéfinie AD; & du point B comme centre pris à diſcretion ſur cette ligne, décrivez par ſon extrémité A le demi-cercle AEC, & du point C par la même extrémité A le demi-cercle AFD, & du point D par la même extrémité A le demi-cercle AK, &c.

Les circonferences de ces demi-cercles étans entre elles comme leurs diametres : la demie circonférence AFD, ſera double de la demie circonférence AEC, parce que le diametre AD eſt double du diametre AC.

Diviſez le demi-cercle AEC en deux également au point E par la ligne BE; & du point A; où ſe touchent ces demi-cercles, tirez par ce point E la ligne AEF qui coupera le demi-cercle AFD auſſi en deux également au point F; parce que l'angle CAF eſt demi-droit, ce qui fait que l'arc AF eſt double de l'arc AE, & la corde AF auſſi double de la corde AE.

Tirez du point C par le point E milieu de la corde AF la ligne CEH, qui coupera l'arc AHF en deux également, parce que l'angle ACH eſt demi-droit, & ſa corde AF à angles droits, parce que l'angle AEC dans le demi-cercle eſt droit.

Cette ligne CEH retranchera par conſequent de ces demi-cercles des arcs AE, AH, qui ſeront égaux, puiſque l'arc AH eſt moitié de l'arc AF, & que ce quart de cercle AF eſt double du quart de cercle AE.

En continuant à l'infini la progreſſion de ces demi-cercles AEC, AFD, AK, &c. le dernier de ces demi-cercles ſera terminé par la touchante AL, élevée du point A, où ſe touchent ces demi-cercles, perpendiculairement à leurs diamétres.

Retranchez de chacun de ces demi-cercles un arc égal au quart de cercle AE, en tirant des lignes comme CEH, DHK, &c. car puiſque la ligne CEH donne ſur les deux demi-cercles AEC, AFD, les deux arcs égaux AE, AH, par la même raiſon la ligne DHK, donnera ſur les demi-cercles AFD, AK, les arcs égaux AH, AK, parce que l'arc AK eſt moitié d'un arc double de l'arc AH.

Tirez du point A à l'extrémité de chacun de ces arcs égaux les cordes AE, AH, AK, &c.

La corde AH du ſecond arc coupera le premier arc AE en deux également au point X, parce que l'arc AH eſt double de l'arc AX, comme l'arc AF eſt double de l'arc AE.

De même la troiſiéme corde AK coupera l'arc AH en deux également au point Y, parce que l'arc AK eſt pareillement double de l'arc AY, & ainſi enſuite.

La corde AH du ſecond arc diviſe en deux également l'angle EAM compris par la premiere corde AE, & par la corde du dernier de ces arcs égaux, terminée par la touchante AM, à cauſe des deux arcs égaux AX, EX; & par conſequent le premier ſinus verſe EH, compris entre les deux premiers arcs égaux AE, AH, donne au point A, un angle égal à celui que donnent enſemble au même point A, tous les ſinus verſes ſuivans, compris entre ce ſecond arc AH, & le dernier de tous ces arcs égaux terminé par la touchante AM.

La corde du troiſiéme arc AK diviſe de même en deux également l'angle HAM, compris par la corde AH, & par la derniere corde de ces arcs égaux, terminée par la touchante AM, à cauſe des deux arcs égaux AY, HY; & par conſequent le ſecond ſinus verſe HK, compris entre le ſecond & le troisiéme arc, donne au point A, un angle égal à celuy que donnent ensemble au même point A tous les sinus verses suivans, compris entre ce troisiéme arc AK, & le dernier de tous ces arcs égaux, terminé par cette touchante AM, & ainsi ensuite.

D'où il suit que l'angle EAH, compris entre la premiere corde AE, & la seconde AH, ou par le premier sinus verse EH, est double de l'angle qui est compris entre cette seconde corde AH, & la troisiéme AK, ou par le second sinus verse HK compris entre ces deux cordes.

Et encore, que l'angle HAK, compris entre la seconde corde AH, & la troisiéme AK, ou par le second sinus verse HK, est double de l'angle compris entre la troisiéme corde AK, & la quatriéme, ou par le troisiéme sinus verse compris entre ces deux cordes, & ainsi ensuite.

Abaissez de l'extrémité de chacun de ces arcs égaux sur AB les perpendiculaires EB, HS, KT, &c.

Tirez du point E au point S la ligne ES qui divisera en deux également l'angle AEB, compris entre la premiere perpendiculaire EB, & la premiere corde AE; parce que ES est parallele à AH, à cause que le triangle ACH est isoscéle, & que AS, HE, sont les sinus verses de l'arc AH, & par consequent égales entr'elles, ce qui fait que comme AH divise l'angle EAM en deux également, de même ES divisera en deux également l'angle AEB égal à son alterne EAM.

On connoîtra de la même maniere, que si on joint la droite HT qu'elle divisera l'angle AHS en deux également, & ainsi ensuite.

D'où il suit qu'au moïen de la seule corde AE, on trouvera la longueur des cordes des autres arcs égaux sans avoir besoin de leurs centres. Sçavoir, en divisant l'angle AEB en deux également par la droite ES, & en élevant du point S sur AB la perpendiculaire SH égale à AE; ces deux lignes étanr égales, puisqu'elles sont chacune le sinus droit de l'arc AH: le point H sera l'extrémité de la corde AH du second arc.

Pareillement en divisant l'angle AHS en deux également par la droite HT, & en élevant du point T la perpendiculaire TK de la grandeur de AH, le point K sera l'extrémité de la corde AK du troisiéme arc, puisque AK & KT sont égales, étans chacune le sinus droit de l'arc AK.

Continuant ainsi à trouver l'extrémité des arcs égaux ou de leurs cordes par les perpendiculaires BE, HS, KT, &c. la derniere de ces perpendiculaires sera terminée par la touchante AM, sur laquelle on aura en un point comme M l'extrémité du dernier de ces arcs égaux aussi terminé par cette touchante.

Du point B de la premiere perpendiculaire EB, tirez à l'extrémité de chacun des arcs égaux de cette progression les lignes BE, BH, BK, &c. & supposant que le point M de la touchante AM est l'extrémité du dernier de ces arcs égaux, terminé par cette touchante : du même point B par ce point M tirez aussi la ligne BM.

Quoy que la figure montre que l'angle EBH est égal à l'angle HBM, il y a neanmoins quelques minutes à redire, autrement la véritable quadrature seroit trouvée; car il n'y auroit qu'à faire l'angle HBM égal à l'angle HBE pour avoir la ligne AM précisément égale au quart de cercle AE.

Divisez en deux également chacun des sinus verses EH, HK, &c. qui sont compris entre le premier arc AE, & la touchante AM, comme dernier de tous ces arcs égaux, par des perpendiculaires GO, IO, &c. qui rencontreront cette touchante AM chacune en un point que nous appellerons O.

La premiere perpendiculaire GO est parallele à la corde AE du premier de ces arcs égaux, parce que chacune est perpendiculaire à la même ligne CH.

Pareillement la seconde perpendiculaire IO est parallele à la corde AH du second de ces arcs égaux, parce que chacune est perpendiculaire à la même ligne DK, & ainsi ensuite.

Cette premiere perpendiculaire GO touchera le premier arc AE en ſon point de milieu X, par où paſſe la ſeconde corde AH, parce que le Sinus verſe EH eſt double du ſinus verſe VX, à cauſe qu'ils ſont entr'eux comme les demi-cercles AEC, AFD, & qu'ils ſont chacun le ſinus verſe de 45 degrez, & le point H étant dans le milieu du quart de cercle AF, de même le point X ſera dans le milieu du quart de cercle AE, & par conſequent la perpendiculaire GO touchera l'arc AE en ſon point de milieu X.

De même la ſeconde perpendiculaire IO touchera le ſecond arc AH en ſon point de milieu Y, & ainſi des autres.

Cette premiere perpendiculaire GO rencontrera la touchante AL en un point comme O, en ſorte que AO ſera tangente du quart de l'arc AE, que cette premiere perpendiculaire touche, parce que GO touchant l'arc AE en ſon point de milieu X, & AO, XO étant égales, elles ſeront chacune tangente de la moitié de l'arc AX, ou du quart de l'arc AE.

De même AO terminée par la rencontre de la ſeconde perpendiculaire IO ſera tangente du quart de l'arc AH, que cette ſeconde perpendiculaire touche, parce que IO touchant l'arc AH en ſon point de milieu Y, & AO, IO, étant égales, elles ſeront chacune tangente de la moitié de l'arc AY, ou du quart de l'arc AH, & ainſi des autres.

Du point O, que donne ſur la touchante AL la premiere perpendiculaire GO, décrivez par l'extrémité des arcs égaux AE, AH une circonference de cercle EHM, qui coupe cette touchante AL en un point comme M: de même du point O que donne ſur la même touchante la ſeconde perpendiculaire IO; décrivez par l'extrémité des arcs égaux AH, AK une circonference de cercle HKM, qui coupe pareillement la touchante AL en un point que nous appellerons auſſi M. Faites ainſi paſſer par l'extrémité des arcs égaux ſuivans, des circonferences qui couperont cette touchante chacune en un point M.

On connoîtra facilement que la premiere circonference EHM, qui passe par l'extrémité des arcs égaux AE, AH, coupe cette touchante AL en M plus grande que ces mêmes arcs ; de même la seconde circonference HKM, qui passe par l'extrémité des arcs égaux AH, AK, coupe cette touchante AL en un autre point M plus grande que ces mêmes arcs, & au dessous du point M de la premiere circonférence EHM, & ainsi ensuite.

La démonstration de cela sera facile quand on considerera que la premiere tangente AO est plus grande que la seconde AO, la seconde plus grande que la troisiéme, &c. & la seconde circonference HKM ayant par consequent son centre en un point O au dessous de celuy de la premiere circonference EHM, ces circonferences se croiseront en H de sorte que la seconde coupera la touchante AL en un point M au dessous de la premiere circonference qui la coupe aussi en un point M ; de même la troisiéme circonference KM qui passe par l'extrémité de l'arc AK ayant son centre en un point O au dessous de celuy de la seconde circonference HKM, ces circonferences se croiseront en K de sorte que la troisiéme coupera cette touchante au dessous de la seconde, & ainsi ensuite.

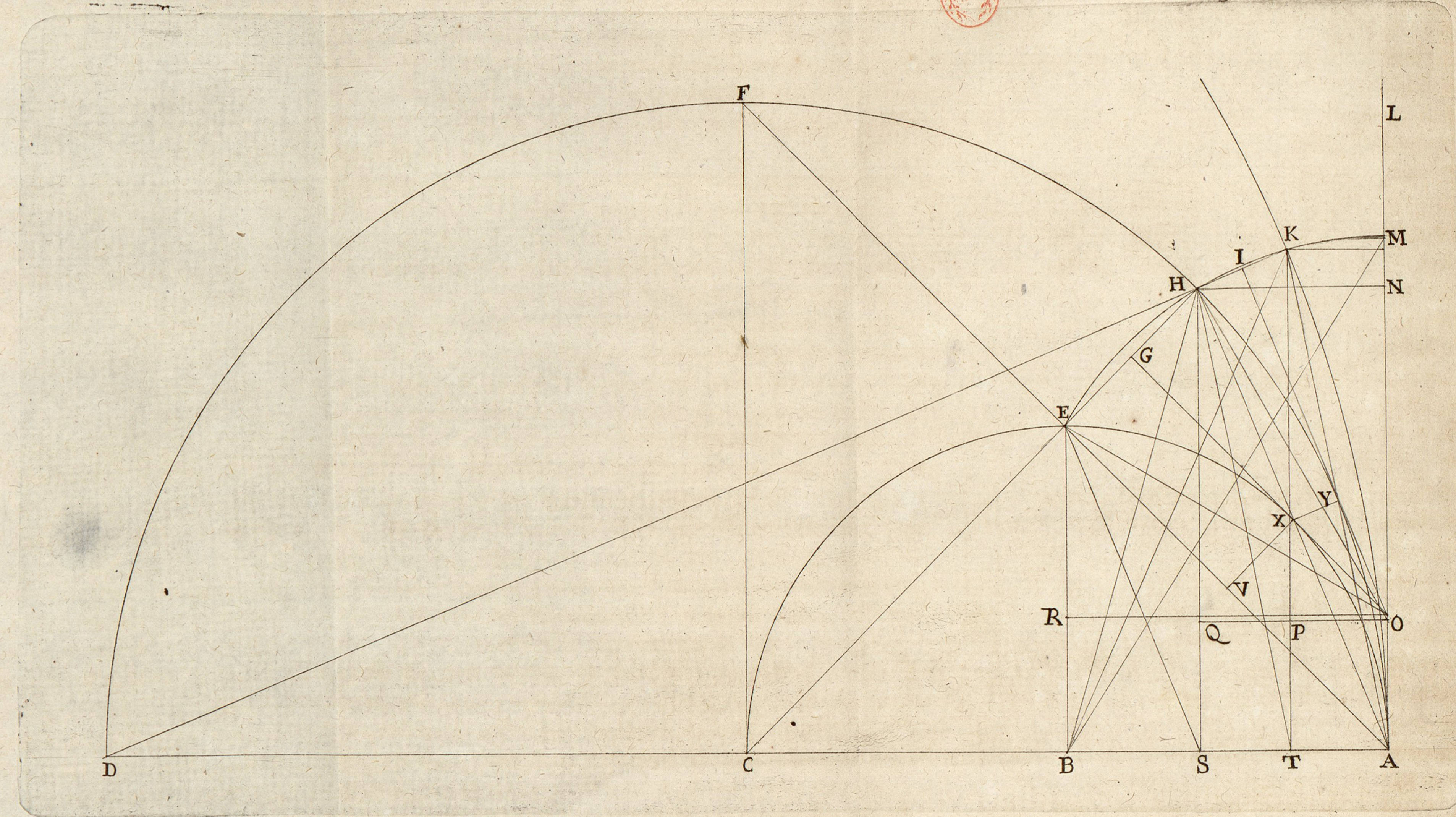
Continuant donc à faire passer par l'extrémité de tous les arcs égaux suivans, des circonferences qui coupent cette touchante chacune en un point M, celle au dessous de laquelle on n'en pourra concevoir d'autres, coupera cette touchante AL en un point M égale à chacun de ces arcs ; puisque le point le plus proche du point M de cette touchante peut être conçû comme l'extrémité du dernier de ces arcs égaux : MO comme la perpendiculaire qui touche cet arc, & AO comme la tangente du quart du même arc, par l'extrémité duquel, & du point O comme centre, faisant passer une circonference de cercle, elle donnera sur la touchante AL la partie AM égale à chacun de ces arcs égaux ; & comme cela ne ſe peut qu'à l'infiny , neantmoins on trouvera par le calcul que la circonference qui paſſe par l'extrémité du cinquiéme & du ſixiéme de ces arcs égaux, donne ſur cette touchante AL, la partie AM qui differe ſi peu de la veritable quadrature, qu'on s'en pourra ſervir utilement; ſi on veut l'avoir plus préciſe, on pourra pouſſer le calcul plus loin.

On trouvera une ligne droite égale à quelque partie donnée que ce ſoit du demi-cercle AEC , de la même maniere qu'on a trouvé AM égale au quart de cercle AE. mais ce n'eſt pas icy le lieu d'en dire davantage.

A Nantes ce 15. May 1691.

PERMISSION.

PErmis d'Imprimer. Fait ce 5. Juillet 1692.
DE LA REYNIE.


F
L
K
I
M
H
N
G
E
Y
X
V
R
O
Q
P
D
C
B
S
T
A