REPLIQUE DE M^{R} G*** A LA RÉPONSE A SA LETTRE

Touchant un Livre intitulé,

Principe général de la Science des Lignes Courbes.

L'Espace de quatre mois qui se sont écoulez, Monsieur, depuis que j'ay publié ma Lettre, & les diverses corrections que l'Auteur a faites dans les Exemplaires qui restoient par rapport aux fautes que je luy avois marquées, m'avoient fait croire qu'il ne pensoit pas à y répondre; Vous avez pris ce soin là pour luy; il est bien raisonnable de tâcher de vous satisfaire, de vous assurer *que je n'en veux à personne*, & de vous faire entendre *ce que je veux dire*, puisque vous ne l'avez pas *compris*, mais il est juste aussi de vous dire en passant, que si vôtre amy eût répondu luy-même à ma Lettre, il se seroit étendu en remercimens de luy avoir fait reconnoître les erreurs dont il a corrigé la troisiéme apparition de son Ouvrage, au lieu que vous vous êtes exalé en invectives contre moy sans sujet ny raison.

Vous ne pouvez pas disconvenir que le Livre dont il est question n'ait paru sous trois differentes formes, puisque je les ay toutes les trois entre les mains. Il n'a été en vente sous la premiere que pendant peu de jours, aprés lesquels l'Auteur en intetrompit le cours pendant prés de deux mois, qu'il employa à y faire quelques changemens, & à y ajoûter les éclaircissemens qui sont à la fin. Ce temps expiré, il a permis que le Livre se soit vendu publiquement, & il en parut si content qu'il en fit present à ses amis. C'est ce qui me donna l'occasion de le lire, & d'en remarquer les fautes. Une des premiéres qui me frappa davantage étoit que l'on se servoit par tout de la substitution de $y - \frac{ro}{y}$ à la place de y, & que l'on soûtenoit sans aucune restriction, que la valeur de r trouvée par ce moyen, exprimoit toûjours la distance entre l'appliquée & la secante à angles droits, soit que ces appliquées fussent inclinées, ou qu'ils fussent perpendiculaires sur le diametre. Il me paroît donc necessaire de faire voir clairement que c'étoit là la pensée de l'Auteur avant qu'il eût vû ma lettre, & il me sera aisé de le justifier en comparant simplement l'Exemplaire de la seconde forme avec celuy de la troisiéme.

Fig. I. L'on trouve dans ce dernier dés la page 7. un avertissement, que la methode pour trouver l'intervalle P R ne sert que lorsque l'angle T P G est droit, ce qui n'étoit point dans l'autre. L'on ajoûte à trois differentes fois dans les pages 13 & 15 le mot d'équilatere à celuy d'hyperbole que l'on avoit mis sans aucune restriction, & l'on change presque tout l'éclaircissement de cet endroit qui étoit à la page 313, en y retranchant la figure qui mettoit devant les yeux un angle aigu entre les asymptotes. Il y a plus ; les pages 119 & 120 où l'on s'attachoit à prouver que les quarrez des côtez R P, P G du triangle R P G supposé non rectangle, étoient égaux aux quarrez des côtez R F, F C de l'autre triangle R F C, sont entierement changées, & on a eu raison de le faire, puisque cela supposé, que l'angle que font les appliquées soit droit ou qu'il ne le soit pas, la démonstration qui suit conclut également, & ainsi l'Auteur ne pouvoit s'empécher d'avoüer qu'il avoit crû que la valeur de r trouvée par la substitution de $y - \frac{ro}{y}$ exprimoit toûjours l'intervalle entre l'appliquée & la secante à angles droits, lors même que l'appliquée est oblique sur le diametre ; puisqu'il avoit pris grand soin de faire voir que sa prétenduë démonstration étoit également bonne pour les deux cas. Mais passons à la page 145, & nous trouverons que l'Auteur supprime la proportion $t, y :: t - y . y - \frac{ro}{y}$ (par laquelle il paroissoit qu'il prétendoit dans tous les cas que F C fût toûjours égale à $y - \frac{ro}{y}$) comme aussi le reste de la démonstration, & qu'il en substituë à la place une autre toute semblable à celle que j'avois donnée dans ma Lettre pour prouver la méthode de Barrou.

Je marquois encore dans ma Lettre une autre faute qui n'étoit pas moins considérable, & qui consistoit en ce que l'Auteur aprés avoir proposé un Probleme général, & aprés avoir donné la construction pour

les paraboles infinies, prétend ensuite dans la page 266 donner une construction générale pour toutes sortes de lignes courbes, de même que le probleme avoit été aussi proposé en général. Voicy ces paroles, *On peut même étendre cette construction à toutes sortes de lignes courbes, dont les appliquées rencontrent le diametre à angles droits, & dont l'origine du lieu est entre les points où ces appliquées & les tangentes le couppent,* aprés quoy il y a *construction générale quand l'appliquée est perpendiculaire au diametre, & l'origine se trouve entr'elle & la tangente*; Et dans la page 267 ligne 2 *sur lequel elles déterminent deux intervalles, comme* P A *&* P T *connus par les regles des pages* 8 *&* 40 *ou* 63 *décrivez, &c.* & Fig. VII.
plus bas ligne 20, *une telle Ellypse coupera la courbe quelconque* C G B *en un point* G. Voicy la correction telle qu'on l'a faite dans l'Exemplaire de la troisiéme forme; *On peut même prendre cecy de plus haut, & le proposer de maniere qu'il s'étende à toute courbe qui seroit de telle nature que les appliquées rencontrant son diametre à angles droits, & l'origine de son lieu se trouvant entre les points ou ces appliq. & les tang. le couppent, il y auroit toûjours un même rapport de* P T *avec* P A; Et ensuite, *construction générale dans les circonstances précedentes*, & dans la page 267 *sur lequel elles déterminent deux intervalles comme* P A *&* P T, *examinez leur rapport par les regles des pages* 8 *&* 40 *ou* 47 *ou* 63, *& s'il se trouve le même par tout décimez, &c.* & plus bas, *une telle Ellipse couppera cette courbe en un point* G, où l'on doit remarquer que l'on a supprimé le mot de quelconque, & de plus que tout ce discours malgré la correction se contredit êtrangement. *On peut prendre cecy de plus haut, & le proposer de maniere qu'il s'étende à toute courbe qui seroit de telle nature, &c.* c'est à dire aux seules paraboles de l'exemple que l'on vient de donner; car les hyperboles sont aussi renfermées dans le lieu général $y^{n} \propto a^{n-p} x^{p}$. En supposant que p soit un nombre negatif, *construction générale dans les circonstances précedentes*, c'est à dire qui est particuliére & qui n'a lieu que dans l'exemple qui précede. Mais pour mieux juger encore lequel de nous deux a raison, il ne faut qu'examiner les changemens qui se trouvent dans la page 270 & suivantes que je ne rapporte point icy; cela seroit trop ennuyeux. Cependant, Monsieur, toutes ces diverses corrections & tous ces differens changemens ne passent chez vous que pour des fautes d'impression qu'il est difficile d'éviter dans les Livres de Mathematiques. On remplit son Livre de cartons, on corrige les fautes marquées dans la Critique, & aprés cela on vient d'un air insultant défier à la face des plus célébres Academies, que l'on puisse trouver à redire aux endroits que l'on a ainsi corrigez. En vérité cette façon de répondre à une Critique est particuliére & bien digne d'un Sçavant qui n'est pas *un nouveau débarqué dans la République des Lettres.*

Passons au reproche que vous dites me pouvoir faire, d'avoir cité l'hyperbole sans aucune restriction, pour une ligne courbe dans laquelle le rapport de P A à P T n'est pas toûjours le même; ce reproche viendroit un peu tard & hors de saison, puisque j'ay eu soin pour éviter toute équivoque, de mettre à côté dans tous les Exemplaires que l'on a distribuez, ces mots par rapport à l'axe, comme ceux qui en ont le peuvent vérifier aisément.

Vous défendez plaisamment vôtre amy sur l'objection qu'on luy a faite que sa méthode n'étoit nullement differente de celle de Barrou; car quand bien même l'on vous accorderoit qu'elle n'est qu'une suite de celle de Descartes, ce qu'on laisse au jugement des Sçavans qui reconnoîtrons sans peine que ces deux méthodes qui concourent à une même fin sont aussi differentes qu'elles le peuvent être, vôtre amy n'auroit-il pas dû proposer cette méthode sous le nom de son véritable Auteur, & démontrer ensuite qu'elle se tire immédiatement du principe de Descartes? auroit-il été en droit de supprimer le nom de Barrou, pour la soûmettre comme une chose nouvelle à l'examen des Géometres? L'on peut encore ajoûter que cette méthode se devroit bien plûtôt rapporter à celle de Fermat, & qu'elle est appuyée sur le même fondement, qui sans doute est trés-différent de celuy de Descarres, comme il nous en assûre luy même dans la cinquante-sixiéme de ses Lettres que vous me conseillez de lire.

Mais comme il s'agit icy principalement de regler le jugement que l'on doit porter du Livre dont vous prenez la défense, je vais vous marquer cinq ou six fautes tres-précises qui se trouvent dans l'Exemplaire de la troisiéme forme, c'est à dire *dans celuy où vous assurez que l'attention de vôtre amy à corriger les fautes d'impression presque inévitables dans les Ouvrages de Mathématiques, n'a laissé aucun mot qui pût faire quelque équivoque.* 1°, On lit dans les pages 102, 153 & 325, une méthode pour trouver dans les courbes qui sont torses, le point de leur recourbement en sens contraire, elle est fondée sur ce que l'Auteur prétend que sous le point de recourbement G la partie P R, de l'axe comprise entre l'appliquée & la secante à angles droits est plus grande que toutes ses semblables, & il tire cette conséquence de ce que l'angle P G R sous ce point est plus grand que sous tout autre. 2°. Il cherche page 167 & 367 le point de recourbement dans la ligne courbe, dont le lieu est $x^3 - 2axx + aax \propto auu$ ou ayy (x marque les distances de l'origine, & u ou y les appliquées) & il le détermine en prenant $x \propto \frac{2}{3}a$. 3°. Il dit en cet endroit que cette courbe ne differe nullement de la deuxiéme parabole cubique dans laquelle le cube de chaque G D, & le solide fait du quarré de chaque D B multiplié par le parametre a sont égaux. 4°. Il trouve que cette ligne a deux termes de courbure, l'un en C & l'autre en g; c'est à dire selon la page 90, que la tangente en C se confond avec le diametre C A. 5°. Il prétend dans la page 166 & 169, que la seconde parabole cubique passe de l'autre côté de son axe au delà du sommet dans une position renversée comme la premiére parabole cubique; mais avec cette difference que si l'on prend de part & d'autre des distances égales du sommet, les appliquées l'une à droit & l'autre à

Fig. V.

gauche, ne seront point égales entr'elles.

Pour moy, Monsieur, je vous soûtiens *à la face des plus célèbres Académies de Mathématiques*, qui employent apparemment mieux leurs temps qu'à ces sortes de bagatelles : 1°, Que cette méthode qui porte sans contredit le caractére de nouveauté est tres-défectueuse, * que la partie P R de l'axe peut être plus petite sous le point de recourbement G que sous un autre, quoy que l'angle P G R soit plus grand que tous ses semblables, & qu'on auroit dû conclure que la raison de G P à P R, est alors la moindre qu'il est possible : 2°. Que cette ligne courbe n'a aucun point de recourbement. 3°. Qu'elle est tout à fait differente de la seconde parabole cubique. 4°. Que la tangente en C fait avec le diametre C A un angle de 45 degrez. 5°. Que la seconde parabole cubique revient du même côté de son axe dans une position renversée, & tout à fait semblable à la premiére, en sorte que si l'on prend sur l'axe des distances égales de part & d'autre du sommet, les appliquées qui sont toûjours du même côté de l'axe sont parfaitement égales.

* *Voyez le 15. Journal des Sçavans* page 174.

Tout cela est facile à démontrer, & je m'en rapporte au jugement de tel Mathématicien qu'il vous plaira, de vous même, Monsieur, si vous voulez quitter le personnage de Partisan pour prendre celuy de Juge équitable. Ces fautes que l'on a déja fait insérer dans le quinziéme Journal des Sçavans sont si précises, qu'il faut ou que vous y répondiez sans delay, ou que vous avoüiez par vôtre silence que vôtre amy n'est pas si infaillible que vous l'assurez. Vous faites sans mentir l'un & l'autre bien de l'honneur à M. Descartes, de prétendre que de si belles conséquences se tirent immédiatement d'un de ses principes.

Mais ce n'est pas tout ; vous, Monsieur, qui vous offrez à moy avec tant de bonté pour être *mon guide*, soyez-le bien plûtôt de vôtre amy si vous le pouvez, il en a besoin ; il est si peu en état de pousser plus loin les inventions de M. Descartes, qu'il n'entend pas même les premiers principes de son analyse ; une de ses erreurs que je n'ay point encore marquées nous le va prouver. L'on trouve dans les pages 106 & 107, que si l'on rapporte les points de la ligne courbe C G g A dont le lieu, par rapport à A C est $x^3 - 2axx + aax \propto aay$ (A P $\propto x$, P G $\propto y$, A C $\propto a$) à ceux de la droite G R, l'on aura cet autre lieu $x^3 \propto aaz$, en appellant G D, x & D B, z. Or je vais démontrer que cela est faux ; car si l'on imagine la droite A K parallele à G R, & qui rencontre G D prolongée en K, l'on trouvera par le calcul en se servant des triangles semblables T G P, T A K que le cube de G K est $\frac{175760a^3\sqrt{10}}{2460375}$ & que le solide fait de A K par le quarré aa est $\frac{218700a^3\sqrt{10}}{2460375}$. Or ces deux quantitez sont fort differentes ; donc l'Auteur se trompe lorsqu'il prétend qu'elles doivent être égales. Il ne s'agissoit pourtant icy que de trouver l'équation qui exprime la relation des points d'une courbe à ceux d'une ligne droite, dont on avoit déja le lieu par rapport à une autre droite, ce

Fig. V.

que Descartes a enseigné dans le second Livre de sa Geométrie : Vôtre amy n'auroit pas commis cette faute, s'il eût compris le second Chapitre des Miscellanea de M. Sluze qu'il cite sans l'entendre ; car il auroit vû que cette courbe considérée comme la premiére parabole cubique à son diametre dans la droite G P, & non pas dans la droite G R comme il se l'est faussement imaginé.

Le Probleme que M. de Beaune proposa autrefois à M. Descartes que l'on trouve dans le troisiéme Tome de ses Lettres page 460, & qui commence ainsi *data qualibet linea recta, &c.* a été résolu par M. Descartes ainsi qu'il nous en assûre au même endroit. Vôtre amy se vante de sçavoir appliquer dans toute son étenduë le principe de ce sçavant Géometre pour les tangentes, le voilà donc dans la nécessité de résoudre ce même Probleme, ou d'avoüer qu'on entend mieux ce principe que luy, & que l'on peut par conséquent mieux que luy, juger s'il est différent de celuy de Barrou. On s'engage à plus, on publiera la solution que l'on en a trouvée, si dans le terme d'un mois il n'en paroît aucune de sa façon. Je ne puis m'empécher d'ajoûter encore icy un mot touchant le calcul différentiel que vous blâmez un peu légérement sans l'entendre, puisque vous avoüez que *la disposition en est si mistérieuse*, que vous n'osez *déranger aucune de ses parties, de crainte d'en troubler la symetrie.* Voicy une belle occasion que je presente à vôtre amy de donner une preuve solide de ce que vous avancez pour luy ; c'est de résoudre le Probléme que M. Leibnitz Inventeur de ce calcul luy a proposé il y a déja quelque temps dans les Actes de Leipsic, qui est conçû en ces termes ; *trouver une ligne de descente dans laquelle le corps pesant descende ensorte qu'il approche également d'un point donné en temps égaux.* On attend avec impatience la solution de ces deux Problémes, & l'on a d'autant plus lieu d'espérer que l'Auteur réüssira dans cette recherche, que l'essay qu'il vient de donner au public, fait assez connoître jusqu'où peut aller sa pénétration, & qu'il pourra se servir des belles connoissances que vous avez sans doute rapportées de ce long Voïage que vous avez fait *dans les vastes* & differens *païs des Sciences.*

FIN.

Comme l'on a été obligé de se servir de quelques termes de l'Auteur de la réponse, on les a mis en Italique pour les faire connoître.

Permis d'imprimer. Fait ce 3. Juillet 1692.
DE LA REYNIE.