

4
D. GALILÆI DE
GALILÆIS, PATRI-
TII FLORENTINI, MATHE-

matum in Gymnasio Patavino
Doctōris excellentissimi,

DE PROPORTIONUM IN-
STRUMENTO A SE INVENTO,
*quod meritò Compendium dixeris uni-
versæ Geometria,*

TRACTATUS,

Rogatu philomathematicorum

A MATHIA BERNEGGERO EX ITALICA IN
Latinam linguam nunc primū translatus: adjectis
etiam notis illustratus, quibus & artificiosa
Instrumenti fabrica, & usus
ulterior exponitur.

Ἀνεωγμέναι Μετῶν Ὑποψ.



ARGENTORATI

Typis Caroli Kiefferi. Prostant apud Joannem Carolum,
Bibliopolam Argent. M. DC. XIII.

ILLUSTRIBUS AC
GENEROSISSIMIS DOMINIS,
DOMINO HENRICO MEDIO RUTHENO,
Dynastæ à Plaven, Domino in Graitz,
Cranichfeld, Gera, Schlaitz,
& Lobenstein:

DOMINO JOANNI-CASPARO, Baroni
à Schonburg, Domino in Glaucha
& Waldenburg:

DOMINIS MEIS CLEMENTIBUS, S.

EX omni scientiarum genere, quod Illu-
stribus ac vestri ordinis hominibus, Ge-
nerosi Barones, tractandum est, haud
scio, ullum ne sit Mathesi magis necessarium,
vel ad eas artes, quibus Res gubernantur pu-
blica, discendum: vel munia laudati Magi-
stratus obeundum. Est, ut eas disciplinas, in
quibus etiam inferioris conditionis hominum
occupari solet industria, latere nunc patiar,
convenientissimum vobis, atq; adeò penè pro-
prium, Politica, & quæ huic subservit, Ethica
studium. At in hoc quàm sit mathematicum,
intelli-

intelligentia necessaria, Platonis & Aristote-
lis de Repub. moribúsq; philosophia declarat
amplissimè, in qua laudatarum actionum atq;
administrationum partes ratione, proportionè,
symmetria definiuntur. Et quidem Platonis
de Repub. libri mathematicum peritum lecto-
rem usq; adeò requirunt, ut quidam libris ad
eam rem separatis Mathematicos Platonice
Philosophia locos interpretandos sibi sumpse-
rint. Aristotelis certè de Iustitia virtutum
principe in Ethicis liber omninò mathemati-
cus est. Juris deinde civilis atq; legum cogni-
tio subditis aliquando & prefuturo & profu-
turo tam est necessaria, quàm quæ maximè.
Verùm & hæc matheseos carere subsidio non
potest. Cõstat enim, leges Romanas multis locis
ac partibus lineamentorũ γραμμικὰς ἀποδείξεις, ac
numerorum subtilitates requirere. Nec ad
intelligendum tantum & cognoscendum ea, quæ
legibus sanciantur: sed ad agendum etiam &
exequendum perutilis ac necessaria mathesis
est: quippe quæ velut Dea quadam æquitatis
atq; Iustitiæ suum cuiq; partitur ac tribuit,
modo

*modò arithmetica numeri, modò geometrica
 dignitatis proportionē servatā. Hoc enim
 examine lanx utraq; Iustitiæ in æquamento &
 libramento partium tanquam radiorum æqua-
 lium & æquitate juris æquiponderantium con-
 quiescit. Est Rem curaturo publicam summo-
 perè necessaria rerum gestarum veterisq; me-
 moria cognitio, ut actiones suas atq; consilia
 non præceptis modò, sed & exemplis regat: imi-
 tetur suo loco ac tempore, quæ feliciter prospe-
 req; fugiat, quæ secus evenerunt. Atqui & in
 hoc historici studii stadio progredietur auspica-
 tiore gradu is, qui Mathesi, atq; hujus potissi-
 mum ea parte, quæ terrarum situm ac tempo-
 rum tradit rationem, tanquam Ariadne filo
 ductus, ingressus illud fuerit: quàm qui mani-
 bus & pedibus, quod ajunt, illotis irruerit.
 Adeoq; sola Mathematica, supra quàm ex pro-
 fesso docet, rectè disciplinas omnes ceteras per-
 sequendi perillustre suæ claritatis exemplum &
 veluti normam præbet, ut non immeritò à Pla-
 tone in Timæo καὶ τὰ μαθηματικὰ ὁδὸς, ad eruditionē via
 nominetur: præfixum ejus schola foribus illud*

fuerit, ἀνεπαρκέστερος ἀδὲς εἶσιτα: imperitus geometria
(quo nomine arithmetica quoque sunt com-
plexi) ne quis ingreditor. Quando verò jam
clavum imperii tenere, Reipub. tractare guber-
nacula, & in lucem, in conspectum hominum
expromere oportet ea, quae sunt è literis hausta,
tum verò vel maximè viri principes experiun-
tur, quanta mathesis adjumenta suppeditet
non pacatis tantum & civilibus negotiis ex-
pediendis, cum est judicandum de controver-
siis herciscundae familiae, dirimendi lucri, dam-
ni, consimiliumque litium, ubi partes saepe toto
dividuo sunt majores: cum constituenda per
provincias aequa ratione vectigalia: cum in
aestimandis generibus rationum omnium atque
dijudicandis est versandum: cum urbium in-
stituenda vel examinanda structura, situs,
amanitas, robur: cum de controversis agrorum,
pratorum, sylvarum limitibus judicium feren-
dum, expediunda alia sunt, in quibus ex per-
suadentium nutu Magistratus pendere nolit:
Verum etiam in gerendis bellis, ubi certè pagi-
nam utramque mathematica facit: machinarum
suppeditat

suppeditat peritiam: Tacticen docet, qua victoriam ex proportionem ac ordinis ratione molitur, ut ex intervallis ordinum aut subsidia mittantur, aut defessis receptus concedatur. Atque hinc est, quod summi Monarchæ, Principes, Dynastæ, mathematicas disciplinas ut plurimum in deliciis habuerunt: nostris quoque temporibus Iulii Cæsares, Adriani, Caroli Magni, Alphonsi, Æmilii Pauli reperiuntur, qui, quod & ipsi has colunt artes, & earum cultores amant atque fovent, à populari contemptu facile ipsas vindicare queunt: cum principibus placuisse viris non ultima laus sit. Nimirum cum sint Magistratus terrestria quædam Numina, ac Dii sacris in literis appellentur, hac quoque rem machinatorem omnium rerum Deum sibi proponunt, proponere certe debent ad imitandum, qui, quod Platonis est ἀκρόαμα, μέλιστα πάντων γεωμετρῆν, hoc est, numero, ratione, mensurâ Universalitatem & constituit, & gubernat: ut Plutarchus in octavo symposiaco eleganter interpretatur.

Porro cum duo sint hominum genera, qui literas tractant: unum eorum, qui etatem in ab-
ditarum

ditarum rerum atq; subtilissimarum notitia
scrupulosè perscrutanda conterunt: & in con-
templatione nuda suaviter acquiescentes, nihil
in vita curant ulterius: alterum illorum, qui
ad usum civilem artes transferre constituerunt,
ideoq; mysteriis earum penitioribus investiga-
dis minimè se fatigant, ne scilicet occupatos in
sternenda politicam ad vitam via senium oc-
cupet: horum ad classem Illustri nati loco re-
ferendi videntur: quibus est utiq; cum Enniano
illo Neoptolemo paucis philosophandū. Et sunt
profectò, ut ad institutum paulò propiùs acce-
dam, in Geometria problemata multa, quæ,
quamvis ratione contemplationis excellentiam
suam obtinent: usum tamen si spectes, exigui
momenti sunt: qualia sunt Archimedæa pleraq;
de conoeidibus & sphaeroeidibus, de spirali-
bus lineis: maxima item illorum pars, quæ de lineis
irrationalibus tradita sunt, quorū contempla-
tio magnâ est cum obscuritate difficultateq; con-
iuncta: adeò ut unus Elementorum Euclidis
decimus liber, qui de irrationalibus est & asym-
metris lineis, obscuritate sua Iustiniani pande-

ctas

etas omnes, Rami iudicio, facile superet. Horum intempestiva speculationi vacare minus commodè queunt ii, qui vires ingenii corporisq; gravioribus aliis laboribus exantlandis, ac studiis instituto suo vitaq; generi convenientioribus integras conservare debent. Quin etiam in iis geometriae partibus, quae plus ad communem vitam utilitatis adferre solent, non tamen pauca insunt, ad quae proximior & quasi compendiaria viâ perveniri, & eorum haberi ratio potest, qui diuturnioris morae tadium vorare detrectantes, regiâ viâ malunt, quàm per ambages, ad ea, quae sibi necessaria vident, contendere. Quare summa laude & gloriâ dignissima Galilaei de Galileis, praestantissimi Mathematici est industria, qui annis abhinc non multis excogitavit Instrumentum quoddam, cuius adminiculo pauculis diebus, quicquid ad usum civilem atq; militarem ex Geometria & Arithmetica depromi potest, facili negotio, magno cum temporis & laboris compendio cognoscitur: quo uno certè Invento, etiamsi aliis per se ipse clarus non foret, est autem pluribus, uno,

)()(

in quam

inquam, hoc invento nomen suum aternâ memoria sacrum, posteritati traderet. Cùm autem ea, quæ Vir ille præstantissimus de isthoc eximio suo invento scripsit, paucis, & Italica tantùm lingua gnaris essent usui, non defuerunt ex amicis ac fautoribus meis, qui, si versione latina bonum istud communius, ac proinde melius redderem, non exiguam à mathematicarum artium studiosis hominibus me gratiam initurum putârunt: atq; ita ut facerem, persuaserunt.

Hunc meum fatum, (ita dico, meum: nempe mea qualicunq; opera sic recens politum, latinitate donatum, ac notationum veste novâ indutum) humilimè Vobis offero, propriûmq; dico, Barones perillustres, Domini mei (clementes. Sequor in hoc Archimedis exemplum, qui nemini sua inscribenda judicavit opera, nisi qui talium rerum intelligens ac peritus fuisset. Vos quippe, ut fidelissimo ductu Viri clarissimi, Domini IOHANNIS RICHTERI, in aliis studiorum generibus, è quibus firma parantur ad salutem hominibus dandam, Rem tractandam publicam præsidia, versamini feliciter: ita quoq; maximorum Heroum in hoc exemplum secuti, Ma-

thematicas hasce Musas familiariter in secretū
admittitis: nec paritendos in benè numerandi
doctrina, in magnitudinum, & quæ his insunt,
adfectionum scientia progressus fecistis. Quibus
de rebus, atq; de hoc ipso proportionum instru-
mento, quod adeò clementer audire me differen-
tem, sæpè numero dignati fuistis, multis etiam be-
neficiis affecistis, ut in magna felicitatis parte
loco: sic vicissim mea in Vos observantia, grati-
tudinis ac submissi studii testem chartaceū hocce
munusculum, cū nihil suppetat aliud, extare
volo. Accedit, quod quærendi fuerunt huic ope-
ri, quorū patrociniū & autoritate contra mor-
sus invidiorum sese tueretur. Cū enim solenne
sit hoc tempore, ut non scioli modò, sed penè lip-
pi tonsoresq; præstantissimorum virorum exi-
stimationi detrahant, ac alieni nominis ruinā
fama popularis auram captent: quid mihi, qui
me meaq; infra mediocritatem posita lubens
agnosco, possit accidere, facile conjecturam ca-
pio. Quorum ab iniqua censura Vestro me præ-
sidio tutum ut præstetis: & quæ estis hætenus
clementia complexi, posthac item complectami-

ni, quæ par est observantia submissioneq; rogo,
DEUM precatus, ut Virtutis ac indolis gene-
rosa semina illa, quæ nunc in germen sese tene-
rum explicant, ad maturitatem, & canam fru-
gẽ perducant, omniaq; cœpta vestra sospitet, quò
communi olim patriæ commodo, Illustrib. ve-
stris familiis ornamento singulari esse queatis.
P.P. Argentorati, Nonis Septembribus, Anno
reparata salutis 1612.

GG. VV. submisse colens,

M. Mathias Bernegger,
suprema curiæ in Argentora-
tensi Academia Moderator.

INSTRU-

INSTRUMENTI PROPORTIONUM VSUS.

*Propositam lineam in partes aequales
dividere.*

PROBLEMA I.

NOvi proportionum Instrumenti usum explicaturi, faciemus initium ab illius ea facie, in qua linearum quatuor paria descripta sunt, cum suis divisionibus, & numeris: atque inter has declarabimus primùm interiores illas, quas *Arithmeticas* appellare placuit, cum divisæ sint secundùm arithmeticam proportionem, id est, cum excessu æquali, in partes 250. Atque hæ multiplicem nobis usum suppeditabunt. Et primò quidem earum auxilio dividere licebit propositâ quamque lineam in partes quotlibet, sic procedendo.

Primus casus.

Quando proposita linea magnitudine mediocris est, sic ut non excedat aperturam instrumenti, circino capiatur integra ejus quantitas, hocque spatium applicetur transversè, dilatato instrumento, ad quem libuerit numerum arithmeticarum linearum; ita tamen, ut in iisdem extet alius minor numerus, ab illo maiore toties comprehensus, quot sunt partes, in quas proposita linea secanda est. Relicto in hac apertura instrumento, capiatur transversum spatium, inter puncta minoris illius numeri: quod spatium absque dubio lineam propositam secabit in partes petitas. Iubeamur, verbi causâ, datam lineam in quinque partes æquales dividere. Sumantur itaque duo numeri, ex quibus maior sit quintuplus ad alterum, ut sunt 100. & 20. apertoque instrumento, longitudinem lineæ circino sumpta, transversè inter puncta 100, 100 interponatur: eodémque sic immoto, capiatur transversa itidem distantia inter puncta 20. 20: atque hæc præcisè quinta pars erit ex proposita linea. Quo pacto cunctæ aliarum linearum divisiones institui possunt. Ubi advertendum, esse numeros maiores eligendos, qui tamen non excedant 250. Sic enim operatio & exactior erit, & facilior.



A

Alino

Alius modus.

Id ipsum consequemur etiam ita procedendo. Sit, exempli causâ, linea A B in partes undecim æquales dividenda. Eligantur itaque duo numeri, proportionem inter se undecuplam habentes, ut sunt, 110. & 10, sumptaque circino tota linea A B accommodetur transversè ad puncta 110. 110. Deinde quia in hisce lineis distantia punctorum 10. 10. capi nequit, cum propter centri viciniam puncta ibi nulla extent: huius loco sumatur intervallum punctorum 100. 100. compresso nonnihil circino: cuius uno crure in B. fixo, crus alterum notet punctum C: unde remanens linea A C pars erit undecima totius A B: similiterque uno circini crure in A collocato versùs alteram extremitatem lineæ notetur punctum E. Unde E B relinquitur æqualis ipsi C A. Pòst iterum nonnihil compresso circino capiatur intervallum transversum punctorum 90. 90. idemque transportetur ex B. in D. & ex A in F: habebunturque rursus duæ lineæ C D. F E quæ & ipsæ sunt partes undecimæ, totius lineæ.

Eademque ratione transferendo ex hac & illa parte distantias inter puncta 80. 80. 70. 70 &c. sumptas, reperientur & reliquæ divisiones: quemadmodum è subjecta linea patet.

*Secundus Casus.*

Quod si verò minima quædam linea in multas partes dividenda nobis proponeretur, qualis esset, exempli causâ, sequens linea A B, in partes tredecim secanda, procedendum est hoc altero modo. Prolongetur occultè linea A B. usque in C: in hac obscura linea sumantur aliæ partes, quotquot placuerint, æquales ipsi A B. & sint in præsentī exemplo sex: ita ut A C. sit septupla ad A B. Manifestum est, quòd tota linea A C. complectatur 91 partes tales, qualium A B. 13. continet. Nam 13 septies sumpta, constituunt 91. Unde sumptam circino totam lineam A C. transversè colloca inter puncta 91. 91. atque sic immoto instrumento, nonnihil comprime circinum, ut ad unitate minorem numerum, hoc est, inter 90. 90. accommodetur: quod intervallum ex puncto C. versùs A. transporta. Sic enim versùs A abscindetur nonagesima prima totius C A. pars: quæ est pars decimatertia propositæ lineæ B A. Atque hoc pacto circinus ad puncta 89. 88. 87. &c. constringi, & ista intervalla ex termino C. versùs A transportari possunt. Sic enim et reliquæ

reliquas³ propositæ lineæ AB. particulas invenire licebit.

Vbi tamen obseruetur, si prolongatam lineam A C. quantumvis major instrumenti aperrura, inter puncta 91. 91. non admitteret, quod illa sit applicanda ad huius numeri 91. duplum, hoc est, inter 182. 182. verum necesse tum erit comprimi circinum ad numerum binario minorem, hoc est, inter 180. 180. collocari. Quod si etiam triplum eorūdem 91. sumere placet, ista ipsa compressio ad numerum ternario minorem fieri debet: atque sic consequenter.

Tertius Casus. Cæterum si dividenda linea tantæ magnitudinis esset, ut aperturam instrumenti maximam excederet, poterimus nihilominus ex ea petitam partem, exempli causâ, septimam, abscindere. Primum itaque duo numeri eligantur, quorum unus ad alterum sit septuplus: quales sunt 140 & 20. Aperiatur instrumentum pro libitu, capiaturque circino transversa distantia punctorum 140. 140. ac videatur, quoties hæc in maiore proposita linea contineatur: ac quoties continetur, toties transversum intervallum punctorum 20. 20. replicetur in eadem linea maiore, si quidem intervallum punctorum 140. 140. datam lineam exactè metiatur. Quod si verò non præcisè in ea contineatur, ex residuo capienda est pars septima, juxta modum suprâ declaratum, eademque adjungenda ad illud intervallum, quod in data linea maiore ex repetita intervalli 20. 20. revolutione nascitur, habebiturque septima pars exactè, prout petitum erat.

Ex linea proposita quascunque petitas partes abscindere.

PROBLEMA. II.

Tantò utilior ac necessaria magis est hæc operatio, quantò difficilius foret, absque huius instrumenti opera tales divisiones perficere; quas tamen per instrumentum dicto citius exequemur. Quando igitur ex proposita linea quocunque petitæ partes abscindendæ sunt, exempli causâ, si ex linea 197. partium, partes 113. abscindere jubeamur; accepta circino datæ lineæ longitudo, transversè inter instrumenti aperti puncta 197. 197. interjiciatur: & immoto sic instrumento

A 2

per

per eundem circinum capiatur intervallum punctorum 113. 113. Actan-
ta erit præcisè data lineæ portio, quæ $\frac{113}{197}$ fractioni respondet.

$$\frac{113}{197}$$



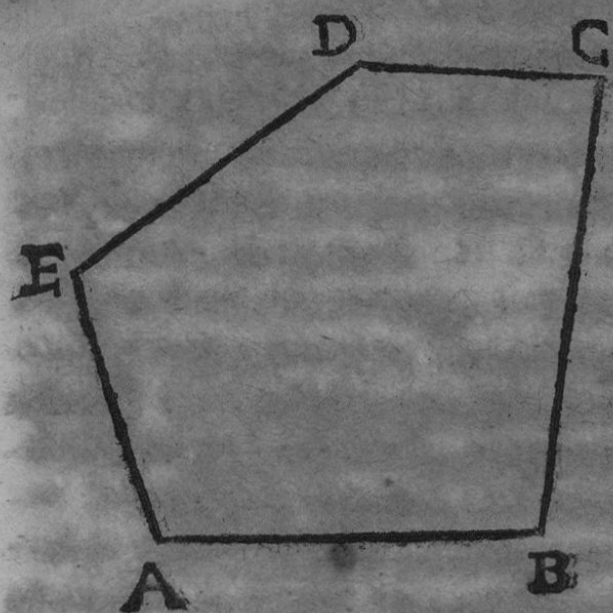
Proba huius operationis talis est. Subtrahe minorem numerum ex maiore, h. e. 113. ex 197. residuum est 84. Quare sumatur distantia punctorum 84. 84. in instrumento priorem situm tenente, quæ si fuerit æqualis residuo lineæ, benè sumus operati.

*Isidem arithmetice lineis uti loco duarum, imò
infinitarum scalarum ad figuram da-
tam in maiorem aliam vel minorem pro
arbitrio nostro commutandam.*

PROBLEMA III.

Manifestum est, quòd, quotiescunque figuram aliquam quacun-
que proportionem in maiorem vel minorem aliam commutare oportet,
necessum habeamus, parare duas scalas exactè divisas: quarum una in-
serviat figuræ datæ metiendæ: altera notandis lineis figuræ novæ de-
scribendæ, quæ certa proportionem respondeant homologis datæ figuræ
lineis. Huiusmodi ergò duas scalas ex, de quibus nunc sermo nobis
est, arithmetice lineæ suppeditant: quarum una, est linea iam in ipso
instrumento directè divisa, & ex instrumenti centro principium capiens:
quæ quidem scala stabilis est, inserviens metiendis lateribus propositæ fi-
guræ: altera verò, ad novam describendam figuram comparata, mobi-
lis esse debet, hoc est, talis, quæ ad arbitrium nostrum augeri minui ve-
queat, prout novam figuram vel maiorem alterâ, vel minorem consti-
tuere placet. Atque hæc scala mutabilis sive mobilis, illa est, quam in
isdem lineis habemus transverse, nostrum instrumentum vel constrin-
gendo, vel dilatando. Procedendi modus exemplo patefcet. Sit Propo-
sita figura A B CDE, cui similis alia describenda sit super linea F G.
quæ linea sit homologa sive respondens lineæ A B. Manifestum
hic est, opus esse duabus scalis, per quarum unam metiamur lineas figu-
ræ datæ A B C D E, & per alteram lineas figuræ describendæ, Atque
hæc

hæc illâ maior vel minor esse debet secundum proportionem lineæ F G, ad A B. Capiatur itaque circino linea A B. eâque directè applicetur



ad scalâ instruenti rectâ, posito nimirum uno circini crure in instrumenti centro: & altero aliquod punctorum attingente, quod sit, exempli causâ 25. postea circino sumatur linea F G, & alterutrum crus imponatur puncto 25. aperiaturque instrumentum, usque dum crus alterum, transve sè correspondens punctum 25. præcisè attingat. Et in hoc situ relinquendum est instrumentum, omniâque cætera figuræ propositæ latera metienda sunt super scalam

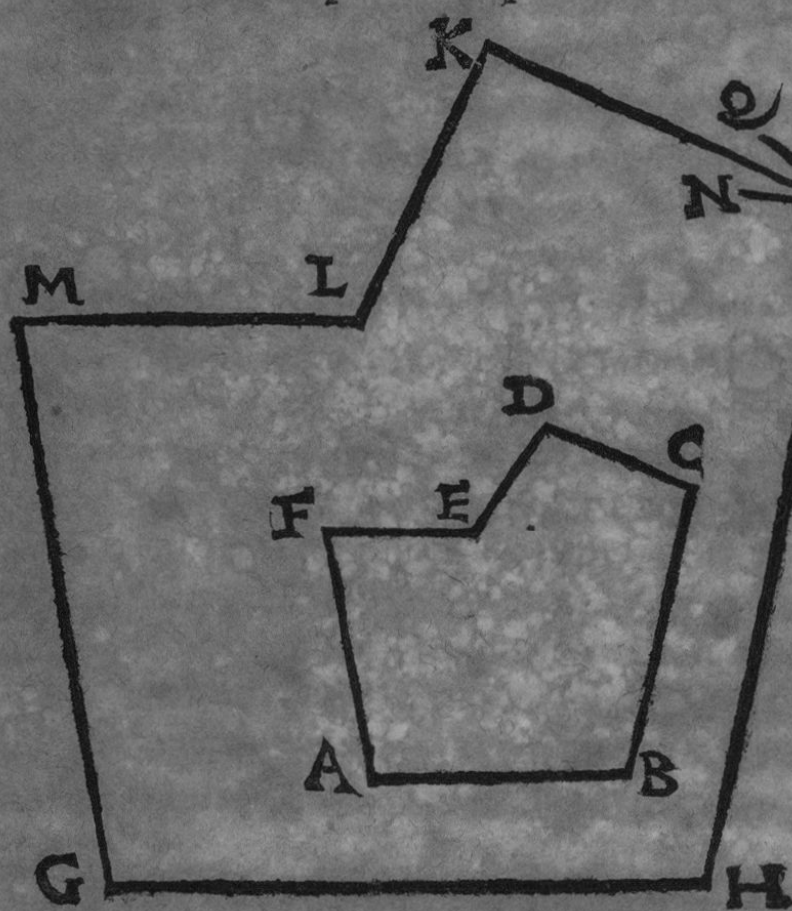
rectam: & immediatè capiendæ distantie punctorum ab ijs abscissorum, transversè sibi respondentium, quæ sunt latera figuræ describendæ. Sit, verbi causâ, in exemplo superiore querenda longitudo lineæ G H, quæ respondeat lineæ B C. Cape circino distantiam B C. eâque instrumento directè, hoc est, sic applica, ut crus unum centro insistas, alterum verò in immobili scala punctum aliquod abscindat, quod hîc esto

30. Sumas iam intervallum transversum 30.30. & habebis lineam G H. quæ est homologa lineæ B C. id est, eandem ad hanc, quam F G,

A 3. adl

ad A B. proportionem obtinet. Eodem pacto cætera latera quærentur, lineis figuræ descriptæ sumptis in scala recta seu immobili describendæ, in transversa five mobili. Animadvertendum præterea, quando figura quædam exigua in similem aliam longè maiorem, & cuius latera singula ad illius plusquam duplicia essent, commutanda proponitur, quòd scalarum istarum usus invertendus, hoc est, scala recta ad figuram describendam: transversa verò ad iam descriptam usurpanda sit. Iubeamur, verbi causâ, figuram A B C D E F, commutare in aliam longè maiorem, quippe describendam super linea G H. homologa lineæ A B. Ut ergo scalas primùm ad usum præparemus, capiatur circino linea G H. videaturque, quot puncta scalaræ rectæ contineat: contineat autem hîc, 40. Porro sumatur eius homologa A B. ac interjiciatur transversè punctis 40. 40. nec amplius moveatur instrumentum. Deinde ut reperitur linea H I. homologa five respondens lineæ B C. sumatur circino B C. investigeturque, quibus punctis in scala transversa possit applicari: reperitoque, quòd, ex impli causâ, congruat punctis 46. 46. statim in scala recta capiatur spatium 46. pñctorum habebitur q. H I. homologa linea ipsi B C.

Cæterum tam pro hac, quàm antecedente operatione notandum



est, quòd non sufficiat, reperisse homologam H I. sed oporteat etiam punctum illud invenire, ad quod illa ex H. e-ducta constituat angulum H. æqualem angulo B. id quod hoc modo fit. Circini ad lineæ H I. modò repertæ amplitudinem dilatati crus unum puncto H insistas: alterum occultam arcus portionem O I N. describat. Deinde

Deinde sumatur intervallum punctorum A. & C. videaturque, quorū punctorum illud sit in scala transversa: sit autem, verbi gratiā, 67. quare circino capiantur 67. in scala recta, & uno eius crure in G. fixo, crus alterum describat arcum R I Q. qui priorem arcum O I N. secet in I. ex quo intersectionis puncto ad H. ducta linea H I. homologa erit lineæ B C. & angulum H. faciet æqualem angulo B. Eadem ratione puncta cætera K L M. reperientur, angulis D E F. respondentia.

Aurea Regula vulgo Detri dicta quæstiones per easdem arithmeticas Instrumenti lineas expedire.

PROBLEMA III.

Interviunt hæ lineæ non tantum ad resolvenda diversa problemata linealia: verum etiam ad regulas quasdam arithmeticas, & in his illam, quam vocant auream, qua tribus propositis numeris quartus proportionalis invenitur. Exemplo res clarescet. Quæritur, si 80. dant 120. quid dabunt 100. Habemus hîc tres numeros, hoc ordine positos, 80. 120. 100. & ut proportionalē quartū repiamus, capiatur directè sive in scala recta secundus numerus ex datis, hoc est 120. & applicetur transversè ad numerum primum, hoc est, ad 80. 80. Deinde immoto sic instrumento, sumatur transversè tertius numerus, qui est 100. hocque transversum spatium in scala recta mensuretur: & reperiemus 150. qui est quartus numerus proportionalis ad quærendum propositus. Idem proveniret, si loco secundi numeri sumeretur tertius & loco tertij, secundus: hoc est, numerus secundus 120. directè sumptus, & applicatus transversè ad numerum primum 80. deinde tertius numerus 100. transversè captus, & in scala recta mensuratus, eundem planè nobis exhibebit numerum, quem exhibuit antea tertius directè sumptus, ac transversè applicatus ad primum: capiēdo deinde secundū transversè, eumque in scala recta metiendo: siquidem utrobique reperiemus 150. id quod eò diligentius est animadvertendum, quod pro renata modò hæc, modò illa operandi ratio commodior est.

Cautela I. Occurrunt in expediendis Instrumento quæstionibus huius regulæ, nonnulli casus, qui difficultatem aliquam incautis objicere queant: Itaque quomodo in jis procedendum sit, ostendemus.

8
 scindemus. Et primò quidem fieri queat, ut ex tribus datis numeris ne-
 que secundum, neque tertium directè sumptum, ad primum numerum
 transversè liceat applicare. Ut si dicatur: 25. dant 60. quid dabunt 75?
 ubi tam 60. quàm 75. est plusquam duplus ad primum 25. ita ut neuter
 acceptus directè, possit applicari transversè ad 25. Quare ut nos expedi-
 emus, accipiendus est vel primus, vel secundus numerus directè, ac ap-
 plicandus transversè ad duplum primi, hoc est, ad 50 (quod si duplum
 non sufficiat, accommodetur ad triplum, ad quadruplum, &c.) De-
 inde altero transversè sumpto, dicemus, quidquid hoc transversum
 spatium directè sumptum ostenderit, esse medietatem, (vel etiam terti-
 am, aut quartam partem, pro ut antea primus numerus vel triplicatus, vel
 quadruplicatus est) eius numeri, qui quærendus proponebatur. Sic in
 exemplo proposito 60. sumantur directè & applicentur transversè ad du-
 plum 25. hoc est, ad 50. statimque transversè item capiantur 75. quod
 spatium directè sumptum, nobis dabit 90. cuius duplum 180. est quartus
 numerus ad quærendum propositus.

Cautela 2. Accidere præterea posset, ut secundus vel tertius numerus
 propositus non posset applicari ad primū, quippe nimis magnū, sic ut ex-
 cedat maximum numerum in Arithmetica linea signatum, hoc est, 250.
 Ut si diceretur: 280. dant mihi 130. quid dabunt 195? In hoc igitur casu
 secundus 130. directè captus accommodetur transversè ad medietatem
 primi 280, hoc est ad 140. Postea transversè capiatur medietas tertij nu-
 meri 195. hoc est $97\frac{1}{2}$ hoc spatium directè applicatum, exhibebit no-
 bis $90\frac{1}{2}$ numerum quartum, ad quærendum propositum.

Cautela 3. Est & alia hîc observanda cautio, cū secundus aut tertius
 ex propositis numerus satis magn⁹, reliqui autē duo minores fuerint. Ut
 si diceretur: 60. dant 390. quid dabunt 45? Hîc ergo 45. directè sumpta
 transversè sunt applicanda ad 60: & quia secundus 390. integer capi ne-
 quit, capiatur per partes quantæcunque placuerint: verbi causâ,
 sumatur primò 90. transversè, quæ in scala recta dant $67\frac{1}{2}$ separatim
 notanda: deinde capiantur item transversè 100. quod spatium in scala
 recta dat 75. Et quia in 390. centenarij tres continentur, ideoque modò
 reperta 75 triplicentur: facto 225. addantur $67\frac{1}{2}$ antea per nonagenari-
 um reperta: summa $292\frac{1}{2}$ est quartus numerus proportionalis ad quæren-
 dum propositus.

Cautela

9

Cautela 4. Tandem non omittā exponere, quomodo in minimis quoque numeris procedendū sit, quamvis in instrumento propter viciniam centri & clavi illius teretis, quo instrumenti crura coeunt, priora puncta quindecim circiter, notari non potuerint. In hoc itaque casu punctorum denarios usurpabimus unitatum vice. Exempli causā, si dicatur, 10. dant 7. quid dabunt 13? Hic quia 7. directè capta, nequeunt transversè ad 10 applicari: sumemus 7. denarios punctorum, hoc est, 70. directè, ac transversè applicabimus ad 10. denarios, hoc est, ad 100. subitoque 13. denarios, hoc est, 130. transversè sumendo, metiemur hoc intervallum directè, illudque deprehendemus esse punctorum 91. quæ sunt $9\frac{1}{10}$ siquidem, ut dictum est, quilibet denarius unitate valet.

Has observationes omnes qui crebra exercitatione sibi familiares reddiderit, facile se poterit ex omni difficultate cuiuscunque propositæ quæstionis exsolvere.

Regula proportionum conversa quæstiones in- strumento solvere.

P R O B L E M A V.

Non est dissimilis ratio expediendi regulæ proportionum everse quæstiones per instrumentum nostrum. En exemplum. Commeatus, qui militibus 100. per 60. dies sufficeret, quot milites aleret diebus 75? Dispositi hi ad regulam numeri, sic stabunt: 60. 100. 75. Ex his ergo primum numerum 60. directè sumtum, applica transversè ad tertium numerum 75. & immoto sic instrumento, accipe transversè secundum 100. illumque directè metire, ac reperiēs 80. qui est numerus quæsitus. Ubi pariter animadvertendum est, eundem reperiri numerum, secundum directè sumptum, transversè applicando ad tertium, ac deinde primum transversè captum, directè metiendo. Est præterea notandum, omnes cautelas, in superiore problemate positas, etiam in hoc diligenter observari debere.

Monetas transmutare.

P R O B L E M A VI.

Jisdem lineis arithmetice monetarum omnem speciem in se invi-

cem promptè facilèque commutare possumus. Quod consequemur, instrumentum primò sic accommodantes, ut directè sumatur monetæ transmutandæ pretium: idèmq; transversè applicetur ad pretium illius monetæ, in quam fieri debet cōmutatio. Res exemplo dilucidabitur. Aurei scutati sint ad ducatos Venetos redigendi. Et quia pretium sive valor aurei scutati est 8. librarum, ducati verò valor librarum 6. solidorum 4. atque adeo libræ ducatum non præcisè metiuntur, sed 4. asses supersunt, oportet utramque monetam resolvere, et ad eandem pretij denominationem, hoc est, ad solidos reducere. Valet autem scutatus solidis 160. ducatus solidis 124. Instrumentum igitur accommodaturus ad absolvendam commutationem scutorum aureorum in ducatos, sumatur directè valor scutati, hoc est, 160. & applicetur transversè ad valorem ducati, hoc est, inter 124. 124. Quo in situ relinquatur instrumentum. Sic enim quamcunque propositam scutorum summam in ducatos facilè convertes, dictam summam transversè sumendo, eandèmq; directè metiendo. Exempli causâ, scire desidero, 186. scutati, ducatos quot faciant? Cape 186. transversè, hócque intervallum directè sumptum, ducatos exhibebit 240. dictis scutatis æquivalentes.

*Anatocismi, sive Regula de fanoris
fanore quæstiones ex-
pedire.*

P R O B L E M A VII.

Expedite satis huius regulæ quæstiones earundem arithmeticarum linearum operâ solvemus: idque duobus diversis operandi modis, qui sequentibus duobus exemplis patefcent. Si quis 140. scutatos per quinquennium accipiat mutuò, lege anatocismi, qua prioris anni fors & lucrum fiunt fors sequentis: sique in 100 scutatos addat usuræ nomine scutatos 6. annis singulis: quæritur, quantum ad finem quinquennij sit debiturus? Ut ergo nos expediamus, sumatur primùm fors prima, hoc est, 140. scutati, in scala recta: atque hoc spatium transversè collocetur inter 100. 100. et immoto sic instrumento capiatur transversa item distantia punctorum 106. 106. (quæ est fors 100. scutorum cum annua usura 6.) eadèmq; ampliato non nihil instrumento interjiciatur etiam transversè inter 100. 100. Deinde relicto in hoc situ instrumento, et aliquantò

quantò magis expanso circino, sumatur iterum transversa distantia pun-
ctorum 106. 106. eademque dilatato magis instrumento, rursum colloce-
tur inter 100. 100. atque sic consequenter hæc operatio (transversum
spatium 106. 106. applicandi ad 100. 100.) toties repetatur, quot anno-
rum est anatocismus: ut in hoc exemplo quinquies: ubi peracta quinta
operatione, spatium transversum, postremò sumptum, in scala recta no-
bis exhibebit $187 \frac{1}{3}$ scutatos, debitum integrum, constans sorte & fæ-
nore, fænorisque fænore, ad finem quinquennij ex pacto persolvendum.
Ubi notetur, idem provenire, si loco numerorum 100. & 106. commodi-
oris ac certioris operationis causâ sumas eorum duplum 200. & 212.
Quod & in aliis exemplis facere, non rarò profuerit.

Modus alter non, ut prior, instrumenti crebriore apertura eget: sed
unicâ perficitur: estque talis. Suprà propositam quæstionem soluturus,
& instrumentum rectè accommodaturus, cape primùm circino 100.
cum primi anni usura 6. hoc est, 106. in scala recta: quod ipsum spa-
tium transversè colloca inter 100. 100. qui situs non mutetur usque ad
operationis finem. Accipe postea sortem integram 140. transversè: quæ
in scala recta dat 148. $\frac{2}{5}$ sortem cum usura primi anni. Porro pro secundo
año, capias transversè 148. $\frac{2}{5}$ statimque hoc spatiū in scala recta metia-
ris, ac invenies $157 \frac{1}{3}$ secundi anni sortē ac usuram. Hunc ipsum numerū
 $157 \frac{1}{3}$ sumas transversè: repertumque intervallum in scala recta exhi-
bebit $166 \frac{3}{4}$ sortem ac usuram anni tertij. Rursus hæc $166 \frac{3}{4}$ transver-
sè sumpta, dabunt in scala recta $187 \frac{1}{3}$ pro anno quarto. Atque hoc pa-
cto repetita sæpius operatione, plurium annorum anatocismi quantita-
tem cognoscere licet.

Notandum, si prima fors proposita tanta esset, ut excederet no-
strarum arithmeticarum linearum numerum 250. quòd operandum sit
per partes, accipiendo medietatem, tertiam, quartam, quintam, aut a-
liam propositæ summæ partem: & in operationis fine repertum nume-
rum duplicando, triplicando, quadruplicando, vel alia ratione multi-
plicando, per eam numerum, quo fors initio divisa fuit. Sic enim in
quæsitæ cognitionem veniemus.

DE LINEIS INSTRUMENTI

Geometricis, & earum usu.

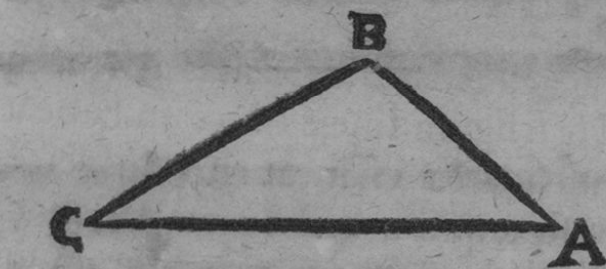
*Propositam figuram Planam in quacun-
que data proportionem au-
gere vel minuire.*

PROBLEMA VIII.

Modò declaratis lineis Arithmetice Geometricæ succedunt: quas ita libuit appellare, quia secundum Geometricam proportionem divisæ sunt. Atque hæ multiplicem nobis utilitatem suppeditant. Primum enim earum ope Planum reperire datur, quod ad aliud propositum planum datam proportionem habeat.

Proponatur, exempli gratiâ, triangulum ABC. cui simile aliud fiat, in sesquialtera ad illud proportionem. Sumantur duo numeri datam inter se proportionem habentes, quales sunt 12. & 8. ac circino accepta linea A C. transversè collocetur inter Geometricæ lineæ puncta 8.8. atque sic immotâ instrumenti aperturâ, capiatur intervallum pun-

ctorum 12. 12. quod exhibet lineam D E. lineæ A C. homologam, super qua triangulum simile descriptum, erit absque dubio in sesquialtera ad datum triangulum proportionem.



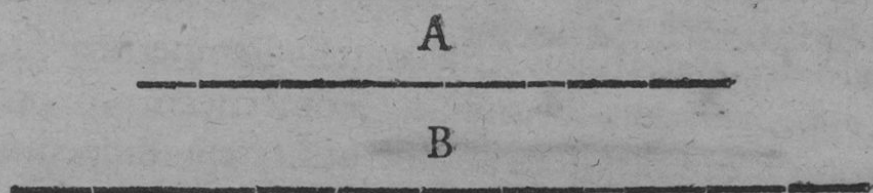
Quod ipsum de omnibus alijs figurarum generibus intelligatur. Ac in circulis quidem adhibentur diametri vel semidiametri eo modo, quo latera rectilinearum figurarum.

13

*Duæ figura plana, quam inter se proportionem
habeant, investigare.*

P R O B L E M A IX.

Sunto, gratiâ exempli, quadrata duo, vel quævis aliæ duæ figuræ similes, quarum latera homologa sint A. & B. Harum ad se mutuò proportionem cogniturus, accipe circino lineam B. eamque quibus placuerit punctis Geometricarum linearum accommoda transversè, verbi causâ, inter 20. 20. Deinde, sic immoto instrumento, sume item circino lineam A. & experire, in quæ puncta hæc incidat transversè: cadat autem inter 10. 10. Ergo pronuncia, figuras datas eam inter se proportionem habere, quæ est 20. ad 10. hoc est, duplam.



Quod si magnitudo lineæ A. secundò acceptæ non præcisè caderet ad aliquod punctorum, operatione renovata lineam B. applicare oportet ad alia puncta, quàm ad 20. 20. ac tantisper experiri, donec & altera lineæ A. exactè puncto cuiusdam certo possit accommodari. Quo peracto, propositarum duarum figurarum inter se proportionem sciemus: quippe quæ semper eadem est cum illa, quam obtinent numeri punctorum, quibus dictæ lineæ in eadem apertura instrumenti accommodantur.

Quando figuræ alterutrius capacitas datur, capacitas alterius quoque cognoscetur eodem modo. Ut si figura lineæ B. aream habeat 30. decempedarum, & quærat, quanta sit area A. lineam B. transversè accommoda punctis 30. 30. ac vide postea, quibus transversè punctis congruat lineæ A. ac totidem decempedarum esse pronuncia figuram super A. descriptam.

Figuram planam constituere, multis alijs similibus propositis figuris & similem & æqualem.

PROBLEMA X.

Proponantur, exempli causâ, tres figuræ similes, quarum homologa latera sint ABC . ac describere jubeamur unam aliquam, quæ datis tribus sit cùm æqualis, tum similis. Accipias itaque circino lineam C . & eam aperto instrumento transversè applices ad quæ placuerit puncta Geometricarum linearum, v. g. ad 12. 12. Deinde, non mutato hoc instrumenti situ, sumas lineam B . videasque, cui dictarum linearum numero possit accommodari, qui sit, exempli gratiâ, 9. Et quia prius linea C . accommodabatur ad 12. adde hos duos numeros 9. & 12. ac aggregatum 21. memoriâ tene. Accipe post lineam tertiam A . eademque ratione periclitare, quibus transversè punctis congruat, quæ hoc loco sint 6. quæ si memoriâ servatis 21. addantur, constituent 27. Quapropter accipe transversam distantiam punctorum 27. 27. habebisque lineam D . super qua descripta figura datis tribus similis earundem areas complexu suo præcisè continebit.

A 6.

B 9.

C 12.

D 27.

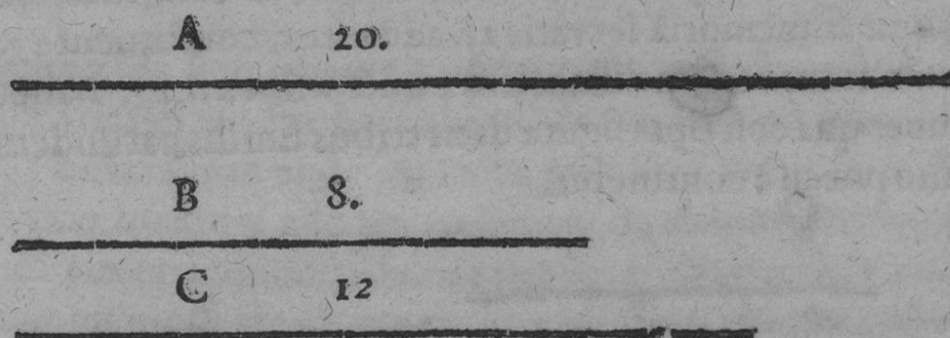
Eademque ratione quotvis alias propositas figuras, modò inter se similes, in unam aliquam æquè capacem reducere licet.

Propositis duabus figuris similibus & inæqualibus, reperire tertiam similem, & æqualem differentie duarum propositarum.

PROBLEMA XI.

Propositio hæc est conversa prioris. Operandi ratio sic est. Proponantur

ponantur, exempli gratiâ, duo inæquales circuli, maioris semidiameter sit A. minoris B. Reperturus semidiameter circuli, qui sit æqualis differentię datorum circulorum A. & B. accipe circino maiorem lineam A. eamque aperto instrumento statue, inter quæ libuerit puncta Geometricarum linearum, verbi causâ, inter 20. 20. immotoque sic instrumento, experire, quibus punctis transversè congruat linea B. Ponamus eam adaptari punctis 8. 8. quæ subtrahantur ex antea sumptis 20, restant 12. sumpto itaque intervallo punctorum 12. 12. habebis lineam C. quo radio sive semidiametro descriptus circulus æquatur differentię datorum circulorum A. & B.



Earundem linearum operâ radicem quadratam extrahere.

P R O B L E M A XII.

Quadratæ radicis extrahendæ tres distincti modi hoc loco tradendi veniunt: quorum primus numeros mediocres, alter grandiores, tertius exiguos attingit. Mediocres illos dico, qui à 5000. non longè recedunt: maiores, qui sunt circiter 50000. Minimos, qui infra, vel non multum supra 100. consistunt.

I. Ac initio quidem in quærendis mediocrium numerorum radicibus, instrumentum accommodatur in hunc modum. In scala recta lineæ Arithmeticæ sumptum circino spatium 40. punctorum statuatur transversè inter 16. 16. lineæ Geometricæ. Qui situs instrumenti ad finem operationis maneat idem. Deinde ex proposito numero auferantur ultimæ duæ ad dexteram notæ, hoc est, unitates ac denarij: numerus, qui remanet, in lineis Geometricis accipiatur transversè: quod intervallum ad scalam rectam linearum arithmeticarum translatum, exhibe-

B 4 bit

bit radicem propositi quadrati numeri. Iubemur, exempli causâ, radicem investigare huius numeri 4630. cuius ultimis duabus figuris, hoc est, 30 ablatis, restant 46. Hæc 46. transversè capiantur in Geometricis lineis (Instrumento tamen prius, ut suprâ dictum, accommodato) quod intervallum in scala recta linearum arithmeticarum continet puncta 68. quæ est proxima radix, ad quærendum proposita.

Verum in hac regula duo notanda veniunt.

Primo Si duæ ultimæ figuræ, quas abjiciendas diximus, excederent 50 numero residuo est addenda unitas. Ut si esset analysis quadrati 4192. institueuda, quoniam numerus abjiciendus 92. maior est, quam 50. loco residui 41 sumenda sunt 42. & ex his porro radix, ut modò taditum, extrahenda.

Alterâ observatio hæc est: quando numerus post ablationem posteriorum duarum figurarum residuus, excederet 50. in tali casu, quia divisio Geometricarum linearum ultra 50. sese non extendit, de residuo isto numero sumenda est medietas, aut alia quædam pars, eaque distantia capta, Geometricè duplicanda, vel secundum numerum dictæ partis multiplicanda est: atque hoc ultimum intervallum ita multiplicatum si directè metiamur super lineis arithmeticeis, quæsitam radicem exhibebit. Si, gratiâ exempli, radicem quadrati 8412. quærere jubeamur, accommodato, ut suprâ præceptum est, instrumento, ultimæ duæ numeri dati notæ abjiciantur: residuus 84. non extat in Geometricis lineis: proinde medietatem eius accipe, hoc est, 42. Quod si iam in Geometricis lineis transversum intervallum punctorum 42. 42. sumpseris, illud Geometricè multiplicandum est: quod fit, Instrumenti crura paulò magis divaricando, usque dum hoc ipsum intervallum cadat in aliquem numerum, cuius duplum in iisdem Geometricis lineis extet. Cadat, verbi gratiâ, inter 20. 20. accipiatur post intervallum punctorum 40. 40. quod, si directè metiaris in arithmeticeis lineis, monstrabit 91. & duas tertias circitè, proximam dati numeri 8412. radicem. Et si fuisset opus, propositi numeri tertiam partem accipere, in geometrica triplicatione oporteret eam applicare transversè ad aliquem in Geometricis lineis numerum, cuius inibi triplum extaret, ut ad 10. & sumenda postea 30. vel ad 12. & sumenda 36.

2. Porro in maioribus numeris procedendi ratio non est admodum diversa à superiore, præterquam, quod hîc ultimæ tres dati numeri notæ auferuntur: & instrumentum ab operationis initio aliter accommodatur

modatur. Fit autem hæc accommodatio sic. In arithmeti-
cis lineis accipiantur 100. directè: eademque in Geometricis lineis transversè statu-
antur inter 10. 10. Hic instrumenti situs ad finem operationis non
mutetur. Quæsiturus jam radicem quadratam ex 32140. removeto tres
figuras posteriores: residuum 32. in Geometricis lineis accipito trans-
versè: quod intervallum si metiaris directè in lineis arithmeti-
cis, exhibebit 179. proximam radicem propositi quadrati 32140 Ubi simul anim-
advertendum, observationes duas in operatione præcedenti allatas,
etiam in hac locum habere: hoc est, quando tres abjectæ figuræ posteri-
ores excedunt 500. ad residuum unitas est adjicienda. Et si residuum
excedit 50. accipienda est eius pars aliqua, ut dimidia, vel tertia, &c: ac
id, quod per hanc partem invenitur, postea duplicandum, vel triplican-
dum ratione superius ostensa.

3. Tandem pro numeris minoribus accommodatur Instrumen-
tum juxta modum primum, hoc est, 40. puncta scalæ rectæ, transversè
statuendo inter 16. 16. in lineis Geometricis. Deinde numerus integer,
prout est propositus, nullâ remotâ figurâ, transversè accipitur in Geo-
metricis lineis: & hoc intervallum si directè metiaris in arithmeti-
cis lineis, invenies dati numeri radicem quadratam in integro numero & fra-
ctione. Veruntamen adverte, quòd arithmeticarum linearum denarii
sint instar unitatum. Exempli causâ, quæsiturus radicem è furdo
30. accommodet instrumentum, ut dictum est, videlicet, 40. puncta sca-
læ rectæ statuendo inter 16. 16. Geometricarum linearum: deinde ex iis-
dem Geometricis lineis, accipiendo transversum intervallum puncto-
rum 30. 30. idemque directè in arithmeti-
cis lineis metiendo. Sic enim
reperies abscindi puncta 55. quæ sunt 5. integra, & 5. decimæ, hoc est,
5 $\frac{1}{2}$ quanta scilicet est propinqua radix è furdo numero 30. Sunt autem
& in hac regula cautelæ illæ tenendæ, quas in superioribus duabus ad-
vertendas diximus,

Laterum inequalium aciem in- struere.

P R O B L E M A XIII.

Acies quadrati speciem gerens constituitur extracta radice qua-
drata

drata ex proposito militum numero, ut est è superiori problemate manifestum. Quod si verò aciem oblongam sive inæqualium laterum in data proportionem sibi respondentium instruere placeret, adhibendus est is operandi modus, qui patefcet exemplo sequenti.

Sunto milites 4335. ex quibus formare jubemur aciem, quæ magis in latum sese, quàm in longum porrigat, ita ut, quoties in fronte sunt milites 5. in latere sint 3. Quare, ut operâ instrumenti nos expediamus, initio datæ rationis terminos 5. & 3. quippe propter parvitatem instrumenti non applicabiles, additâ cyphrâ augebimus, ut sint 50. & 30. Deinde pro inveniendâ latitudine seu fronte, in arithmetica linea directè circino capiantur 50. eaque in Geometricis lineis accommodentur transversè ad eum numerum, qui producitur ex multiplicatione terminorum datæ rationis, hoc est, in exemplo proposito, ad 15. (nam ter 5. sunt 15.) Quò in situ relinquitur instrumentum, in jisdemque Geometricis lineis accipiat transversa distantia punctorum 43. 43. (hic enim numerus restat, si ex proposito numero militum 4335. duas posteriores notas, hoc est, unitates ac denarios auferamus) hanc distantiam in arithmetice lineis directè si metiamur, exhibebit ea nobis aciei frontem, constantem militibus 85. Eadem ratione latus inveniatur, accipiendo directè 30. in arithmetice lineis eaque transversè statuendo in lineis Geometricis inter 15. 15. ex iisdemque statim transversè sumendo intervallum punctorum 43. 43. quod directè si metiaris in arithmetice lineis, exhibebit 51. qui numerus est militum latus constituentium. Atque hic modus in quavis alia militum proposita multitudine, ac data longitudinis ad latitudinem proportionem tenendus est. Animadvertendum autem id, quod & suprâ de quadratæ radicis extractione monuimus, quando denarii ac unitates, quas à proposito numero abscindendas diximus, excederent 50. quòd ad residuum unitas addenda sit.

Est & hoc observandum, si frons aciei juxta modò traditam regulam inventa fuerit, latus aliâ quadam expeditiore viâ reperiri posse, per solas arithmeticas lineas, ita procedendo. In exemplo modò adducto aciei frontem repérimus 85. Et quoniam frontis ad latus ea debet esse proportio, quæ est 5. ad 3. vel 50. ad 30. vel etiam 100. ad 60. (est enim perinde) ideoque ista 85. directè in lineis arithmetice accepta, in jisdem transversè statuo inter 100. 100. statimque ibidem capio transversum spatium punctorum 60. 60. quod directè si metiamur, inveniemus eundem, quem & superiore modo repérimus, numerum 51.

Hæc operandi ratio, quæ per exemplum aciei formandæ declarata fuit, ad illud Algebræ caput est referenda, in quo Census æquatur Numero. Vnde omnes quæstiones istius generis Algebraicæ per instrumentum quoque nostrum exposito modo possunt expediri.

Mediam proportionalem invenire.

. PROBLEMA XIV.

Earundem linearum ope, inter datas duas aut lineas, aut numeros facili negotio lineam aut numerum medium proportionalem inveniemus. Operandi rationem exemplo discas. Sint duo numeri, vel duæ lineæ propositæ A. 36. & C 16. Captam circino longitudinem lineæ A. transverse statuas inter 36 36. geometricarum, immotôque sic instrumento excipias intervallum 16. 16. earundem linearum geomet. quod erit linea B. inter datas duas media proportionalis: quam si metiaris in eadem scala, in qua datas duas es mensus, invenies continere 24. qui numerus est precise medius proportionalis inter datos duos 36. & 16.

A 36.

B. 24.

C. 16.

Observetur, ad propositarum linearum quantitatem explorandam uti nos posse non solum scalâ in instrumento descriptâ: sed quavis etiam aliâ, si quando illa minor esset, quàm quæ sufficiat instituto nostro.

Notetur insuper & hoc, quando lineæ, & illas metiti numeri, inter quos medius proportionalis inveniendus est, excederent 50. maximum numerum in geometricis nostris lineis expressum, nihilominus id, quod volumus, nos consecuturos, operando per partes numerorum propositorum, vel per alios minores numeros, eandem tamen cum illis inter se proportionem habentes. Sit quarendus medius proportionalis inter 144. & 81. quorum uterque superat 50. Quare utriusque partem aliquam, verbi gratiâ, tertiam sumo, quæ est 48. & 27. eiusdem inter se proportionis

C 2

cum

cum datis 144. & 81. Porro in arithmeticis lineis directè sumpta 144. statuo transversè in Geometricis lineis inter 48. 48. quippe tertiam suam partem: deinde immoto instrumento, in iisdem Geometricis, accipio spatium transversum 27. 27. atque hoc ipsum directè metior in arithmeticis, ubi abscindet mihi 108. medium proportionalem, qui quaerendus proponebatur.

DE LINEIS STEREOMETRICIS.

Datum Corpus in petita proportionem augere vel minuire, eadem similitudine manente.

PROBLEMA XV.

Hæ lineæ, quas eò *Stereometricas* appellare visum est, cum earum divisio secundum proportionem solidorum facta sit, usum nobis insignem præbent. Et initio quidem, dato latere cuiuscunque Solidi, reperire licet alterius Solidi latus, ad prius istud proportionem datam habentis.

Sit exempli causâ linea A. diameter sphaeræ, vel latus cubi, alteriusve Solidi: jubeamurque invenire diametrum vel latus alterius Solidi, quod ad illud habeat proportionem, quæ est 5. ad 9. Accepta circino linea A. transversè in Stereometricis lineis statuatur inter 9. 9. immotoque sic instrumento excipiat ex iisdem distantia punctorum 5. 5. quæ est linea B. diameter aut latus homologum alterius petiti Solidi in data proportionem minuti.

B. 5.

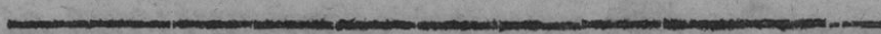
A. 9.

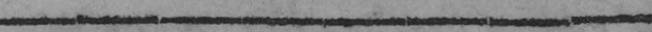
Propositis duobus corporibus similibus, quam inter se proportionem habeant, investigare.

PROBLEMA XVI

Hoc

Hoc problema non multum à superiore differt, nec est solutu difficile. Proponantur quorumcunque duorum similium corporum homologa latera A. & B. quæratursque, quam inter se proportionem ista corpora obtineant. Extendatur circinus ad quantitatem alterutrius datæ lineæ, ut A. & applicetur transversè ad quæ placuerit puncta linearum Stereometricarum, ut inter 50. 50. & immoto instrumenti situ experiaris, inter quæ puncta cadat altera quoque linea B. Cadat hîc inter 21. 21. Quare pronunciamus, quòd solidum A. ad B. habeat proportionem eam, quæ est 50. ad 21.

A 

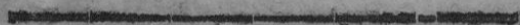
B 

Solidis similibus quotlibet propositis unum aliquod æquale ac simile construere.

PROBLEMA XVII.

Proponantur tres lineæ, A. B. C. homologa latera trium Solidorum similium: quibus unum aliquod æquale constructurus, accipe circino lineam A. & eam ad quod volueris punctum Stereometricarum linearum accommoda transversè, exempli causâ inter 30. 30. immoto instrumento periclitare, quibus punctis congruat linea B. congruat autem, verbi gratiâ, 12. quæ coniungantur cum prius inventis 30. aggregatû 42. memoriâ teneatur. Porro linea C. ibidem circino sumpta in iisdem Stereometricis lineis cadat inter 6. 6. qui numerus cum dictis 42. conjunctus, constituit 48. Quare si sumatur interuallum 48. 48. habebitur linea D. super qua constructum solidum simile, proposita tria solida A. B. C. in se complectetur.

C. 6.



B. 12.



A. 30.



D. 48.



C 2

Differentia

Differentia duorum similium corporum eodem reperitur modo, quo suprà problem. 11. differentia similium planorum. Sint A. & B. sphaerarum axes, aut aliorum similium corporum homologa latera: ex his linea A. circino excepta statuatur in linearum stereom: quibus libuerit punctis transversè, ut inter 100. 100. Deinde linea B. circino item sumpta, instrumento non mutato, exploretur, quò possit accommodari: possit autem inter 60. 60. Jam subtrahantur 60. ex 100. residuum est 40. Quare spatium transversum inter 40. 40. erit linea C. cuius Solidum est differentia duorum propositorum Solidorum similium A. & B.

A. 100.

B. 60.

C. 40.

Radice[m] cubicam extrahere.

PROBLEMA XVIII.

Diversos duos modos cubicæ radicis investigandæ hîc exponemus: quorum primus pertinet ad numeros mediocres, alter maximos. Et mediocres quidem illos dico, qui subtractis tribus posterioribus notis, putà centenarijs, denarijs & unitatibus, non excedunt 148. In horum igitur analysi sic est accommodandum instrumentum. E lineis arithmeticis directè accepta 40. in stereometricis transversè statuatur inter 64. 64. Hic instrumenti situs ad finem secuturæ operationis ne mutator. Porro ex proposito numero ultimæ notæ tres auferantur: ac residuum è stereometricis lineis accipiatur transversè: quod intervallum si metiamur directè in arithmeticis lineis, propositi numeri cubicam radicem habebimus. Esto, gratiâ exempli, cubus 80216. ex quo, accommodato priùs, ut modò præceptum, instrumento, tres posteriores notæ sublatae, relinquunt 80. quæ si è stereometricis lineis excipias transversè, & in arithmeticis directè metiaris, invenies 43. proximam dati numeri radicem cubicam.

Observe, si detractis illis posterioribus tribus notis, residuum excederet

excederet 148. qui maximus nostrarum stereometricarum numerus est, quòd tum per partes operandum sit. Ut, proponatur numerus 185840. ex quo abiectæ tres ultimæ figuræ 840 relinquunt 186. (dico 186. et si reverâ sint 185 quia è tribus abiectis centenarius 8. est plusquam 5. hoc est, plusquam dimidiis millenarius, quare pro integro millenario sumitur, pro eoque ad residuum 185. unitas adjicitur, ut sint 186.) quod residuum quia superat 148. accipiemus eius medietatem, hoc est, 93. transversè è stereometricis lineis tradito suprà modo dispositis: atque hoc spatium stereometricè duplicandum est, hoc est, applicandum transversè ad earundem stereometricarum numerum aliquem, cuius duplus alius ibidem extet: atque hoc duplum spatium si in arithmetica scala metiaris, dabit radicem quæsitam. Ut in exemplo nostro spatium transversum inter puncta 93. 93. modò acceptum, in stereometricis lineis transversè statuas inter 40. 40. in iisdemque situm immotum tenentibus, accipias spatium inter 80. 80. quod in arithmeticis lineis directè si metiaris, abscindet 57. quæ proxima numeri propositi radix est.

Alter modus operandi, maximis numeris inserviens, hanc instrumenti dispositionem postulat, ut 100. in arithmeticis lineis directè sumpta, transversè statuantur inter 100. 100. stereomet: atque hic situs ad finem operationis maneat idem. Deinde ex proposito numero sunt abjiciendæ quatuor ultimæ notæ: & numerus, qui restat, in stereometricis accipiendus transversè, hocque spatium in arithmeticis directè metiendum. Proponatur, exempli causâ, numerus 1404988. ex quo radicem cubicam extracturus, initio statuas instrumentum eo, quem dixi, modo: deinde posteriores quatuor figuras abjicias, & restabunt 140. quem numerum è stereometricis excipias transversè, & hoc spatium in arithmeticis directè abscindet 112. propositi numeri radicem proximam. Memineris autem, si numeri post abjectionem posteriorum 4. notarum remanentes excederent 148. maximum in stereometricis lineis numerum, quòd per partes operari oporteat: id quod & in superiore regula monuimus.

Duas medias proportionales invenire.

P R O B L E M A XIX.

Si duo numeri, vel duæ lineæ numeris expressæ proponantur, inter
C 4 quas

quas alia duæ mediæ proportionales inveniendæ forent, id assequemur facilimo negotio per stereometricas lineas nostras, ea ratione, quæ patet è sequenti exemplo.

Sunto duæ lineæ, A. & D. quarum illa sit 108. hæc 32. partium. Inter quas, medias duas proportionales inventurus, accipe circino lineam A. maiorem, eamque transversè in stereometricis colloca inter 108. 108. & immoto Instruimento excipe intervallū inter 32. 32. quæ erit lōgitudo secundæ lineæ B. quam si metiamur eadem scalâ, qua mensi sumus duas propositas, continere depræhendemus 72. Porro tertiam lineam C. sic inveniemus. In iisdem stereometricis statue modò repertam lineam B. inter 108. 108. iterumque immoto instrumento sume distantiam punctorum 32. 32. Atque hæc est magnitudo tertiæ lineæ C. quam in eadem scala si metiemur, inveniemus esse 48. partium.

A	108.
B	72.
C	48.
D	32.

Neque tamen est necesse, principiò maiorem lineam A. capere: sed & à minore D. licet operationis initium facere, Nam utrolibet modo scopum eundem attinges.

Datum parallelepipedum in cubum æqualem redigere.

PROBLEMA XX.

Propositi parallelepipedi dimensiones inæquales hæc sunt: 72. 32. & 84. Quæritur latus cubi huic æqui. Sume medium proportionalem numerum inter 72. & 32. juxta modum suprâ problemate 14. expositum hoc est, accipe 72. directè in arithmetica scala, & ea statue per transversum inter 72. 72. geometricarum linearum: vel potiùs, quia non eò usque

usque se numeri Geometricarum extendunt, inter 36. 36. (quæ est medietas de 72.) & immoto sic instrumento, ex iisdem Geometricis itidem transversè sumatur alter numerus 32. imò, ut rectius dicam, eius medietas, hoc est, 16 (siquidem & primus 72. ad medietatem suam 36. accommodabatur.) Repertum hocce spatium in arithmetica scala recta metire, inveniesque continere 48. qui est numerus medius proportionalis inter datos 72. & 32. Hoc ipsum spatium in stereometricis per transversum statuas inter 48. 48. et immoto instrumento ex iisdem stereometricis excipias transversum quoque spatium inter 84. 84. quæ tertia propositi Solidi dimensio est. Hæc postremò reperta linea, (quam in arithmetica scala deprehendes esse partium $57\frac{1}{2}$ circiter) est latus cubi proposito parallelepipedo æqualis.

DE LINEIS METALLICIS.

Dato corpore metallico, ex alio quovis metallo corpus æquilibre ac simile construere.

PROBLEMA XXI.

Habent harum linearum divisionis puncta characteres hos adscriptos: Au. Pl. Ar. Cu. Fe. St. Ma. Sa. qui significant, Aurum, Plumbum, Argentum, Cuprum, Ferrum, Stannum, Marmor, Saxum. In his habentur proportionales ac differentie ponderis inter materias ibidem notatas. Unde ad quamlibet aperturam divaricatis Instrumenti cruribus, transversa correspondentium characterum intervalla nobis exhibent diametros globorum, aut latera corporum aliorum inter se similium & æquipondiorum: hoc est, ut explicatius dicam, tantundem est pondus aurei globi, cujus diameter æquatur distantie characterum Au. Au. quantum plumbei, cujus diameter est intervallum punctorum Pl. Pl. vel marmorei, cujus diameter punctorum Ma. Ma. sic ut in momento quasi cognoscere possimus id, quod alias difficile satis est, quantæ magnitudinis debeat esse corpus, aliquâ è suprà dictis materiâ constans, ut sit

D æquilibre

æquilibre alij alicui corpori simili, conflato ex alia aliqua materiarum dictarum. Hæc operatio, metallorum transmutatio dici potest. Ut si linea A. diameter foret globi stannei, diametrum aurei globi, æqualis cum isto ponderis investigaturus, accipe circino lineam A. eamque per transversum applica punctis St. St. & immoto instrumento excipe spatium punctorum Au. Au. quod est linea B. diameter aurei globi, qui dato stanneo æquilibris est.

B

A

Quod ipsum de aliis omnibus corporum generibus, & aliis materiis in instrumento notatis intelligitor.

Cæterum si harum Metallicarum, & præcedentium Stereometricarum usum jungamus, multò majorẽ inde commoditatẽ percipiemus, ut jam jam declarabitur. Ac initio quidem poterimus

Invenire proportionem, quam inter se quoad pondus obtinent omnia metalla, cæteræque materia in lineis Metallicis expressæ.

PROBLEMA XXII.

Sit, exempli causâ, propositum, explorare proportionem, quam inter se ratione ponderis Argentum & Aurum obtinent. Circino sume distantiam inter Instrumenti centrum, & punctum Ar. & hanc ad quod volueris linearum Stereometricarum punctum applica transversè, verbi gratiâ, ad 100. 100. Deinde, situ Instrumenti nihil mutato, cape distantiam inter eiusdẽ centrum, & punctum Au. & explora, cui numero hæc possit accommodari in Stereometricis: congruat, exempli causâ. punctis 60. 60. Quare pronunciamus, aurum & argentum eam ponderis inter se proportionem habere, quæ est 100. ad 60.

Est autem hoc loco diligenter advertendum, quòd in operando, diametri sumptæ ac lineis stereometricis applicatæ, ponderis metallici proportionẽ ordine converso monstrent: hoc est, (ut in adducto exemplo

plo patuit) Argenti diameter, auri pondus arguit: itemque diameter auri denotat argenti pondus. Vnde cognoscimus, aurum esse ponderosius argento, pro ratione 40. ad 100. Nam 40. est differentia modò reperi-
torum duorum auri & argenti ponderum.

Quibus cognitis, egregium problema quoddam resolvere possumus. Nam si proponatur aliquod Solidum, quacunque materiâ in Metallicis lineis notatâ constans: & jubeamur aliud construere Solidum, dato priori simile, & æquale: verbi causâ, si statua marmorea detur, petaturque, ut fabrefiat argentea statua, priori æqualis: quæritur, quot argenti libræ requirantur ad hoc perficiendum. Hoc sciturus, explora pondus datæ statuæ marmoreæ: quod, exempli gratiâ, sit 25. librarum. Deinde circino sume distantiam inter Instrumenti centrum & punctum Ar. quæ est materia futuræ statuæ: atque hanc distantiam, aperto Instrumento statuæ in lineis stereometricis ad puncta signata numero ponderis datæ statuæ, hoc est, inter 25. 25. Tum hac Instrumenti dispositione nihil variatâ, rursus excipe distantiam inter Instrumenti centrum & punctum Ma. & explora, quibus stereometricarum punctis hæc aptari transversè queat, repertoque, quòd aptetur punctis 96. 96. pronuntiabis, argenti libras 96. requiri ad statuam conficiendam, datæ marmoreæ, ratione magnitudinis æqualem.

Datis duobus homologis lateribus duorum similium Solidorum diversâ materiâ constantium, invenire proportionem: quam Solida illa ratione ponderis inter se obtinent.

PROBLEMA XXIII.

Esto linea A. cuprei, & B. ferrei globi diameter. Explorare placet, quam ponderis inter se proportionē habeant. Accipe circino lineâ A. eamque aperto Instrumento transversè in Metallicis lineis statuæ inter puncta Cu. Cu. & hac aperturâ nihil mutatâ, statim excipe distantiam punctorum Fe. Fe, quæ est linea C. quæ si æqualis erit lineæ B. dicemus, duo data Solida A. & B. æquipondia esse. Sin minùs, quoniam C. est diameter globi ferrei æquilibris globo A, manifestum est, eandem esse dif-

D 2

ferentiam

A

B

C

ferentiam inter duos globos A. & B. quæ est inter C. & B. & quia C. & B. sunt ejusdẽ materiæ, eorum differentia facillè per Stereometricas lineas invenietur, eo modo, qui suprà problem. 16. traditus est: nimirum accipiemus circino lineam C. eamque ad quem placet numerum, verbi causâ inter 30. 30. statuemus, transversè. Hoc facto, periclitabimur, quò cadat linea B. & reperto, quòd aptari possit inter 10. 10. dicemus, globũ cupreum A. triplum esse ad ferreum B.

Conversa præcedentis operationis eadem facilitate, usũque linearum earundem conjuncto, potest institui. Hoc est, dato pondere simul ac diametro globi (vel etiam alterius Solidi latere) ex ea materia, quæ in Metallicis lineis exprimitur, conflati: reperire licet magnitudinem alterius solidi similis, quod constet quacunque materiæ dictarum, & quocunque petito pondere. Ut si linea C. diameter esset sphæræ marmoreæ, 7. libras pendẽtis, ac invenire juberemur diametrum plumbeæ sphæræ, 20. libras pendentis, operatio duplex esset instituenda. Nam primò transmutare oportet marmor in plumbum: deinde pondus est augendum ex 7. usque in 20. Operatio prima perficitur mediantibus lineis Metallicis, accomodando diametrum C. transversè ad puncta Ma. Ma. ex immoto deinde Instrumento itidem transversè sumendo distantiam punctorum Pl. Pl. quæ erit diameter globi plumbei dato marmoreo æquilibris, hoc est, 7. quoque libras pendentis. Verùm quia 20. libræ postulantur, ad Stereometricas est recurrendum, dictaque distantia transversè punctis 7. 7. ibidem accomodatâ, statim intervallum transversum punctorum 20. 20. excipiendum, quod æquatur lineæ D. quæ sine dubio diameter est globi plumbei, vel latus alterius figuræ solidæ, 20. librarum.

C. Mar. 7. lib.

D. plu. 20. lib.

Isidem

*Isdem hisce lineis uti loco Sphærometrica regula
bombardariorum, universaliter cuiusque
materie globis, & omnibus ponderum generibus
accommodata.*

PROBLEMA XXIV.

Positum est extra dubium, esse diversa materiarum diversarum pondera, & ferrum lapide, plumbum ferro plus pēdere. Unde consequi necesse est, quia modò lapideas, modò ferreas, vel etiā plumbeas pilas eadē bombarda ejaculatur, quòd, si plumbea ista pila pendit certas libras, ferrea pauciores, & multò pauciores lapidea pendat: quodque per consequens diversa pyrii pulveris quantitas pro diverso globorum pondere sit injicienda. Ita ut sphærometricæ illæ regulæ (calibri vulgò dicuntur) quæ ferrearum pilarum diametros cum pondere notatas habent, nihil inserviant ad lapidearum vel plumbearum pondus explorandum: sed necesse sit, mensuras dictarum diametrorum augere vel minuere pro materiæ diversitate.

Præterea manifestum est, quòd apud diversas gentes diversa numerandorum ponderum sit ratio: imò quòd non in quavis modò provincia, sed omni propè civitate, diversa librarum quantitas in usu sit. Unde sphærometrica ista regula, quæ huius loci est accommodata ponderi, alterius loci pondera non metietur: verum prout in hoc vel illo loco majores minoresve libræ sunt usitatae, etiam divisiones regulæ sphærometricæ maiora minorave ut obtineant intervalla, oportet. Ex hisce concluditur, sphærometricam regulam, omnis generis materijs, & omnibus ponderum differentijs accommodatam, oportere esse mobilem, hoc est, talem, quæ augeri minuive possit. Hujusmodi regulæ vice funguntur exactè nostræ stereometricæ lineæ. Nam pro earundem apertura diversa, crescunt aut minuuntur intervalla, ipsarum divisionibus interjecta: nihil prorsus immutata earum proportione.

Quibus generatim expositis, nunc huius regulæ sphærometricæ specialem ad omnes ponderum differentias, ac materias diversas applicationem aggrediemur. Et quoniam in ignoti cognitionem absque alia aliqua re præcognita venire nemo potest: requiritur, ut nota sit nobis una sola diameter globi cuiusdem ex quacunque materia, & quocunque

pondere respondente libris illis, quæ ibi loci sunt usitata, in quo Instrumentū usui pare animus est. Atq; huj⁹ unius diametri ope, mediante regula nostra sphærometrica, veniemus in cognitionē aliorum globorum, cujus tandem cunque vel ponderis, vel materiæ, modò hæc in lineis nostris Metallicis notata fuerit.

Operandi rationem exemplo manifestam reddemus. Supponamus, esse nos, verbigratiâ, Venetiis, ubi Tormenta bellica, quanti ponderis globos ejaculentur, per instrumentum nostrum exploraturi, primò parabimus globum aliquem noti ponderis, confectum ex aliqua materia in instrumento signata. Ponam⁹, exempli causâ, notâ esse diametrum globi plumbei pendentis decem libras venetas. Hanc diametrum in alterutro instrumenti crure describemus, ut eam, cùm usus est, in promptu habeamus. Si quando itaq; sphærometricam regulam placet accommodare ea ratione, ut orificii bombardæ diametro sumptâ, & in regulam istam translata, cognoscamus, quanti ponderis globus plumbeus ad illam requiratur: est necesse, ut accipiatur circino diameter illa nota globi plumbei 10. librarum, in instrumenti crure descripta: hæc q; in lineis Stereometricis inter puncta 10. 10. transversè statuatur: quæ sic dispositæ, sphærometricam nobis regulam exactissimam præbent, in quam cuiusq; bombardæ orificii diameter translata, transversis, quibus ea poterit applicari, punctis ostendit, quanti ponderis globum plumbeum dicta bombardæ recipiat.

Quod si porrò sic disponere lubet instrumentum, ut pro globis ferreis regulæ sphærometricæ vicem præbeat: eam ipsam globi plumbei 10. librarum diametrum in instrumento expressam accipe, ac in Metallicis lineis transversè inter puncta Pl. Pl. statue, & hunc instrumenti situm nihil mutans, ex iisdem excipe distantiam punctorum Fe. Fe. quæ est diameter globi ferrei 10. libras pendentis: quam in lineis Stereometricis interjice punctis 10. 10. per transversum. Nam ita Stereometricæ hæ lineæ præbent exactam sphærometricam regulam pro ferreis globis. Quæ ipsa Instrumenti pro globis lapideis accommodandi ratio est.

Observetur, cùm opus esse videatur, in instrumenti crure alterutro notare diversas diametros globorū, respondentes rationi librarū in diversis regionibus usitatarum: quòd vitandæ confusionis causâ sufficiat, notare semper plumbei saltem globi 10. libras pendentis diametros, quas pro diversitate librarum in singulis regionibus consuetarum majores aut minores inveniemus. Neque verò est opus, ut ad hæc diametros inven-
niendas

niendas, actu confici cures globos plumbeos, singulos 10 librarum. Nam cujus tandem cunque ponderis aut materiæ illi fuerint, ex iis diametrum globi plumbei 10. librarum invenire non erit difficile pereâ, quæ suprà Probl. 23. tradita sunt, ubi data diametro globi, cujuscunque ponderis ac materiæ, docuimus invenire diametrum alterius globi, quocunque alio pondere, & quacunque aliâ materiâ (modò ea in Metallicis lineis expressa sit) constantis. Unde, si modò in qualibet regione paremus globum aut marmoreum, aut lapideum, aut aliâ materiæ in Instrumento signatâ, statim poterimus investigare diametrum globi plumbei 10. libras pendentis.

Proposito cujuscunque materiæ corpore, reperire cunctas particulares mensuras corporis similis ex aliâ materiâ confecti, petitasque libras pendentis.

PROBLEMA XXV.

Inter alios usus, quos hæ nobis lineæ suppeditant, est & hic, quòd solidas figuras quacunque petita proportionè, sive mutatâ, sive non mutatâ materiâ, possumus augere vel minuere. Quæ res exemplo sequente dilucida reddetur. Esto tormenti bellici proplasma quoddam exiguum, (vulgò modellus dicitur) verbi causâ, stanneum: ex quo cunctæ mensuræ particulares, grandioris tormenti è cupro confecti, & 5000. libras pendentis excerpendæ sunt. Initiò itaque pondus istius proplasmatis exploretur, quod exempli causâ sit 17. librarum. Deinde sumatur quæ placuerit ejusdem dimensio, verbi causâ, orificii magnitudo: eaque transversè statuatur inter puncta St. St. metallicarum linearum: (cum hæc sit materia dati proplasmatis) Et quia majus tormentum ex cupro conficiendum est, immediatè capiatur distantia punctorum Cu. Cu. quæ erit amplitudo orificii tormenti cuprei dato proplasmatis stanneo æquipondii, hoc est, 17. quoque librarum. Verùm quia tormentum hocce cupreum stanneo non æquipondium esse, sed libras 5000. pendere debet, ad Stereometricas erit recurrendum, in quibus modò dictum spatium punctorum Cu. Cu. transversè applicandû est ad puncta 17. 17. & immoto Instrumento sumenda distantia punctorum 100. 100. quæ foret amplitudo orificii alicujus bombardæ 100. librarum. Atqui bombardâ volumus, quæ pendat libras 5000. Ergo dicta distantia 100. 100. augenda est secundum quinquagecuplam proportionem, cum 100. in 5000. quin-

quagies contineatur. Eam itaque magis expanso Instrumento, ad aliquem numerum aptabimus, cujus quinquagecuplus ibidē extet: quod fiet, si statuamus illam inter 2, 2. ac post indidem capiamus intervallum punctorum 100. 100. quod absque dubio dimensio erit orificio bombardæ grandioris attribuenda. Qua ipsa ratione cæterarum tormenti partium omnium dimensiones investigare licet.

Non minùs etiam tormenti longitudo reperiri potest, quamvis instrumenti crura tanto spatio divaricari nequeant, Est autem proplasmatis non integra longitudo, sed eius aliqua saltem pars, putà octava, vel decima sumenda, quæ per modò expositam rationem aucta sive multiplicata, tandem nobis exhibebit octavam vel decimam partem totius longitudinis bombardæ grandioris.

Cæterùm hoc loco fortè dubium alicui suboriri queat, an, quemadmodum ope metallicarum nostrarum linearum dimensiones memoratas invenimus, unius metalli simplicis in aliud simplex commutatione facta, id ipsum fieri etiam queat in aliqua metallorum duorum Alligatione, quam vocant: ut in exemplo suprà posito, si tormentum formandum esset, non è puro cupro: sed, prout communiter fit, ex eo, quod aliquid stanni habeat admixtum. Quare modum trademus, easdem inveniendi dimensiones in qua tandemcunque Alligatione, non aliter ac in simplici metallo. Consequemur autem hoc, in metallicis lineis notando duo puncta obscura seu exigua. Dico exigua, ut operatione finita pro arbitrio nostro rursus deleri possint. Sit, exempli causâ, tormentum non è simplici ac puro cupro conficiendum, ut suprà supposebatur: verùm ex ære, quod stannum admixtum habeat, ea Alligatione, ut ternas cupri libras singulæ stanni ingrediantur. Quare in utraque linea Metallica spatiolum illud, quod est inter puncta Cu. & St. exactè dividatur in quatuor æquales particulas, quarum tres relinquantur versùs stannum, ac unica versùs cuprum: atque ibi signetur punctum illud obscurum in utraque linea Metallica, quo utemur ad metalli transmutationem hand aliter, ac suprà punctis Cu. Cu. Et hac ratione, nova puncta cujuscunque alligationis metallorum duorum pro re nata signari possunt.

Cæterùm non abs re ac insigni commoditate fuerit, præsertim cùm est facienda transmutatio in metallum mixtum & alligatum è duobus aliis, quacunque data proportionem, animadvertere, quòd repertâ per declaratam operationem solùm unâ dimensione, ejus vi cunctæ

aliæ quàm exactissimè promptissimèque possint inveniri, mediantibus lineis arithmetiis, operandi ratione non multùm discrepante ab ea, quam problemate 3. exposuimus. Exempli causâ. Linea A. diameter erat

B. A. orifici in proplasmate sive modello bombardæ stannæe propositæ: & reperiēbamus lineam B. pro diametro orifici in bombardâ librarum 5000 conficienda ex metallo sic mixto, ut stanni libræ binæ cupri ternas ingrediantur. Dico jam, quòd ad reliquas dimensiones inveniendas arithmeticæ lineæ sufficiant, accipiendo lineam B. eandemque per transversum applicando quibuscunque libuerit arithmeticarum linearum punctis: & quantò maiorem sumpseris numerum, tantò commodius operaberis. Quare collocemus eam inter ultimos numeros 250. 250. atq; hac instrumēti dispositiōe retēta, periclitemur, quibus transversè punctis linea A. congruat, quæ sint, verbi causâ 44. 44. Vnde cognoscimus, quòd in proplasmate dimensio A. ad maioris tormenti dimensionem homologam sese habeat ut 44 ad 250. Quæ ipsa cæterarum proplasmatis ac tormenti maioris dimensionum sibi mutuò respondentium est proportio. Vnde reperturus, exempli gratiâ, posticæ partis crassitiem, accipias eam è proplasmate, ac transversè statuas inter puncta 44. 44. linearum arithmeticarum: ex iisdemque situm hunc invariaturum tenentibus transversam distantiam punctorum 250. 250. excipias. Hæc enim erit posticæ partis in maiore tormento crassities. Quæ ipsa ratione cæteræ dimensiones omnes inveniuntur.

Præterea faciliè simul & exquisitissimè prima illa linea B. respondens puncto propositæ Alligationis metallorum duorum invenitur ita procedendo. Primò separatim investigentur duæ simplices dimensiones, quarum una stanno, altera cupro respondeat: cuiusmodi sunt duæ lineæ CD. CE. ex quibus CD. sit dimensio cupro puro respondens: CE. verò puro stanno: ita ut harum differentia sit linea DE. quæ dividenda erit iuxta proportionem Alligatione assignatam. Vt si metallorum commixtio ternis cupri, binis stanni partibus constaret, linea DE. secunda erit in puncto F. eo pacto, ut FG. versùs stannum tres partes, & FD. versùs cuprum partes duas complectatur. Id quod perficies, totam lineam DE. secādo in quinque partes æquales, earumque tres relinquendo versùs E. ac duas versùs D. Vnde linea CF. erit nostra

E

principalis

E principalis, quæ paulò antè fuerat linea B. per quam solâ linearum
arithmeticarû operâ perficiemus cunctas cæteras dimensiones jux-
3 ta tertii problematis doctrinam, ita ut non sit opus, ad lineas vel
5 metallicas, vel stereometricas ulteriùs recurrere.

DE LINEIS POLYGRA-

phicis.

Polygona regularia describere.

PROBLEMA XXVI.

In altera instrumenti facie primùm offerunt sese lineæ *Polygraphi-*
cæ, à primario, quem habent, usu sic dictæ. Per eas enim super qua-
vis proposita linea planam figuram quotcunque & laterum, & an-
gulorum æqualium facili negotio describere possumus, acceptâ
circino magnitudine datæ lineæ, eaque per transversum collocatâ
inter ejus puncta 6. 6. Quo in situ relinquatur instrumentum, & ex-
cipiatur inde transversum quoque intervallum eorum punctorum,
quæ adnotatum habent numerum laterum ejus figuræ, quam de-
scribere animus est. Exempli causâ, formare jubeamur heptago-
nû, sive septem laterum figuram. Primùm itaque datam lineam sta-
tuemus inter 6. 6. Deinde sumemus intervallum punctorum 7. 7.
quod erit semidiameter circuli compræhendentis heptagonum su-
per linea proposita describendum sic, ut ex lineæ terminis, tan-
quam centris, supra eam ad intervallum repertæ semidiametri fiat
intersectio quædam, ex qua tanquam centro, eadem circini aper-
turâ describatur occulta circumferentia, quæ datæ lineæ terminos
pertransiens, eam præcisè septies in se recipiet, unde septangulum
conficietur: quod erat faciendum.

*Circuli peripheriam in quotlibet partes æqua-
les dividere.*

PROBLEMA XXVII.

*Isdem lineis, circuli propositi circumferentiam in plures partes di-
videre*

videre licet, operandi ratione conversa cum præcedente. Nam circuli propositi semidiameter circino sumitur, statuiturque per transversum inter puncta signata numero partium earum, in quas circumferentiæ divisio fieri debet: immotoque instrumento deinde semper excipitur intervallum punctorum 6. 6. quod in partes petitas circumferentiam secabit. Vt in septem æquales partes datum circulum divisurus, ejus radius collocetur inter 7. 7. & excipiat distantia 6. 6. qua sectionem imperatam absolvet.

DE LINEIS TETRAGONI- CIS.

*Circulum, atque adeò quaslibet figuras regulares
quadrare, ac easdem in se invicem com-
mutare.*

P R O B L E M A XXVIII.

Lineas hæc *Tetragonicas* appellare libuit, ab earum usu potissimo, qui est, circulū, omnesque figuras regulares quadrare. Cujus alioqui subdificilis probleatis hîc expeditissima solutio datur. Etenim dato circulo quadratum æquale constructurus, tantummodò semidiametrum ejus acceptam circino, statues in Tetragonicarum linearum punctis iis, quæ duobus circellis notantur, hoc modo, $\odot \odot$. & immoto sic instrumento, ex iisdem circino sumes distantiam punctorum 4. 4. quæ est latus quadrati dato circulo æqualis.

Haud alia ratione, si latus pentagoni, vel hexagoni, eidem circulo æqualis habere vellemus, accipietur interstitium vel punctorum 5. 5. vel punctorum 6. 6. Hæc namque latera erunt vel pentagoni, vel hexagoni, circulo dato æqualis.

Præterea cum ex converso placet invenire circulum æqualem quadrato, vel alii cuivis polygono regulari, latus ejus circino exceptum statuatur in iis tetragonicarum punctis, quæ numero laterum propositæ figuræ notantur: & immoto instrumento, capiatur ex iisdem distantia circellorum $\odot \odot$, qua semidiametro descriptus circulus, dato polygono æquabitur.

Tandem hac ipsa ratione latus invenietur cujuscunque figuræ regularis, æqualis cuicunque alii propositæ. Vt, octangulum dato pentagono æquale constituetur, si propositi pentagoni latus accommodetur punctis 5. 5. & instrumento non mutato capiatur interstitium punctorum 8. 8. quod erit octanguli latus, ad quærendum propositum.

Diversis figuris regularibus, quamvis inter se dissimilibus, omnibus unam aliquam æqualem constituere.

PROBLEMA XXIX.

Problematis hujusce resolutio dependet cùm è præcedente, tum decimo suprâ declarato. Nam si, gratiâ verbi, proponerentur hæ figuræ, circulus, triangulum, pentagonum, hexagonum: petereturque fieri quadratum istas figuras omnes ambitu suo complexum: initio per antecedens problema separatim invenienda sunt quatuor quadrata dictis quatuor figuris æqualia. Deinde per problema 10. unum aliquod quadratum istis quatuor æquale construendum est, quod absque dubio propositas quatuor figuras æquabit.

Constituere qualemcunque figuram regularem, cuicunque alii figuræ rectilineæ irregulari æqualem.

PROBLEMA XXX.

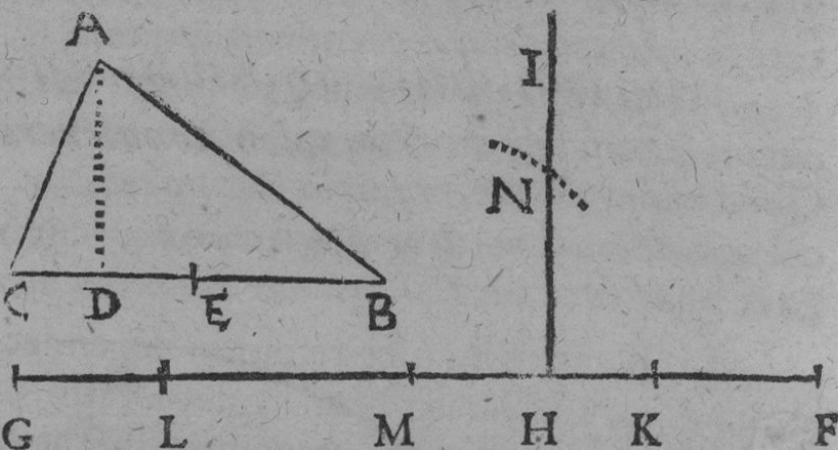
Hocce problema non est utile minùs, quàm curiosum. Docet enim, quomodo cunctæ planæ superficies irregulares possint vel quadrari: vel in circulum, aut quamcunque regularem figuram aliam reduci. Et quoniam omne rectilineum in triangula resolvitur, quando noverimus constituere quadratum æquale cuicunque triangulo: separatim describendo singula quadrata, singulis, in quæ rectanguli resolutio est facta, triangulis æqualia: deinde per problema 10. isthæc omnia quadrata reducendo in unum aliquod: est manifestum, quadratum esse reptum, æquale

le rectilineo proposito. Vnde resolutio problematis hnjusce consistit in inventione quadrati cuicunque proposito triangulo æqualis, quam ex insequenti lemmate discemus.

Lemma pertinenens ad modò dictorum explicatio- nem.

Sit ergo constituendum quadratum æquale dato triangulo ABC

Lineæ infinitæ FG . in-
sistat ad angulos rectos
infinita HI . Deinde su-
matur medietas per-
pendiculi AD . (id quod
circino quaternorum
crurum, cujus breviora
crura subduple sunt ad



longiora, comòdè per-
ficietur) quæ in infinita linea sit HK . Sumatur quoque basis BC . quæ
in eandem infinitam translata, sit HL . Porro KL . bisecetur in M . quo
centro, & radio bisegmento, imposita perpendicularis HI . secetur in N .
Eritque HN . latus quadrati triangulo dato æqualis.

Cæterum quæ jam per linearum descriptionem absque Instrumen-
to sumus operati, per instrumentum facilimè poterimus expedire. Vtin
superiore triangulo est sumenda perpendicularis AD & in scalam arith-
meticam rectam transferenda, ubi abscindet, verbi gr. puncta 13. quæ
ipsa perpendicularis in arithmetice lineis est statuenda inter 13. 13. simi-
literque baseos medietas BE . in scalam arithmetice transferenda, ubi
quia v. g. puncta 12. complectitur, ideoque in geometricis lineis (eun-
dem, quem & antè, situm tenentibus) accipiemus distantiam transver-
sam punctorum 12. 12. quæ erit linea F . eadem cum priore HN , cujus
quadratum æquabitur triangulo dato ABC . F —————

DE LINEIS ADIVNCTIS.

*Circuli cùm segmenta, tum sectores, itémque figu-
ras alias à partibus circumferentie, aut simul à rectis &
curvis lineis comprehensas quadrare.*

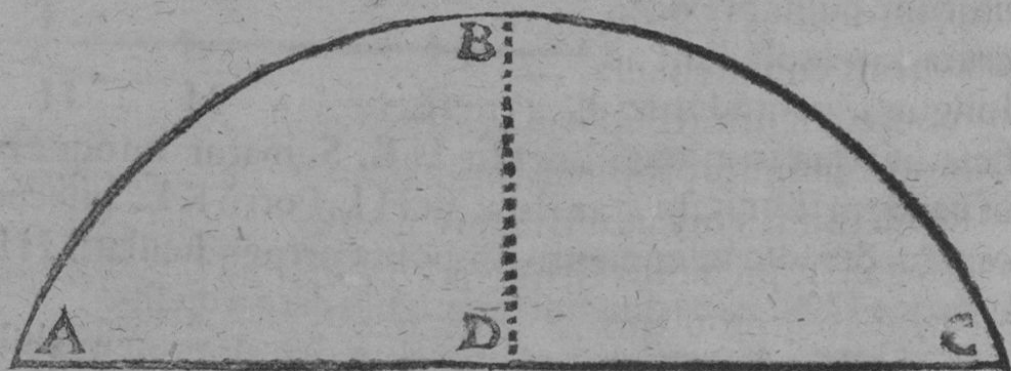
PROBLEMA XXXI.

E 3

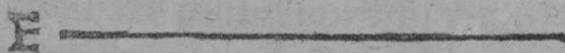
Explicandæ nunc restant *Adjunctæ lineæ*, sic à nobis appellatæ, cum superioribus lineis adjungant id, quod in iis desiderari potuisset: modum videlicet quadrandarum circuli partium, ut segmentorum, sectorum, & aliarum mixtarum figurarum. Sant autem hæ lineæ signatæ duplici numerorum ordine, quorum exterior incipit à puncto hanc semicircularem notam $\cap$ adjunctam habente: post sequuntur numeri 1. 2. 3. 4. usque ad 18. Alter ordo interior incipit ab hoc signo $\square$ sequunturque numeri 1. 2. 3. 4. &c: itidem usque ad 18.

Mediantibus hisce lineis possumus initio quadrare quodcunque circuli datum segmentum, quod tamen semicirculum non excedat. Quod quomodo fiat, exemplo clarum reddam. Estò segmentum ABC, cui æquale quadratum inventurus, biseca chordam ejus AC. in puncto D. & bisegmentum AD, circino sumptum accomoda per transversum

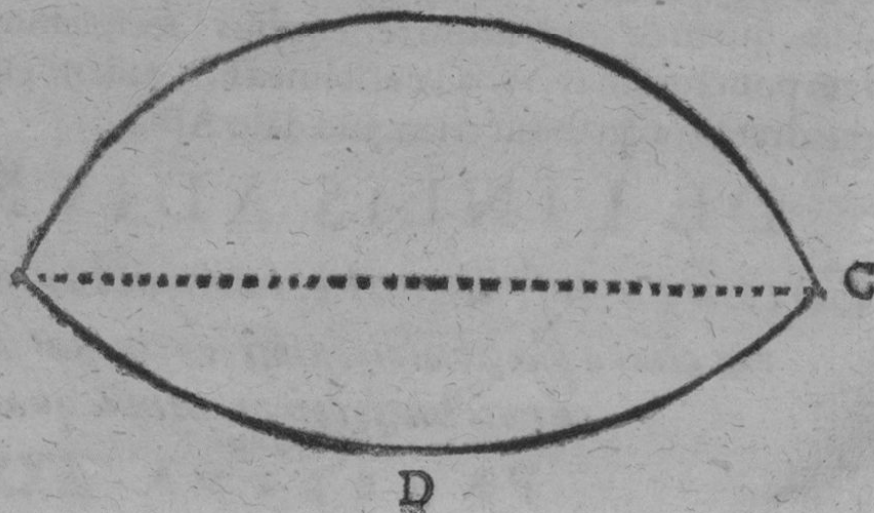
punctis signatis dicto caractere semicirculari $\cap$ instrumentum in hoc statu relinque. Præterea segmen-



ti altitudo DB. quibus punctis exterioris numerorum ordinis congruat, explora. Cadat hic, exempli causâ, inter 6. 6. Porro statim accipe circino spatium inter puncta 6. 6. ordinis interioris, quod erit linea E. latus quadrati dato segmento ABC. æqualis.



Quod si superficiem habere-mus, duobus circuli segmentis comprehensam, qualis est figura ABCD. illâ facile reducemus in quadratum. Nam ducta chorda AC.



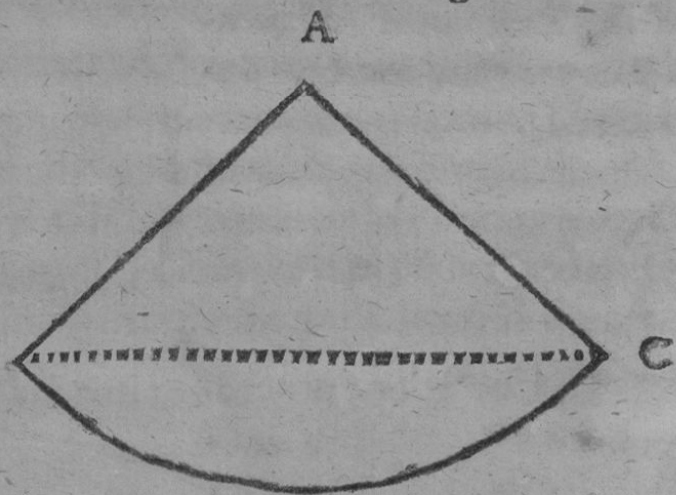
dividet

dividet eam in duo segmenta: deinde per modò traditam regulam inveniuntur duo quadrata segmentis illis æqualia, eadèmq; per problema 10. in unum aliquod rediguntur, quod æquabitur figuræ datæ ABCD.

Non dissimili ratione, circuli quoque Sectorem ABC. quadrabimus. Ejus enim basi chorda CB. subducta, dividet illū in segmentum & triangulum: ex quibus per superius tradita, duo quadrata, & ex his duobus unum aliquod construi facillè potest.

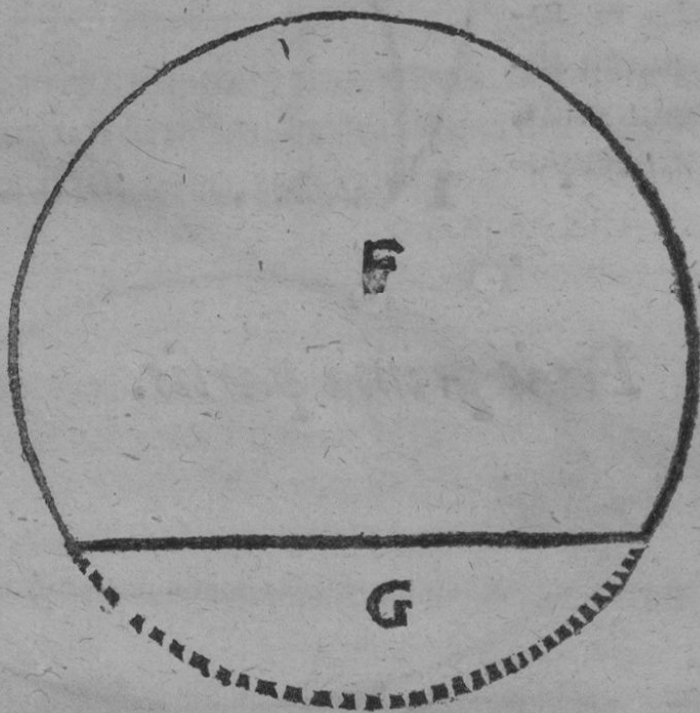
Superest, ut ostendamus, quomodo per easdem lineas oporteat quadrare segmenta

B



C

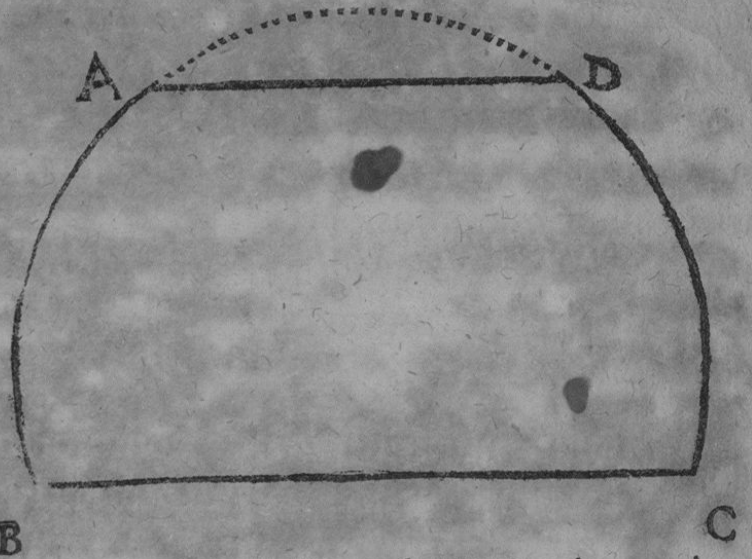
femicirculo majora, ut F: item trapezia duabus rectis ac duabus curvis comprehensa, cujusmodi est figura ABCD. præterea Meniscos five lunulas, qualis est X. Quorum omnium problematum eadem est resolutio. Nam quod attinet ad segmentum semicirculo majus, si modò tradita ratione quadraverimus segmentum minus G, hocque quadratum subtraxerimus è quadrato, quod juxta problema 28. æquatur toti circulo: residuum quadratum æquabitur segmento majori.



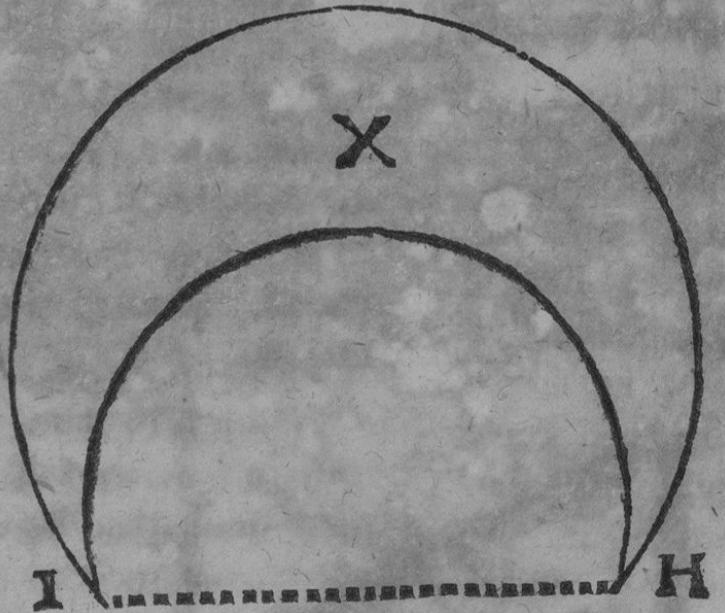
E 4

Sic

Sic in trapezio quadrando, est inveniendum primò quadratum
æquale segmento majori
BAEDC. Deinde ex hoc i-
pso quadrato subtrahendū
est id quadratum, quod
æquatur minori segmento
AED. Residuum quadra-
tum æquabitur trapezio da-
to ABCD.



Eadem ratione proceditur in quadratura Lunulæ X. Ducitur quip-
pe chorda HI, comunis utri-
que segmento: separatim
deinde investigantur qua-
drata iisdem segmentis æ-
qualia: quorum differentia
æquatur Lunulæ X. Quo-
modo autem geometricarū
linearum ope, duorum qua-
dratorum differentia sit in-
venienda, eadēque in ali-
ud quadratum reducenda,
suprà problem. II. fuit expo-
situm.



Finis primæ partis.

PARS ALTERA,

QVA DECLARATUR USUS

Quadrantum, inter utrumque propor-

tionum Instrumenti crus interjecto-

rum.

ADjungitur instrumento commodioris & amplioris usus gratiæ Limbus Quadrantis, instrumenti cruribus interceptus: in cuius interiori parte descripta extat scala bombardariorum, in partes 12. æquales pro more divisa. Scalæ hujus usus est, ut instrumenti uno crure in tormenti cavitatem imposito perpendiculum è centro dependens in ea monstret, ad quam altitudinem elevata sit machina.

Cæterum quia res non caret periculo, si quis munimentum egressus, & scalam hanc orificio tormenti applicans, hostium sese conspectui exponat, inventa est alia hoc ipsum perficiendi ratio securior, scalam applicando posticæ parti bombardæ. Quoniam autem tormenti cavitas non est parallela cum exteriori superficie, ac posteriores partes crassitie suæ superant anteriores, oportet hunc defectum supplere prolongato instrumenti eo crure, quod orificium tormenti spectat: quæ prolongatio fit, admotâ quadam pinna seu ancône mobili. Necesse est, ut una solum vice tormentum in libellam collocetur, hoc est, ita statuatur, ut axis tormenti sive linea, quæ per mediam ejus cavitatem transit, exactè cum plana Finitoris superficie congruat. Quo factò, in illa tormenti parte, qua pulvis pyrius accenditur, instrumentum statuatur, ejusque crus antè admotâ pinnâ volubili tantisper prolongetur, donec perpendiculum secet punctum 6. quod in scala medium est. Deinde sistatur pinnâ per cochleolam suam, ac in instrumenti crure signetur lineola quædam obscura eo loco, ubi terminatur illa fistula transversa quæ pinnam adfixam secum defert: quò res sic exigente postea queat eadem accommodatio pinnæ repeti. Quod si iam tormentum ad unum scalæ punctum elevare placet perpendiculum secabit numerum 7, sin ad duo puncta, secabit 8, &c:

Altera, quæ sequitur, divisio Quadrantis est Astronomici, cujus

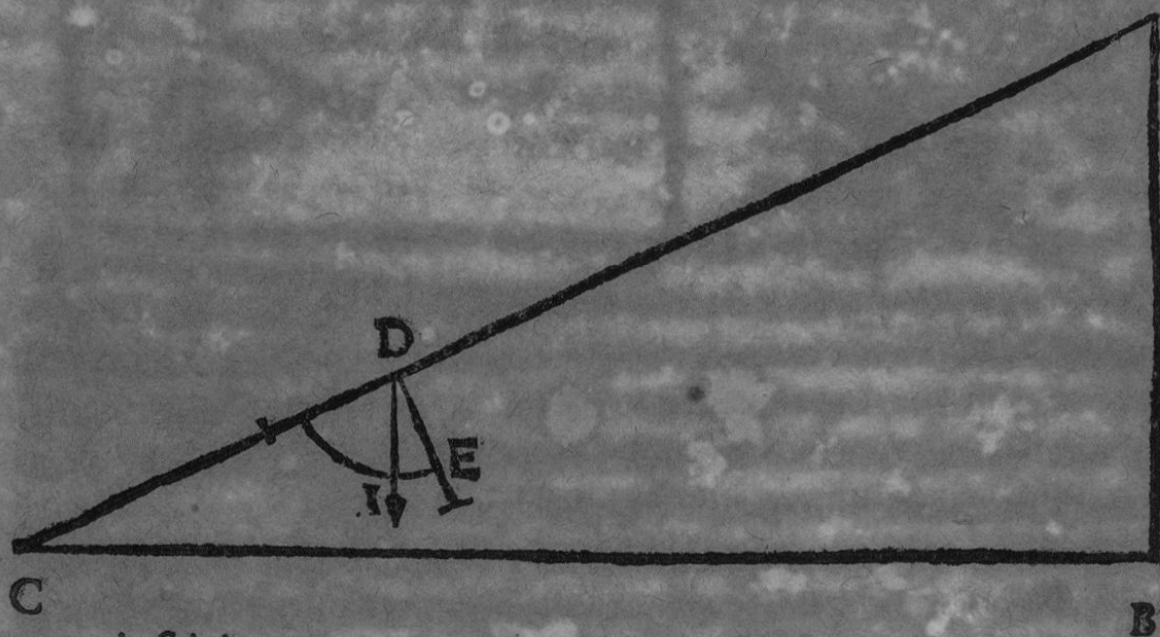
usus cū ab aliis jam antè satis superque fuerit expositus, eum hoc loco declarare, non est operæpretium.

Tertia circumferentia, quæ illam excipit, quibusdam transversis divisa lineis, ad murorum inclinationes explorandas inservit. Incipit autem ab ea inclinatione, in qua cathetus ad basin se habet, ut 10. ad 1. ac progreditur ad eam usque, cujus cathetus ad basin est, ut $1\frac{1}{2}$ ad 1. Usurus hoc instrumento, perpendiculum suspendas ex illo minuto foramine, quod ad principium scalæ bombardariorum conspicitur: ac oppositum instrumenti crus applices ad murum, & observes, quodnam punctum filum perpendiculare transeat: quod sit, exempli causâ, 7. Quare pronunciamus, murum istum sic inclinatum esse, ut cathetus sive perpendicularis à summa ejus parte ad imam basin descendens, septupla sit ad eandem basin.

Ultima circumferentia, quam nunc fusiùs explicandam sumemus, in 200. partes divisa, scala est, altitudinibus, profunditatibus, ac distantis metiendis inserviens. 1. *Altitudinum geodesia.*

Ac initio quidem diversas rationes ostendemus altitudinis metiendæ, facto principio ab altitudinibus ad perpendiculum erectarum rerum, ad quarum radicem accessus patet. Sit altitudo turris AB. à cujus ima parte B. digrediamur versùs C. ad intervallum 100, pedum, (vel decempedarum, vel quarumcunque mensurarum aliarum.) Deinde per

A

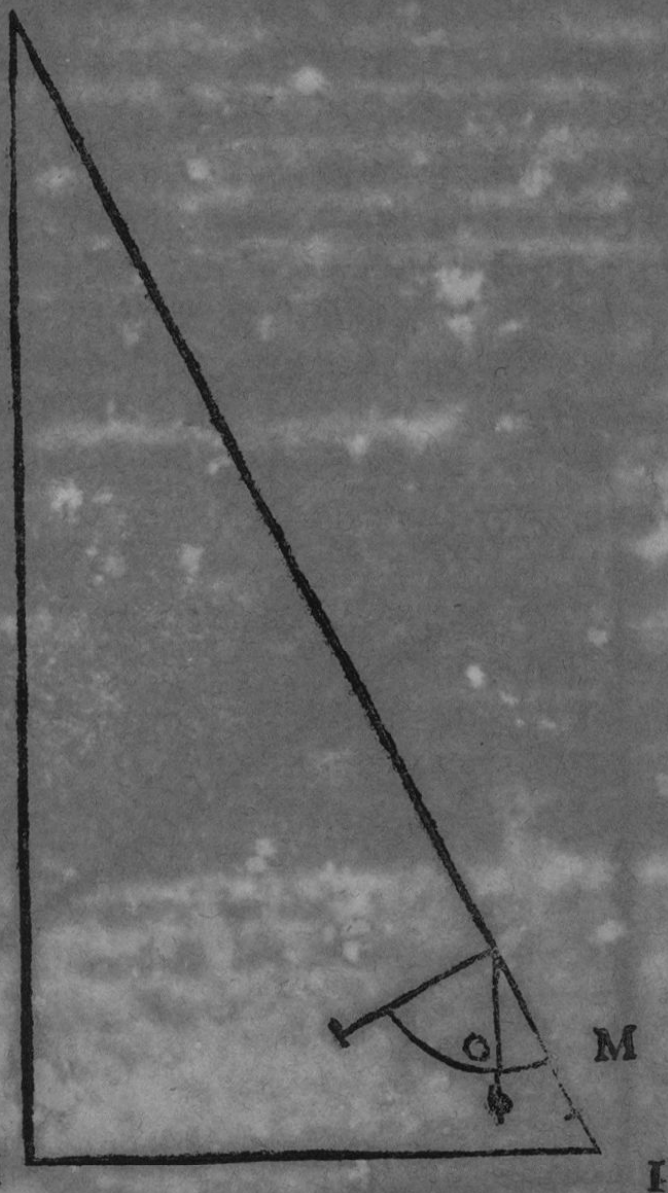


dioptras inspiciatur cacumen A. ut sit linea visiva CDA. note nturque puncta, à perpendiculari filo DI. abscissa, quæ si fuerint in umbraveria, sive

siue ea, quæ oculo opponitur, ut hoc in exemplo est arcus EI. 47. punctorum: di cemus, altitudinem turris AB. tot esse pedum, quot sunt abscissa puncta, nimirum 47.

Quod si verò filum caderet in umbram rectam, seu eam, quæ est oculo propior, quemadmodam apparet in sequenti figura, ubi in altitudine GH. dimetienda perpendiculum abscindit arcum MO. tum per numerum abscissum dividenda sunt 10000. quotiens erit altitudinis GH. mensura. Vt, si perpendiculum attigisset punctum 50. per hæc 50. dividantur 10000. Quotiens 200. altitudinis GH. mensura est.

Et quia videmus, quòd perpendiculum nonnunquã secet illas centesimas partes, quæ contiguæ sunt ei cruri, in quo dioptræ sunt: nonnunquam autem oppositas: (hoc est, quòd interdum incidat in altimetra nostræ scalæ umbræ rectã interdum in versã) idque in sequentib⁹ operatiõib⁹ pluribus evenire possit; ideoque pro regula universali teneatur: H

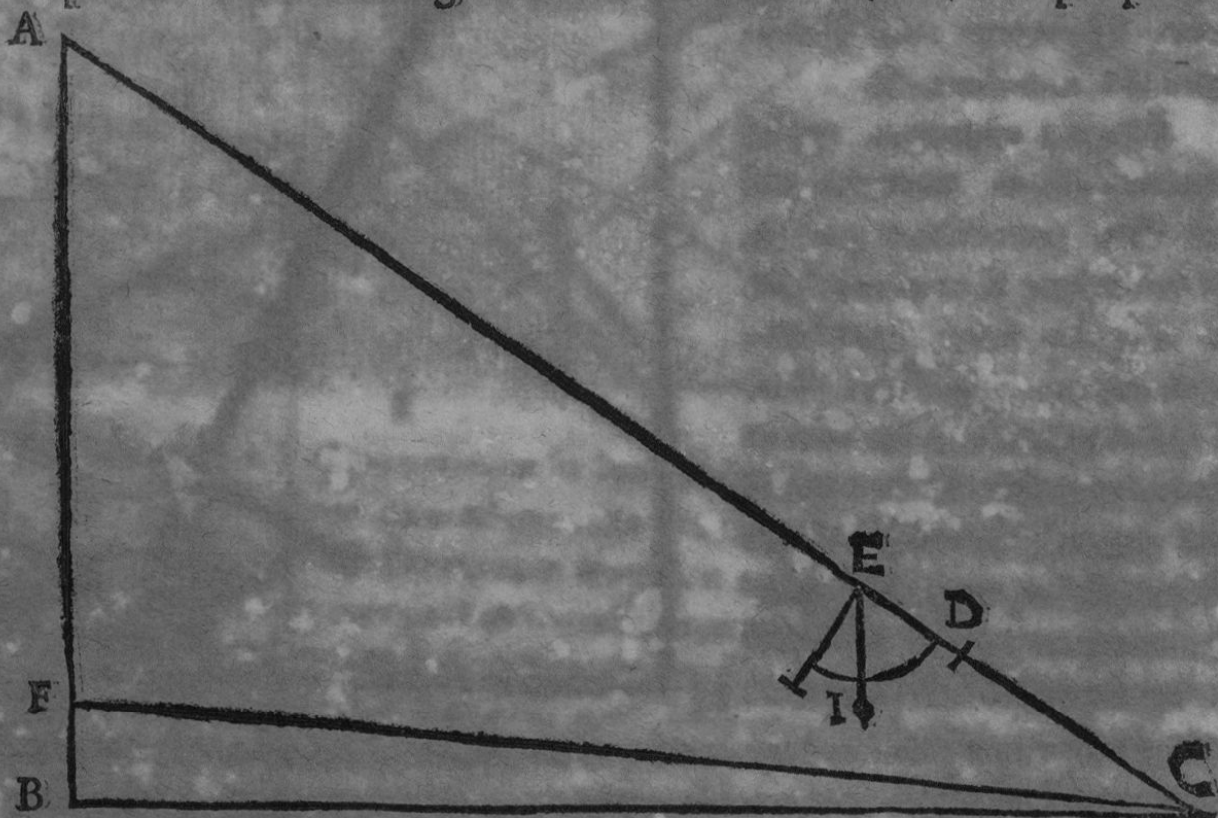


Quotiescunque perpendiculum incidit in umbram rectam, hoc est, eas centesimas, quæ sunt observatoris oculo contiguæ, quòd per numerum abscissum à perpendiculo dividere semper oporteat 10000. ac de reliquo sequi regulã præscriptam. Et in sequentibus quidem exemplis perpendiculum semper alteras tantum centesimas transire præsupponemus.

Cæterum ut varietas atque multitudo usuum hujus Instrumenti magis perspiciatur: modum ostendam, quo supputationes laboriosiores, quæ in altimetra scalæ usu sese offerunt, evitari, ac summa brevitate facilitatèque perfici queant, arithmeticarum linearum interventu. Et ut

ab operatione præfenti faciam initium, si quis ignarus arithmeticae 10000. per abscissum perpendicularo numerum dividere non posset, ex arithmetice lineis directè capiat 100. eaque per transversum statuatur inter puncta illius numeri perpendicularo abscissi: post instrumento non variato, excipiat indidem transversam distantiam in punctorum 100. 100. quam si directè metiamur, exhibebit altitudinem quæsitam. Vt si perpendicularum secuisset 77. in arithmetica linea 100. directè sumpta, transversè statuatur inter 77. 77. statimque distantia punctorum 100. 100. excipiat, quam si metiaris directè, continere deprehendes 130. puncta ferè quanta scilicet est mensura propositæ ad metiendum altitudinis.

Alter modus altitudinis metiendæ non est adstrictus ad 100. pedum distantiam à basi: sed quovis à basi intervallo perficitur, ut exemplo sequente patefcat. In puncto C. metiri placet altitudinem turris AB. sit itaque visiva linea in fastigium turris directæ CDE; notenturque puncta

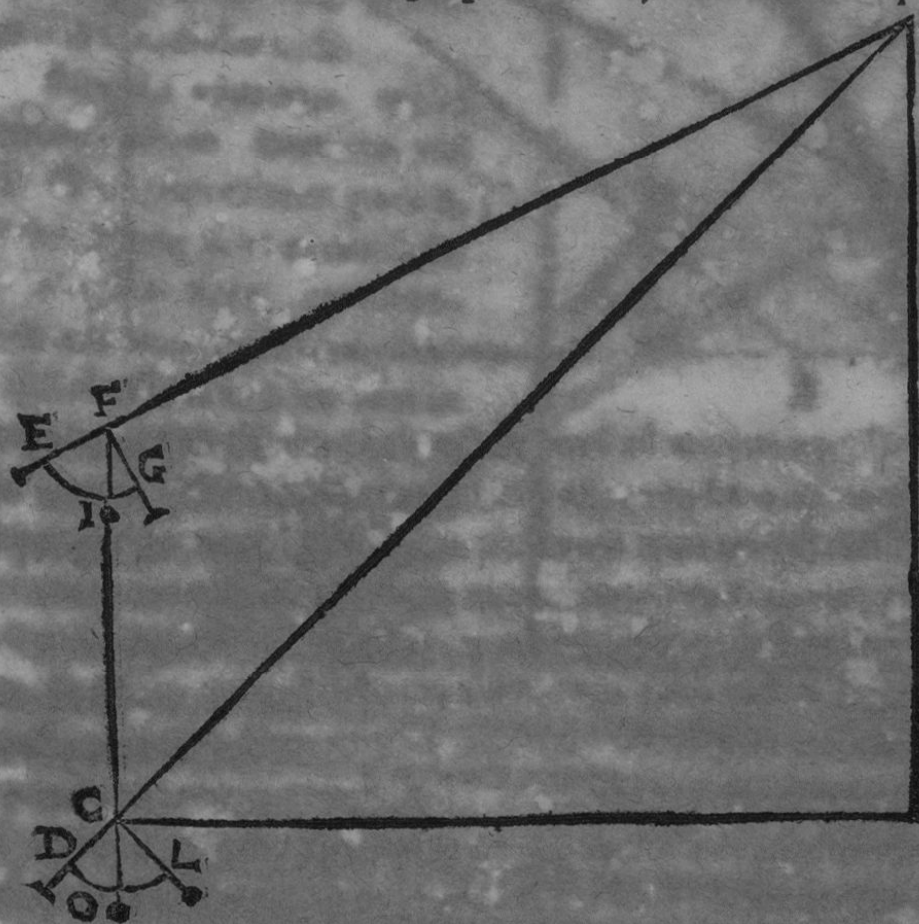


filo EI. abscissa, quæ causâ exempli sunt 80. Deinde ex eadem statione C. humilior quoddam in eadem turri signum, ut punctum F. per dioptras observemus, notando puncta filo perpendiculari abscissa, quæ sunt 10. cumque minor hic numerus 10. in altero maiore 80. contineatur octies, pronuntiabimus ergo, distantiam FB. in tota altitudine BA. contineri octies. Et quia punctum F. humilior est, altitudinem FB. decempe-

dâ, vel alio mensuræ genere non difficulter explorare, atque sic in cognitionem totius altitudinis AB. venire poterimus.

Est autem animadvertendum, quòd in hac geodæsia metiamur solummodò altitudinē eā, quæ est supra horizontē sive finitorē observatoris oculi. Proinde si fuerit oculus observatoris altior basē rei metiendæ, ad altitudinem instrumento repertam oportet addere tantum intervallum, quanto basis horizon ab oculi horizonte distat.

Tertius modus altitudinis explorandæ duabus indiget stationibus, in hasta aliqua ad perpendicularum erecta factis. Vt, in altitudine AB. metienda, primò statuatur Instrumentum in elatiore statione F. & per pinnacidia EF radius visivus transeat ad rei metiendæ fastigium A. noteturque abscissus arcus GI. qui sit, exempli causâ, 50. partium. Deinde perpendiculariter te demittas ad humiliorem alteram stationem C. atque idem fastigium A. conspicias per pinnacidia DC. rursumque observes abscissum arcum LO. qui priore major erit, exempli gratiâ punctorum



A 100. Tum accipias differentiam horum duorum numerorum 50. & 100. quæ est 50. Atq; hac differentia quoties continetur in maiore illorum numerorum hoc est, in 100. (continetur autem hic bis) toties distantiam CF. contineri pronuntiabim⁹ in altitudine BA. Quod si ergo metiamur hanc

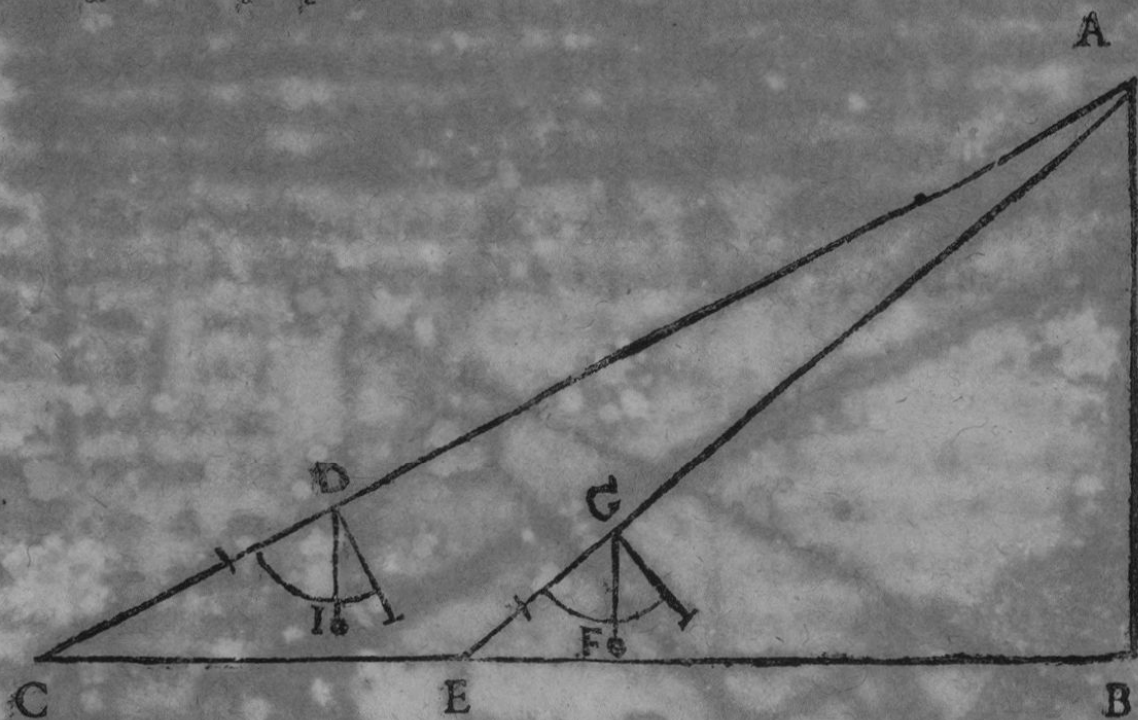
distantiam CF. etiam in cognitionem totius altitudinis BA. veniemus.

Quartò, si metiendæ cuiusdam altitudinis radicem seu fundum conspiciere non daretur, ut est altitudo montis AB. sic procedendum est.

F 3

In prima

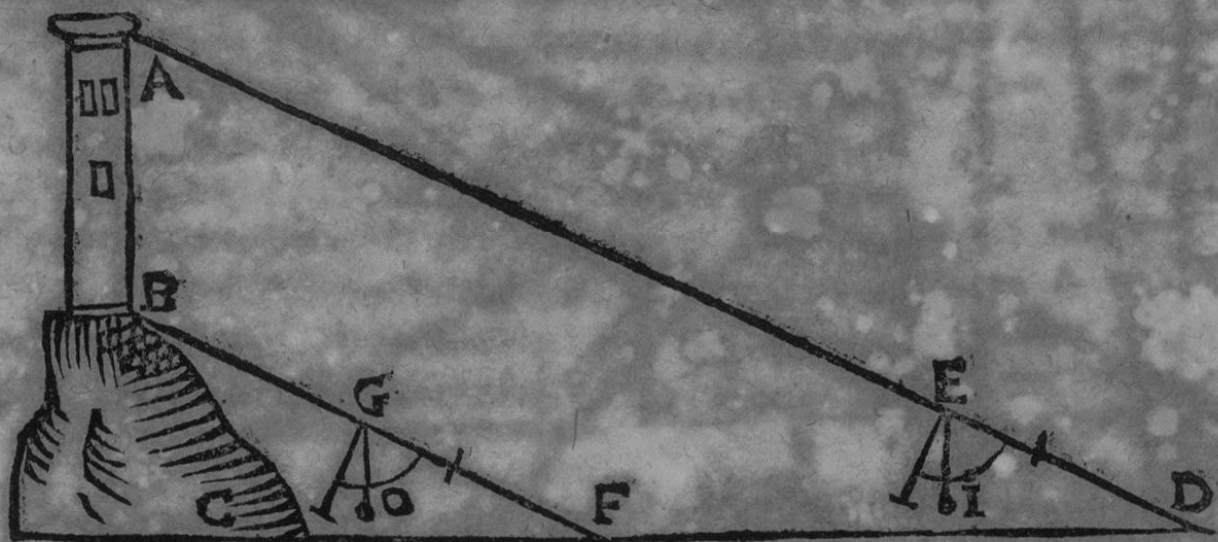
In prima statione C. radius visualis ab oculo per pinnacidia transeat ad montis cacumen A. notenturque partes, quas liberè pendens perpendiculum DI. abscindit, quæ sint exempli causâ 20. Deinde in eodem plano, 100. passibus propius ad montis radicem accedendo, ex altera statione E. idem cacumen A. videatur, rursusque partes à perpendiculo GF. abscissæ notentur, quæ sint 22. Jam hi duo numeri 20. & 22. inter se multiplicati faciunt 440. quæ dividenda sunt per differentiam eorundem numerorum, hoc est, per 2. Quotiens 220, passus, est altitudo montis, ad investigandum proposita.



Supputatio per Instrumentum fit hoc pacto. Minorem numerum à perpendiculo abscissum ex arithmetice lineis accipias directè, ac per transversum applices ad differentiam duorum numerorum in utraque statione repertorum: præterea transversè sumas alterum numerum à perpendiculo abscissum, quem si directè metiamur, exhibebit altitudinem quæsitam. Exempli causâ, si stationis utriusque puncta forent 42. & 58. ex his minorem numerum 42. directè captum, transversè colloces ad differentiam eorundem, hoc est, inter 16. 16. (vel, si non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. sit hoc loco quadruplum 64.) Deinde numerum alterum majorem 58. (vel hoc loco, ejus quadruplum 232.) exceptum transversè, metiaris directè: habebisque 152. & unam quartam, quæ est altitudo ad metiendum proposita.

Quintò possumus eodem Instrumento quamvis altitudinem explorare, cujus basis imposita sit monti, vel alteri cuiquam altitudini, & utraque

utraque illius extremitas cerni possit: quamvis infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & ejusdem infimi puncti distantia à loco memoris congrua non sit. Ut, altitudinem turris AB. monti BC. insistentis exploraturus, initiò ex remotiore statione D. turris apicem A. per pinnacidia videas, notèsq; puncta à perpendiculo EI. secta, quæ, verbi gratiâ, sint 18. Deinde in D. baculo infixo, vel alio relicto signo, propiùs ad turrim accedas, usque dum basin turris, hoc est, punctum B per pinnacidia observans, perpendiculum GO. secet eundem numerum 18 id quod fit in statione secunda F. Metiaris porrò duarum stationum intervallum DF. quod, exempli causâ, sit passuum 130. quem numerum multiplices per dicta 18. puncta: factumque 2340. divides per 100. Quotiens 23. & duæ quintæ, est altitudo turris AB. in passibus, vel alio mensuræ genere, quod in DF. adhibitum fuit.



Per instrumentum fit hic epilogismus, abscissa puncta directè sumpta, statuendo transversè ad 100. ac post intervallum stationum exceptum transversè, directè metiendo. Ut si perpendiculare filum secuisset puncta 64. & inter utramque stationem passus 146. intercederent, accipiantur 64. directè, perque transversum applicentur ad 100. 100 atque sic immoto Instrumento transversum spatium inter 146. 146. capiatur, quod in scala recta dabit 93. cum dimidio circiter: quanta scilicet est altitudo ad metiendum proposita.

2. *Geodesia profunditatis.*

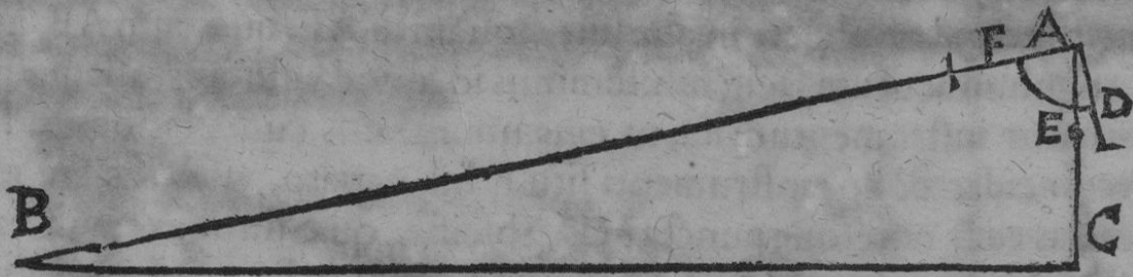
Modi profunditatis explorandæ duo sunt: primus ad eas pertinet, quæ lineis parallelis continentur. Ut est profunditas putei, vel altitudo turris è suo fastigio metienda. Sit, exempli causâ, puteus ABDC. parallelis AC. DB. comprehensus. Instrumenti angulo ad oculum admoto,

E 4 radius

quetur altitudo montis quæ sita AB.

3. *Geodesia distantiarum.*

Ratio distantiae metiendae sequitur. Et primò quidem fluminis latitudinem, ut CB. ex elatiore aliquo ripae loco A. ita dimetiemur, ut ex puncto A. radius visivus per latus AF. transeat ad præfixum in opposita ripa terminum B. noteturque abscissa umbra DE. quæ sit, verbi gratiâ, 20. punctorum: qui numerus quoties continetur in tota scala 100. (continetur autem quinqvies) toties altitudinem AC. contineri dicemus in latitudine CB. Unde, si AC. 10. pedum foret, esset hic numerus multiplicandus per 5. & haberetur fluminis latitudo CB. pedum 50.



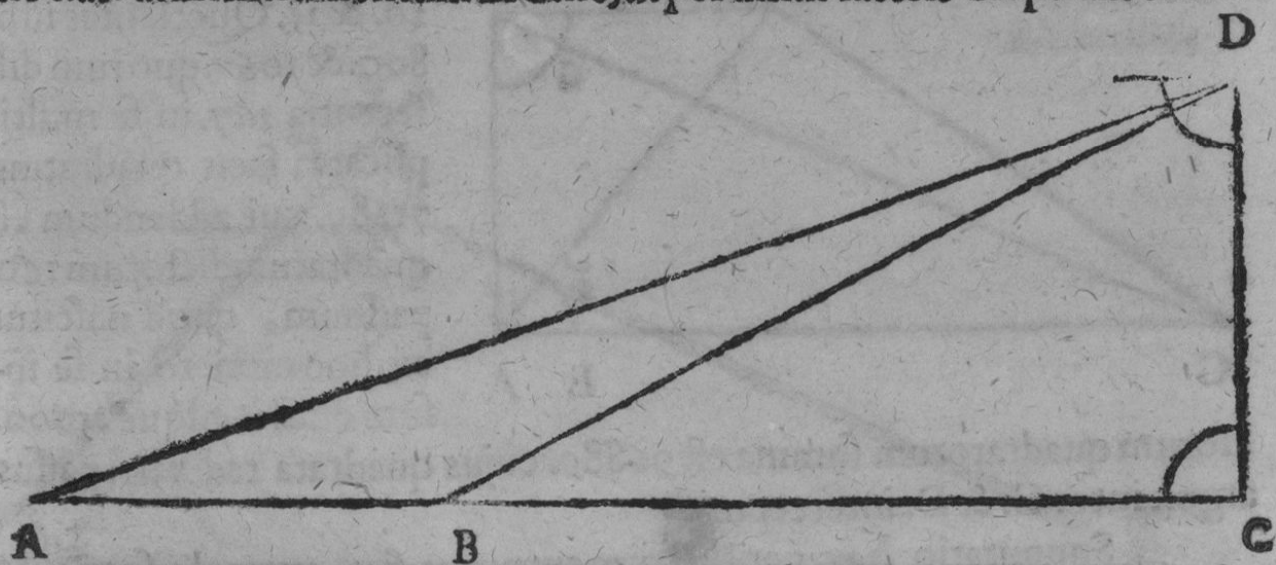
2 Si cognita fuerit in pedibus aut passibus altitudo turris, ex qua geodasiam instituimus, in distantiae cognitionem hoc modo venietur. Ponamus, altitudinem esse 123. pedum: & à perpendiculari filo designari 63. Porro in regula proportionum primo loco semper collocari debet umbra abscissa, ut hîc 63. secundo loco scala tota 100. tertio denique altitudo stationis nostrae, ut in hoc exemplo 123. Operatione peracta, prodibit quartus proportionalis 195. & una quarta circitè: quæ est distantia ad quærendum proposita. Est autem observandum, à filo perstringi scalæ umbram oculo viciniorem: id quod semper eveniet, quando distantia altitudine maior est.

3 Est & alia metiendae distantiae ratio, cujus exemplum accipe. Placet investigare distantiam AB. Primùm in A. ita collocetur Instrumen-



Supputatio per instrumentum quomodo fiat, sequens exemplum docebit. Sint puncta abscissa per visuales radios in utraque statione 74 & 36. Accommodes Instrumentum sic, ut arithmetica linea rectum angulum efforment: id quod fiet, si 100. ex iisdem directè sumpta, transversè per circinum ita statuas, ut crus unum consistat in 80. alterum in 60. (atque hæc regula, lineas arithmeticas in angulum rectum conjungendi, probè teneatur ad alios etiam usus.) Quo facto, sumas distantiam transversam inter 100. & majorem numerum à visivis radiis abscissum, qui hic est 74. quam distantiam per transversum statuas inter 38.38. quæ est differentia duorum, quos dixi, numerorum 74. & 36. Quod si propter parvitatem huius numeri fieri non potest, sumas ejus duplum, triplum, vel quadruplum. Hic, exempli causâ, accommodetur ad triplum, hoc est, inter 114. 114. statimque sumatur distantia transversa punctorum 100. 100. quam si directè metiaris, & semel, bis, ter, vel quater sumas, (prout distantiam dictam inter differentiam vel simplicem, vel duplicatam, triplicatamve &c. statueris) exhibebit quæsitam distantiam. Ut in hoc exemplo dicta transversa distantia in scala recta punctorum est 109. qui numerus triplicatus, dabit 327. quanta scilicet est ad metiendum proposita distantia.

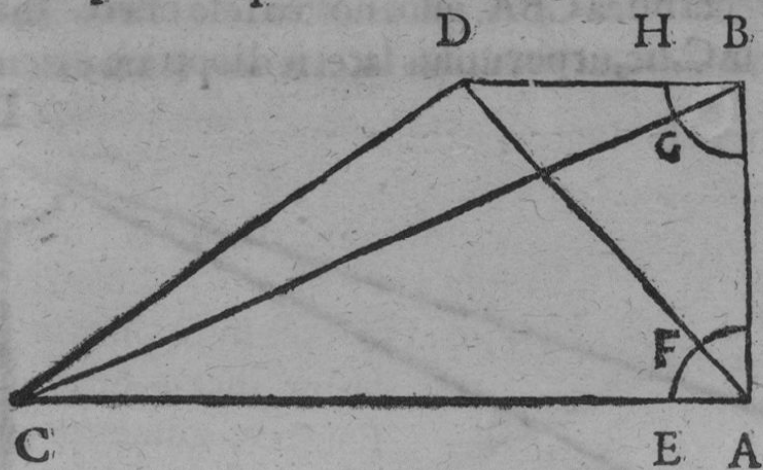
5. Ratio jam consideranda venit metiendi à nobis remotiorum locorum intervallum. Ac initio modum exponemus, qui tum adhibetur, si locus uterque in eadem recta linea situs à nobis ex aliquo loco conspici potest. Sit, exempli causâ, locorum BA. intervallum explorandum, quorum uterque in eadem recta linea CBA. visui nostro sese offert. Initio statnatur instrumentum in C. sic, ut per unius lateris dioptram exiens



radius, utrumque datum locum AB. pertranseat. Deinde in linea visiva
C 2 per alterius

per alterius lateris dioptram versùs D. exeunte, spatium CD. sumatur pedum 100. figanturque baculi in D. & C. Tum ad alteram stationem D. transgressi, rursus ita collocemus Instrumentum, ut unum ejus latus cum DC. stationum lineâ coincidat: transeant autem ex angulo D. visuales radij ad utrumque locum B. & A. & ab iisdem abscissi numeri notentur, qui sint, verbi gratia 25. & 20. per quos dividantur 10000. eritque quotiens primus 400. secundus 500. quorum differentia 100. est distantia BA. quæ sita.

6. Si verò distantia metienda foret inter duo loca C. & D. in transversum sita, sic ut recta CD. producta, per pedes mensoris non transeat: initio in statione prima A. per foramina pinnacidiorum conspiciatur punctum C. secundum lineam AEC. Deinde radio visivo per F. in alterum punctum D. transmissio, notetur abscissa umbra FE. quæ sit verbi gratia punctorum 20. & per Instrumenti sic immoti latus alterum acies dirigatur versùs secundam stationem B. Tum in A. infixo baculo, itemque alio in linea AB. tantisper in hac ipsa linea recta AB. procedatur, donec per instrumenti latus unum radius visivus in punctum D. simulque per latus alterum in punctum A. transeat, id quod fit in puncto B. ex quo radius dirigatur ad C. noteturque abscissa umbra GH. punctorum v. g. 15. Tandem exploretur intervallum duarum stationum AB. quod sit, exempli causâ 160. passuum. Iam præcognitis hisce, supputatio sic instituitur. Primò numerus passuum, interjectorum utrique stationi, hoc est 160. multiplicatur per 100. factus 16000. dividendus est separatim per u-



tramque repertâ umbram 20. & 15. Quotientes sunt 800. & 1067. quorum differentia 267. in se multiplicata, facit quadratum 71289. cui addendum est quadratum dictorum 160. passuum, quod nascitur ex hoc numero in se ipsum ducto: estque 25600.

Horum quadratorum summa est 96889. cujus quadrata radix 311. passus arguit inter C. & D. interceptos.

Supputatio hæc per Instrumentum ut fiat, exemplo sequente manifestum reddetur. In utraque statione fuerint umbræ repertæ 60. & 34. stationum

34. stationum autem intervallum esto 116. passuum. Jam in operando semper è lineis arithmetricis accipias 100. directè, eademque per transversum applices umbræ majori, quæ hîc est 60. statimque per transversum item excipias numerum passuum, qui hîc est 116. & hoc ipsum intervallum accommodes transversè ad alteram minorem umbram 34. vel si id non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. prout commodum tibi videbitur: applicetur jam ad quadruplum, hoc est, inter 136. 136. Quo facto, per transversum excipe differentiam duarum umbrarum, quæ hoc loco est 26. vel etiam ejus duplum, triplum, quadruplum &c: prout paulò antè fuit applicatio facta. Ut in exemplo nostro sumendum est quadruplum 104. atque hæc distantia directè metienda, ubi continere depræhendetur 148. quem numerum custodi memoriâ: tandemque lineas arihmeticas juxta rationem, quam supra tradidimus, ita statue, ut in angulum rectum coëant. Quo facto, cape transversum intervallum inter eum numerum, quem modò memoriâ tenendum diximus, & numerum passuum, hoc est, inter 148. & 116. quod spatium directè si metiaris, invenies 182. quanta præcisè est distantia quæsitâ DC.

7. Tandem si ad alteram stationem, prout in operatione præcedente requirebatur, progredi non liceret, alio tamen modo distantiam duorum locorum in transversum sitorum elicere poterimus. Ut ex C. mensurus interstitium AB. principiò secundùm aliquem modorum suprà declaratorum, explora sigillatim utriusque dati loci A. & B. distantiam à mensuris pede C. sitque gratiâ exempli, CA. 850. & CB. 530. passuum. Præterea Instrumenti latus CD. coincidat cum recta CA. & ex angulo C. spectetur alter locus B. noteturque abscissa umbra DE. verbi gratiâ 15. punctorum: qui numerus in se ductus, exhibet quadratum 225. cui addantur 10000 summa 10225. cujus quadrata radix est 101. Multiplica porrò minorem distantiam 530. per 100. factum 53000. divide per modò inventam radicem 101. quotum 525. multiplica per majorem distantiam 850. factumque 446250. duplica, fient 892500. Præterea multiplica sigillatim dictas duas distantias, unamquamque in se ipsam: facti 722500. & 809000. additi summam constituent 1003400. ex qua



latim dictas duas distantias, unamquamque in se ipsam: facti 722500. & 809000. additi summam constituent 1003400. ex qua

G 3 subtrahendum

Subtrahendum est superius illud duplum 292500. Residui 110900. radix quadrata 333. est quæsitæ duorum locorum AB distantia.

Magno hujus calculi labore nos arithmeticae lineæ sublevabunt, ut exemplo clarescet. Ponamus, majorem distantiam esse passuum 230. minorem verò 104. umbram denique punctorum 58. Arithmeticae lineæ cursum, ut antè, rectum angulum constituent: & uno circini crure posito in puncto 100 alterum expandatur usque dum per transversum attingat 58. numerum videlicet umbræ repertæ: hoc ipsum spatiû in arithmetica lineâ si directè metiaris, continere depræhendes 116. quàm proximè: qui numerus est memoriâ tenendus. Accipe præterea directè dictum umbræ numerum 58. & hanc distantiam per transversum statue inter 100. & 116. quem numerum antea memoriæ tradendum diximus. Hoc instrumenti situ non variato, sume transversum intervallum punctorum 230. & 104. qui sunt numeri passuum. Hoc tandem intervallum si directè metiaris, exhibebit 150. quantum scilicet est interstitium quæsitum AB.

Atque haec tantummodò metiendarum altitudinum, profunditatum, distantiarumque regulas jam proponendas esse duxi: non quòd secundùm unas hæc nostrò Instrumento liceat operari: sunt enim & aliæ quamplurimæ: Verùm ut ne præter necessitatem sim longior, quàm par est: cùm præsertim nullus omninò dubitem, quemlibet mediocriter ingeniosum iis, quæ sunt expositæ, cognitis, per seipsum plures alias, ad omnem specialem casum, qui se offeret, necessarias regulas invenire facile posse.

Finis secundæ partis.

IN

IN TRACTA-
TUM DE PROPOR-
TIONUM INSTRU-
mento, Notationes

Mathia Berneggeri:
quibus

1. Instrumenti artificiosa constructio atque divisio docetur è fun-
damentis Geometricis:

2. Demonstrationes ac fundamenta singulorum Problematum
Galilaicorum traduntur:

3. Usus ulterior in resolvendis Euclideanis & aliis problematibus
compluribus ostenditur.

57
NOTATIONUM
PARS PRIMA,

qua
Proportionum Instrumenti
fabrica edocetur.

AUtor Instrumenti, fabrica rationem in precedente tractatu consulto omisit. Ejus enim institutum fuit, ad praxin tantum, ac Instrumenti jam fabricati usum suos discipulos deducere, atq; adeo iis consulere, qui tō d.ōti in geometria discere vel nolunt, vel nequeunt.

Veruntamen ut iis etiam inserviat, qui ex integro tam nobile Instrumentum cognoscere satagunt, nec ad imitationem fabrefactis temerè fidunt: ostendam, quo pacto ipsi debeant operi manum admoveere, ac singularum Instrumenti linearum partitionem exactam & artificiosam instituere.

Fiant igitur ex orichalco, vel alia materia solida, curvatura non obnoxia, duae regulae, prorsum aequales: quarum magnitudo etsi arbitraria est, commodum tamen fuerit, unius pedis longitudinem, duorum digitorum latitudinem eas habere. Utraq; autem regula ex altera sua extremitate tanquā centro descriptos circulos habeat, aequales, qui sibi per $\epsilon\phi\alpha\pi\pi\omega\sigma\iota\nu$ imponantur, atq; clavo aliquo tereti sic jungantur, ut regulae circa eum uniformiter moveri, & pro ut opus est, constringi ac dilatari queant: ita quidem, ut maxima dilatatione facta, regulae consistant $\epsilon\tau\omega\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\varsigma$, hoc est, unam rectam duorum pedum lineam constituent.

Observandum autem, quia propter dictos duos circulos, linearum divisiones in altera regula non possunt ad ipsum usq; centrum excurrere, videri consultum, ut in planitie regularum dicto modo junctarum, congruè affigantur aliae duae laminae rectangulae, sic ut utriusq; anguli in centro conveniant: iisq; divisiones linearum inscribantur. Id quod in arithmetico potissimum lineis perquam commodum est. Sic enim inde minimos

H

quosq;

quosque numeros, atq; adeò ipsam unitatem poterimus excerpere: quod alias non nisi per ambages prestare licet.

Ad ipsarum porrò linearum dividendarum rationem ut accedamus, est quidem ea hujus Instrumenti præstantia & amplitudo, ut plurimæ lineæ quomodocunq; divisa, eidem inscribi possint, quarum adminiculo datam quamcunq; aliam lineam dividere possumus eadem proportionem, qua ille divisa sunt. Verùm quia has omnes persequi, foret infinitum: & proprio Marti atq; industria aliquid est relinquendum, qua quisvis facile plurimos alios præclari hujus Instrumenti usus, ac divisiones, quando id res postulaverit, cogitando inveniet: præcipuas solummodo, & præter autoris, unam insuper atq; alteram adducemus. Et quamvis ex Instrumenti centro singularum divisionum singula paria in utraq; regula sic ducuntur, ut in extrema Instrumenti parte à medio plani distent equaliter: quia tamen utriusq; divisionis eadem est ratio, in singulis paribus unius tantum lineæ mentio fiet: confusiois etiam vitandæ causâ quæq; lineæ literis Alphabeti signabitur, prout in typo enca laminâ expresso cernitur.

I. Arithmetica linea, quæ præfert literam A.

Ut usu frequentior est, ita primum locum tenet Arithmetica linea, sic dicta, cum secundum arithmeticam proportionem, hoc est, cum excessu equali, & in quocunq; pro arbitrio particulas æquales dividatur: quas plures esse prodest, quantum quidem Instrumenti longitudo permittit. Sunt, qui 100. sunt, qui 200. particulas faciunt. Autor 250. constituit. Quamvis autem hæc in æquas partes distributio in hujusmodi quidem compositis numeris & vulgaris est, & facilis: commodius tamen ab eo perficietur, qui doctrinam de numero primo & composito, itemq; de primis cujusq; numeri divisoribus inveniendis probè tenuerit; quam à Ramo lib. 1. Arith. cap. 7. traditam, nec ab instituto nostro magnoperè alienam, ἐν τῷ ἀποδῶ hic interferemus.

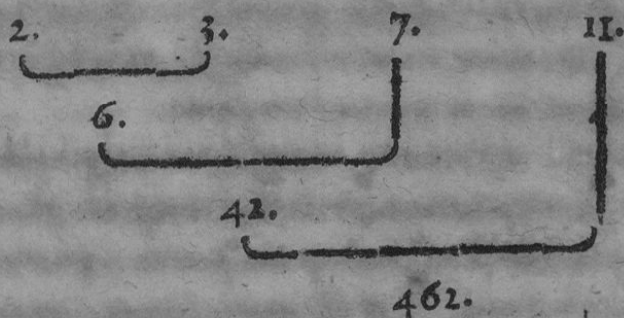
Est itaq; numerus primus, qui ab alio numero, præterquam à se ipso, dividi non potest. Cujusmodi sunt, 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31.

37. 41. 43. 47. &c. Numerus compositus contrahet, qui ab alio quoque dividitur. Ut 4. est compositus, quia dividi potest per 2. Ita 6. per 2. vel 3. Ita 12. per 2. 3. 4. & 6.

Inveniuntur autem primi divisores compositorum numerorum, si datus compositus à minimo, quoad fieri potest, Primo dividatur: quotus hic vel per eundem Primum, vel per sequentem aliquem usque dividatur, donec Quotus etiam habeatur Primus. Sit, exempli causa, datus Compositus 462. cujus primos divisores oporteat invenire. Dividatur itaque datus initio per 2. quotus erit 231. qui rursus divisus per sequentem Primum 3. quotum exhibebit 77. qui porro non per immediate sequentem Primum 5. (nec potest enim) sed per 7. divisus, dabit Quotum 11. & ipsum Primum.

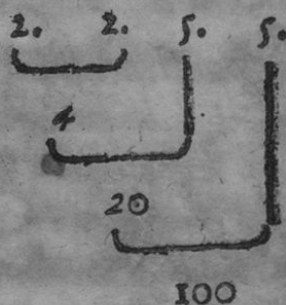
$$\begin{array}{r|l} 462 & 231 \\ 2 & 3 \\ & 77 \\ & 7 \\ & 11 \end{array}$$

Habet ergo datus Compositus quatuor hosce Primos divisores, 2. 3. 7. 11. ex quibus continue in se multiplicatis ille ipse efficitur.



Ut igitur ad institutum revertamur, quando lineam propositam dividere placet in 100. particulas aequales, prius querantur primi divisores huius numeri: qui tradito modo deprehenduntur esse 2. 2. 5. 5.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 50 \\ 2 & 2 \\ & 25 \\ & 5 \\ & 5 \end{array}$$



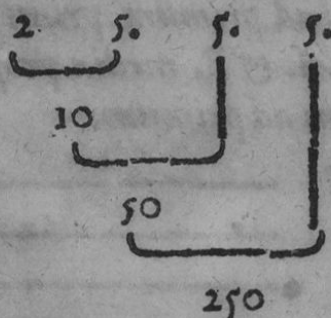
Unde colligo, lineam propositam esse primo dividendam in duas partes aequales; & harum utramvis iterum in duas: & harum quamlibet in 5. harum quintarum quamlibet iterum in 5. prout primi divisores ordine sibi

II 2 succedunt.

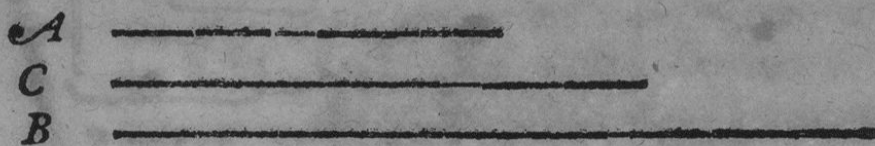
succedant: eritq; tota linea in petitas 100. particulas distributa. Ita si eandem distribuere jubeamur in 1000. partes, quasitis prius hujus numeri primis divisoribus, qui sunt 2. 2. 2. 5. 5. 5. fiet primò distributio in duas aequales partes: deinde cujusq; iterum in duas, &c. juxta divisorum ordinem: & habebuntur partes petita.

Sic 250. qui numerus pro pedali nostro Instrumento videtur esse commodissimus, divisores primos habet, 2. 5. 5. 5.

$$\begin{array}{r|l} 250 & 125 \\ 2 & 5 \\ \hline & 25 \\ & 5 \\ \hline & 5 \\ & 5 \end{array}$$



libri 6. & ex 11. & 12. prop. lib. 8. Euclidis constat, plana similia duplicatam habere rationem homologorum laterum, hoc inde confectarium deducitur: si tres rectæ sint continuè proportionales, erit, ut prima recta ad tertiam, sic prima figura ad secundam similem similiterq. sitam. Quare, quantum planum datum est augendum, tantum latus ipsius augeatur, & inter idem plani latus, & latus auctum, inveniatur media proportionalis per prop. 13. lib. 6. qua erit aucti plani latus petatum. Reperturus ergo latus quadrati dupli ad primum, primi quadrati latus *A*. fac duplum, ut sit *B*. jam inter *A*. & *B*. media proportionalis invenitur *C*. cujus quadratum est duplum ad primum.



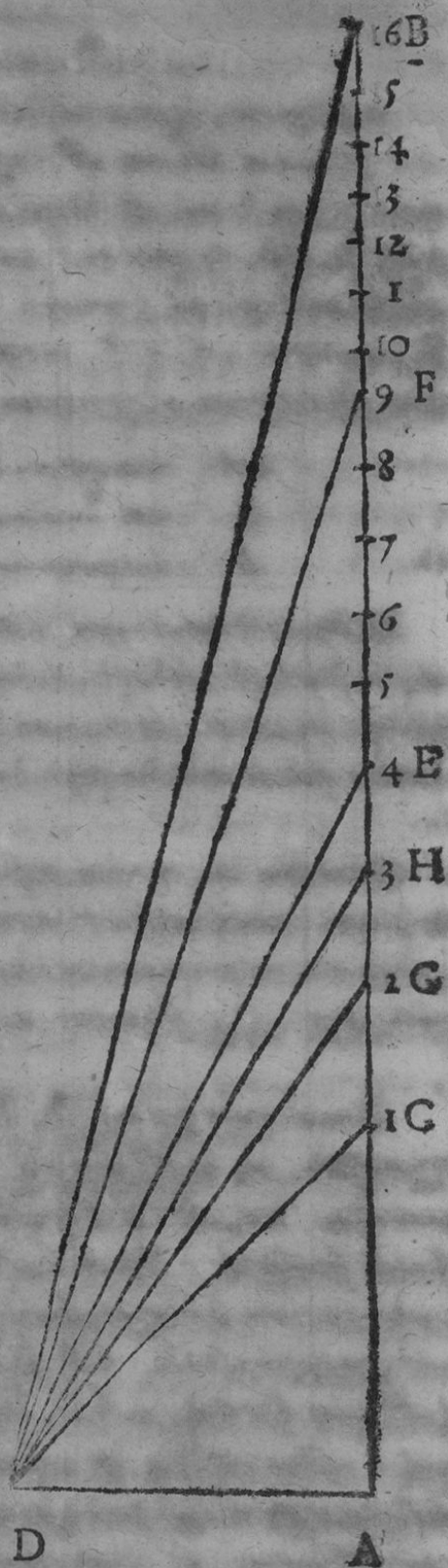
Eadem est ratio reperiendi quadrati ad primum tripli, quinitupli, sextupli, septupli, octupli, decupli &c: Quadrupli autem, noncupli, sedecupli &c: quadrati latera jam habentur in supra dictis principalibus numerorum quadratorum punctis.

Ceterum hic modus, etsi geometricus, & in theoria demonstrativus est, in praxi tamen lapsui & errori multiplici subjacet, praesertim in majoribus quadratis ex primo inveniendis: adhuc ob prolixitatem operationis, tadio non caret. Qui sequitur, minore pomœrio finitur.

Penultima primi lib. Euclidis docet, hanc esse naturam Orthogonii trianguli, ut ὁ πρὸς τὸν ὀρθὸν γωνίαν seu latus oppositum angulo recto aequè possit cruribus, hoc est, quadratum hypoteinusa sit æquale quadratis crurum simul sumptis. Unde mechanicum est artificium inventionis diametrorum omnium, primam sequentium, è data solius primæ diametri quantitate continua, tale. Esto diameter primi circuli, vel latus primi quadrati (est enim perinde) *AD*. cui æqualis linea *AC*. ἐστὶν ὁρθὸν γωνίαν, sive ad angulos rectos insistat, & infinitè continuetur, ut sequentium diametrorum designationem excipere queat. Deinde termini *C*. & *D*. per rectam *C. D*. connectantur, ut triangulum prodeat rectangulum *CAD*. habens crus *AC*. unius simplicis quadrati latus, itemq. crus *AD*. simplicis: & ob id hypoteinusa seu latus angulum rectum subtendens *CD*. aequè potens utriq.

erit latus quadrati duplicati. Intervallum porro CD . transponatur ad lineam infinite continuatam, ex A . in G . unde connexis DG . terminis, trigonum prodit, cuius basis DG . latus suppeditat AH . quadrati triplicati, quia crura AD . & AG . conjunctim, tria prima quadrata suppeditant, illud unum, hoc duo. Sic trianguli ADH . basis DH . est latus quadrati ad primum quadrupli: & basis DE . est quintupli quadrati latus. Perpetuo namq; basios potentia, crurum potentia respondet, & quaeq; hypotenusae proximè insequentis quadrati latus est. Quae praxis eodem semper modo continuari potest, praesertim in intermediis non-quadratorum numerorum punctis inveniendis. Nam reliqua cardinalia numerorum quadratorum puncta, ut E . F . B . & C . certius cognoscuntur, si primum latus AC . paribus intervallis continuetur: prout in structura regule cylindrica fieri vulgò consuevit: quae res notior est, quam ut hinc prolixius exponenda videatur.

Veruntamen & hunc modum secundum, qui sequitur tertius $\alpha\mu\phi\beta\epsilon\iota\alpha$ ac certitudine longè superat: qui nititur ope tabula cujusdam vulgò nota radicum quadratarum, è qua sine negotio radices uniuscuiusq; quadrati ab 1. ad 100. exscribi, ductuq; sectionis millenariae vel centenariae lateris quadrati primi in lineam propositam ordine transferri possunt: qualis ab Erhardo Helm, & Simone Jacobaeo, & novissime à Ioanne Hartmanno Beyero, Doctore Medico, Francof. Reip. civibus ac Mathematicis honoratissimis est proposita: quam in hunc librum, quoad institutum pertinet, abjectis postremis ad dextram notis transferre visum est.



83

Canon laterum quadratorum integrorum,
ordine ab unitate se consequentium, in partibus
decies millefimis.

Ordo quadra- torum	Radices singulo- rū quadratorū, posito primo quadrato 10000	Ordo quadra- torum	Radices	Ordo quadra- torum	Radices	Ordo quadra- torum	Radices
1	100	26	510	51	714	76	872
2	141	27	520	52	721	77	878
3	173	28	529	53	728	78	883
4	200	29	539	54	735	79	889
5	224	30	548	55	742	80	894
6	245	31	557	56	748	81	900
7	264	32	566	57	755	82	906
8	283	33	574	58	762	83	911
9	300	34	583	59	768	84	917
10	316	35	592	60	775	85	922
11	332	36	600	61	781	86	927
12	346	37	608	62	787	87	933
13	361	38	616	63	794	88	938
14	374	39	624	64	800	89	943
15	387	40	632	65	806	90	949
16	400	41	640	66	812	91	954
17	412	42	648	67	819	92	959
18	424	43	656	68	825	93	964
19	436	44	663	69	831	94	970
20	447	45	671	70	837	95	975
21	458	46	678	71	843	96	980
22	469	47	686	72	849	97	985
23	480	48	693	73	854	98	990
24	490	49	700	74	860	99	995
25	500	50	707	75	866	100	1000

Præcedens

Precedens canon quadratorum laterum extructus est assumpto quadrato primo simplic par. ium 10000. unde duplum quadratum erit partium 20000. triplum 30000. quadruplum 40000. quintuplum 50000. &c: quorum deinde quadratorum radices quaeruntur per usitatam analysin. Ut dupli quadrati radix est 141. tripli 173. &c: prout in canone cernitur.

Usurus igitur hoc canone ad fabricam geometricae lineae, totam initio lineam in aliqua densa charta vel planitie alia descriptam seca in decem aequales partes, siquidem eam centum quadratorum latera continere desideras: quae decimae, sunt diametri cardinales, seu maius latera cardinalia quadratorum 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. Porro qualibet decima, vel certe una ex istis, id quod sufficiet, in centum particulas quidem secanda foret: verum quia propter exiguitatem intervalli centenaria sectio nequit institui, fiat sectio in partes 10. & harum decimarum qualibet attentâ oculi aestimatione in decem particulas alias dirimatur.

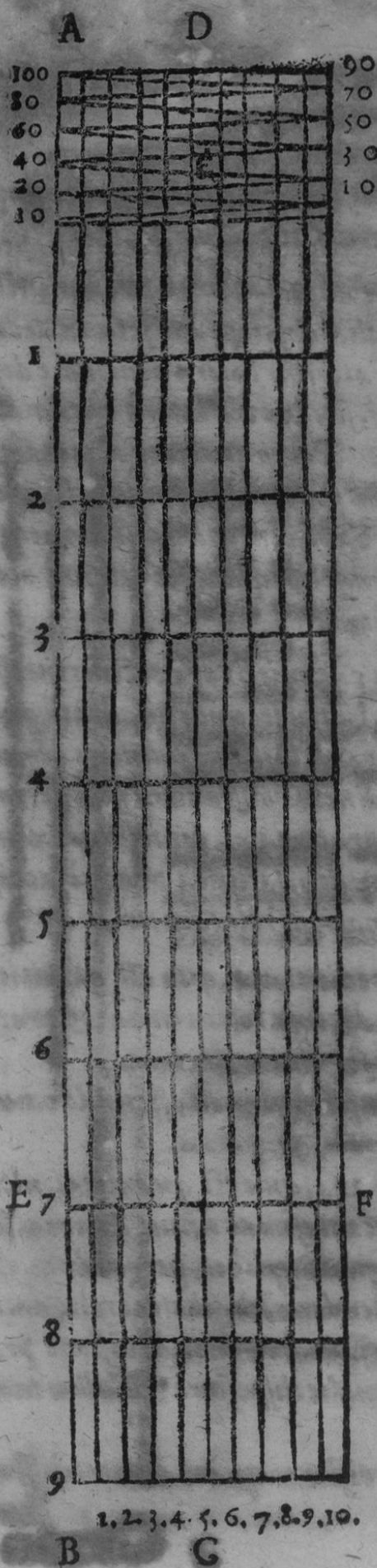
Ut autem inventio singulorum laterum, quae canonis sit ope, rectius intelligatur, exemplum adscribam unum atque alterum. Latus secundi quadrati, quod est duplum ad primum, in canone reperitur 141. Quibus numeris innuitur, quantitatem propositi lateris esse longitudinem constantem unâ decimâ totius lineae, seu una principali diametro, & praeterea 41. centesimis ex una decima: quarum centesimarum 40. quidem ex divisa linea præcisè accipi queunt: una verò, quae restat, oculorum aestimationi relinquitur.

Sic triplicis quadrati latus canon suppeditat 173. quae est quantitas conflata ex una principali diametro, seu una decima totius lineae: & praeterea 73. centesimis unius diametri principalis seu unius decimae.

Quadrati quarti latus jam antè lineae inscriptum est, secundo cardinali puncto.

Quinti quadrati latus extat in canone 224. quae est quantitas, ultra duo cardinalia puncta extendens se ad 24. centesimas unius decimae, seu unius diametri cardinalis. Sicque deinceps, quousque libet, pergendum est. Quanquam si ultra decimam diametrum ascenderis, diametros reliquas ut sigillatim quaeras, non est opere pretium. Sufficit, quinarya divisione progredi, ac interjecta spatia in quinque partes aequales dispecere: Nullus enim error sensibilis hoc pacto committi potest.

Ceterum & haec, & huiusmodi aliae divisiones quàm commodissimè
simul



63
*simul & exactissime possunt institui per subdivi-
 sionem transversalem, cujus typum hic
 damus. Quam rationem Lipsie in adolescen-
 tia se didicisse profitetur Astrorum consultis-
 simus ille Tycho Brahe in Astronomie instau-
 rata Mechanica circa finem: quamq, licet
 rectilineis parallelogrammis propriam, arcu-
 bus tamen etiam in instrumentis astronomicis
 fecit accommodam. Sapienti sat dictum erit,
 si uno tantum exemplo res declaretur. Inve-
 stigare jubeamur latus quadrati quinquage-
 simi quarti, quod canon exhibet 735. Finga-
 mus, Instrumenti nostri dividendam lineam
 equari adnotati parallelogrammi lineae AB.
 Iam parallelogrammum per transversas pa-
 rallelas secatur in decem partes aequales, ac
 decima suprema per transversas obliquas se-
 catur in centum aequales partes ut patet.
 Hinc ergo excerpturus 735. partes, unum cir-
 cini crus imposito isti puncto, quod est in
 septima parallela, ubi linea EF. & DC. se
 mutuo secant: alterumq, crus recta sursum
 expandas ad literam E. Sic enim habebis
 magnitudinem petiti lateris, quadrati 54.
 constantem cardinalibus 7. diametris (quas
 semper prima ad sinistram nota designat) &
 praeterea 35. centesimis. Quae ipsa ceterorum
 quoq, laterum quarendorum, & in lineam
 transferendorum ratio est: modo parallelo-
 grammi longitudo exacte cum longitudo
 proposita ad dividendum lineam congruat: la-
 titudo autem est arbitraria.*

Linea Stereometrica,

sub lit. C.

Ut praecedens Geometrica linea Quadra-
 torum,

torum, ita hæc Stereometrica cuborum latera, seu maius sphaerarum diametros, aut quorumvis corporum similiū homologa latera, serie naturali ab unitate, quousq; libuerit, ascendentiā cōtinet. Aster quidē continuavit usq; ad 140. in nostro verò typo ad 216. usq; sectio hæc est producta: qui numerus verè cubicus est, cuius radix 6. quare totam lineam ad dividendum propositam in sex partes æquales secato: quæ puncta, segmentorum cardinalium intervalla monstrant; quibus assignantur hi numeri cubici, 1. 8. 27. 64. 125. 216.

Ceterum interjecta cardinalibus puncta difficiliore labore B D C A quaruntur. Oportet quippe primum cubum, duplicare, triplicare &c: atq; augere ordine usq; ad 216. quæ actio ut in planis effici non potest sine inventione mediæ proportionalis inter duas rectas propositas, quam inventionem Euclid. lib. 6. prop. 13. nobis tradidit: ita eadem in solidis figuris absolvi nulla ratione potest, nisi inter duas rectas datas duæ mediæ proportionales inveniantur: quod quamvis nemo ad hunc usq; diem verè ac geometricè præstiterit: tamen mechanicos modos aliquot ex Herone, Apollonio Pergæo, Philone Bysantio &c: Clavius adducit lib. 6. Geom. Pract. cap. 15.

Quod si ergo iam duplicare velis primum cubum; ejus latus A. quod dicta cardinali divisione jam obtines, duplica: & inter idem latus A. ac latus duplum B. duas medias proportionales C. D. reperi: eritq; prior mediæ proportionalis C. latus cubi duplicati, ex corollario prop. 33. lib. 11. Euclid.

Sic in sequentiis cuborum quarendis lateribus progrediendum, ut nimirum, quantum cubus primus est augendus, tantum ipsius latus unum augeatur, duæq; mediæ proportionales inter ista reperiuntur.

Verum & hoc labore omni sublevabit, & viam expeditiorem nobis monstrabit, quæ sequitur, tabula radicum cubicarum, quam inscrae, quibus & superiores, autoribus acceptam ferens, quantum ad institutum pertinet, huc transcribendam duxi.

67

Canon laterum cubicorum, ordine ab unitate
se consequentium, posito cubo primo
partium 1000000.

Ordo cu- borum	Radices	Ordo cu- borum	Radices	Ordo cu- borum	Radices
1	100	28	304	6	382
2	126	29	307	7	385
3	144	30	311	8	387
4	159	31	314	59	389
5	171	32	317	60	391
6	182	33	321	61	394
7	191	34	324	62	396
8	200	35	327	63	398
9	208	36	330	64	400
10	215	37	333	65	402
11	222	38	336	66	404
12	229	39	339	67	406
13	235	40	342	68	408
14	241	41	345	69	410
15	247	42	348	70	412
16	252	43	350	71	414
17	257	44	353	72	416
18	262	45	356	73	418
19	267	46	358	74	420
20	271	47	361	75	422
21	276	48	363	76	424
22	280	49	366	77	425
23	284	50	368	78	427
24	288	51	371	79	429
25	292	52	373	80	431
26	296	53	376	81	433
27	300	54	378	82	434
		55	380		

Ordo cub.	Radice.	Ordo cub.	Radice.	Ordo cub.	Radices	Ordo cub.	Radices
83	436	117	489	150	531	184	569
84	438	118	490	151	533	185	570
85	440	119	492	152	534	186	571
86	441	120	493	153	535	187	572
87	443	121	495	154	536	188	573
88	445	122	496	155	537	189	574
89	446	123	497	156	538	190	575
90	448	124	499	157	539	191	576
91	450	125	500	158	541	192	577
92	451	—	—	159	542	193	578
93	453	126	501	160	543	194	579
94	455	127	503	161	544	195	580
95	456	128	504	162	545	196	581
96	458	129	505	163	546	197	582
97	459	130	506	164	547	198	583
98	461	131	508	165	548	199	584
99	463	132	509	166	549	200	585
100	464	133	510	167	551	201	586
101	466	134	512	168	552	202	587
102	467	135	513	169	553	203	588
103	469	136	514	170	554	204	589
104	470	137	515	171	555	205	590
105	472	138	517	172	556	206	591
106	473	139	518	173	557	207	591
107	475	140	519	174	558	208	592
108	476	141	520	175	559	209	593
109	478	142	522	176	560	210	594
110	479	143	523	177	561	211	595
111	480	144	524	178	562	212	596
112	482	145	525	179	563	213	597
113	483	146	526	180	565	214	598
114	485	147	528	181	566	215	599
115	486	148	529	182	567	216	600
116	488	149	530	183	568	—	—

Est autem hujus tabule origo inde desumpta. Cubus primus assumitur partium 1000000. Ergo cubus secundus erit 2000000. tertius 3000000. Et ita consequenter; è quibus deinde cubis radices extrahuntur, quæ sunt illæ ipse, quas canon exhibet; radix nimirum secundi seu duplicati cubi 126. triplicati 144. &c.

Hæc autem cubicalatera eodem planè modo ex canone transferuntur in lineam propositam, quo superius quadratorum latera describenda esse traditum fuit. Quippe & hic una è principalibus illis sex diametris, in quas totam lineam secandam diximus, dispartitur in particulas æquales decem, & quævis decima in decem alias dirempta concipitur. Vel potius una ex iisdem principalibus sex diametris ope parallelogrammi supra traditi in 100. particulas actum subdividitur; hincq; singulorum cuborum principalibus interjectorum latera lineæ stereometricæ imprimenda depromuntur.

Veruntamen quia in pedali nostro Instrumento spatia punctis interjecta, nimis evadunt angusta, si ultra centesimum cubum ascendas; reliqua ultra centesimum puncta non omnia sunt imprimenda: sed secundum quodq; vel plura etiam omittenda.

Linea Metallica,

lit. D.

Sic appellare visum est Auctori lineam hanc, quia metallicorum corporum ad invicem proportionem continet. Quamquam in usum atq; gratiam Bombardariorum, lapidis quoq; ad metalla proportio ibi designatur: ita quidem, ut spherarum æqueponderantium è singulis hisce confectarum diametri ibidem exprimantur.

Hujus divisionis inventio diversimodè potest institui. Nam è singulis metallis vel globi conficiuntur ejusdem planè magnitudinis: vel per unum idemq; foramen ducuntur longitudinis ejusdem fila. Horum vel globorum, vel filorum pondera explorata, metallorum ad invicem proportionem ostendunt.

Quod si globos ejusdem planè magnitudinis habere non potes, reduces eos ad idem pondus, per eam, quæ problem. 15. tradidit Auctor: ac deinde æqueponderantium globorum diametros in stereometrica lineâ inter se conferas. Exempli causâ, sunt globi, plumbeus 30. librarum, & ferreus librarum 25.

Iam ferrei globi diameter in stereometricas translata lineas, statuatur inter 25. 25. & Instrumento non moto, indidem excipiat interstitum 30 30. quod est diameter globi ferrei 30. librarum. Habitis ergo utriusq. globi equiponderas diametris, eas in linea stereometrica invicem conferre, & proportionem exquirere metallorum istorum, difficile non est.

Cognoscitur autem hac proportio metallica vel directè, per numerum ponderis, quando globi sunt æquales magnitudine: vel inversè per diametros in stereometricam translatas, quando globi sunt æquosponderantes quidem, at magnitudine inequales.

Ut si fiat aurea pila, fiat item cuprea, eidem æqualis; auream pilam ponderare duplum cupree, directè invenies. Inversè autem eandem duplam auri puri ad cuprum proportionem deprehendes, si conficias ex utroq. metallo pilas æqueponderantes. Nam si diametrum aureæ pile in Stereometricis lineis statuas inter 1. 1. cupree diametrum congruere videbis ad 2. 2. non quod cuprum sit duplum ad aurum, sed contrà hoc ad illud. Quæ eadem in cæteris metallis est ratio.

Sic aurum ad argentum ratione ponderis est, ut 100. ad 60. seu contractis terminis, ut 5. ad 3. quæ ratio superbitertia est: ut autor noster prædit problem. 22. Quanquam Lazarus Ercker, Metallicarum rerum supremus olim in Bohemia præfectus, in libro, quem de metallicis rebus edidit germanicè, fol. 60. b. deprehendisse se scribit, aurum purum ad argentum purum esse, ut 405. selibras (vulgo Marcas appellant) & 8. semuncias, ad selibras 227. semuncias 4. Cumq. selibra constet 16. semunciis, erit illa ratio 6488. ad 3636. vel si contractio fiat ad primos & minimos inter se, 1622. ad 909. quæ est proportio $1\frac{713}{909}$. Hinc ut claro & peritissimo artifice fidem non abrogaverim. Hisce præcognitis, facile etiam, quæ sit argenti ad cuprum ratio, cognoscetur per ea, quæ Ramus lib. 2. Arith. cap. 3. de conjunctione rationum numeratione tradit. Nam si ratio 909. ad 1622. quæ est argenti ad aurum, componatur cum ratione 2. ad 1. auri ad cuprum, multiplicatis & antecedentibus & consequentibus inter se, & facta terminorum alternorū contractione, prodibit ratio argenti ad cuprum, videlicet 909. ad 809. quæ est proportio $1\frac{109}{800}$.

Porro auri ad plumbum ratio est 20. ad 13. quæ est proportio septupartiens decimatercias. Quare per compositionem rationum, plumbum

bum ad argentum erit, ut 105. ad 43. ad 9090. siue (in minoribus, & æquivalentibus prope terminis) ut 105. ad 91. item q₃ plumbum ad cuprum erit, ut 13. ad 10.

Præterea aurum ad ferrum est, ut 12. ad 5. Ergo ferrum est ad argentum ut 81. ad 109. (hoc est, ferè in subsesquitercia proportione, ut 3. ad 4.) item ferrum ad plumbum, ut 25. ad 39. (que ratio est admodum vicina ei, quam Rivius habet in Architectura sua germ. ubi dicit, ferrum ad plumbum esse in subsesquialtera ferè proportione, ut 19. ad 30.) Tandem ferrum ad cuprum, ut 5. ad 6. qua proportio subsesquiquinta est.

Postremo aurum ad stannum est, ut 50. ad 21. & consequenter per compositionem huius & antecedentium rationum, erit ratio stanni ad argentum, 5677. ad 7575. item stanni ad plumbum 42. ad 45. stanni ad cuprum 21. ad 25. deniq₃ stanni ad ferrum ratio est 126. ad 125.

Hæc metallorum ex autoribus desumptas, ad partem etiam experimento proprio cognitatas proportionem, non omnino præcisas & accuratas esse, do lubens: nec idmirum. Est enim, ut ex peritissimis harum rerum cognovi sapius, metallorum purorum (de quibus hic unice loquimur) non ad se mutuo tantum, sed & in suo cuiusq₃ genere aliqua ponderis discrepantia; sic ut aurum auro, plumbum plumbo gravius leviúsve deprehendatur, ut ut magnitudine convenient. Quin & metallum cæsum fuso metallo præponderat: cum ejus partes cudendo longè magis, quam fundendo coarctentur, & solidius cœant. Ergo frustra hic cupiſſet, & quaſi veris.

Lapidum verò diversitas longè, quàm metallorum, est major. Sunt enim bibuli quidam, quos arenarios vocant: sunt alii solidiores, & hi ipsa inter se soliditate discrepantes. Prodidit autem in Architect. sua Rivius, esse ferrum ad vulgarem lapidem, ut 38. ad 15. siue ut 100. ad 40. ferè. Aliter A. Romanus. Ferri (inquit) ad lapidem ejusdem magnitudinis, ratio in pondere ferè est, qua 100. ad 30. vel 32. Feci & ipse periculum huius rei, & exactè collatis duarum Argentoratensis armamentarii spherarum bombardicarum diametris, cognovi, ferrum ad lapidem obtinere rationem 100. ad 32. eam videlicet ipsam, quam ex A. Romano modo adduxi. Constabat autem ferrea quidem 66. libris & 6. semunciis: lapidea verò 4. centumpondiis, 31. libris cum dimidia. Unde quaſita diameter lapidea spheræ itidem 66. lib. & 6. semunc. continebat particulas æquales 100. tales, quarum diameter ferrea erat 68. vel quod excurrit. Qua ratione 100. ad 68. triplicata, hoc est, ter positis ejus rationis terminis, & invicem multiplicatis, pro-

ris, prodibit ratio, quam dixi 100, ad 32. ferè: quæ retentâ, lapis ad aurum rationem habebit 8. ad 75. deinde ad argentum 13. ad 68. tum ad plumbum 32. ad 195. item ad cuprum 16. ad 75. deniq; ad stannum 16. ad 63.

Placuit auteri, Parium quoq; lapidem seu marmor præcedentibus adjicere, cujus ad metalla proportionem in Instrumentis, auctoris ductu fabricatis (nec enim aliunde licuit) invenio hanc, quod auri respectu sit in ratione 31, ad 200. ac proinde respectu argenti 167. ad 606. plumbi 31. ad 130. cupri 31. ad 100. ferri 93. ad 250. stanni 31. ad 84. vulgaris deniq; lapidis 93. ad 64.

Ceterum ut hæc Instrumento commodius inscribantur, oportet, ut re-
pertas metallorum lapidumq; discretas proportionibus mutemus in continuas,
quæ sic sunt.

Aurum ratione ponderis habet se ad eisdem magnitudinis	plumbum	} ut 100. ad {	65
	argentum		56
	cuprum		50
	stannum		42
	ferrum		$41\frac{2}{3}$
	marmor		$15\frac{1}{2}$
	lapidem vulg.		$10\frac{2}{3}$

Iam quomodo ex hac tabella, puncta metallicarum proportionum in lineam propositam transferenda sint, exemplo uno atq; altero dilucidum reddam.

Prima diameter auri est, quæ quamvis pro arbitrio quantacumq; potest assumi: tamen in typo, quem ære expressum damus, diameter assumpta est globi pendentis decem libras Argentoratenses: illud videlicet interval-
lum, quod inter Instrumenti centrum & punctum Au. intercipitur: unde relique diametri etiam ibidem designata, quippe globorum equiponde-
rantium, totidem libras significant. Quod ideo factum, ut regulam sphero-
metricam eo possimus expeditius instituire, per ea, quæ supra probl. 24. sunt
ab Autore tradita. Nec reductio ad aliorum locorum usitatam ponderis
rationem difficilis erit, ut infra, parte 3. monstrabitur.

Constituta prima diametro, secundam, quæ plumbi est, inveniemus
hoc pacto. Quoniam aurum est ad plumbum, ut 100. ad 65. sumatur ergo
diameter

diameter auri direct³, ac in stereometrica transversè statuatur inter 65. 65. atq³ sic non moto Instrumento, indidem excipiat³ transversum spatium punctorum 100. 100. quod est diameter globi plumbei in Metallicas lineas transferenda.

Diameter argentei globi reperitur itidem, si diameter auri statuatur in stereometrica transversè inter 56. 56. excipiat³ spatium 100. 100. Atq³ sic in ceteris semper auri diameter in stereometricis lineis est accommodanda transversè ad numerum ponderis, quod auri respectu tenet metallum propositum, & immoto Instrumento ex iisdem stereom: excipienda distantia inter 100. 100. atq³ in Metallicas transferenda.

Quod si non sint in promptu stereometricæ lineæ, uti licet hac ratione. Diameter auri duplicetur, duplicata in 200. particulas æquales dividatur, & ex apposta tabella singule diametri in talibus particulis æqualibus depromptæ arithmeticarum linearum ope transferantur in Metallicas lineas.

Est autem hæc tabella confecta ope superioris canonis radicum cubicarum. Nam radix centesimi cubi 464. multiplicatur per 100. particulas æquales: & factus 46400. semper dividitur per radices singulis ponderibus metallicis auri respectu competentes. Ut, inventurus diametrum sphaeræ plumbeæ, factum illum divide per 402. quæ est radix 65.

cubi: Quotus 115. est globi plumbei aureo æqueponderantis diameter. Est enim talis analogia: Ut se habet cubi 65. ti radix 402. ad cubi centesimi radicem, 464. ita se habent æquales particula 100. ad 115. Sic in ceteris.

Punctis jam impressis omnibus vel hæc notæ, au. pl. ar. cu. st. fe. mar. sa. vel etiam characteres planetarum singulis metallis præfici solitorum adscribantur. Tribuunt autem auro Solem, plumbo Saturnum, argento Lunam, cupro Venerem, stanno Jovem, deniq³ ferro Martem. Cælius lib. I. cap. 18.

Linea Polygraphica,

cum lit. E.

Ex iis lineis, quas Instrumenti facies altera capit, offerunt se primò

K

Polygraphica,

Sphærarum æqueponderantium diametri in particulis æqualibus.

Aurum	100
Plumbum	115
Argentum	121
Cuprum	126
Stannum	133
Ferrum	134
Marumor	186
Lapis vulg.	211

polygraphica, sic ab Autore dicta, quòd earum ope polygena regularia super quavis proposita linea describere liceat. Habet enim impressos sibi radios peripheriarum petitis figuris circumscriptibilium. Quorum inveniendorum duplicem trademus rationem, linealem unam, alteram numeralem.

Oportet autem omnium primò constituere quot polygonorum talium radios proposita linea velis inscriptos. Sit propositum, ad vigintangulum usq; venire. Nec enim in architectura militari & usu communi, cui potissimum hoc servit Instrumentum, facile longius proceditur. Cumq; vigintanguli latus è toto circulo subtendat gradus 18. tota linea dividenda describatur in aliqua planitie, eidemq; æqualis alia annectatur, quæ cum ea constituat angulum 18. graduum. Jam hæc duo anguli crura basi jungantur, quæ basis est radius circuli sexangulo circumscriptibilis, atque adeò ejusdem latus, ut patet è corollario prop. 15. lib. 4. Euclid. Porro supra hanc ipsam basin (prius linea impressam, adjuncto numero 6.) describantur petite figura equilatera & equiangulara, ut triangulum, quadrangulum, quinquangulum &c: eo artificio, quod à C. Clavio traditur sub finem scholiorum in 4. librum Euclidis, repertisq; figuris singulis singuli circuli circumscribantur, quorum radii sive semidiametri sunt in lineam nostram polygraphicam transferenda.

Verum longè certius & exactius hæc altero modo numerali perficiuntur, qui sic habet. Assumatur linea quedam, arbitraria longitudine, quæ sit latus sexanguli ordinati, quæ cogitetur esse 1000. particularum æqualium: & in talibus particulis investigentur radii circulorum circumscriptorum reliquis petitis figuris regularibus, supra lineam assumptam descriptis. Quod quò fieri queat, prius ope canonis sinuum indagandum est, quæ sit in singulis illis figuris proportio inter latus & circumscripti circuli radium, seu sinum totum 100000. Et quia latus ordinati multanguli est subtensa arcus proportionati, (ut quinquanguli latus est subtensa quintæ partis circumscriptæ peripheriæ: sexanguli sextæ: centanguli centesimæ) igitur arcus dimidiatus (nam integro in tabulis opus non est) in Sinu canonis sinum exhibet, qui duplicatus subtensa est arcus propositi, seu latus multanguli quæsitum.

Latus ergo inscripti Trianguli æquilateri est subtensa tertiæ partis, circumscriptæ peripheriæ: nimirum subtensa arcus graduum 120. si circulo 360. dentur gradus. Dimidiatus arcus, nim. 60. in tabula rectorum sinuum exhibet sinum 86603. qui numerus ejusmodi partes denotat, quæ latus vel semidiameter continet 100000. Sinus hic duplicatus mon-

erat arcus propositi subtensam, nimirum 173206. Et hæc subtensalatus est inscripti peripherie trianguli, posito videlicet radio partium 100000.

Porro quadranguli inscripti arcus est grad. 90. (Nam quater additio 90. gradus, integrant peripheriam gradibus 360.) Dimidiatus hic arcus, nimirum grad. 45. sinum rectum habet 70711. qui duplicatus dat subtensam arcus graduum 90 seu latus quadranguli 141422.

Quinquanguli inscripti arcus est gr. 72. cujus medietas 36. gr. exhibet sinum 58779. qui duplicatus dat subtensam arcus grad. 72. seu latus quinquanguli 117558.

Sexanguli inscripti arcus est grad. 60. Dimidiatus grad. 30. cujus sinus 50000. qui duplicatus, est latus sexanguli, coincidens cum radio, 100000.

Septanguli inscripti arcus est graduum 51. cum tribus septimis sive 25. scrupulis primis, & 43. secundis. Hujus medietas grad. 25. scrupula prima 42. secunda 51. dat sinum 43388. qui duplicatus, est latus septanguli 86776.

Octanguli arcus graduum 45. dimidiatus 22. grad. cum dimidio, dat sinum 38268. cujus duplum 76536. est latus octanguli.

Nonanguli latus subtendit gradus 40. cujus medietas 20. grad. exhibet sinum 34202. qui duplicatus, est nonanguli latus 68404.

Decanguli arcus 36. grad. dimidiatus 18. grad. habet sinum 30902. qui duplicatus, est latus decanguli 61804.

Undecanguli inscripti arcus est graduum 32. cum octo undecimis, seu scrupulis primis 43. secundis 38. Dimidiatus arcus grad. 16. scrup. prim. 21. secund. 49. exhibet sinum 28173. cujus duplum 56346. est latus undecanguli.

Duodecanguli arcus 30. grad. dimidiatus 15 grad. dat sinum 25882. cujus duplum 51764. est latus duodecanguli.

Tredecanguli arcus est 27. grad. cum 9. decimistertiis, seu scrupulis primis 41. secundis 32. Dimidiatus hic arcus grad. 13. scr. prima 50. secunda 46. sinum exhibet 23931. qui duplicatus 47863. est latus tredecanguli.

Quatuordecanguli arcus est graduum 25. scr. 42. secund. 51. Cujus dimidium grad. 12. scr. 51. sec. 25. dat sinum 22252. cujus duplum 44504. quatuordecanguli latus est.

Quindecanguli arcus est graduum 24. qui bisectus, est graduum 12. cujus sinus 20791. duplicatus, est quindecanguli latus 41582.

Sedecanguli arcus est 22. grad. 30. scr. Cujus medietas 11. gra. 15. scr. dat sinum 19509. qui duplicatus, est sedecanguli latus 39018.

Septendecanguli arcus est graduum 21. cum 3. decimis septimis, sive scrupulis primis 10. secundis 35. Dimidiatus arcus gr. 10. pr. 35. sec. 18. dat sinum 18375. cuius duplum 36750. septendecanguli latus est.

Octodecanguli arcus est graduum 20. cuius medietas grad. 10. dat sinum 17365. qui duplicatus 34730. est latus octodecanguli.

Novendecanguli arcus est graduum 18. cum 18. decimis nonis, quae faciunt 56. prima, & 50. secunda scrupula. Dimidiatus arcus grad. 9. pri. 28. sec. 29. dat sinum 16459. qui duplicatus 32918. est latus novendecanguli.

Vigintanguli denique inscripti latus arcum subtendit graduum 18. cuius medietas grad. 9. dat sinum 15643. qui duplicatus 31286. vigintanguli latus est.

Summa calculi.

Numerus laterum vel angulorum	Laterum planorum ordinatum, posito circumscripti circuli radio 100000.
3	173205
4	141421
5	117557
6	100000
7	86776
8	76536
9	68404
10	61803
11	56346
12	51764
13	47863
14	44503
15	41582
16	39018
17	36750
18	34729
19	32918
20	31286

Inventis jam viginti planorum regularium lateribus in partibus talibus, qualium radius circumscriptorum circulorum est 100000. porro eorundem circumscriptorum circulorum radii sunt investigandi in partibus talibus, qualium unumquodq₃ figurarum istarum latus ponitur esse 1000. ad hunc modum, si fiat, ut latus propositæ figuræ in antecedente tabella, ad radium 100000. ita latus datum 1000. ad aliud. Ut inventurus circuli triangulum circumscribentis radium in lateris partibus millesimis, institues talem analogiam: Ut se habent 173205. (hunc enim numerum triangulari lateri competere, vides in antecedente tabella) ad radium 100000. sic latus datum 1000. ad radium 577. Fractiones enim citra sensibilem errorem omitti possunt. Sic in quadrangulo: ut 141421. ad 100000. ita 1000. ad 707. Eodémque pacto cæteris in figuris semper 100000000. (qui est factus à duobus radiis 1000. & 100000.) dividatur per latus figuræ propositæ ex præcedente tabella excerptum: cuius supputationis summam adjuncta tabella complectitur.

Numerus laterum vel angularum	Radii circulorū figuris circūscriptorū, posito cuiusq ₃ lateris 1000
3.	577
4	707
5	850
6	1000
7	1152
8	1307
9	1462
10	1618
11	1775
12	1932
13	2089
14	2247
15	2405
16	2563
17	2721
18	2879
19	3038
20	3196

Ex hac itaq₃ tabella radios omnes in propositam lineam translaturus, accipito primum arbitrariam longitudinem radii sexangularis, eamq₃ in aliquo plano exactè dividito in partes 1000. æquales, hoc est, primò in 10. deinde harum decimarum unam in alias particulas 100. per transversarias lineas, ratione ea, quæ suprà fol. 65. fuit exposita: indeq₃ singulos radios excerptos in propositam Instrumenti lineam transferto.

Verum si volueris, vigintanguli radium præcisè in extremitatem incidere lineæ propositæ, (id quod ista ratione, assumpto arbitrario sexanguli radio fieri vix potest) oportet, ut totam lineam divides in partes 3196. æquales, utpote qui numerus vigintanguli radio è superiore tabella competit. Atqui hoc perdifficile est, cùm hujus numeri divisores primi sint 2. 2. 799. Quapropter sumatur alius eidem vicinissimus, qui est 3200. cuius divisores primi sunt 2. 2. 2. 2. 2. 2. 5. 5. ac proinde lineæ per eum commodè dividua,

Ut autem & hoc labore te sublevem, dabo singulos radios in partibus talibus, qualium vigintangularis radius 1000. continet. Unde totam Instrumenti lineam in aliquo plano divides in 1000. partes aequales, indeq; singulos radios ope sequentis tabellæ desumptos in Instrumentum transferes, usus parallelogrammi compendio supra fol. 65. tradito. En tabellam, cujus conficiendæ rationem exemplo declarabo. Triangularis radius in tabella superiore est partiū 577. talium, quales sexangularis habet 1000. Atqui volo eundem in talibus, qualium vigintangularis est 1000. Ergo sic ratiocinare: Ut se habent 3196. (vigintangularis radius in superiore tabella) ad 577. (triangularem radium ibidem) ita se habent 1000. (radius vigintangularis modo assumptus) ad 180. Atque sic in ceteris etiam singuli e superiore tabella radii multiplicentur per 1000. factiq; per 3196. radius vigintangularem dividuntur.

Numerus laterum vel angulorum	Radius circulorū figuris circūscriptorum, posito radio vigintangulari 1000.
3	180
4	221
5	266
6	313
7	360
8	409
9	457
10	506
11	555
12	604
13	654
14	703
15	753
16	802
17	851
18	901
19	950
20	1000

Linea Tetragonica, lit. F.

Tetragonica, quam latinè *Quadratricem* non ineptè dixeris, inde nomen obtinuit ab Autore, quòd ejus ope τετραγωνισμός sive Quadratura cū circuli, tum regularium planorum, & consequenter eorum reductio ad se invicem absoluitur. Habet enim inscripta latera & semidiametrum circuli figurarumq; rectilinearum equalium: Cujus inventionis ratio nunc tradenda venit.

Ac ut initio de circulo dicamus, etsi cuilibet rectilineo in triangula resolute æquale constitui possit rectangulum, tum oblongum per prop. 42. lib. 1. tum quadratum per prop. 14. lib. 2. Euclid. tamen qui circuli apodicticam & omninò accuratam quadraturam invenerit, in hunc usque diem, quamvis multi conati, vultu etiam Archimedeum illud εὐρηκα ingemina-

ingeminaverint, inventus nemo fuit, nec invenietur unquam. Quadratura enim apodictica (si daretur) è proportionem diametri ad circumferentiam tota dependeret: cum juxta Archimedis, de circuli dimensione propositionem primam, area cujusque circuli sit equalis triangulo rectangulo, cujus unum quidem latus circa rectum angulum semidiametro circuli, alterum verò circumferentia ejusdem circuli est equalis. Atqui diametri hæc ad circumferentiam proportio nulla datur: cum proportio, è def. 3. lib. 5. Euclid. sit duarum magnitudinum ejusdem generis mutua quadam secundum quantitatem habitudo: Recta verò linea & obliqua non sub eodem proximo genere comprehenduntur: sed constant naturâ diversissima: quippe illius omnes, etiam minime partes rectæ sunt: hujus omnes obliquæ. Nec per $\epsilon\phi\alpha\gamma\mu\omega\sigma\omega$ & applicationem sensibilem obliquæ lineæ rectis lineis equari possunt geometricè seu accuratissimè, id quod in apodictica circuli quadraturâ requiritur. Et quamvis Lunulares figuras verè quadrare, Hippocrates Chius docuerit: anguli etiam Lunulares rectilineis equari possint, ut Pappus apud Proclum in axiomatica de angulis rectis tradit: tamen hæc æquatio, curvaturæ quadam compensatione fit: qualis compensatio in aliis præter Lunulares angulis, ut systroicidibus & pelecocidibus (quibus circuli cavitates maximè affinis est) fieri nulla potest: proindeq; circulo equalis rectilineum efformari naturâ nequit.

Cum ergo præcisionem hîc attingi, & circumferentiæ ad diametrum veram proportionem indagari nequaquam posse Archimedes cerneret: propinquam saltem collatione majorum & minorum exquirere atq; demonstrare, ad operam mechanica satis esse judicavit. Nam perimetrum figure 96. laterum circumscriptæ invenit esse triplam diametri, & præterea non planè sesquiseptimam: cumq; inscripti circuli circumferentia circumscripti nonaginta sex anguli perimetro, quippe contentum continente, minor sit, inde conclusit, inscripti circuli circumferentiam ad diametrum esse triplam, & adhuc paulò minorem, quàm sesquiseptimam. Contrà perimetrum nonaginta sex anguli circulo inscripti reperit esse triplam & plusquam superdecupartientem septuagesimas primas. Unde collegit, circumscripti circuli circumferentiam ad diametrum esse triplam, & præterea paulò majorem, quàm superdecupartientem nonagesimas primas: cum circumferentia circuli circumscripti, perimetro inscripti multanguli, utpote continens contento, major sit. Adeo ut proxima diametri ad circumferentiam ratio, sensibus aliquomodo satisfaciens, interjecta sit inter triplam sesquiseptimam,

nam, & triplam superdecupartientem septuagesimas primas. Et quia ultra triplam excessus paulò minor erat sesquiseptimâ, longè autem major sesqui-octavâ, ideo sesquiseptimam cetero viciniorē assumsit, quæ est ratio 22. ad 7.

Ceterum proportionem hæc Archimedeâ longè accuratiorem C. Clavius in fine comment. ad 6. lib. Eucl. eumq; secutus I. Hartmannus Beyerus in Stereometria sua è canone sinuum invenerunt. Omnium verò conatum Ludolphus à Collen superavit, qui in libro de circulo belgicè edito, cap. 11. è surdis numeris admodum propinquam proportionem diametri ad circumferentiam invenit esse paulò minorem, quàm 10000000000000000000. ad 314159265358979323847. & paulò majorem, quàm 10000000000000000000. ad 314159265358979323846. Quanquam ad institutum nostrum sufficiet, rejectis posterioribus priores tantum ad sinistram quinque notas retinere, juxta quas ratio diametri ad circumferentiam est 10000. ad 31416. qua circuli tetragonismus perficitur et si non accuratissimus, ita tamen ad metam propè collinans, ut figurarum sic æquatarum areas mechanicus accurato etiam instituto examine, non possit inæquales deprehendere.

Cum ergo, ut ex Archimedeâ demonstratione constat, area circuli æquetur triangulo, cujus unum latus circa rectum est semidiameter, alterum circumferentia circuli: sequetur per 42. prop. libri 1. Euclid. multiplicatâ semidiametro per semicircumferentiam, aream circuli prodire. Esto itaq; quadranti circuli diameter 10000. cujus dimidium 5000. multiplicetur per semicircumferentiam 15703. Factus 78515000. est area circuli, cujus radix quadrata 8861. est latus quadrati dato circulo æque capacis, in partibus talibus, qualium circuli radius est 5000. Sin mavis radium circumferentiam in talibus partibus, qualium latus æqualis quadrati est 100000. (in qualibus partibus etiam ceterarum figurarum regularium latera quæremus) instituo talem analogiam: ut 8861. ad 5000. ita quadrati latus 100000. ad æqualis circuli radium 56427.

Porro rectilinearum figurarum, dato quadrato radicis 100000. equalium latera non possunt inveniri prius, quàm earundem area reperiantur, posito cujusq; latere 100000. Quamvis autem omne triangulatum multangulum è suis triangulis mensuram capiat: tamen in ordinatis hisce multangulis compendium quoddam est. Quia enim area cujuslibet figure regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figure in latus unum ducta, & sub dimidiato ambitu ejusdem figure, ut Clavius lib. 7. geom. pract. prop. 2. demonstrat, ideoq; semissis ambitus figure mul-
tiplicetur

triplicetur in perpendicularem à centro figuræ ad unum latus cadentem. Numerus enim productus, erit area figuræ. Perpendicularis autem illa in singulis figuris reperitur ex canone sinuum, si fiat, ut 100000. sinus totus ad Tangentem semissis anguli figuræ: ita 50000. semissis lateris (totum enim latus 100000. in singulis figuris assumpturos nos diximus) ad istam perpendicularem. Supputationis summam adjuncta tabella continet, ad vigintangulum usque extensa. Nec enim plurium figurarum latera instrumenti angustia facile capiet.

Numerus laterū vel angulorū	Perpendicularis à centro figuræ in latus, posito cuiusq; latere 100000.
5	68819
6	86603
7	103829
8	120711
9	137373
10	153883
11	170285
12	186602
13	202862
14	219066
15	235234
16	251368
17	267475
18	283561
19	299641
20	315698

Omissum est hic trianguli quadratiq; perpendiculum, eò quòd ipsorum geodesia facilius, quàm cæterarum figurarum absolvitur. Nam in triangulo quidem perpendicularis à vertice in latus demissa 86602. si per lateris semissem 50000. multiplicetur, prodit ejus aream 4330100000. Quadrati vero area habetur, ejus latere in se ipsum ducto: estq; 10000000000. Sequentium autem polygonorum areæ prodeunt, si perpendiculares in superiorem tabellam notatæ multiplicentur per dimidiatum ambitum. Ut in quinquangulo, quia latus unum est 100000. ergo totus ambitus erit 500000. cujus semissis 250000. multiplicata per quinquanguli perpendicularem 688.9. dat ejus aream 17204750000. Quæ & in cæterarum figurarum areis investigandis est ratio. Calculi summam tabella subiecta continet, in qua ideò majores numeros adhibuimus, ut ad scopum exactius collimarimus, id quod in minoribus numeris fieri non potest: quanquam & in majoribus his absoluta præcisio nequit haberi. Quod si cui placet hosce numeros minores facere, debita tamen proportionem retenta, quot cyphras de assumpto latere tollit, totidem paria cypharum auferat ex areis figurarum. Ut si latus trianguli facias 1000. abjectis nimirum duabus cyphris: ejusdem area erit 433010, videlicet abjectis cypharum paribus duobus.

Cognitis nunc areis polygonorum datorum, assumpto cujusq₃ latere eodem 100000. inde etiam facile latera ipsorum eruentur, assumptâ singulorum unâ eademq₃ areâ 10000000000. hoc modo. Fiat, ut area figuræ similis, latus habentis 100000. deprompta ex præcedenti tabula, ad aream figuræ propositæ: sic 10000000000. quadratum lateris 100000. ad aliud. Productus enim numerus erit quadratus lateris quæsiti. Ejus ergo radix quadrata latus quæsitum exhibet. Nam ita est area ad aream similis figuræ, ut quadratum lateris ad quadratum lateris; eò quòd utrobique sit ratio laterum homologorum duplicata, per 20. prop. lib. 6. Euclid. Exempli causâ, trianguli æquilateri 10000000000. latus per hanc analogiam invenitur: Ut se habent 4330100000. (area triangularis è superiore tabella) ad 10000000000. (aream propositi trianguli) sic habent se 10000000000. (quadratum lateris 100000.) ad quadratum 23094154869. cujus radix 151967. est quæsitum latus trianguli propositi. Quo pacto ceterorum quoq₃ polygonorum latera queruntur, quæ quidem subsequenti tabula exhibentur.

Ex hac porrò tabella singulorum polygonalium laterum quantitatem in Instrumentum tralaturus, assumas initio quadrati latus arbitraria longitudine, idq₃ in plano quodam in partes æquales 1000. seces: vel potius, in decem primò partes: deinde unam ex his decimis in centum alias, per transversarias illas parallelogrammi suprâ descripti sectiones. Hinc excerpas latera polygonorum è proposita tabella, omissis tamen duabus postremis ad dextram notis, quas virgulâ sejunctas cernis, ita quidem, ut, si sejunctæ illæ notæ superant 50 prois unitas adjiciatur numero reliquo. Ut in Undecanguli latere 32676. decurtando, retinentur 327. cùm abjectæ notæ 76. ultra medietatem centenarii progrediantur.

Numerus lat. vel angulorū	Areæ polygonorū positæ singulorū latere 100000
3	4330100000
4	10000000000
5	17204750000
6	25980900000
7	36340150000
8	48844000000
9	61817850000
10	76941500000
11	93656750000
12	111961200000
13	131860300000
14	153346200000
15	176425500000
16	201094400000
17	227353750000
18	255204900000
19	284658950000
20	315698000000

Trianguli

Trianguli	} cujus area est 1000000000. latus earundem partium est	1519,67
Quadrati		1000,00
Quinquanguli		762,39
Sexanguli		620,40
Septanguli		524,57
Octanguli		455,09
Nonanguli		402,20
Decanguli		360,51
Undecanguli		326,76
Duodecanguli		298,86
Tredecanguli		275,39
Quatuordecanguli		255,37
Quindecanguli		238,08
Sedecanguli		222,99
Septendecanguli		209,72
Octodecanguli		197,95
Novendecanguli		187,43
Vigintanguli		177,98

Deniq, circuli, cujus area est 10000000000. radius sive semidiameter in iisdem partibus est 564,27, ut è superioribus constat.

Ceterum ut maximum ex his latus, quod trianguli est, incidat in ipsam extremitatem lineæ dividendæ (quod aliàs assumpto arbitrario quadrati latere fieri nequit) oportet, ut habeantur ista latera omnia in partibus talibus, qualium triangulare latus continet 100000. Quod assequemur, si fiat, ut 151967. (latus triangulare superioris tabellæ) ad singula polygonorum latera ibidem

Figura æquæ capaces	Latera earundem	Figura æquæ capaces	Latera earundem
3	1000,00	12	196,66
4	658,04	13	181,22
5	501,68	14	168,04
6	408,25	15	156,67
7	345,19	16	146,74
8	299,47	17	138,00
9	264,66	18	130,26
10	237,23	19	123,34
11	215,02	20	117,12

Deniq, circuli æquæ capaxis radius (qui cadit inter sexanguli & septanguli latera) est 371,31. L 2 posita:

posita: sic 100000. (modo assumptum triangulare latus) ad aliud. Productus enim numerus petitus latus in petitis partibus arguet. Per hanc analogiam premissa tabella fuit extructa: qua usus, totam Instrumenti lineam in quodam plano divides in partes 1000. & ope parallelogrammi, ut jam sæpius est monitum, latera singula inde in Instrumentum transferas, cadetq; trianguli latus in propositæ lineæ extremitatem, cui ternarium, ut & reliquorum laterum punctis suos cuiq; numeros adscribito: circularis autem radii puncta circellis includito, ad hunc modum  & erit ad usum parata linea Tetragonica.

Paraleipomenon ad Metallicam lineam.

Cum ea, quæ suprà fol. 69. & seqq. de metallica linea differuimus, prælo jam essent expressa, monitu D. Georgii Henischii, Medici ac Mathematici Augustani Clariss. incido in Ioan. Bodini ea de re locum, quem, non possum facere, quin omissis ad institutum non pertinentibus adscribam. Sic autem ille lib. 6. de Repub. sub finem capitis tertii: Corpus æris duplo capacius est & ratio ad aurum eadem, quæ 1. ad $2\frac{1}{8}$ sive 8. ad 17. si quidem utriusq; massa capiatur ejusdem ponderis. Contrà verò, si corpus utriusq; metalli, ejusdem amplitudinis sumatur, auri corpus ære gravius erit duplo & $\frac{1}{2}$ vel, ut subtilioribus ponderibus ac numeris utamur, eadem est æris ad aurum ratio, quæ 1551. ad 729. ut quidem me spectante demonstravit Franciscus Fuxæus, magnus seculi nostri Archimedes. Auri verò ad argentum ratio ea est, quæ 1551. ad 929. aut ferè 9. ad 5. Æris item ad argentum ratio ea ferè est, quæ 11. ad 3. aut exactissima ratione, ut 729. ad 929. Nam hæc duo metalla corpore ac pondere sibi proxima sunt: propiùs tamen argentum plumbo accedit tum pondere, tum etiam amplitudine; id est, plumbum ejusdem magnitudinis, qua argentum, tantò gravius erit argento, quantò numerus 15. major est 14. vel accuratissimè, ut 998. ad 929. Stannum tametsi argento colore quàm similimum videatur, corporis tamen amplitudine ac pondere dissimilimum est. Nam utriusq; eadem ferè est ratio, quæ 9. ad 17. aut subtiliùs, 600. ad 929. Aurum verò ad stannum, metallorum omnium levissimum, & corpore capacissimum, ferè triplam habet rationem, id est, quam 18. ad 7. vel subtiliùs 1551. ad 600. Ferrum item corporis amplitudine & pondere ad argentum cæteris propiùs accedit.

accedit. Est enim utriusq; ferè ea ratio, quæ 3. ad 4. vel accuratissimè, ut 634. ad 929. Aurum ferro tantò gravius est, quantò senarius à novenario superatur: aut exactissima ratione 1551. ad 634. Tandem argentum vivum pondere ac volumine proximè ad aurum accedit: levius tamen est & capacius auro: eamq; ferè inter se rationem habent, quam 3. ad 4. vel accuratissimè, ut 1158. ad 1551. *Hæc ille. Quæ eadem repetit in Theatro naturæ, lib. 2. sub finem, folio (mibi) 260. ubi hæc addit:* In metallis proportio voluminis seu magnitudinis eadem est, quæ ponderum: sed ratione contraria. Ut aurum triplo ferè gravius est stanno: ergo stanni volumen seu magnitudo ejusdem ponderis, quo fuerit auri proposita massa, triplo ferè grandior erit massâ auri: (*Ita namq; legendum arbitror, sicus quàm habent exemplaria quedam depravata*) Id autem primus demonstravit Franciscus Fuxæus Candala. Gallicus Archimedes, acceptis sex metallorum corporibus ejusdem longitudinis, & ab eodem foramine ductis: ea subtilissimis ponderibus ad æquilibrium appendit. Et quoniam hydrargyrum duci non poterat, impressit auri vel argenti frustulum ossi sapiæ: deinde auro detracto, concavitatem hydrargyro complevit: post in libellæ concavum effudit, ut ponderis gravitatem iniret. *Hæc Bodinus, quæ cò statui adducenda, ut is partim superius dicta confirmarentur, partim optio lectori relinqueretur in iis, quæ nonnihil discrepant. Nec enim quicquam certi hac in re statui potest ob causam superius allatam.*

Quod si ergo placet has à Bodino commemoratas proportionες reti-

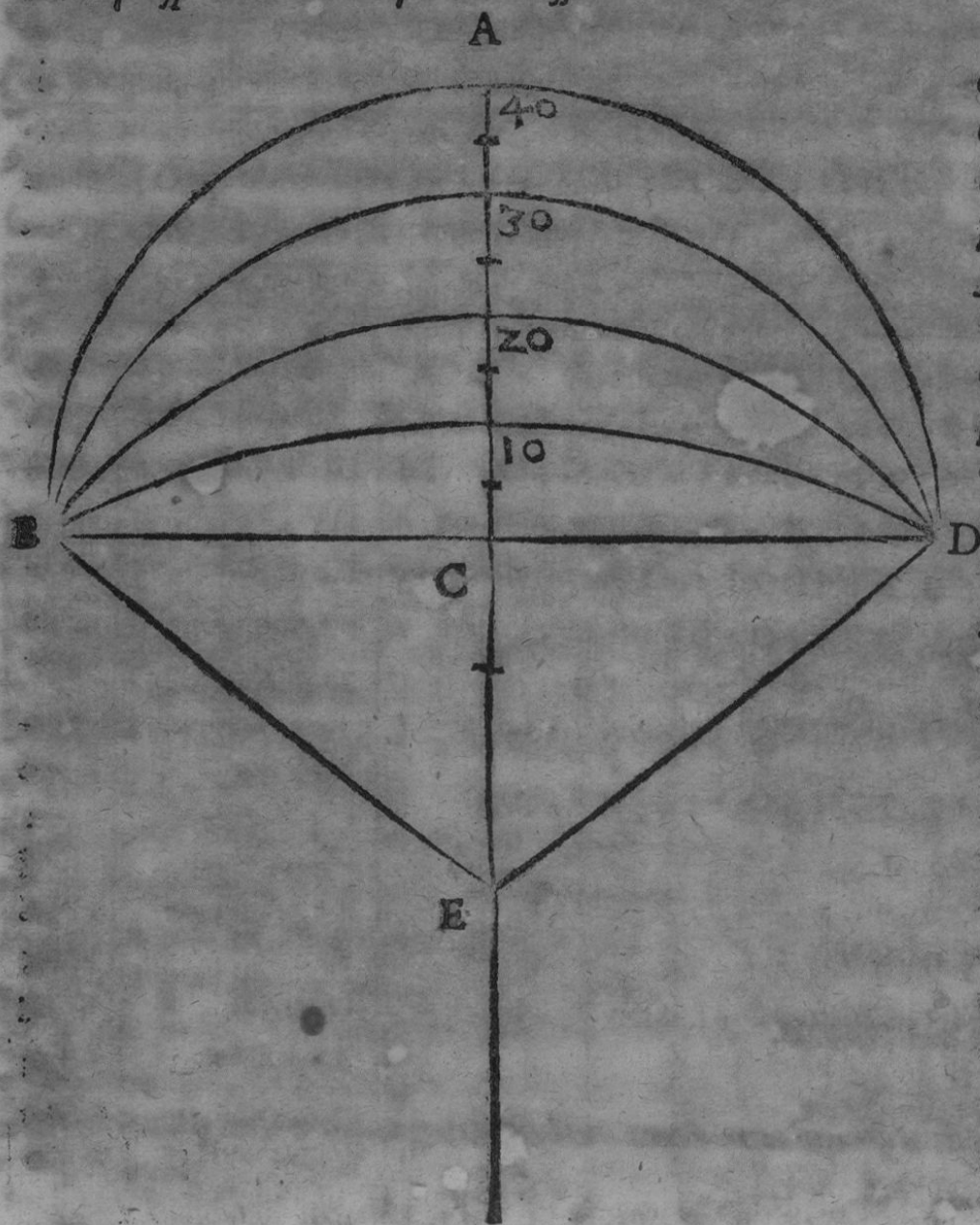
Aurum ratione ponderis habet se ad ejusdem magnitudinis	Hydrargyrū	746 $\frac{3}{5}$	Æqueponderantiū spha- rarum diametri, in parti- culis æqualibus.	
	Plumbum	643 $\frac{1}{2}$	Aurum	1000
	Argentum	599	Hydrargyrū	1102
	Æs	470	Plumbum	1158
	Ferrum	408 $\frac{4}{5}$	Argentum	1186
	Stannum	386 $\frac{4}{5}$	Æs	1286
	Marmor	240	Ferrum	1348
	Lapid. vulg.	165	Stannum	1374
			Marmor	1863
			Lapis vulg.	2110

nere, poterunt metallorū diametri ex adjunctarum tabellarum alterutra in Metallicā lineam transferri, eodem planè modo, quem suprà fol. 72. tradidi.

Adjuncta linea,

lit. G.

Superioris lineæ Quadratricis usus extendit se tantum ad regulares figuras multilateras ac circulum. Cùm autem non raro circuli segmenta sectorēsq; Lunulæ, vel aliæ figuræ mixtæ quadrande proponantur, Autor priori hanc adjungere voluit, indeq; nomen eidem indidit: cujus construenda ratio, etsi est, quàm superiorum, aliquantò difficilior: tamen expositionis perspicuitate rem planam efficere conabimur.



Fiat semicirculus ABD. cujus diametro BD, ad perpendicularū insistat radius AC, qui dividendus est in tot partes æquales, quot segmentorū quadratrices lineas Instrumento placuerit inscribere. Autor divisit in partes 20. è quibus 18. in Instrumento notavit: duas autē, quæ centro proximè accedunt, omisit. Ceterum quò plures hujusmodi sint partes, eo

res, eò erit exactior quadratura. Distribuamus ergo dictum radium AC, in partes 40. eundemq³ infinite protrahamus versus E. in quâ protractâ lineâ centra sunt querenda eorum arcuum, qui ex A. per singula ista divisionis puncta usq³ ad C. describendi sunt: qui quidem arcus totum semicirculum in segmenta 40. discescant. Atq³ horum segmentorum singulorum area sunt investiganda, quorum postremum quidem idemq³ maximum est ipse semicirculus ABCD. cujus area jam è superioribus est manifesta. Cum enim, posita semidiametro 100000. circularis area sit 3141592600600. erit area semicirculi 1570796300000. Sequentia verò segmenta quaruntur hoc pacto. Assumatur radius AC. vel CD partium 100000. & in talibus partibus investigetur quantitas cum radiorum, arcum quem vis describentium, tum ipsorum arcuum descriptorum, tum deniq³ perpendicularum in singulis sectorum triangulis contentorum; id quod ope canonis sinuum, & per subjunctam tabellam perficitur.

Gradus, prima & secunda scrupula, in partibus talibus, qualium Radius 100000, 00. continet.

Grad.	Part. circūferentiæ	Grad.	Part. circūferentiæ	Scr. pri.	P. circumf.	Scr. sec.	P. circūf.
1	1745, 33	60	104719, 75	1	29, 09	1	48
2	3490, 66	70	122173, 10	2	58, 18	2	97
3	5235, 99	80	139626, 40	3	87, 27	3	1, 45
4	6981, 32	90	157079, 63	4	116, 36	4	1, 94
5	8726, 65	100	174532, 92	5	145, 45	5	2, 42
6	10471, 98	110	191986, 30	6	174, 54	6	2, 91
7	12217, 31	120	209439, 50	7	203, 62	7	3, 39
8	13962, 64	130	226892, 90	8	232, 71	8	3, 88
9	15707, 97	140	244346, 20	9	261, 80	9	4, 36
10	17453, 30	150	261799, 38	10	290, 89	10	4, 85
20	34906, 58	160	279252, 80	20	581, 78	20	9, 70
30	52359, 87	170	296706, 10	30	872, 66	30	14, 54
40	69813, 20	180	314159, 26	40	1163, 56	40	19, 39
50	87266, 46			50	1454, 46	50	24, 25

Porro semisses quorum vis arcuum multiplicantur per suos radios, & producantur

producantur area sectorum, à quibus subtrahi debent area triangulorum
 in illis sectoribus contentorum, remanebuntq; segmentorum area, quarum
 radices quadratae sunt extrahende, ac in Instrumentum transferede. Quae
 omnia exemplo dilucidiora fient. Est area investiganda segmenti vigesimi
 B 20 DC. Quod ut fiat, oportet prius aream sectoris E B 20 D. quare-
 re, ad hunc modum. Linea C 20. cum sit semissis radii C A, erit partium
 50000 quae Tangens in canone Tangentium exhibet arcum 26 grad. 34.
 scrup. qui est angulus C D 20. Hunc angulum duplica, & habebis semis-
 sem anguli verticalis in proposito sectore, videlicet angulum D E C. 53. gr.
 8. scrup. (Nam in triangulo Isoscele acutangulo, quale hic est D E 20. si
 ex alterutra equalium angulorum, demittatur perpendicularis ad crura
 alterutrum: verticalis angulus abscissi trianguli minoris erit in proportio-
 ne subdupla ad verticalem dati Isoscelis trianguli) Hujus jam anguli com-
 plementum ad rectum est angulus E D C. 36 gr. 52. scr. cujus Secans D E.
 in canone est 124995. partium talium, quales radius C D. habet 100000.
 Eiusdem anguli Tangens E C. ibidem invenitur 74991. Atq; haec Tan-
 gens est perpendiculum trianguli E B D. in Sectore proposito contenti. Prae-
 terea basis dimidiata sectoris, nimirum arcus D 20. constans gradibus 53.
 & 8. scrupulis (tantus enim est antea repertus angulus D E C. vel D E 20.)
 ex praecedenti tabella redigatur in tales partes qualium radius E D. est
 100000. hoc modo: Gradus 50. habent partes 87266 gradus 3. habent 5236.
 deniq; 8. scrupula habent 233. Harum partium omnium summa 92735.
 est arcus D 20. semissis baseos in partibus radii E D. 100000. Atqui volo
 eam in partibus, qualium radius D C. 100000. vel quod idem est. supra in-
 venta Secans D E. 124995. obtinet. Instituatur ergo talis analogia: ut se
 habet radius E D. 100000. ad arcum D 20. 92735. ita se habet Secans E D.
 124995. ad eundem arcum D 20. 115914. Hanc baseos semissem 115914.
 multiplica per sectoris propositi radium E D. 124995. factus 14488670430.
 est area sectoris E B 20 D. ex qua subtrahatur ejusdem triangulum E B D.
 7499100000. (haec area trianguli reperitur multiplicando repertum antea
 perpendiculum C E. 74991. per dimidiam basin C D. 100000.) residuum
 6989570430. est area segmenti B 20 DC. cujus radix quadrata est 83604.

Atq; hac usus methodo, assumpto certioris calculi causa septem cy-
 phrarum radio, & secundis etiam scrupulis non neglectis, extruxi tabellam
 appositam: in qua proponuntur radices è singulis singulorum segmentorum
 areis extractae, in partibus talibus, qualium semidiameter C D habet 100000.

Ut autem

Ut autem ad ipsam aliquando tandem fabricæ rationem accedatur, habet hæc linea numerorum duplicem ordinem, exteriorem unum, qui terminatur in semicirculari nota $\cap$ alterum interiorem, cujus conclusio est, quadrati signum $\square$. Et quidem pro exteriori primùm ordine oportet initio lineam Instrumenti, non illam quidem totam, sed ejus quatuor quintas circiter, in 40. partes æquales dividere: ac singulis divisionum punctis exterius convenientes numeros adnotare, ita quidem, ut extremitas ejus, sive quadragesimum punctum, adscriptam habeat notam $\cap$ sequentibus deinde versus centrum punctis assignentur numeri 39. 38. 37. 36. &c: quanquam postrema puncta 3. 2. 1. propter illum orbiculum, in cujus centro circumagitur Instrumentum, describi minus commodè queunt. Atq; hæc 40. partium equalium linea est illa ipsa, quam in figura superiore, fol. 86. conci-

Segmen- torū nu- merus	Radic. quadr. è seg- ment. arcis extractæ in part. rad. 100000.	Segmen- torū nu- merus	Radic. quadr. è seg- ment. arcis extractæ part. rad. 100000.
1	17946	21	85860
2	25833	22	88088
3	31646	23	90289
4	36554	24	92463
5	40893	25	94614
6	44825	26	96746
7	48454	27	98838
8	51846	28	100960
9	54669	29	103042
10	58094	30	105114
11	61006	31	107169
12	63805	32	109210
13	66510	33	111256
14	69132	34	113285
15	71681	35	115304
16	74164	36	117322
17	76594	37	119330
18	78971	38	121337
19	81304	39	123336
20	83663	40	125331 $\square$

Semicir.

M

pere

pere debemus sub radio CA . in quo singulorum segmentorum altitudines continentur: vel, quod idem est, sub linea CD . vel CB . quæ est dimidia chorda singulorum segmentorum, in praxi semper statuenda transverse inter signa $\square$ & $\square$.

Deinde numerorum ordo interior, qui progressus è centro, terminatur in signo $\square$ latera continet eorundem segmentorum in quadrata redactorum, in partibus talibus, qualium 10000. habet exterioris numerorum ordinis linea, hoc est, linea è centro usq; ad signum $\square$ ducta. Hæc autem latera è superiori tabella in Instrumentum translaturus, oportet, ut modo dictam lineam exterioris ordinis in planitie quadam divides in 1000. partes æquales, indeq; adhibito parallelogrammi supra declarato compendio singula latera in tabella notata excerpas, abjectis duabus ad dextram notis, si eæ infra 30. fuerint: sin supra, pro iis unitate ad reliquum numerum adjecta. Punctis jam omnibus lineæ impressis, adscribantur interiori parte numeri convenientes, incipiendo à signo $\square$ in quod cadit postremum latus 1253. indeq; ad sequentia puncta versus centrum ita progrediendo: 39. 38. 37. &c: ut supra in exteriori ordine factum est.

Non sum nescius, Autorem observare contrariam rationem, & numerationis initium facere, non à centro, sed à signis $\square$ & $\square$ ut patet è probl. 31. supra fol. 38. Hoc est, Autor in linea AC . (vide figuram supra fol. 86.) segmenta numerat non, ut nos, à C . versus A . verum contra ab A . versus C . sic ut semicirculus ipsi sit primum segmentum, quod nobis est postremum. Veruntamen res eadem est; cum eadem Athenis Thebas, quæ Thebis Athenas via ducat. Videtur tamen ratio nostra commodior, eò quòd hoc modo numeri denario minores (Digitos autor Algorithmi vocat) cadunt ad illa divisionis puncta, quæ ad Instrumenti centrum propius accedunt, ubi magis magisq; coarctatæ lineæ spatium angustum, & majorum numerorum non benè capax efficiunt: reliqui verò numeri, ut articuli, & compositi qui duabus constant notis, ad illa puncta cadunt, ubi lineæ sese magis diffundunt, ac numerorum grandiorum adscriptionem facile admittunt.

Quod si tamen Autoris & rationem numerationis, & in 20. partes divisionem retinere placet, en tabellam, qua id perficias, è superiore desumptam, & abjectis posterioribus duabus notis decurtatam: è qua latera quadratarum cujusq; segmenti arearum eodem, quo supra, modo in Instrumentum transferes; eritq; lineæ hæc Adjuncta usui preparata.

Atq; hæc divisiones sunt, quarum usum in prima sui Tractatus parte declaræ

declarat Autor. Illas enim ad usum civilem ac militare, cui potissimum hoc invento nobilissimo voluit inservitum, satis esse judicavit. Adjiciam autem præterea tres alias in gratiam eorum, qui Polydederalam Instrumenti naturam ulterius perspicere satagunt: quarum prima chordas arcibus circuli subtensas complectitur: altera quinq; corporum regularium sphaere inscriptibilium: tertia eorundem corporum inter se æqualium latera sive radices complectitur.

Ordo segm.	Radic. quadr. in partibus rad. 1000.	Ordo segm.	Radic. quadr. in partibus rad. 1000.
<i>Sem.</i>	1 253	10	837
1	1213	11	790
2	1173	12	742
3	1133	13	691
4	1092	14	638
5	1051	15	518
6	1010	16	518
7	967	17	448
8	925	18	366
9	881	19	258

Linea chordarum,

sublit. H,

Semicirculus tantâ diametro, quanta est Instrumenti linea tota, describatur in quodam plano, inq; gradus 180. quam fieri potest accuratissime distribuatur, ea ratione, quam præscribunt hujus numeri divisores primi modo, qui supra in Arithm. linea traditur, inventi 2.2.3.3.5. Nihil tamen refert, imò commodius etiam fuerit, si eorundem divisorum primorum ordinem nonnihil immutes, hoc pacto: 3.5.3.2.2. id est, si semicirculum in tres primo, quamvis deinde tertiam in quinq; quintarum quamq; in tres, tertiarum in duas, secundarum in duas alias æquales partes subdividas. Nam ternariam quidem semicirculi divisionem statim tibi suppeditat expansio circini ad semidiametrum: cum semidiameter sextam circuli, hoc est tertiam semicirculi partem sive 60. gradus subtendat. Pitisc. Trigon. lib. 2. prop. 20. Quinaria vero singularum tertiarum subdivisio eam ob causam ante binariam vel ternariam videtur esse suscipienda, quia facilis arcum circuli, dum est maior, quam minorem factum, et multis præcedentibus divisionibus quasi attenuatum in plures particulas distribuimus. Distributione hac absolutâ, singularum graduum chordæ, uno circini crure fixo in ea diametri extremitate, ubi numerationis graduum sit initium, altero crure ad singulos ordine gradus expanso depromuntur, et in propositam lineam transferentur, decimo cuiq; puncto convenientibus numeris ad-

notatis. *Qu*anquam postremorum semicirculi graduum chordæ adeò non habent perceptibilem differentiam, ut vix quinas, nedum singulas habere queamus. Μισότροποι quinquorum, vel etiam denorum tantummodò graduum chordas è semicirculo desumant, ac deinde intermedia in Instrumento spatia in particulas vel quinas vel denas æquales subdividant.

Si libet, majoris certitudinis causâ modum sequentem cum præmissis conjungere, vel eum separatim adhibere poteris. *Qu*erantur chordæ singulorum graduum in numeris, hoc pacto. *C*ùm sinus rectus sit semissis subtensæ dupli arcûs: ergo si bisecetur arcus à chorda subtensus, bisegmentiq; sinus duplicetur, habebitur chorda in partibus talibus, qualium est assumptus in Canone radius seu sinus totus. Ut, si scire velim chordam 45. graduum, sumo semissem hujus arcûs, videlicet 22. grad. 30. scr. cujus sinus 28268. duplicatus, dat 45. graduum chordam 76536. in partibus radii 100000. atq; ita diametri 200000. Unde diametrum, hoc est, propositam Instrumenti lineam in plano quodam secare oportet in 2000. partes æquales, indeq; chordas dicto modo quæsitas, omissis tamen postremis duabus notis, desumere, in Instrumentum transferendas.

*Qu*anquam præstat, omnes illas chordas habere in talibus partibus, qualium tota diameter est 100000. id quod assequemur facile, si modò arcûs bisecti sinus è canone depromamus. Ut in exemplo priore chordæ 45. graduum est 38268. in partibus talibus, qualium tota diameter habet 100000. Is enim est sinus bisegmenti 22. gr. 30. scr. Ratio est ex 15. prop. lib. 5. Euclid. Nam ut totus numerus 200000. ad totum 76536. ita semissis ejusdem 100000. ad semissem 38268. siquidem partes cum pariter multiplicibus in eadem sunt ratione. Hinc adjuncta tabella fuit extructa, per quam è diametro in partes 10000. divisâ singulorum arcuum chordas depromere facili negotio poteris.

Chordæ

Chordæ arcuum circuli ad diametrum

1000. supputatæ.

Grad.	Chor.	Grad.	Chor.	Grad.	Chor.	Grad.	Chor.	Grad.	Chor.	Grad.	Chor.
1	9	31	267	61	508	91	713	121	870	151	968
2	17	32	276	62	515	92	719	122	875	152	970
3	26	33	284	63	523	93	725	123	879	153	972
4	35	34	292	64	530	94	731	124	883	154	974
5	44	35	301	65	537	95	737	125	887	155	976
6	52	36	309	66	545	96	743	126	891	156	978
7	61	37	317	67	552	97	749	127	895	157	980
8	70	38	326	68	559	98	755	128	899	158	982
9	78	39	334	69	566	99	760	129	903	159	983
10	87	40	342	70	574	100	766	130	906	160	985
11	96	41	350	71	581	101	772	131	910	161	986
12	105	42	358	72	588	102	777	132	914	162	988
13	113	43	367	73	595	103	783	133	917	163	989
14	122	44	375	74	602	104	788	134	921	164	990
15	131	45	383	75	609	105	793	135	924	165	991
16	139	46	391	76	616	106	799	136	927	166	993
17	148	47	399	77	623	107	804	137	930	167	994
18	156	48	407	78	629	108	809	138	934	168	995
19	165	49	415	79	636	109	814	139	937	169	995
20	174	50	423	80	643	110	819	140	940	170	996
21	182	51	431	81	649	111	824	141	943	171	997
22	191	52	438	82	656	112	829	142	946	172	998
23	199	53	446	83	663	113	834	143	948	173	998
24	208	54	454	84	669	114	839	144	951	174	999
25	216	55	462	85	676	115	843	145	954	175	999
26	225	56	469	86	682	116	848	146	956	176	999
27	233	57	477	87	688	117	853	147	959	177	999
28	242	58	485	88	695	118	857	148	961	178	999
29	250	59	492	89	701	119	862	149	964	179	999
30	259	60	500	90	707	120	866	150	966	180	1000

Quod si quis tantum Quadrantis chordas Instrumento velit inserere, quod à quibusdam fieri video, totum Instrumenti dividendam lineam in plano describat, ac super eam quadratum extruat per 46. prop. 1. lib. circa hoc quadratum, circulum describat per 9. prop. 4. & ope præcedentis tabule singulorum Quadrantis arcuum chordas in talibus partibus, qualium circumscripti circuli diameter est 1000. in Instrumentum transferat.

Quamquam & hujusmodi ambages evitari peterint, hac adhibita

tabellâ, in qua quinquorū quorumque
 Quadrantis graduum chordas posui, in
 partibus talibus, qualium Quadrantis
 chorda habet 1000. Qua usus, totam
 Instrumenti lineam secabis, ut antè, in
 1000. partes æquales, & in talibus parti-
 bus chordas in tabella descriptas impri-
 mes linea proposita, in cuius quidem ex-
 tremi-
 tatem nonagesimus gradus inci-
 det. Hujusce sectionis intervalla in
 quinq; partes æquales subdividuntur:
 nec enim in tantillo spatio incrementi differentia sensibilibiter mutatur.

Gradus	Chordæ	Gradus	Chordæ
5	62	50	598
10	123	55	653
15	185	60	707
20	246	65	760
25	306	70	811
30	366	75	861
35	425	80	909
40	484	85	955
45	541	90	1000

Linea inscriptibilium eidem sphaeræ corporum. lit. I.

Sectionis hujusce modus vel est linealis, vel numeralis: quarum ille
 apud Euclid. habetur lib. 13. prop. 18 (quanquam adminiculo sinuum ad
 numeros quoq; revocari facile potest) hic ita se habet. Assumatur sphaeræ
 circumscriptæ radius in quantitate sinus totius 100000. partium, & in tali-
 bus inscriptorum corporum latera quarantur. Ac initio quidem constat
 è prop. 13. lib. 13. Eucl. quòd sphaera diameter potentiâ sit sesquialtera late-
 ris ipsius Pyramidis sive Tetraedri, quæ est ratio 3. ad 2. hoc est, qualium
 partium 3. fuerit quadratum diametri, talium 2. est quadratum lateris
 Tetraedri. Fiat ergo, ut 3. ad 2. sic 40000000000. quadratum diametri sphæ-
 ræ, ad 26666666666. quadratum lateris tetraedrici, cuius radix 163299.
 ipsum inscriptibile Tetraedri latus est.

Secundo per 14. prop. ejusdem libri sphaera diameter potentiâ dupla
 est lateris Octaedrici: hoc est, qualium partium 2. fuerit quadratum dia-
 metri talium 1. est quadratum lateris Octaedri. Fiat igitur, ut 2. ad 1. ita
 40000000000. ad 20000000000. cuius radix 141421. quesitum latus Octaedri-
 cum est.

Tertiò per 15. ejusdem sphaera diameter potentiâ est tripla lateris cu-
 bici. Quare fiat, ut 3. ad 1. ita 40000000000. ad 13333333333. cuius radix
 quadrata 115470. est inscriptibilis cubi latus.

Allata trium corporum latera fluunt ex aureo illo Pythagoræ theore-
 mæ

mate de potentiis laterum in triangulo rectangulo: quod est penultima primi apud Euclidem. Duorum vero reliquorum corporum latera promuntur ex altero illo Geometria thesauro de sectione lineae secundum extremam & mediam rationem, qui habetur ibidem propositione 11. secundi, & 30. sexti. Ergo pro Icosaedrico latere inveniundo primum queritur radius illius circuli, ambientis quinq. Icosaedri latera, ex quo scilicet Icosaedrum constitutum est, & qui per quinq. Icosaedri angulos incedit. Ad hunc autem radium, sphaera diameter potentia quintupla est, per corollarium primum prop. 15. tredecimi. Fiat igitur, ut 5. ad 1. ita potentia diametri 4000000000. ad 800000000. cujus quadrata radix 89443. est radius quaesitus. Hic porro radius est extrema & media ratione secandus per 11. secundi, vel 30. sexti; quod praecise quidem fieri nequit. Non enim numerus in duos potest numeros dividi, ut numerus productus ex toto in alteram partem, aequalis sit quadrato alterius partis, ut Clavius demonstrat ad prop. 14. & 29. lib. 9. Veruntamen propinqui etiam numeri nostro instituto satisficient. Quod si ergo tota linea secanda concipiatur esse 100000. partium, erit majus segmentum 61803. minus vero 38197. qua proportionem si supra dictus radius 89443. secetur, erit majus segmentum 55278. Atq. hoc segmentum per 5. & 9. lib. 13. est latus decanguli, quod paulo ante dicto circulo inscribi potest: Unde ejusdem circuli radius erit 89442. Hujus radii, & majoris illius segmenti potentiae sive quadrata 7999871364. & 3055657284. juncta, constituunt lateris quinquangularis in illo ipso circulo potentiam 1105528648. per 10. prop. lib. 13. cujus radix 105145. cum sit inter duos Icosaedri angulos, erit ut: q. latus Icosaedri, per 11. & 16. ejusdem.

Deniq. latus dodecaedricum invenitur, si latus cubicum 115470. supra repertum extrema & media ratione secetur. Majus enim segmentum 71364 latus dodecaedricum est, per corollarium 1. prop. 16. lib. 13. Euclidis.

Hujus calculi summam adjuncta tabella proponit, cujus ope sectionem propositam absoluturus, totam Instrumenti lineam, quam concipimus esse sphaerae diametrum, sive axin, in aliqua planitie in partes aequales 2000. dividat; & in talibus partibus corporum regularium latera è tabellâ excerpta, omissis tamen postremis duabus notis si sint infra 50. sin supra, pro

Latera corporum 5. regularium eidem sphaerae inscriptorum, in partibus tabulis, quarum axis habet 2000. 00.

Pyramis	1632,99
Octaedrum	1414,21
Cubus	1154,70
Icosaedrum	1051,45
Dodecaedrum	713,64

isidem

isdem unitate ad reliquum adjecta, in Instrumentum transferas: deniq; singulis punctis nomina corporum, vel, quod satis est, initiales eorum literas S. P. O. C. I. D. assignes. Hoc enim ordine sibi succedunt, ut axeos punctum in extremitatem lineæ cadat; sequatur deinde latus Pyramidis sive Tetraëdri: tum octaëdri: hexaëdri præterea sive cubi: Icosaëdri: omnium deniq; minimum Dodecahedri.

Linea, sphaeræ corporumq; regularium Æquatrix, & adinvicem Reductrix. lit. K.

Respondet hæc linea Tetragonica Autoris. Quemadmodum enim per illam circulus & ordinata figura multilatera quadrantur: ita per hanc tum sphaera, tum regularia corpora cubantur, invicemq; permutantur. Horum enim omnium æquatorum latera complectitur: quæ, quomodo sint inveniendæ, nunc tradendum est. Ac initiò quidem est assumenda certa quedam ac numerata soliditas, quam unam eandemq; singulis corporibus tribuamus. Esto illa 100000000000000000. Et cubi quidem latus est assumptæ soliditatis hujusce radix cubica 100000. Sphaeræ verò diameter investigatur hac analogiâ. Demonstratur à C. Clavio in Geom. præct. lib. 5. fol. 253. ita si habere cubi diametri ad sphaeræ soliditatem, ut 21. ad 11. Ergo vicissim etiam, ut 11. ad 21. ita soliditas datæ sphaeræ 100000000000000000. ad ejusdem diametri cubum 1909090909090909, cujus radix 124054. propositæ sphaeræ diameter est.

Secundo pro tetraëdrico latere queritur primum diagonus baseos dati cubi, quæ est 141421. inter quam & ejus triplum 424263. si duæ medie proportionales querantur, & ex prima media, cubica radix extrahatur, erit illa 203961, latus nimirum tetraëdri sive Pyramidis quesitum dato cubo æqualis.

Sic ceterorum etiam corporum regularium latera, Octaëdri quidem 128480. Icosaëdri 75860. dodecahedri deniq; 49900. investigavi per prop. 42. lib. 8. geom. præct. Clavii.

Ceterum ut axis sphaeræ, quæ inter has maxima linea est, incidat in extremitatem dividendæ lineæ, oportet, ut ista latera in talibus partibus habeantur, qualium diameter vel axis sphaeræ est 100000. quæ quidem per adjunctam tabellam exhibentur, ex qua singula corporum æquatorum latera in Instrumentum transferre commodè poterimus, si tota Instrumenti
linea

linea in planitie quadam secetur in partes 1000. indeq; latera in tabellâ notata, omissis tamen posteribus duabus notis, depromantur.

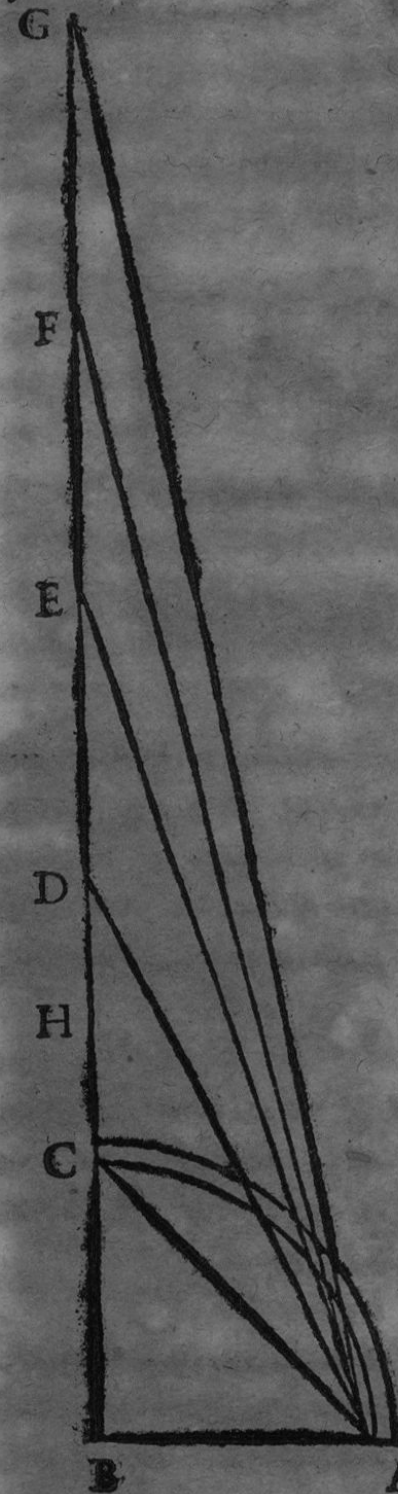
Sphæræ & corporum regularium æqualium latera in partibus talibus, qualium latus pyram. iisdem æquatur 00000.			
Octaëdrum	62992	Icosaëdrum	37190
Sphæra	60822	Dodecaëdrum	24465
Cubus	49029		

Divisio Quadrantum, Instrumenti cruribus interceptorum.

Qui in interjecto cruribus limbo Quadrantes describuntur, expeditam divisionem habent. Nam primus quidem, qui interior est, in 12. partes æquales dissecitur, & scalam bombardariorum constituit, qua ad elevandas altitudine certa machinas, & ejaculandos iussu distantia globos illi utuntur. Pinna volubilis, cujus Autor fol. 41. mentionem facit in figura ere expressa designatur litera B.

Illum sequitur Astronomicus quadrans, cujus item in 90. gradus æqualis distributio nihil difficultatis habet: observatis præsertim huius numeri primis divisoribus 3. 3. 5. 2. & quidem primam divisionem, qua tertia est, ipse statim descripti Quadrantis radius subministrat.

Hunc excipit quadam circumferentia duobus comprehensa quadrantibus, quam linea quadam transversa secant, quibus perietum vel errorum inclinationis ratio pervestigatur. Huius divisionis ratio sic est. Accipitur longitudo lineæ à centro Instrumenti usq; ad interiorem d. & e. superficiem quadrantem: quo radio describatur Quadrans ABC. ejusq; latus unum BC infinite prolongetur: & prolongata hæc, intervallis BC. æquali divisione secetur in D. E. F. G. &c: à quibus punctis ducantur lineæ rectæ ad A. quæ transversas illas in Quadrante lineas efficiunt. His sui cuiq; numeri sunt adscribendi: ita quidem, ut illa linea, qua describi-



tur à recta DA . habent adnotatum numerum 2. EA 3. FA 4. GA 5. &c. Possunt & intermedia sectiones fieri. Ut si ex H ad A . ducatur linea, cui quidem adscribendus est numerus $1\frac{1}{2}$. Porro ex A . perpendiculare filium demittatur, quod descripti jam quadrantis lineas transiens, de murorum inclinatione iudicabit. Ut si latus BG . (utpote quod Instrumenti cruri alteri respondet) applicetur muro, perpendiculum autem ex A . ad E . dependeat, a quo murum sic inclinatum, ut perpendicularis ex ejus summitate in basin demissa tripla sit ad basin. Est enim EB . tripla ad BA . Quo uno exemplo structure ratio & usurpandi modus facile percipitur. Sin ex A . in C . filium eat, erit eadem cathetus cum basi muri. Nam AB . & BC . sunt equales.

Postrema divisio Quadratum habet geometricum, translatus in Quadrantem circuli. Quamvis autem Quadrati geometrici utramque umbram in 12. partes equales vulgò partiri, ac singulas deinde in certas alias subdividere soleant: longè tamen commodior Autoris centenaria divisio est, eò quòd scala tota 100. in area regula primum tenens locum, expeditam divisionem reddit. Sic autem habet structura. Describatur quadratum latere tanto, quanta est linea ex Instrumenti centro ad Quadrantem dividendum progressa. In hoc quadrato circuli quadrans describatur, qui dividendo nostro quadranti sit equalis. Quadrati deinde latera duo, illa nimirum, quæ quadrantem tangunt, in centenas equales partes per regulam in quadrantis centro affixam, & ad singulas illas applicatam in ipso quadrante describentur; numeriq; sic annotabuntur, ut utraq; scala in Quadrante sibi obviam eat, & in ejus medietate, ubi partes maximè coarctantur, concurrat.

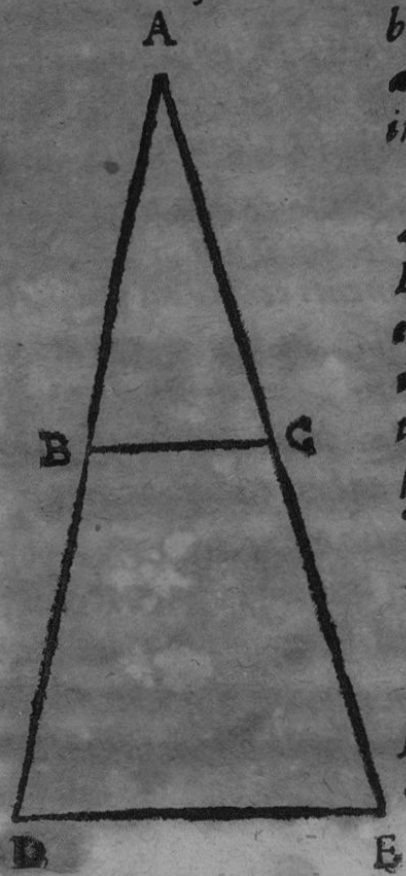
Atq; hæc de artificiosa Instrumenti constructione ac divisione commentari

mentarilibus: quam qui tenuerit, non est dubium, quin & facilius intel-
lecturus, & firmiore memoria sit custoditurus ea, quæ de usu Instrumenti
precipiuntur, quàm is, qui fundamentorum ignarus, alienis oculis videre
cogitur.

Pars altera Notationum, quæ demonstra-
tionem habet, cui, ceu fundamento, Instrumenti
& usus & fabrica innituntur.

Cognitionis ac scientiæ duo à Logicis modi traduntur. Vel enim
 $\kappa\alpha\tau\alpha\ \tau\omicron\ \delta\iota\omicron\tau\iota$ rem intelligimus: vel eandem $\kappa\alpha\tau\alpha\ \tau\omicron\ \delta\iota\omicron\tau\iota$ & exprimimus fun-
damentis investigamus. Quorum hic illo longè præstantior est: cum ex eo-
rundem decreto scire sit rem per causam cognoscere. Ut igitur $\alpha\mu\epsilon\lambda\acute{\alpha}\tau\omega\lambda\omega\tau\omicron\upsilon$
huius Instrumenti cognitionem, immotis Geometriæ firmam fundamen-
tis acquiramus, adducam generalissimam demonstrationem, cui omnia &
Auctoris, & in sequentiâ problemata innituntur: & quâ unâ rectè perceptâ,
illa omnia a facili negotio cognoscentur. Constitueram quidem singulorum,
Auctoris problematum demonstrationem ac ulteriorem declarationem ad-
ducere: prout Notationum titulus pollicetur. Verùm quia nonnulla impe-
dimenta interjecta hanc editionem retardârunt, ac typographus pulsanti-

bus jam foris nundinis extremam ~~per~~ ~~ma~~um
adhiberi postulat: istud quicquid est omittere, ac
in sequenti etiam parte tertia brevior esse cogor.



Esto triangulum Isoceles vel æquilæcrum
ADE. cuius duo crura AD. & AE. cruribus
Instrumenti respondeant. Demonstrandum nunc
est, omnes in eo lineas basi parallelas, (putà quas
in Instrumento transversè sumimus) eandem in-
ter se proportionem obtinere, quam habent inter-
segmenta crurum. Ducatur ergo parallela BC.
Dico, sic esse BC. ad DE. ut est AB. ad AD.
Nam æquiangula triangula habent proportiona-
lia latera, quæ circum æquales sunt angulos, per
4. prop. lib. 6. Euclid. Atqui ABC. & ADE.
sunt æquiangula triangula. Ergo latera, quæ
æquales eorum angulos ad B. & D. comprehen-
dunt,

dunt, erunt invicem proportionalia. Minor probatur ex eo, quod omnes sigillatim anguli sibi aquantur. Nam A . quidem communis est utriq; triangulo: reliqui verò ad basin, ut B . & D . item C . & E . sunt aequales, per prop. 5. primi: sunt enim Isoscelium triangulorum. Cum ergo sit, ut AB . ad BC . sic AD . ad DE . erit etiam, ut AB . ad AC . sic BC . ad DE . quia ad effectum nihil interest, utrum terminorum proportionalium intermediorum secundo vel tertio loco colles. Quia ergo jam AD . dupla ad AB . erit etiam DE . dupla ad BC . Unde si offeratur linea DE . in duas aequales partes secanda, eam in Arithmetice lineis transverse colloco inter 100. 100. quæ concipiamus esse puncta D . & E . ac post immoto Instrumento excipio distantiam 50. 50. quæ est linea BC . subdupla ad datam, eandemq; bisecans. Sic in Geometricis lineis, si AB . concipiatur esse latus quadrati alicujus, & AD . latus alterius quadrati, quod ad illud sit duplum, si jam duplicandum proponatur quadratum vel alia figura cujus latus BC . erit DE . latus figure duplicate. Eademq; ratio est de cæteris.

Illud autem quin moneam, facere non possum, quod, etsi hujus & aliarum ἀπὸ δειξέων γεωγίας, veluti Parcarum tabulæ, maneant immutabiles: tamen inter experiendum & operandum multis de causis errata nonnunquam incidant. Nam vel Instrumentum non exquisitè constructum est, vel puncta lineis impressa grandiora, aut erorum circini divaricatorum obliquo sita apicibusve ad actione paulum asperiore à justâ magnitudine disceditur. Quanquam hoc nostrum Instrumentum minus, quàm vel Iodocæ Byrgii proportionum circinum, vel ullum aliud huic simile Instrumentum hallucinationibus obnoxium, usu verò longè amplius esse, omni asseveratione confirmo.

PARS NOTATIONUM TERTIA, QUA INSTRUMENTI USUS IN QUIBUS- dam, præter Autoris, aliis problematibus resolvendis ostenditur: ac initio quidem explicatur.

USUS LINEÆ CHORDARUM.

Exponam prius emissarum ab Autore divisionum usum, quàm ad alia veniat. Et principio quidem chordarum lineam multiplicem usum habet. Ejus enim ope licet nobis.

1. Ex dato circulo petendum arcum abscindere. Nam quando propositi circuli semidiameter est aqualis chorda 60. graduum directè sumpta, nullo negotio ex eo petitus arcus abscindetur: si nimirum chorda graduum, qui desiderantur, ex Instrumento directè sumpta, dato circulo sic accommodetur, ut ejus extrema in circuli peripheria sint. Ita namq³, quem querimus, arcum habebimus. Sin autem fuerint inaequales inter se, quod ut plurimum fieri solet, dilatandum Instrumentum est, vel constringendum, donec intervallum transversum inter 60. 60. sit aequale dati circuli semidiametro. Atq³ sic immoto Instrumento relicto, transverse capitur petitorum graduum chorda, quae satisfaciet quesito. Quod si gradibus minuta quoq³ adhereant, angustius quidem haberi nulla potest: diligenti tamen oculorum estimatione differentia chordae dati gradus ac sequentis dividitur in tales partes, qualem minuta proposita partem unius gradus constituent. Sic enim efficiemus, ut ne sensibilis error committatur. Ut si jubeamur abscindere arcum 63. gr. 20. scr. cum 20 scrupula sint una tertia totius gradus, spatium inter 63. & 64. mente triseco, ac diametro circuli dati inter 60. 60. transverse statuta, summo intervallum $36\frac{1}{3}$ $36\frac{1}{3}$ quod in circulo dato petendum arcum abscindet.

2. Arcus dati magnitudinem cognoscere. Instrumento, ut antè, ad propositi circuli radium inter 60. 60. positum extenso, dati arcus chorda transverse applicetur, ita ut puncta ejus cadant vel in duas easdem, vel equaliter à duabus eisdem distantes. Nam tot gradus continebuntur in dato arcu, quot gradus continentur inter Instrumenti centrum & puncta reperta.

3. Data quacumq³ portione circuli in gradibus nota, ex ea diametrum investigare. Praecedentes duae propositiones notam semidiametrum praesupponunt. At si ea ignota fuerit, ex data circuli portione investigatur, si chorda ejus transverse statuatur inter illos numeros, qui datae portiones gradus designant: & Instrumento non moto capiatur distantia inter 60. 60. Haec enim est radius circuli, cujus portio data fuit. Intelligantur haec de portionibus semicirculo minoribus. Sin majores fuerint, subtrahantur ex integro circulo 360. & cum residuo procedatur, ut antè. Quod si jam repertus hic radius circuli captus è punctis extremis dati arcus intersectionem fecerit, habebitur centrum, ex quo circulus, cujus arcus datus est, in integrum restitui potest.

4. *Figuram regularem quamcunque dato circulo inscribere.* Pendet hæc propositio è superiore prima. Instrumento ad intervallum semidiametri punctis 60. 60. accommodata aperto, transverse capiantur gradus, quos subdendit inscribendi polygoni latus: atque hujus intervalli seu chordæ operâ circulus in partes petitas dividitur, divisionum punctis per lineas conjunctis. Arcus autem ille, quem latus polygoni subtendit, cognoscitur, integro circulo 360. grad. per numerum laterum figure diviso.
5. *Circa datam figuram æquilateram & equiangularum circulum describere.* Latus datæ figure statuatur transverse inter numeros graduum, quibus illud subtenditur: Ut in triangulo inter 120. 120. in quinquangulo 72. 72. &c. Deinde immoto Instrumento sumatur intervallum 60. 60. quoradio petitus circulus circumscribitur: cujus centrum habetur, si intervallo radii è datæ lineæ terminis tanquam centris intersectio fiat. Vides igitur, operationem hujus esse conversam superioris propositionis: quæ duæ generaliter hic informata, lib. Euclidis aliquot propositionibus specialiter proponuntur.
6. *Figuram datam in continua dupla proportionem augere minuerève.* Latus quadrati circulo inscripti æque potest duobus radiis, juxta Pitisci 23. prop. 2. Trigon. è 47. p. 1. Eucl. quare si datæ figure latus fiat radius, hoc est, inter puncta 60. 60. collocetur: ac deinde immoto Instrumento capiatur intervallum 90. 90. erit id latus homologum figure similis duplicata. Sin modo repertum latus constituatur inter 60. 60. intervallum 90. 90. erit latus figure ad primam illam quadruple, & ita consequenter invenietur latus octuple, sedecuple &c. figure. Contrarium fit, quando figure in proportionem subdupla, construuntur. Tum enim latus figure minuen- de statuitur inter 90. 90. dabitque intervallum 60. 60. latus figure subdupla.
7. *Datam lineam extrema & media ratione secare.* Quia latus decanguli circulo inscripti est majus segmentum è latere sexanguli sive radio proportionaliter secto, ut habet Euclides lib. 9. prop. 13. & Pappus lib. 5. th. 24. & Camp. ad 3. p. 14. quapropter datam lineam transverse colloca ad puncta 60. 60. utpote latus sexanguli: atque sit immoto Instrumento sumatur intervallum 36. 36. quod est latus decanguli: ac proinde majus segmentum lineæ proportionaliter sectæ minus autem ex detractioe majoris patet. Atque hæc sectionis proportionalis fabrica vim habet admirabilem in adscrip- tionibus ordinatorum solidorum, unde celestium rerum præcipua myste-
ria repe-

riarepetantur: ut Lucas Pacioli in libro hac de re per scripto eam non im-
merito divinam appellaverit.

8. *Quantitatem anguli, quem expansa Instrumenti latera continent, explorare.* Circino sumatur intervallum transversum 60. 60. idemq; directe statuatur in alterutra chordarum linea. Nam gradus eo intervallo directe inclusi, magnitudinem anguli propositi monstrant. Atq; huius propositionis usus, dici non potest, quam late sese extendat. Ejus enim adminiculo solvuntur omnia problemata cum geodetica, tum Astronomica, quæ vulgari quadrante, vel Gemmæ Frisii radio solvi possunt. Quam ad rem construenda sunt primæ didia tria, quorum unum insigatur Instrumenti centro: duo reliqua extremitatibus utriusq; chordarum lineæ inhercant.

9. *Institutum angulo petito divaricare.* Est quodammodo conversa prioris. Nam anguli petiti gradus directe sumuntur, ac transverse collocantur inter 60. 60. habebiturq; quæ situs angulus

Usus lineæ inscriptibilium eidem sphæræ corporum.

1. *Data diametro sphæræ, latera invenire quinq; corporum regularium eidem inscriptibilium.* Diameter sphæræ data statuatur inter S. S. & invota hac instrumenti aperturâ, latera inde transversim excipiantur. Nam P. P. dabit latus pyramidis: O. O. Octaedri: C. C. cubi. I. I. Icosædri: D. D. dodecaedri. Contra si oporteat

2. *Dato latere cujuscunq; corporis regularis, invenire diametrum sphæræ eidem circumscriptibilis: datum latus transverse statuatur inter puncta dato corpori competentia: & immoto instrumenti excepta distantia S. S. diametrum sphæræ petita ministrabit.*

Superflua forte videri queat hæc linea, cum per geometricam & polygraphicam lineam eadem problemata solvi possint. Nam diameter sphæræ potest sesqui alterum lateris tetraedrici: duplum octaedrici: triplum cubici: præterea majus segmentum cubici lateris extrema & media ratione secti est latus dodecaedri: idemq; circulus pentagonum dodecaedri & triangulum Icosædri complectitur. Veruntamen quia geometrica & polygraphica lineæ non nisi per ænabagæ hac inquiruntur, hic autem directe habentur, hæc linea retineri potest.

Usus

Uſus lineæ, corporum æquatorum: cubatricem
appellare liceat. Poſſumus hac lineâ

1. Sphæram & regularia corpora cubare, atq; eadem in ſe invicem commutare. Data ſphæra cubum æqualem conſtrueturus, ejus diametrum acceptam circino tranſverſè ſtatuas inter S. S. & immoto Inſtrumento, ſume diſtantiâ punctorum C. C. quæ eſt latus cubi data ſphæra æqualis. Haud aliter, ſi latus pyramidis vel ſolidi regularis alterius, æqualis eidem ſphæra deſideras, accipias interſtitium punctorum petito corpori competentium. Illud namq; corporis quaſiti, quod æquatur ſphæra, latus erit. Præterea cum ex converſo placet invenire ſphæram æqualem cubo, vel alii cuivis corpori regulari, latus dati corporis circino exceptum ſtatuetur inter ejusdem corporis puncta: & immoto Inſtrumento excipiat diſtantiâ punctorum S. S. quæ diameter eſt ſphæra dato corpori æquata. Tandem hac ipſa ratione latus invenietur cujuſcunq; corporis regularis, æqualis cuicunq; alii corpori propoſito. Ut Octahedrum dato Icoſahedro æquale conſtituetur, ſi latus Icoſahedri propoſiti ſtatuetur inter puncta I. I. & Inſtrumenti ſitu nihil variato capiatur interſtitium punctorum O. O. quod erit Octahedri latus, ad querendum propoſitum.

2. Diverſis corporibus regularibus omnibus unum aliquod æquale conſtituere. Reſolutio problematis huiusce pendet cum è præcedente, tum ex Autoris problemate 17. Nam ſi, verbi gratiâ, proponerentur hæc corpora, pyramis, tetrahedrum, ſphæra: petereturq; fieri cubus, qui ſoliditatem iſtorum omnium unus complectatur: initio per antecedens problema ſeparatim invenienti ſunt tres cubi dictis tribus corporibus æquales. Deinde per Autoris problema 17. unus aliquis cubus iſtis quatuor æqualis conſtruetur.

